



## تحلیل عددی اثرات سه بعدی یک ریزپمپ لزجتی بر دبی خروجی، راندمان و تولید آنتروپی به روش شبکه بولتزمن

حجت خزیمه نژاد<sup>۱</sup>، حمید نیازمند<sup>۲\*</sup>

۱- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد  
۲- استاد مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد  
\* مشهد، صندوق پستی ۱۱۱۱-۹۱۷۷۵، niazmand@um.ac.ir

### اطلاعات مقاله

در مقاله حاضر یک مطالعه عددی برای تحلیل اثرات سه بعدی پارامترهای هندسی عمق ریز مجراء، خارج از مرکزی و اندازه روتورها و نیز پارامتر عملکردی اختلاف فشار بر دبی و راندمان یک ریزپمپ لزجتی به روش شبکه بولتزمن انجام شده است. در بررسی تأثیر همزمان پارامترهای هندسی خارج از مرکزی روتورها و عمق ریز مجراء مشخص گردید در تمامی عمق‌ها با افزایش خارج از مرکزی، دبی و راندمان هر دو افزایش پیدا می‌کنند. همچنین در یک خارج از مرکزی ثابت، دبی و راندمان با افزایش عمق بیشتر می‌شوند. در بررسی بعدی که به تأثیر همزمان پارامترهای هندسی اندازه روتور و عمق ریز مجراء بر دبی و راندمان پرداخته است مشخص گردید که در تمامی عمق‌ها با کاهش قطر روتور دبی کاهش پیدا می‌کند. ولی برای راندمان، در عمق‌های پایین‌تر با کاهش و با افزایش عمق با افزایش راندمان روبرو شدید. در انتهای اثرات پارامتر عملکردی اختلاف فشار و پارامتر هندسی عمق ریز مجراء بر دبی خروجی و راندمان مورد بررسی قرار گرفته است. چنانچه نتایج این بررسی نشان می‌دهد با افزایش اخلاق فشار، دبی به صورت خطی کاهش پیدا می‌کند به طوری که در یک فشار معین دبی صفر می‌شود. همچنین تغییرات راندمان در مقابل اختلاف فشار به صورت سهموی مشاهده گردید. نتایج تحلیل آنتروپی نشان می‌دهد به طور کلی با افزایش خارج از مرکزی و قطر روتورها و نیز اختلاف فشار دو سر ریزپمپ میزان تولید آنتروپی افزایش پیدا می‌کند. همچنین در تمامی موارد با افزایش عمق ریزپمپ از میزان تولید آنتروپی کاسته شده است. در انتهای با تحلیل نتایج به دست آمده در این مقاله،  $\epsilon=0.6$  و  $S=2$  به ترتیب به عنوان پارامترهای بهینه هندسی خارج از مرکزی و اندازه روتورها و همچنین  $\Delta P^* = \Delta P_0^*/2$  به عنوان پارامتر بهینه اخلاق فشار انتخاب و معرفی شدند.

|                            |
|----------------------------|
| مقاله پژوهشی کامل          |
| دراگت: ۱۰ مرداد ۱۳۹۵       |
| پذیرش: ۱۲ آبان ۱۳۹۵        |
| ارائه در سایت: ۲۱ آذر ۱۳۹۵ |
| کلید واژگان:               |
| ریزپمپ لزجتی               |
| پارامترهای هندسی و عملکردی |
| اثرات سهموی                |
| روش شبکه بولتزمن           |

## Numerical analysis of 3D effects of viscous micropump on flow rate, efficiency and entropy generation by LBM

Hojjat Khozeymeh-Nezhad, Hamid Niazmand\*

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

\* P.O.B. 91775-1111, Mashhad, Iran. niazmand@um.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 31 July 2016

Accepted 02 November 2016

Available Online 11 December 2016

### Keywords:

Viscous Micropump  
Geometrical and Operational Parameters  
3D Effects  
Lattice Boltzmann Method

