



بهینه سازی دوهدفه اشکال آیرودینامیکی با استفاده از الگوریتم جستجوی گرانشی

مهدی حسینی پور¹، مجید ملک جعفریان^{2*}، علی صفوی نژاد³

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، مشهد

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند

3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند

* بیرجند، صندوق پستی 97175-615، mmjafarian@birjand.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 18 بهمن 1395

پذیرش: 07 اسفند 1395

ارائه در سایت: 13 اردیبهشت 1396

کلید واژگان:

بهینه سازی دوهدفه

الگوریتم جستجوی گرانشی

بهینه سازی جمعیت ذرات

روش پارسس

معادلات ناویر-استوکس تراکم پذیر دو بعدی

چکیده

در این مقاله از الگوریتم جستجوی گرانشی (برای اولین بار) به منظور بهینه سازی دوهدفه هندسه ایرفویل استفاده شده است. معادلات تراکم پذیر دو بعدی ناویر-استوکس به همراه مدل اسپالارت-آلماراس برای شبیه سازی جریان لزج و معشوش مورد استفاده قرار گرفته است. ابتدا کارایی و صحت مجموعه های بهینه ساز با بهینه سازی معکوس دوهدفه بررسی شده است. در این حالت توابع هدف، اختلاف نیروی پسا و برآ با مقادیر متناظر کمیات از ایرفویل هدف NACA0012 بوده است، به طوریکه یک دسته ایرفویل به عنوان ایرفویل های شروع کننده به صورت تصادفی انتخاب شده و هدف بدست آوردن ایرفویل هایی بوده است که توابع هدف در نظر گرفته شده را ارضا کنند. در بهینه سازی مستقیم، الگوریتم جستجوی گرانشی به کار رفته در کار حاضر با تغییر متغیرهای طراحی ایرفویل (مربوط به روش پارسس)، درصد رسیدن به متغیرهای مناسب و در نتیجه یافتن دسته ایرفویل های بهینه با توابع هدف برای بیشینه و پسای کمینه شده است. این الگوریتم با شروع از یک دسته ایرفویل اولیه به حل پرداخته و به سمت ایرفویل هایی هدایت می شود که توابع هدف ذکر شده را تامین کند. مقایسه نتایج (جبهه پرتو) بدست آمده نشان دهنده عملکرد بهتر و مناسب تر الگوریتم جستجوی گرانشی نسبت به الگوریتم جمعیت ذرات و تحقیقات پیشین (انجام یافته با دیگر روش های مکاشفه ای) به منظور بهینه سازی آیرودینامیکی می باشد.

Two-Objective Optimization of Aerodynamic Shapes Using Gravitational Search Algorithm

Mahdi Hoseynipoor, Majid Malek Jafarian*, Ali Safavinejad

Department of Mechanical Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran

* P.O.B. 97175-615, Birjand, Iran, mmjafarian@birjand.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 06 February 2017
Accepted 25 February 2017
Available Online 03 May 2017

Keywords:

Two-objective optimization
Gravitational search algorithm
Particle swarm optimization
Parsec method
2D compressive Navier-Stokes equations

ABSTRACT

Gravitational search algorithm (for the first time) has been used for two-objective optimization of airfoil shape, in this article. 2D compressible Navier-Stokes equations with Spalart-Allmaras model has been used to simulate viscous and turbulent flow. First, efficiency and accuracy of the optimizer sets have been evaluated using inverse optimization. Objective functions were difference between drag and lift with their corresponding values of the NACA0012 objective airfoil, as a set of airfoils was randomly chosen as starter airfoils in this case, and the aim was to obtain the airfoils that satisfy the considered objective functions. In direct optimization, gravitational search algorithm which has been used in the present work, has achieved proper parameters (related to the Parsec method) and consequently has found optimized airfoils with maximum lift and minimum drag objective functions. This algorithm starts to solve using a set of airfoils and it is directed towards the airfoils that provide the mentioned objective functions. Comparison of the results (Pareto fronts) shows better and more proper performance of the gravitational search algorithm rather than particle swarm optimization algorithm and former researches (done using other meta-heuristic algorithms) for aerodynamic optimizations.

1- مقدمه

معروف ترین جسم هایی که در زمینه ی آیرودینامیک مورد بحث قرار می گیرد ایرفویل ها می باشند.

نتایج به دست آمده از تحقیقات گذشته، نشان داده است که تفاوت در منحنی ایرفویل ها، نتایج کاملاً متفاوتی را ارائه می دهد. لذا محققان بر آن شدند که چگونگی این تاثیر را بیش از پیش مورد مطالعه قرار دهند. در این راستا آنها متوجه شدند که برای موارد متفاوت، ایرفویل های متفاوتی باید طراحی کرد تا کارایی بهتری را دریافت نمود. لذا به صورت سعی و خطا به

آیرودینامیک یا هواپویش، شاخه ای از دینامیک گازها و در حالت کلی تر دینامیک سیالات است که به بررسی رفتار جریان هوا و اثر آن بر اجسام متحرک می پردازد. منظور از حل یک مسأله آیرودینامیکی، محاسبه میدان سرعت، فشار و دمای هوا در اطراف یک جسم است. برای این منظور باید معادله های حاکم بر جریان سیال را حل کرد. سپس به کمک حل به دست آمده، می توان نیروها و گشتاورهای وارد بر جسم را محاسبه کرد. یکی از

Please cite this article using:

M. Hoseynipoor, M. Malek Jafarian, A. Safavinejad, Two-Objective Optimization of Aerodynamic Shapes Using Gravitational Search Algorithm, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 5, pp. 211-220, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

این مهم همت گماشتند. تا قبل از سال 1960 میلادی، این تحقیق‌ها معمولاً در تونل باد انجام می‌یافت. باید چندین ایرفویل در تونل باد مورد بررسی قرار می‌گرفت و در نهایت یک ایرفویل به عنوان ایرفویل بهینه معرفی می‌گردید. اما این امر بسیار زمان‌بر و پرهزینه بود به طوری که در بعضی موارد شاید هزاران ساعت صرف این کار می‌شد [1,2]. همچنین در مواردی نتایج به دست آمده دارای دقت کافی نبودند. از طرف دیگر، ایرفویل به دست آمده نمی‌توانست به عنوان ایرفویل کاملاً بهینه شده معرفی گردد. چرا که تغییرات بیشتر و آزمایش‌های بیشتر، طبیعتاً نتایج بهتری را نیز می‌توانست به دست دهد. اما مشکلات موجود (پرهزینه، زمان‌بر و گاهی مخرب)، مانع از بررسی‌های دقیق‌تر می‌شد.

با توسعه دینامیک سیالات محاسباتی (CFD¹)، تحول عظیمی در بهینه‌سازی ایرفویل‌ها انجام گرفت. توسعه روش‌های CFD روز به روز بیشتر شد و دقت خوب آنها در شبیه‌سازی جریان‌های مختلف، این روش‌ها را به یک روش ایده‌آل تبدیل کرد. به طوری که محققان با توسعه دقت این روش‌ها، حتی توانستند به شبیه‌سازی جریان‌هایی بپردازند که در تونل باد قادر به انجام آن نبودند [3]. به این طریق دیگر نیازی به ساخت و آزمایش ایرفویل‌های مختلف در تونل باد نبود و با روش‌های محاسباتی با صرف وقت و هزینه کمتر نتایجی با خطای پایین به دست می‌آمد. اما گستره وسیعی از شرایط عمل‌کننده و قیدها بطور کلی باعث استفاده از فهرستی از مقاطع می‌شود، به طوری که در حالت کلی بهترین مقطع، معنی ندارد. وجود جریان‌های متفاوت و همچنین هدف‌های طراحی مختلف، ما را بر آن می‌دارد که برای موارد گوناگون، ایرفویلی مخصوص به آن طراحی کنیم تا به بهترین بازده دست پیدا کنیم. از این رو امروزه ایرفویل‌ها معمولاً بر مبنای کاربردها طراحی می‌شوند. بهینه‌سازی اشکال آیرودینامیکی می‌تواند به صورت تک هدفه یا چند هدفه انجام پذیرد. به دلیل پیچیدگی مسائل امروزه، بهینه‌سازی چند هدفه از اهمیت بسزایی برخوردار است. بهینه‌سازی هندسه اشکال آیرودینامیکی بر مبنای سه مرحله انجام می‌پذیرد که این سه مرحله، مجموعه بهینه‌ساز را تشکیل می‌دهند: 1. انتخاب روش مناسب برای تولید هندسه 2. انتخاب روش مناسب برای انجام محاسبات آیرودینامیکی 3. انتخاب روش بهینه‌ساز مناسب.

محققان زیادی در راستای طراحی ایرفویل با شرایط و اهداف متفاوت اقدام نموده‌اند و ابزارها و روش‌های مختلفی را برای انجام این مهم معرفی کرده‌اند. در سال 2004، نیک و همکاران [4] به بهینه‌سازی چندهدفه ایرفویل به کمک روش گرادیانی و الگوریتم ژنتیک پرداختند. در سال 2005، دانگلو و مینیسی [5] به بهینه‌سازی ایرفویل تحت شرایط جریان زیر صوت، به صورت چندهدفه با استفاده از روش MOPED² پرداختند که روش بزر برای تولید هندسه ایرفویل بکار گرفته شد. همچنین در سال 2006، لی و همکاران [6] هندسه ایرفویل را به صورت چندهدفه بهینه‌سازی کردند. در کار آنان، از الگوریتم ژنتیک به منظور بهینه‌سازی استفاده و منحنی‌های بی-اسپلاین برای تولید هندسه آن بکار گرفته شد. در سال 2010، اوایما و همکاران [7] روش ژنتیک را برای بهینه‌سازی دودهده ایرفویل بکار بردند. در سال 2010، ما و همکاران [8] به بهینه‌سازی ایرفویل به صورت چندهدفه پرداختند. در سال 2011، طراحی ایرفویل با روش بهینه‌سازی چند هدفه جمعیت ذرات، توسط کارس و همکاران [9] انجام پذیرفت. در سال 2013، آلیور و همکاران [10] به بهینه‌سازی چندهدفه ایرفویل با استفاده از الگوریتم

ژنتیک پرداختند. در سال 2013، نجات و همکاران [11] بهینه‌سازی چندهدفه ایرفویل را به روش الگوریتم جمعیت ذرات انجام دادند. در سال 2015، مرتضوی و همکاران [12] مقطع توربین باد را توسط الگوریتم ژنتیک به صورت چندهدفه بهینه‌سازی کردند. در سال 2016، کزلی و همکاران [13] به بهینه‌سازی چندهدفه ایرفویل با روش ژنتیک پرداختند. الگوریتم جستجوی گرانشی یکی از جدیدترین الگوریتم‌های مکاشفه‌ای است که برای حل مسائل بهینه‌سازی ارائه شده است. نتایج آزمایشات نشان داده است که این الگوریتم برای حل مسائل چندهدفه از توانایی قابل قبولی برخوردار است [14]. تا به حال از این الگوریتم به منظور بهینه‌سازی مسائل آیرودینامیکی استفاده نشده است. لذا در کار حاضر، الگوریتم دودهده جستجوی گرانشی برای این منظور بکار گرفته شده است. الگوریتم جمعیت ذرات نیز در بسیاری از موارد و در حل مسائل آیرودینامیکی دارای نتایج رضایت‌بخشی است [15,11]. بنابراین در کار حاضر سعی بر آن شده است که به روش جستجوی گرانشی برای اولین بار به بهینه‌سازی دودهده ایرفویل‌ها پرداخته شود. برای این منظور بهینه‌سازی همزمان ضرایب برآ و پسا (افزایش برآ و کاهش پسا) انجام شده و نتایج حاصله با نتایج بدست آمده به کمک روش بهینه‌سازی جمعیت ذرات (انجام شده توسط نویسندگان مقاله حاضر) و نتایج دیگر محققان مقایسه شده است.

2- روش تولید هندسه ایرفویل

طبق مطالب فوق یکی از عناصر و زیرمجموعه‌های بهینه‌سازی هندسه‌ی ایرفویل، روشی برای تولید هندسه آن می‌باشد. به منظور تولید هندسه‌ی ایرفویل پارامترهایی دخیل بوده به طوری که با تغییر در آن‌ها بتوان هندسه‌ی ایرفویل را تغییر داد. انتخاب روش تولید هندسه‌ی ایرفویل از اهمیت بالایی برخوردار است. چرا که در صورت تعریف نامطلوب هندسه ایرفویل، نخواهیم توانست هندسه‌ی مورد نظر خود را به دست آورده و یا در به دست آوردن آن دارای دقت کافی نخواهیم بود. همچنین مناسب نبودن این روش، عدم همگرایی و یا تاخیر در همگرایی را به دنبال خواهد داشت.

روش پارسس، یک روش کارا برای معرفی هندسه‌ی ایرفویل می‌باشد زیرا دارای همگرایی سریع و انعطاف‌پذیری بالایی است [16]. در این روش، ضرایب a_n (رابطه 1) توسط 11 پارامتر کنترلی و حل 6 معادله (آورده شده در پیوست)، بدست می‌آیند. پس از یافتن ضرایب، منحنی ایرفویل توسط آن ایجاد می‌شود (شکل 1). رابطه‌ی پارسس به صورت زیر است:

$$Z_{\text{parces}} = \sum_{n=1}^6 a_n \times x^{n-\frac{1}{2}} \quad (1)$$

3- محاسبات آیرودینامیکی

برای به دست آوردن کارایی آیرودینامیکی یک ایرفویل، باید معادلات جریان حول آن حل گردد. لذا به منظور حل معادلات، حل‌گر مناسبی لازم است. این حل‌گر باید دارای دقت کافی بوده تا بتوان میدان‌های سرعت، فشار و دما را در اطراف آن به خوبی به دست آورد.

جریان حول یک ایرفویل را می‌توان به صورت‌های مختلفی شبیه‌سازی کرد. در کار حاضر جریان لزج، درهم و گذر صوتی در نظر گرفته شده است. معادلات حاکم بر جریان، معادلات تراکم‌پذیر وابسته به زمان ناویر-استوکس به همراه مدل درهم اسپالارت-آلماراس [17] می‌باشند. شکل بقای و بدون بعد این معادلات در حالت دو بعدی به صورت زیر است:

¹ Computational Fluid Dynamic

² Multi-Objective Parzen based Estimation of Distribution

کمک طرح گام زمانی رانگ-کوتای 4 مرحله‌ای انجام می‌گیرد. مبانی اساسی و ابتدایی حل عددی مذکور ابتدا توسط جیمسون و همکاران [18] در ارتباط با مسائل جریان تراکم‌پذیر معرفی شد. به منظور حذف نوسانات در مجاورت امواج ضربه‌ای، طرح اتلاف مصنوعی اسکالر در کد عددی مذکور بکار گرفته شده است. به دلیل اینکه هدف ما در مقاله حاضر بررسی حالت پایای جریان می‌باشد، روش‌های تسریع همگرایی نظیر گام زمانی محلی و متوسط‌گیری ضمنی از باقی‌مانده‌ها نیز بکار رفته است. حل عددی بکار رفته در کار حاضر توسط بسیاری از محققان در سه دهه اخیر به منظور حل معادلات ناویر-استوکس و اوپلر، برای دامنه وسیعی از کاربردهای آیرودینامیک مورد استفاده قرار گرفته و درستی آن به اثبات رسیده است.

شبکه‌بندی مورد استفاده در کار حاضر از نوع O با تعداد گره 91×16 می‌باشد. به دلیل اینکه در کار حاضر جریان لزج در نظر گرفته شده است، از شبکه‌بندی استفاده می‌شود که در سطح ایرفویل دارای تراکم شبکه بیشتری باشد. این امر باعث می‌شود تا بتوان لایه‌ی مرزی را به خوبی شبیه سازی کرد و تاثیر آن را در حل وارد نمود. در لبه جلویی ایرفویل که شیب هندسی جسم زیاد بوده و همچنین در لبه‌ی انتهایی ایرفویل که دو جریان از قسمت بالا و پایین به هم می‌رسند، حساسیت در تحلیل جریان بیشتر است. بنابراین در این قسمت‌ها می‌بایست شبکه را ریزتر نمود تا با دقت بیشتری بتوان جریان را تحلیل کرد. شکل 2 نمونه‌ای از شبکه مورد استفاده را نشان می‌دهد.