### ABSTRACT

In the present paper, a numerical study is performed for analysis of geometrical 3D parameters namely microchannel depth, eccentricity and sizes of rotors and operational parameter, specifically pressure difference on flow rate and efficiency by LBM. It was found that with the simultaneous variation of rotors eccentricity and microchannel depth for all depths, increasing eccentricity leads to the increase of both flow rate and efficiency. In addition, for a constant eccentricity both flow rate and efficiency increase with increasing depth. In the next investigation in which simultaneous effects of geometrical parameters, namely rotors sizes and the microchannel depth are discussed, it is determined that in all depths, by decreasing the rotors sizes flow rate decreases. But for efficiency, it decreases in the lower depths, while at larger depths efficiency increases by increasing depth. Finally, the effects of operational parameter of pressure difference and geometrical parameter of microchannel depth on flow rate and efficiency have been studied. As the results show, increasing the pressure difference, flow rate linearly decreases such that it became zero at a certain pressure. Moreover, it is observed that efficiency varies parabolically with pressure difference. Results of entropy analysis show that in general, the entropy generation increases with increasing eccentricity and sizes of rotors and also pressure difference. Moreover, the entropy generation decreases with increasing the micropump depth in all cases. Analysis of the obtained results in this paper indicate that  $\epsilon=0.6$  and  $S=2$  can be selected and introduced as the optimal eccentricity and sizes of rotors respectively, and  $\Delta P^* = \Delta P_0^*/2$  is selected as the optimum pressure difference.

مرسوم دیگر دارای مزایای قابل توجهی می‌باشد که از آن جمله می‌توان به

ابعاد کوچکتر، هزینه و آزادگی کمتر و ... اشاره نمود [۱, ۲].

ویژگی‌های اخیر در زمینه میکرو باعث توجه بسیاری از محققان و

پژوهشگران به این حوزه شده است. وسایل ریزسیالی در مقایسه با وسایل

### - مقدمه

پیشرفت‌های اخیر در زمینه میکرو باعث توجه بسیاری از محققان و

وسایل ریزسیالی، ریزپمپ‌ها هستند که کاملاً ضروری برای انتقال سیالات در

Please cite this article using:

H. Khozeymeh-Nezhad, H. Niazmand, Numerical analysis of 3D effects of viscous micropump on flow rate, efficiency and entropy generation by LBM, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 12, pp. 215-226, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

برای بررسی تاثیر میزان انحنای ریزمجزا بر عملکرد یک ریزپمپ لزجتی با یک روتور دایروی منفرد انجام داد. نتایج نشان دادند در تمامی اعداد رینولدز بررسی شده، ریزپمپ‌هایی با ریز مجرای خمیده به مرتب دبی بیشتری نسبت به ریزپمپ‌هایی با ریز مجراهای مستقیم تولید می‌کنند. لو و همکاران [10]، برای اولین بار تاثیر فرورفتگی زیر روتور را به صورت عددی بر عملکرد یک ریزپمپ لزجتی با یک روتور دایروی منفرد مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها در این کار دوبعدی نشان دادند هنگامی که ارتفاع فرورفتگی افزایش می‌یابد ابتدا دبی نیز افزایش و سپس کاهش می‌یابد به طوری که دبی در یک ارتفاع بهینه فرورفتگی مقدار بیشینه‌ای خواهد داشت. خزیمه نژاد و نیازمند [11]، با استفاده از روش حجم محدود یک تحلیل دوبعدی برای بررسی عددی تاثیر پارامترهای هندسی بر عملکرد یک ریزپمپ لزجتی با دو روتور دایروی پرداختند. آن‌ها همچنین در قسمتی از کار خود با استفاده از تحلیل آنتروپویی و تنها با تغییر پارامترهای هندسی و در پارامترهای عملکردی ثابت یعنی  $Re = 1$  و  $\Delta P^* = 0$  پارامترهای هندسی بهینه را برای ریزپمپ مذکور مورد مطالعه قرار دادند. همین نویسندها در کاری دیگر [12] به طور جامعی اثرات پارامترهای هندسی و عملکردی یک ریزپمپ لزجتی با سه روتور دایروی را با رویکرد کمینه‌سازی تولید آنتروپویی به روش شبکه بولتزمن مورد بررسی قرار دادند. در این کار دو بعدی محدوده‌ها و مقادیر بهینه ریزپمپ پارامترهای عملکردی و هندسی به دست آورده و معرفی شدند. اخیراً نیز در کاری جدید هو و همکاران [13] یک تحلیل دو بعدی از عملکرد ریزپمپ لزجتی با تک روتور دایروی به واسطه تغییر زاویه در ورودی و خروجی آن انجام دادند. در این کار تاثیر پارامترهای مختلفی مانند عدد رینولدز، اختلاف فشار و زاویه ورودی و خروجی ریزپمپ بر توان ورودی روتورها و نیز دبی تولیدی مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان دادند که در ورودی و خروجی‌هایی با زاویه‌ی بزرگتر، دبی افزایش ولی توان روتور کاهش پیدا می‌کند. همچنین افزایش فشار موجب کاهش دبی و افزایش توان روتور می‌شود. در کار جدید دیگری زانگ و همکاران [14] با روش بهینه‌سازی توپولوژی، یک ریزپمپ لزجتی را با تک روتور دایروی به صورت دو بعدی بهینه کردند. آن‌ها در کار خود سیال کاری را به صورت غیرنیوتی با قانون توانی مدل و هدف خود را از این بهینه‌سازی کمینه کردن تلفات لزجتی و بیشینه کردن دبی با اعمال بعضی قیود روی ساختار هندسی ریزپمپ بیان ساختند. نتایج نشان دادند که طراحی بهینه این مقاله در تمامی موارد از طراحی مرسوم ریزپمپ‌های لزجتی بهتر عمل می‌کند.