4- الگوریتم‌های بهینه‌سازی مکاشفه‌ای

الگوریتم‌های مکاشفه‌ای به دسته‌ای از روش‌های بهینه سازی اطلاق می‌شوند که الهام گرفته از بعضی فرایندهای فیزیکی یا رفتار موجودات می‌باشند. در دو دهه‌ی اخیر بهینه‌سازی چندهدفه با استفاده از روش‌های مکاشفه‌ای، یکی از زمینه‌های پژوهشی پر کاربرد و مورد استفاده‌ی محققان شده است. محبوبیت این روش‌ها به دلایل زیر است:

1. عدم نیاز به اطلاعات مشتقی توابع
 2. سهولت در قابلیت اجرا
 3. انعطاف‌پذیری و قابلیت اجرای وسیع
- اکثر این روش‌ها به صورت جمعیتی عمل کرده و برای هدایت جستجو از تابع برازندگی استفاده می‌کنند. از آنجا که الگوریتم‌های مکاشفه‌ای را رویکرد موازی به حل مسائل پرداخته و همواره مجموعه‌ای از پاسخ‌ها را ایجاد می‌کنند، ابزاری مناسب برای حل مسائل چندهدفه بشمار می‌آیند [19].

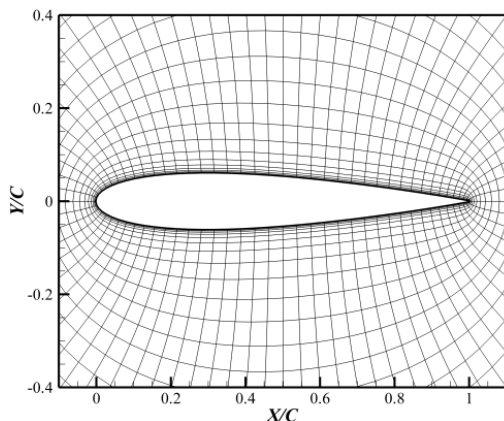


Fig. 2 A sample of used mesh in the present work

شکل 2 نمونه‌ای از شبکه مورد استفاده در کار حاضر

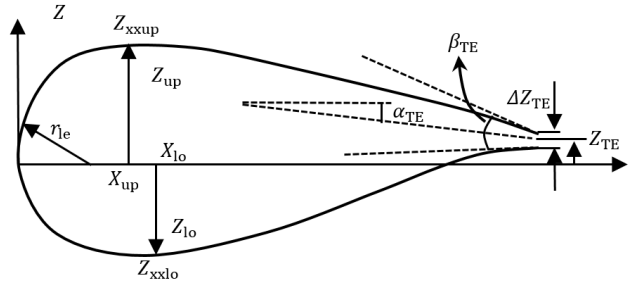


Fig. 1 Parsec control parameters

شکل 1 پارامترهای کنترلی پارسس

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F_i}{\partial x} + \frac{\partial G_i}{\partial y} = \frac{1}{Re_\infty} \left(\frac{\partial F_v}{\partial x} + \frac{\partial G_v}{\partial y} \right) + S \quad (2)$$

که W بردار کمیات جریان، F_i و G_i بردارهای شار غیرلزج، F_v و G_v بردارهای شار لزج و S جمله چشمه بوده که به صورت زیر تعریف می‌گردند:

$$W = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E \\ \rho \hat{v} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$F_i = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (E + p)u \\ \rho \hat{v} u \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$G_i = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (E + p)v \\ \rho \hat{v} v \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$F_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{yx} \\ \tau_{xx}u + \tau_{xy}v + q_x \\ \frac{\rho}{\sigma} (v + \hat{v}) \frac{\partial \hat{v}}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$G_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{xy}v + \tau_{yx}u + q_y \\ \frac{\rho}{\sigma} (v + \hat{v}) \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ D \end{bmatrix} \quad (8)$$

در معادلات (2) تا (8) ρ, v, u, P و E به ترتیب مولفه‌های سرعت در جهات x و y ، چگالی، متغیر میانی لزجت درهم سینماتیکی، فشار استاتیک و مجموع انرژی درونی و جنبشی هستند. هم‌چنین τ مولفه‌های تنش و q شار حرارتی را نشان می‌دهد. D نیز جمله‌ی چشمه‌ی مربوط به مدل درهم مورد استفاده می‌باشد. به منظور حل عددی معادلات حاکم از کد عددی استفاده شده است. در این کد عددی، انفصال معادله (2) به روش حجم محدود (طرح تفاضل مرکزی) صورت گرفته است. همچنین انتگرال‌گیری زمانی صریح به

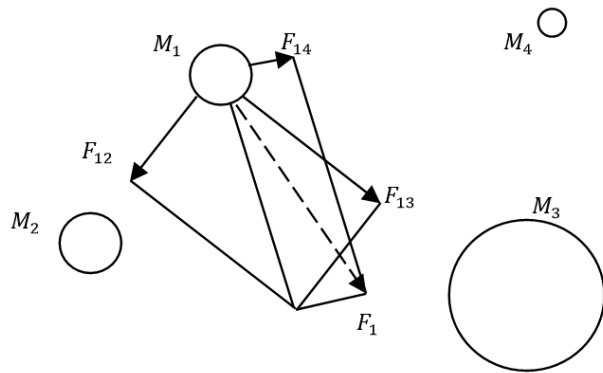


Fig. 3 Acceleration of each mass towards applied total force
 شکل 3 شتاب هر جرم در راستای نیروی کلی اعمال شده

هر تکرار طبق رابطه ی (15) به صورت نمایی کاهش پیدا می یابد:

$$G(t) = G(0) e^{-\tau \left(\frac{t}{\text{itermax}} \right)} \quad (15)$$

$G(0)$ و τ اعداد ثابتی می باشند. با این ضرایب، کاوش و بهره وری کنترل شده به طوریکه مقادیر بزرگ $G(t)$ کاوش بیشتر و مقادیر کوچک آن بهره وری بیشتر را به دنبال خواهند داشت.

جرم ذرات باید بر مبنای شایستگی تابع هدف در نظر گرفته شود. برای این منظور روابط (16) و (17) تعریف می گردد:

$$M_i(t) = \frac{m_i(t)}{\sum_{i=1}^N m_i(t)} \quad (16)$$

در روابط فوق m_i جرمی است که به ذره i نسبت داده می شود و $M_i(t)$ مقدار نسبی جرم هر ذره نسبت به سایر ذرات است. در روابط فوق $best(t)$ و $worst(t)$ به صورت زیر می باشند:

$$m_i(t) = \frac{\text{fit}(X_i(t)) - \text{worst}(t)}{\text{best}(t) - \text{worst}(t)} \quad (17)$$

$$\text{best}(t) = \min\{\text{fit}(x_i(t))\} \quad ; \quad j = 1, \dots, N \quad (18)$$

$$\text{worst}(t) = \max\{\text{fit}(x_i(t))\} \quad ; \quad j = 1, \dots, N \quad (19)$$

در الگوریتم GSA تمامی ذرات به یکدیگر نیرو وارد می کنند اما در کار حاضر به منظور استفاده از نخبه گرایی در الگوریتم، برای محاسبه نیرویی که بر ذره i وارد می شود، تنها نیروهای اعمالی از سمت k_{best} نماینده (جرم) که بهترین نتایج را دارند، لحاظ می شوند. این نیروها می بایست با یک عدد تصادفی به صورت زیر با یکدیگر جمع شوند:

$$F_i^d(t) = \sum_{j \in K_{\text{best}} \neq i} r \times F_{ij}^d(t) \quad (20)$$

در رابطه 20، F_{ij}^d نیرویی است که در جهت d از سمت جرم j به جرم i وارد می شود.