با استی ذکر گردد تمامی مقالات فوق که اغلب به صورت عددی بودند تحلیل اثرات پارامترهای مختلف بر دبی یا عملکرد ریزپمپ را به صورت دوبعدی در نظر گرفته‌اند. در حالی که در واقعیت و در حالت کاربردی ریزپمپ دارای عمقی محدود و مشخص می‌باشد. در زمینه ریزپمپ‌های لزجتی تنها کاری که اثرات سه بعدی ریزپمپ را نیز مورد بررسی قرار داده است کار دی‌کورتای و همکاران [15] می‌باشد. آن‌ها در این کار با یک شبیه-سازی نرم‌افزاری، اثرات دیوارهای جانبی ریزمجرا را بر دبی و عملکرد ریزپمپ لزجتی با یک روتور دایروی منفرد که در مرکز ریزمجرا قرار گرفته بود مورد بررسی قرار دادند.

مرور مختصر کارهای فوق نشان می‌دهد که اغلب کارهای انجام شده به بررسی تاثیر حضور یک روتور بر عملکرد ریزپمپ‌های لزجتی پرداخته‌اند و در کارهای محدودی حضور دو روتور یا بیشتر مشاهده می‌شود. همچنین در هیچ از یک پژوهش‌های قبل به جزء کار دی‌کورتای و همکاران [15]، ریزپمپ‌های

بعداد میکرو محسوب می‌شوند. ریزپمپ‌ها دارای کاربردهای زیادی در زمینه‌های مختلف از جمله الکترونیک، زیست و پزشکی می‌باشند. به طور مثال در خنکاری وسایل الکترونیکی مانند ریزترانشهای، سیستم‌های داورسانی، سیستم‌های سوخت‌رسانی در پیلهای سوختی و ... کاربرد دارند [1]. به دلیل این محدوده وسیع از کاربردها، تحقیق و توسعه روی ریزپمپ‌ها ضروری به نظر می‌رسد. ایورسن و گاریمالا [1] در مقاله خود یک بازبینی کاملی از پیشرفت‌های اخیر در رابطه با ریزپمپ‌ها انجام دادند. آن‌ها در مقاله مذکور به این نکته اشاره کردند که ریزپمپ‌های لزجتی در میان سایر ریزپمپ‌ها به دلیل سادگی در ساخت و ساختار تبدیل به یک موضوع جذاب تحقیقاتی در میان پژوهشگران شده است.

در سیستم‌های ریزسیالی به دلیل نسبت سطح به حجم بالا، نیروهای اینرسی و گریز از مرکز به طور قابل رانش حتی در سیالاتی با لزجت پایین مطرح می‌توانند به عنوان نیروی غالب رانش حتی در سیالاتی با لزجت پایین مطرح باشند [4,3]. با توجه به این موضوع، مبحث ریزپمپ‌های لزجتی ظهور پیدا کرده است. ریزپمپ‌های لزجتی به سه دسته کلی ماریپیچی، دیسکی و روتوری قابل تقسیم هستند. اما ریزپمپ‌های روتوری از لحاظ ساختار از دو نوع دیگر به مراتب ساده‌تر می‌باشند. در این نوع از ریزپمپ‌ها، از یک استوانه چرخان به عنوان روتور استفاده می‌شود که مرکز آن می‌تواند در بالا یا پایین خط افقی مار بر مرکز ریزمجرا قرار گیرد. زمانی که این روتور شروع به وارد به حرکت می‌نماید، ایجاد این نیروی خالص به سیال داخل ریزمجرا وارد شده و آن را چرخش می‌کند یک نیروی خالص به سیال داخل ریزمجرا خارج از مرکز روتور می‌باشد. وقتی روتور در وضعیت خارج از مرکز قرار گیرد مقدار تنش برشی در سطح بالا و پایین آن متفاوت بوده و همین اختلاف تنش باعث حرکت سیال درون ریزمجرا می‌گردد.

ریزپمپ‌های لزجتی با استوانه چرخان به اینوانه قرار گرفته اند [5]. آن‌ها با انجام یک کار آزمایشگاهی، تاثیر عوامل مختلف از جمله ارتفاع ریزمجرا، خارج از مرکزی روتور و سرعت زاویه‌ای را بر دبی خروجی و عملکرد ریزپمپ به طور محدود مورد مطالعه قرار دادند. بعد از این کار، شاراچندرآ و همکاران [6] یک شبیه-سازی دوبعدی برای تحلیل ریزپمپ‌های لزجتی انجام دادند. آن‌ها در کار خود از یک روتور منفرد و به شکل دایروی استفاده کردند. نتایج نشان دادند که بیشینه سرعت در ریزمجرا، به ازای یک مقدار خارج از مرکزی ثابت، در ریزمجرا می‌باشد. یک میزان خارج از مرکزی به دست می‌آید.

یانگ و همکاران [7]، با استفاده از روش شبکه بولتزمن به صورت دو بعدی عملکرد یک ریزپمپ لزجتی را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها در کار خود دو شکل متفاوت دایره و چهار پر را برای روتور ریزپمپ در نظر گرفتند. نتایج نشان دادند که برای دستیابی به عملکرد بهتر، بایستی روتور دایروی و در رینولدزهای پایین‌تر انتخاب شود. لو و دینگ [8]، در یک کار دو بعدی به بررسی عددی ویژگی‌های جریان درون ریزمجرا یک ریزپمپ لزجتی با دو روتور دایروی یکسان پرداختند. در این کار تاثیر پارامترهای هندسی مختلف از قبیل خارج از مرکزی روتورها، فاصله بین روتورها و همچنین عدد رینولدز بر میزان توان مصرفی و دبی خروجی از ریزپمپ بررسی گردید. نتایج نشان دادند که با افزایش رینولدز دبی خروجی از ریزپمپ کاهش و توان مصرفی آن افزایش می‌یابد در حالی که با افزایش خارج از مرکزی روتورها دبی خروجی و توان مصرفی هر دو افزایش پیدا کردند. کانگ [9]، یک شبیه‌سازی دوبعدی

رابطه (1) تعریف می‌شود:

$$\varepsilon = \frac{y_c}{\frac{H}{2} - \frac{d}{2}} \quad (1)$$

قابل ذکر است که برای بررسی تغییر قطر روتورها پارامتر هندسی بی بعد دیگری مطابق رابطه (2) تعریف می‌شود:

$$S = \frac{H}{d} \quad (2)$$

پارامتر هندسی دیگری که می‌تواند مهمترین پارامتر در این مقاله باشد مربوط به عمق ریز مجرای است. برای بررسی تاثیر عمق ریز مجرای بر دبی و راندمان ریزپمپ پارامتر بی بعد به صورت رابطه (3) در نظر گرفته شده است:

$$W = \frac{W_m}{d} \quad (3)$$

در این مقاله اعداد بی بعد  $Re$  و  $\Delta P^*$  به عنوان پارامترهای عملکردی به ترتیب مطابق روابط (4) و (5) معروفی می‌شوند:

$$Re = \frac{U_{ref}d}{\vartheta} \quad (U_{ref} = \frac{d}{2}\omega) \quad (4)$$