نیروی اعمالی بر جرم i منجر به شتاب زیر می شود:

$$a_i^d(t) = \frac{F_i^d(t)}{M_i(t)} \quad (21)$$

در نتیجه سرعت و مکان ذرات به شکل زیر تغییر خواهد کرد:

$$v_i^d(t+1) = a_i^d(t) + \text{rand} \times v_i^d(t) \quad (22)$$

$$x_i^d(t+1) = x_i^d(t) + v_i^d(t+1) \quad (23)$$

2-1-4 الگوریتم بهینه سازی چند هدفه جستجوی گرانشی (MOGSA⁴)

ضرایب پسا و برآ از مهمترین فاکتورهای عملکرد یک ایرفویل می باشند. لذا در کار حاضر ضرایب برآ و پسا به عنوان توابع هدف در نظر گرفته شده و به ترتیب به بیشینه و کمینه کردن آن ها به صورت همزمان پرداخته می شود. این توابع به صورت روابط (9) و (10) تعریف می شوند:

$$C_l = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} U_{\infty}^2 C} \quad (9)$$

$$C_d = \frac{Dr}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} U_{\infty}^2 C} \quad (10)$$

L و Dr در روابط (9) و (10) به ترتیب نیروی برآ و پسا هستند و به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$L = \int_0^C [-P \cos \theta + \tau \sin \theta]_{\text{up}} ds + \int_0^C [P \cos \theta + \tau \sin \theta]_{\text{low}} ds \quad (11)$$

$$Dr = \int_0^C [P \sin \theta + \tau \cos \theta]_{\text{up}} ds + \int_0^C [-P \sin \theta + \tau \cos \theta]_{\text{low}} ds \quad (12)$$

1-4 معرفی الگوریتم جستجوی گرانشی (GSA¹)

الگوریتم جستجوی گرانشی یک روش بهینه سازی مبتنی بر قوانین جاذبه و حرکت نیوتن است. در این روش هر جواب به صورت یک ذره در نظر گرفته می شود که دارای جرمی متناسب با عملکردش است. این بدان معناست که جواب های بهتر دارای جرم های بیشتری هستند که در نتیجه، توانایی و امکان بیشتری برای جذب بقیه ی جرم ها دارند. بر مبنای قانون نیوتن، مطابق شکل 3 هر ذره توسط نیروهای جاذبه از ذرات دیگر اطراف خود تاثیر می پذیرد. نیروی جاذبه بین دو ذره نسبت مستقیم با جرم آن ها، و نسبت معکوس با مربع فاصله بین آن ها دارد. این نیروها منجر به حرکت اجسام به سمت یکدیگر می شود. قانون حرکت بیان می کند که شتاب هر ذره با نیروی کلی اعمال شده روی آن نسبت مستقیم و با جرم آن نسبت معکوس دارد. بنابراین در یک گروه از اجرام، جرم های کوچک تر به سمت جرم های سنگین تر حرکت می کنند. در این الگوریتم بهینه سازی، هر جرم بیانگر یکی از جواب های مسئله می باشد. به عبارت دیگر، تمامی جواب ها به سمت جواب های بهتر حرکت می کنند.

1-1-4 الگوریتم بهینه سازی تک هدفه جستجوی گرانشی

در الگوریتم GSA، هر ذره در هر مرحله، با n بُعد در فضای محاسباتی، به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$X_i = [x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^d, \dots, x_i^n] \quad ; \quad i = 1, \dots, N \quad (13)$$

در رابطه (13)، N تعداد ذرات و x_i ها متغیرهای مسئله و X_i مکان نسبت داده شده به هر ذره می باشند. هر دو ذره i و j با پیروی از قانون جاذبه ی زیر به سمت یکدیگر جذب می شوند:

$$F_{ij}^d(t) = \frac{G(t) M_i(t) M_j(t)}{R_{ij} + \varepsilon} (x_j^d(t) - x_i^d(t)) \quad (14)$$

در رابطه (14)، t شماره ی تکرار و ε عددی بسیار کوچک به منظور جلوگیری از صفر شدن مخرج است.

به منظور کنترل کاوش² و بهره وری³، $G(t)$ به عنوان ثابت گرانش، در

¹ Gravitational Search Algorithm

² Exploration

³ Exploitation

⁴ Multi Objective Gravitational Search Algorithm

مخزن اولیه و مخزن جدید با یکدیگر مخلوط و مقایسه می شوند تا جواب های نامغلوب، بهره وری شده و مخزن به روز گردد [20].

4-2- معرفی الگوریتم جمعیت ذرات (PSO⁷)

این روش با ایجاد یک گروه شامل اجزای کاملاً تصادفی آغاز می شود و جستجو در حلقه اصلی و با تکرارهای مداوم صورت می گیرد. در این روش، نحوه جستجو در فضای پاسخ، از حرکات منظم جمعی پرندگان و ماهی ها اقتباس شده است. برای مدل سازی نظم موجود در حرکت جمعی این جانداران دو دیدگاه در نظر گرفته شده است. یک بُعد، تعاملات اجتماعی موجود بین اعضای گروه و بُعد دیگر امتیازات فردی است که ممکن است هر یک از اعضای گروه واجد آنها باشد. در بعد اول همه اعضای گروه موظف اند همواره موقعیت خود را با تبعیت از بهترین فرد گروه تغییر دهند و در بعد دوم لازم است تک تک اعضا بهترین موقعیتی را که تاکنون شخصا تجربه کرده اند در حافظه خود نگهداری کرده و تمایلی نیز به سمت چنین موقعیتی داشته باشند.

4-2-1- الگوریتم بهینه سازی تک هدفه جمعیت ذرات

در ابتدا یک گروه اولیه شامل تعداد معینی از ذرات (با سرعت اولیه صفر برای هر کدام)، کاملاً به طور تصادفی ایجاد می شوند. روابط (30) و (31) نحوه تغییر موقعیت مکانی اعضا را نشان می دهد:

$$x_i^d(t+1) = x_i^d(t) + v_i^d(t+1) \quad (30)$$

$$v_i^d(t+1) = w(t) v_i^d(t) + c_1 r_1 (pbest_i^d - x_i^d(t)) + c_2 r_2 (gbest^d - x_i^d(t)) \quad (31)$$

در روابط فوق، r_1 و r_2 اعداد تصادفی بین صفر و یک، c_1 و c_2 ضرایب مثبت و w وزن اینرسی است. همچنین $pbest_i^d$ و $gbest^d$ به ترتیب بیانگر بهترین مکان ذره i ام و بهترین مکان در بین تمام ذرات می باشد. d نیز بیانگر بُعد هر متغیر است.

4-2-2- الگوریتم بهینه سازی چند هدفه جمعیت ذرات (MOPSO⁸)

در این روش پس از اینکه توابع هدف برای هر کدام از ذرات محاسبه شد، موقعیت ذرات نامغلوب در مخزن ذخیره می شود. همچنین برای بهینه سازی چندهدفه، بجای استفاده از فرمول (31)، از رابطه زیر استفاده می شود [14]:

$$v_i^d(t+1) = w(t) v_i^d(t) + c_1 r_1 (pbest_i^d - x_i^d(t)) + c_2 r_2 (Rep(d) - x_i^d(t)) \quad (32)$$

قرارگیری کمیت Rep بجای gbest، تفاوت رابطه فوق با رابطه (31) می باشد. در واقع Rep یکی از اعضای مخزن می باشد که به صورت تصادفی انتخاب شده و وظیفه رهبری سایر اعضا را به عهده دارد. به بیان دیگر به دلیل اینکه اعضای مخزن بهترین جواب های نامغلوب هستند، بهترین نماینده برای هدایت سایر اعضا می باشند. لذا حرکت ذرات، نسبتاً سمت و سوی مناسب تری گرفته و جواب های احتمالی بهتری حاصل خواهند شد.

5- نتایج

قبل از انجام بهینه سازی دوهدفه مستقیم، به منظور نشان دادن توانایی و صحت مجموعه ی بهینه ساز (شامل توصیف هندسه ایرفویل، حل گر عددی و

بیشتر مسائل بهینه سازی در جهان واقعی، شامل تعداد زیادی از توابع هدف بوده که معمولاً نیز با هم در مغایرت می باشند. برای حل چنین مسائلی، از الگوریتم های بهینه سازی چند هدفه به منظور یافتن جبهه پرتو¹ استفاده می شود [19]. در بهینه سازی یک هدفه، در پایان حل، یک جواب بدست آمده که بهترین جواب است. درحالی که در بهینه سازی چندهدفه با چندین جواب روبرو بوده که جبهه پرتو را تشکیل می دهند. جبهه پرتو در واقع مجموعه ای از جواب های بهینه می باشد که هیچکدام از جواب ها نسبت به هم برتری نداشته به گونه ای که پاسخ بهینه برای یکی، از دید یک یا چند تابع هدف دیگر نامطلوب است. این واقعیت لزوم یک مصالحه معقولانه بین جواب های به دست آمده را آشکار می کند.

مسئله ی کمینه سازی را در نظر بگیرید که در آن هدف، بدست آوردن کمینه تعداد (m) تابع هدف به شکل زیر باشد:

$$\min F = [f_1(X_i), f_2(X_i), \dots, f_m(X_i)] \quad (24)$$

با توجه به این مسئله، اگر X_1, X_2 را مغلوب کند، دو شرط زیر باید ارضا شود:

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, m\} \quad f_i(X_1) \leq f_i(X_2) \quad (25)$$

$$\exists j \in \{1, 2, \dots, m\} \quad f_j(X_1) < f_j(X_2) \quad (26)$$

در بهینه سازی چند هدفه، چون مسئله دارای چندین تابع هدف می باشد، یک استراتژی جدید می بایست در نظر گرفت و مقادیر توابع چندهدفه جایگزین مقدار تابع تک هدفه شود. به منظور حل این مسئله، روش توابع فازی برای نسبت دادن مقدار به هر ذره، مناسب با مقدار تابع آن، به صورت زیر بکار گرفته می شود:

$$\mu_n(X_i, t) = \frac{f_{\max, n}(t) - f_n(X_i, t)}{f_{\max, n}(t) - f_{\min, n}(t)} \quad (27)$$

که $\mu_n(X_i, t)$ عددی بین صفر و یک و نمایانگر برانزنگی ذره X در n امین تابع هدف می باشد. برای نسبت دادن تنها یک مقدار از تمام توابع به هر ذره، پارامتر جدیدی به شکل زیر تعریف می شود:

$$\mu(j, t) = \sum_{n=1}^{n_{eq}} \omega_n \mu_n(X_j, t) \quad (28)$$

در رابطه فوق، ω_n ضریب وزنی n امین تابع هدف بوده که متناسب با اهمیت آن، دارای مقداری بین صفر و یک می باشد. این مقدار در کار حاضر برابر 1 در نظر گرفته شده است. مقدار $\mu(j, t)$ را می توان به شکل زیر بی بُعد کرد:

$$N\mu(j, t) = \frac{\mu(j, t)}{\sum_{i=1}^N \mu(j, t)} \quad (29)$$

جواب های بدست آمده در مسائل بهینه سازی چندهدفه، نامغلوب² هستند و نسبت به هم هیچ برتری ندارند. به منظور بهره وری در کل برنامه، جواب ها در بایگانی³ به نام مخزن⁴ ذخیره می شوند. برای این منظور، ابتدا مقادیر اعضای اولیه که در اولین تکرار مقداردهی اولیه شده اند، طبق روابط (25) و (26)، با یکدیگر مقایسه گردیده و آن اعضای که توسط اعضای دیگر مغلوب نشوند، مخزن اول⁵ را تشکیل می دهند. سپس مخزن می بایست در هر مرحله به روز شود. برای انجام این کار می بایست هر ذره جدید که در مرحله بعد ایجاد می شود با سایر اعضای جدید و اعضای نامغلوب مخزن اولیه مقایسه گردیده و در بایگانی جدیدی به نام مخزن جدید⁶ ذخیره شوند. آن گاه اعضای

¹ Pareto Front

² Non-Dominated

³ Archive

⁴ Repository

⁵ First Repository

⁶ New Repository

⁷ Particle Swarm optimization

⁸ Multi Objective Particle Swarm

الگوریتم بهینه‌ساز)، ابتدا یک مسئله بهینه‌سازی معکوس ارائه شده خواهد شد.

5-1- بهینه‌سازی معکوس دوهدفه

به منظور بهینه‌سازی معکوس دوهدفه، جریان حول ایرفویل NACA0012 تحت شرایط زیر حل شده و ضرایب پسا و برآ بدست می‌آید.

روند کار به این صورت است که یک دسته ایرفویل (64 عدد) به عنوان ایرفویل‌های شروع کننده به صورت تصادفی انتخاب شده و هدف، بدست آوردن ایرفویل‌هایی است که توابع هدف در نظر گرفته شده زیر را ارضا کنند:

$$\min : 1 = |C_l - TL| \quad (33)$$

$$\min : 2 = |C_d - TD| \quad (34)$$

در روابط (33) و (34) مقادیر TL و TD به ترتیب ضرایب برآ و پسای ایرفویل NACA0012 در شرایط فوق است. هدف، کمینه کردن اختلاف برآی ایرفویل‌ها با برآی ایرفویل هدف و همچنین کمینه کردن اختلاف پسای ایرفویل‌ها با پسای ایرفویل هدف به طور همزمان می‌باشد. با اعمال شرایط جریان فوق و انجام بهینه‌سازی، نتایج بدست آمده برای مقادیر توابع هدف در جدول 1 نمایش داده شده است. جدول 2 نیز نمایانگر پسا و برآی ایرفویل‌های بدست آمده از مجموعه بهینه‌ساز بوده که با دقت خوبی برابر مقادیر پسا و برآی ایرفویل هدف (NACA0012) می‌باشند. لذا این نتایج نشان‌دهنده عملکرد مناسب مجموعه بهینه‌ساز است.

5-2- بهینه‌سازی دوهدفه هندسه ایرفویل (بهینه‌سازی مستقیم)

پس از اینکه عملکرد و صحت مجموعه بهینه‌ساز مورد بررسی قرار گرفت، به بهینه‌سازی مستقیم پرداخته می‌شود. در این راستا به بهینه‌سازی هندسه ایرفویل با اهداف توأم کمینه پسا و بیشینه برآ تحت شرایط آشفته و گذر صوتی زیر پرداخته شده که مشابه شرایط کار آیاما و همکاران [7] می‌باشد.

در این حالت از دو روش جستجوی گرانشی و جمعیت ذرات به منظور بهینه‌سازی پرداخته شد. تعداد تکرارها و ذرات بکار رفته در دو الگوریتم فوق مشابه کار آیاما و همکاران (الگوریتم ژنتیک) [7] و به ترتیب برابر 60 و 64 در نظر گرفته شده است. ضرایب مورد استفاده در دو الگوریتم نیز در جدول 3 آمده است. در کار حاضر در هر دو روش بهینه‌سازی، ایرفویل NACA0012 یکی از 64 ایرفویل اولیه در نظر گرفته شده است.

هر دو الگوریتم، با شروع از 64 ایرفویل اولیه به حل پرداخته و به سمت ایرفویل‌هایی هدایت می‌شوند که توابع هدف ذکر شده در بالا را تأمین کنند. به منظور جلوگیری از ایجاد هندسه نامناسب و صرف وقت بیش از اندازه، می‌بایست محدودیت‌هایی در حل اعمال شود. محدوده پارامترهای کنترلی در جدول 4 آمده است. دسته ایرفویل‌های بدست آمده توسط دو روش بهینه‌سازی جمعیت ذرات و جستجوی گرانشی و مقایسه‌ی آن‌ها با نتایج مقاله اوایاما و همکاران [7]، در شکل 4 نشان داده شده است. توجه به این نکته ضروری است که هیچکدام از ایرفویل‌های بهینه نسبت به یکدیگر برتری ندارند. همانطور که در شکل 4 مشاهده می‌شود، جبهه‌ی پرتوی ایجاد شده توسط روش جستجوی گرانشی پایین‌تر از دو جبهه‌ی پرتو بدست آمده از روش‌های دیگر بهینه‌سازی (MOPSO و الگوریتم ژنتیک) قرار دارد. چون مقادیر پسا و برآی ایرفویل‌های حاصل از روش جستجوی گرانشی به ترتیب کمتر و بیشتر از مقادیر نظیر آن‌ها در دو روش دیگر است در نتیجه این روش

جدول 1 مقادیر توابع هدف بهینه‌سازی معکوس دوهدفه بدست آمده توسط الگوریتم جستجوی گرانشی

Table 1 Objective functions values of two-objective inverse optimization using gravitational search algorithm

تابع هدف 1	تابع هدف 2	
3.3421×10^{-5}	1.0611×10^{-3}	ایرفویل بهینه 1
3.6876×10^{-4}	4.0082×10^{-5}	ایرفویل بهینه 2
$\alpha = 2.026 \times 10^{-1}$	$0.795875 \times 10^{-6} = 9 \times 10^{-3}$	ایرفویل بهینه 3
5.2793×10^{-4}	9.3172×10^{-6}	ایرفویل بهینه 4
6.8115×10^{-5}	5.1204×10^{-5}	ایرفویل بهینه 5
3.6485×10^{-4}	6.1502×10^{-6}	ایرفویل بهینه 6

جدول 2 مقادیر برآ و پسای ایرفویل‌های حاصل از الگوریتم جستجوی گرانشی معکوس دوهدفه

Table 2 Lift and drag values of airfoils using two-objective inverse gravitational search algorithm

پسا	برآ	
0.482305	0.0377726	ایرفویل NACA0012 (ایرفویل هدف)
0.482338	0.0388341	ایرفویل بهینه 1
0.482673	0.0377329	ایرفویل بهینه 2
0.484807	0.0377654	ایرفویل بهینه 3
0.481777	0.0377636	ایرفویل بهینه 4
0.482373	0.0378242	ایرفویل بهینه 5
0.485953	0.0377668	ایرفویل بهینه 6

جدول 3 ثوابت بکار رفته در الگوریتم‌های جستجوی گرانشی و بهینه‌سازی جمعیت ذرات

Table 3 Constants used in gravitational search algorithm and swarm particle optimization algorithm

روش جستجوی گرانشی	روش جمعیت ذرات	
$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.4$	$\omega M_{\infty} = 0.8$
$\alpha = 0.5$	$\alpha = 1.6$	$Re_{\infty} = 10^6$

دسته ایرفویل‌های مناسب‌تری را نسبت به دو روش دیگر در اختیار قرار می‌دهد. تعداد ایرفویل‌های بدست آمده توسط الگوریتم‌های جستجوی گرانشی و جمعیت ذرات به ترتیب برابر 82 و 47 بوده و مدت زمان اجرای حل مجموعه بهینه‌ساز با استفاده از الگوریتم دوهدفه جستجوی گرانشی (MOGSA) برابر 43 ساعت و 48 دقیقه و برای جمعیت ذرات (MOPSO) 41 ساعت و 12 دقیقه می‌باشد. جدول 5 (آورده شده در پیوست) نشان دهنده مقادیر توابع هدف بدست آمده از روش جستجوی گرانشی برای 82 ایرفویل حاصل می‌باشد. ممان پیچشی یکی دیگر از فاکتورهای عملکرد ایرفویل محسوب می‌شود که بیانگر مقدار کل گشتاور وارد شده به ایرفویل حول مرکز آیرودینامیکی است و با C_m نمایش داده می‌شود [21]. شکل 5 بیانگر تغییرات C_m نسبت به C_l/C_d برای این 82 ایرفویل می‌باشد. با توجه به این شکل، برای ایرفویل‌های قرار گرفته بر روی منحنی پرتو حاصل از بهینه‌سازی کار حاضر (شکل 4)، در ایرفویل‌های دارای نسبت برآ به پسای بیشتر، ضریب ممان پیچشی کاهش می‌یابد. دو نمونه از هندسه ایرفویل‌های بدست آمده که دارای بیشترین برآ و کمترین پسا در بین سایر ایرفویل‌های حاصل از روش MOGSA بوده، در شکل 6 آمده است. این دو ایرفویل، ایرفویل‌های اول و 82 ام بوده که موقعیت آن‌ها روی جبهه‌ی پرتو

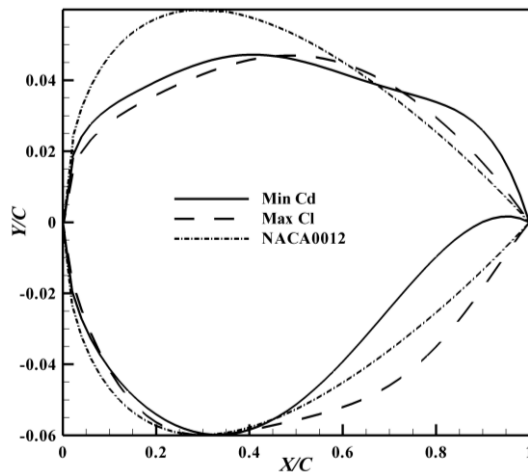


Fig. 6 Two samples of optimized airfoils obtained using MOGSA
 شکل 6 دو نمونه از ایرفویل های بهینه بدست آمده توسط روش MOGSA

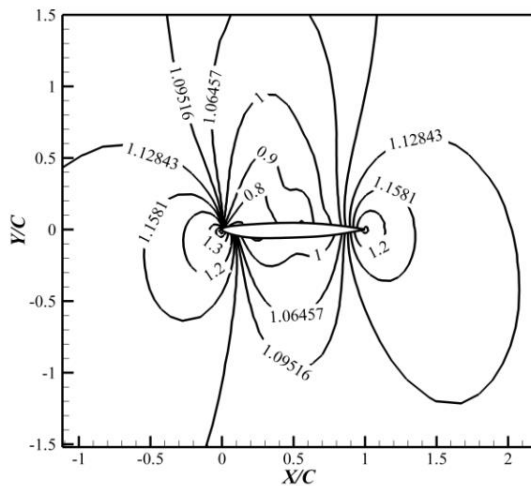


Fig. 7 Pressure contours distribution around optimized airfoil with maximum lift using MOGSA $\alpha = 2$, $M_\infty = 0.8$, $Re_\infty = 10^6$
 شکل 7 توزیع خطوط فشار ثابت حول ایرفویل بهینه با بیشترین برآ توسط $\alpha = 2$, $M_\infty = 0.8$, $Re_\infty = 10^6$ MOGSA

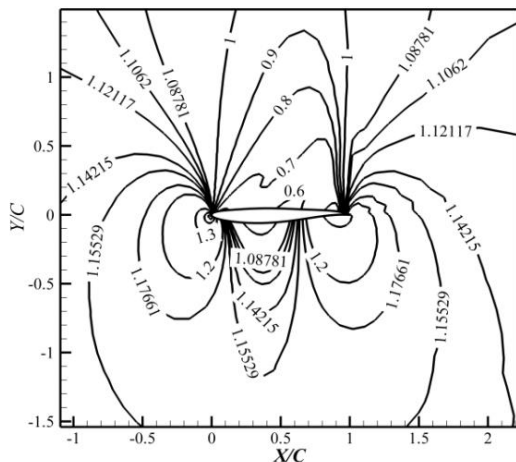


Fig. 8 Pressure contours distribution around optimized airfoil with minimum drag using MOGSA $\alpha = 2$, $M_\infty = 0.8$, $Re_\infty = 10^6$
 شکل 8 توزیع خطوط فشار ثابت حول ایرفویل بهینه با کمترین پسا توسط $\alpha = 2$, $M_\infty = 0.8$, $Re_\infty = 10^6$ MOGSA

در شکل 4 نشان داده شده است.

شکل های 7 و 8 به ترتیب توزیع فشار حول ایرفویل های بهینه با بیشترین برآ و کمترین پسا را نشان می دهند. وجود موج ضربه ای برای ایرفویل بهینه مناسب نمی باشد. همانطور که در شکل های 7 و 8 مشاهده می شود امواج ضربه ای در انتهای ایرفویل قرار گرفته که باعث عملکرد بهتر ایرفویل تحت شرایط جریان می شود. همچنین تقارن هندسی ایرفویلی که دارای بیشترین برآ بوده (شکل 7)، بیشتر از ایرفویلی است که دارای کمترین پسا می باشد (شکل 8).

جدول 4 محدوده پارامترهای کنترلی تولید هندسه به روش پارسس

Table 4 Limitation of Control parameters of shape production using parsec method

r_{le}	X_{up}	Z_{up}	X_{lo}	Z_{lo}	Z_{xxup}	Z_{xxlo}	α_{TE}	β_{TE}	
0.08	0.6	0.1	0.7	0.06	-0.01	0.3	0.01	0.5	حد بالایی
0.05	0.1	0.02	0.1	0.04	-1.2	-1	0.15	0	حد پایینی

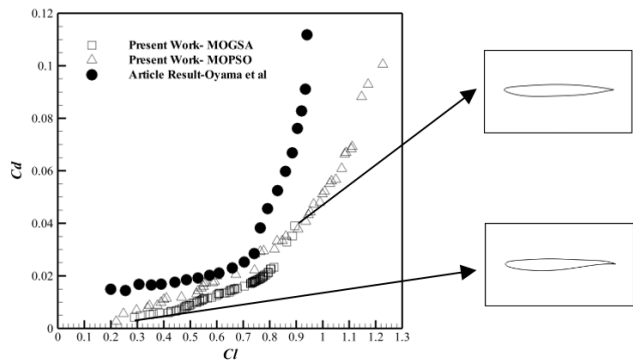


Fig. 4 Comparison of different methods results for two-objective direct optimization of airfoil

شکل 4 مقایسه نتایج روش های مختلف به منظور بهینه سازی مستقیم دوهدفه ایرفویل

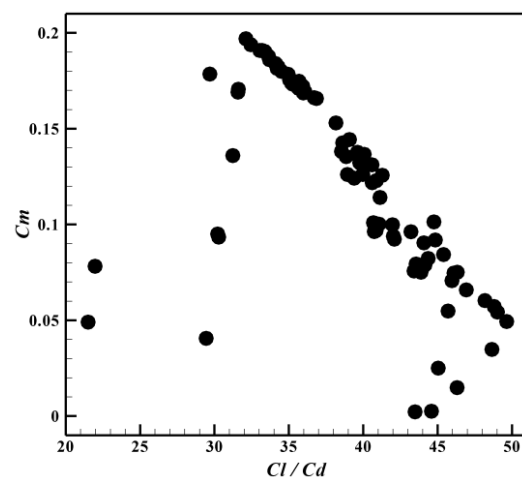


Fig. 5 Changes of pitching moment coefficient compared to proportion of lift coefficient to drag coefficient for the 82 optimized airfoils (with lift and drag objective functions) using gravitational search algorithm

شکل 5 تغییرات ممان پیچشی نسبت به ضریب برآ به پسا برای 82 ایرفویل بهینه (با توابع هدف برآ و پسا) حاصل از الگوریتم جستجوی گرانشی

6- نتیجه گیری

در کار حاضر از الگوریتم‌های جستجوی گرانشی (برای اولین بار) و جمعیت ذرات به همراه روش تولید هندسه پارسس به منظور بهینه‌سازی دوهدفه هندسه ایرفویل استفاده شد. معادلات تراکم‌پذیر دو بعدی ناویر-استوکس به همراه مدل اسپالارت-آلماراس برای شبیه‌سازی جریان مغشوش مورد استفاده قرار گرفت. کارایی و صحت مجموعه‌های بهینه‌ساز با بهینه‌سازی معکوس و مستقیم دوهدفه مورد بررسی قرار گرفته و نتایج زیر حاصل شد:

1. نتایج بهینه‌سازی معکوس حاکی از عملکرد خوب مجموعه‌ی بهینه‌ساز می‌باشد.
2. بهینه‌سازی مستقیم دوهدفه خانواده ایرفویل‌ها با استفاده از دو الگوریتم جستجوی گرانشی و جمعیت ذرات با توابع هدف کمینه و بیشینه‌ی ضرایب پسا و برا (جبهه‌ی پرتو) حاکی از عملکرد بهتر روش بهینه‌سازی دوهدفه جستجوی گرانشی به منظور بهینه‌سازی ایرفویل می‌باشد.
3. روش MOGSA مدت زمان بیشتری را نسبت به روش MOPSO صرف بهینه‌سازی می‌کند.
4. در نهایت می‌توان این طور نتیجه گرفت که الگوریتم جستجوی گرانشی برای بهینه‌سازی دوهدفه آیرودینامیکی (به همراه روش تولید هندسه پارسس)، بهتر از روش جمعیت ذرات عمل کرده و می‌توان از آن به عنوان روشی قدرتمند و کارا در مسائل آیرودینامیکی استفاده نمود.

7- فهرست علائم

a	شتاب، ($\frac{m}{s^2}$)
D	جمله‌ی چشمه‌ی مدل مغشوش، (بی بعد)
Dr	نیروی پسا، (N)
E	مجموع انرژی درونی و جنبشی، (J)
F	نیرو، (N)
G_0	ثابت جهانی گرانش، ($\frac{m^3}{kg \cdot s^2}$)
g_{best}	بهترین ذره کلی
L	نیروی برا، (N)
$m_i(t)$	برازندگی ذره i در تکرار t ام، (بی بعد)
$M_i(t)$	مقدار نسبی برازندگی هر ذره، (بی بعد)
M_{∞}	عدد ماخ
P	فشار استاتیک، ($\frac{N}{m^2}$)
p_{best}	بهترین ذره محلی
q	شار حرارتی، ($\frac{W}{m^2}$)
$rand$	عدد تصادفی
Re	عدد رینولدز
Rep	عضو مخزن
t	شمارنده تکرار
TD	ضریب پسای ایرفویل هدف، (بی بعد)
TL	ضریب برای ایرفویل هدف، (بی بعد)
u	مولفه سرعت افقی، ($\frac{m}{s}$)
v	مولفه سرعت عمودی، ($\frac{m}{s}$)
X_i	مکان نسبت داده شده به هر ذره، (m)
علائم یونانی	
α	زاویه حمله جسم، (درجه)

8- پیوست

معادلات برای سطح بالای ایرفویل:

$$\frac{\left(1 + \left(\frac{dZ}{dX}\right)_{X=0}^2\right)^{\frac{3}{2}}}{\left(\frac{d^2Z}{dX^2}\right)_{X=0}} = r_{le} \quad (35)$$

$$Z(X_{up}) = Z_{up} \quad (36)$$

$$\left(\frac{dZ}{dX}\right)_{X=X_{up}} = 0 \quad (37)$$

$$\left(\frac{d^2Z}{dX^2}\right)_{X=X_{up}} = Z_{xxup} \quad (38)$$

$$Z(1) = Z_{TE} + \frac{1}{2} \Delta Z_{TE} \quad (39)$$

$$\left(\frac{dZ}{dX}\right)_{X=1} = \tan(\alpha_{TE} - \frac{1}{2} \beta_{TE}) \quad (40)$$

معادلات برای سطح پایین ایرفویل:

$$\frac{\left(1 + \left(\frac{dZ}{dX}\right)_{X=0}^2\right)^{\frac{3}{2}}}{\left(\frac{d^2Z}{dX^2}\right)_{X=0}} = -r_{le} \quad (41)$$

$$Z(X_{lo}) = Z_{lo} \quad (42)$$

$$\left(\frac{dZ}{dX}\right)_{X=X_{lo}} = 0 \quad (43)$$

$$\left(\frac{d^2Z}{dX^2}\right)_{X=X_{lo}} = Z_{xxlo} \quad (44)$$

$$Z(1) = Z_{TE} - \frac{1}{2} \Delta Z_{TE} \quad (45)$$

$$\left(\frac{dZ}{dX}\right)_{X=1} = \tan(\alpha_{TE} + \frac{1}{2} \beta_{TE}) \quad (46)$$

جدول 5 مقادیر برآ و پسای 82 ایرفویل حاصل از الگوریتم جستجوی گرانشی دوهدفه

Table 5 Lift and drag values of 82 airfoils using two-objective gravitational search algorithm

شماره ایرفویل	پسا	برآ
1	0.049091	0.3121011
2	0.0041925	0.2892952
3	0.0053332	0.3472603
4	0.0054861	0.3594989
5	0.0057441	0.3835797
6	0.0059127	0.4165909
7	0.0062968	0.4248326
8	0.0086113	0.4879489
9	0.0065579	0.4284346
10	0.0068151	0.4482966
11	0.0065805	0.4437697
12	0.0086289	0.4885976
13	0.0088669	0.4982906
14	0.0085101	0.4829057
15	0.0080461	0.4816365
16	0.0075706	0.4678555
17	0.0071974	0.4589334
18	0.0080064	0.4771493
19	0.0085474	0.4878410
20	0.0104801	0.5360591
21	0.0093571	0.5047808
22	0.0097643	0.5130222
23	0.0103561	0.5356398
24	0.0087968	0.4949555
25	0.0101166	0.5267453
26	0.0097901	0.5226365
27	0.0108202	0.5432127
28	0.0109524	0.5470157
29	0.0112355	0.5479866
30	0.0114051	0.5551655
31	0.0113475	0.5525331
32	0.0011837	0.5798311
33	0.0125731	0.5995600
34	0.0133710	0.6105102
35	0.0132255	0.6082991
36	0.0130612	0.6060420
37	0.0135466	0.6346378
38	0.0145961	0.6572688
39	0.0145638	0.6526341
40	0.0150936	0.6681375
41	0.0138929	0.6475128
42	0.0134923	0.6280863
43	0.0114278	0.5653728
44	0.0153023	0.6771692
45	0.0143546	0.6487751
46	0.0149193	0.6648260
47	0.0148879	0.6644264
48	0.0182180	0.7478254
49	0.0161256	0.7042311
50	0.0180001	0.7445632
51	0.0174611	0.7347934
52	0.0225885	0.8027150
53	0.0211515	0.7928659
54	0.0196515	0.7727256
55	0.0227014	0.8051478
56	0.0226475	0.8040695
57	0.0232976	0.8161467
58	0.0213576	0.7959086
59	0.0204865	0.7858964
60	0.0173712	0.7327843
61	0.0176219	0.7349944
62	0.0171039	0.7270304
63	0.0176657	0.7365267
64	0.0179278	0.7428679
65	0.0171503	0.7286977
66	0.0178126	0.7393818
67	0.0187957	0.7604886
68	0.0329891	0.8644376
69	0.0195061	0.7721658

9-مراجع

- [1] A. Jameson, Computational Aerodynamics for Aircraft Design, *Science*, Vol. 245, No. 4916, pp. 361-371, 1989.
- [2] Z. Zhang, K.Y. Lum, Airfoil Optimization Design of Drag Minimization with Lift Constraint using Adjoint Equation Method, *44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, United States, January 9-12, 2006.
- [3] S. Kim, J. J. Alonso, A. Jameson, Design Optimization of high-lift Configurations using a Viscous Continuous Adjoint Method, *40th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, United States, January 14-17, 2002.
- [4] M. Nemec, D. W. Zingg, T. H. Pulliam, Multipoint and multi-objective aerodynamic shape optimization, *AIAA journal*, Vol. 42, No. 6, pp. 1057-1065, 2004.
- [5] S. D'Angelo, E. A. Minisci, Multi-Objective Evolutionary Optimization of Subsonic Airfoils by Kriging Approximation and Evolution Control, *The 2005 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, Edinburgh, United Kingdom, September 2-5, 2005.
- [6] H. Li, J. Stewart, R. Figliola, Exergy based design methodology for airfoil shape optimization and wing analysis, *25th international congress of the aeronautical sciences*, Hamburg, Germany, September 3-8, 2006.
- [7] A. Oyama, T. Nonomura, K. Fujii, Data mining of Pareto-optimal transonic airfoil shapes using proper orthogonal decomposition, *Journal of Aircraft*, Vol. 47, No. 5, pp. 1756-1762, 2010.
- [8] R. Ma, B. Zhong, P. Liu, W. Wang, Multi-objective optimization design of low-Reynolds-number airfoil in Near Space, *3rd International Symposium on Systems and Control in Aeronautics and Astronautics (ISSCAA)*, Harbin, China, June 8-10, 2010.
- [9] R. Carrese, H. Winarto, J. Watmuff, U. J. Wickramasinghe, Benefits of Incorporating Designer Preferences Within a Multi-Objective Airfoil Design Framework, *Journal of Aircraft*, Vol. 48, No. 3, pp. 832-844, 2011.
- [10] J. M. Oliver, T. Kipouros, A. M. Savill, *A self-adaptive genetic algorithm applied to multi-objective optimization of an airfoil*, E. Tantar, A. A. Tantar, P. D. Moral, P. Bouvry, P. Legrand, C. A. Coello, O. Schutze (Eds.), *EVOLVE-A Bridge between Probability, Set Oriented Numerics, and Evolutionary Computation IV*, Vol. 227, pp. 261-276, Berlin: Springer, 2013.
- [11] A. Nejat, P. Mirzabeygi, M. S. Panahi, Airfoil shape optimization using improved Multiobjective Territorial Particle Swarm algorithm with the objective of improving stall characteristics, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 49, No. 6, pp. 953-967, 2014.
- [12] S.M. Mortazavi, M.R. Soltani, H. Motieyan, A Pareto optimal multiobjective optimization for a horizontal axis wind turbine blade airfoil sections utilizing exergy analysis and neural networks, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 136, No. 1, pp.62-72, 2015.
- [13] S. Koziel, Y. A. Tesfahunegn, L. Leifsson, Expedited constrained multi-objective aerodynamic shape optimization by means of physics-based surrogates, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 40, No. 15, pp. 7204-7215, 2016.
- [14] E. Rashedi, H. Nezamabadi-pour, S. Saryazdi, A Gravitational Search Algorithm, *Information Sciences*, Vol. 179, No. 13, pp. 2232-2248, 2009.
- [15] C. A. C. Coello, G. T. Pulido, M. S. Lechuga, Handling multiple objectives with particle swarm optimization, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 8, No. 3, pp. 256-279, 2004.
- [16] F. Jalili, M. Malek Jafarian, A. Safavi Nezhad, Introduction of an

- Conference, Palo Alto, California, June 23-25, 1981.
- [19] Z. Baniasadi, H. Nezam Abadi, M. Maghfouri, Improved Multi-Objective Gravitational Search Algorithm, *15th National Computer Conference*, Tehran, Iran, February 20-22, 2010. (in Persian فارسی)
- [20] S. Tabatabaei, A new gravitational search optimization algorithm to solve single and multiobjective optimization problems, *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, Vol. 26, No. 2, pp. 993-1006, 2014.
- [21] *Airfoils and wings*, Accessed on 14 March 2017; <http://www.dept.aoe.vt.edu/~lutze/AOE3104/airfoilwings.pdf>
- Improved Harmony Search Optimization Algorithm for Investigating of Airfoil Parameterization Methods and Aerodynamics Optimization, *Amirkabir Journal of Science & Research*, Vol. 47, No. 1, pp. 13-31, 2015. (in Persian فارسی)
- [17] P. R. Spalart, S. R. Allmaras, A one equation turbulence model for aerodynamic flows, *40th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, United States, January 6-9, 1992.
- [18] A. Jameson, W. Schmidt, E. Turkel, Numerical solutions of the Euler equations by finite volume methods using Runge-Kutta time-stepping schemes, *AIAA 14th Fluid and Plasma Dynamic*