$$\Delta P^* = \frac{P_{out} - P_{in}}{\rho\vartheta^2} \quad (5)$$

در رابطه (4) سرعت سطح روتورها و در رابطه (5)  $P_{out}$  و  $P_{in}$  به ترتیب فشار در ورودی و خروجی ریزپمپ،  $\rho$  چگالی و  $\vartheta$  ضریب لزجت سینماتیکی سیال می‌باشند. باستی ذکر گردد در تمامی محاسبات این مقاله عدد رینولدز مقدار ثابت 1 در نظر گرفته شده است. همچنین در خصوص بی بعدسازی رابطه (5) قابل ذکر است با توجه به این که افزایش فشار در ریزپمپ از بیرون روتورها باشد بی بعد کرد. از این رو عبارت  $\frac{\rho\vartheta^2}{d^2}$  برای بی بعدسازی پارامتر موردنظر استفاده شده است [6].

در پژوهش حاضر، تاثیر تغییر پارامترهای هندسی و عملکردی بی بعد (1) تا (5) بر دبی و راندمان ریزپمپ لزجتی و تولید آنتروپویی بررسی می‌شوند. محدوده تغییرات پارامترهای معرفی شده در این مطالعه در جدول 1 ذکر شده است. در رابطه با محدوده معرفی شده برای عمق ریزپمپ باستی ذکر گردد منظور از عمق بی نهایت حالت دوبعدی ریزپمپ می‌باشد.

لازم به ذکر است که در گزارش نتایج، دبی و راندمان بی بعد در این مقاله به ترتیب به صورت روابط (6) و (7) محاسبه و استفاده شده است.

$$Q = \frac{q}{HWU_{ref}} \quad (q = \int_0^W \int_0^H u dA) \quad (6)$$

$$\eta = \frac{SQ\Delta P^*}{Re^2 C_M} \quad (C_M = \frac{1}{W} \int_0^W \int_0^{2\pi} \tau d\theta dz) \quad (7)$$

که  $\tau$  تنش برشی بی بعد شده با  $\rho U_{ref}^2$  می‌باشد.

**جدول 1** محدوده تغییرات پارامترهای بی بعد معرفی شده در این مطالعه  
**Table 1** Variations range of dimensionless parameters introduced in this study

| پارامتر معرفی شده                          | محدوده تغییرات |
|--|----------------|
| عدد بی بعد خارج از مرکزی ( $\varepsilon$ ) | 0.1 - 0.7      |
| عدد بی بعد اندازه روتورها (S)              | 1.5 - 3.5      |
| عدد بی بعد عمق ریز مجرای (W)               | 0.5 - $\infty$ |
| عدد بی بعد اختلاف فشار ( $\Delta P^*$ )    | 0 - 50         |

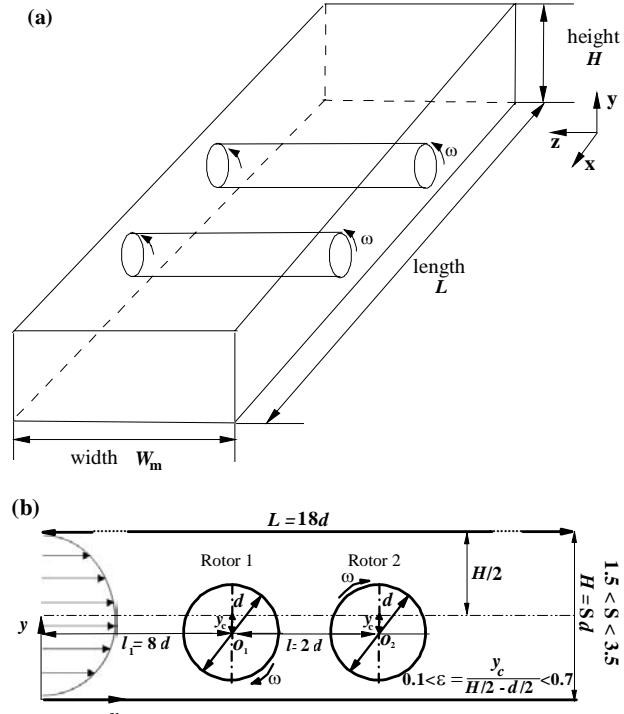
لزجتی از دیدگاه سه بعدی موردنظری قرار نگرفته است. در این کار نیز چنانچه ذکر شد تنها یک روتور دایروی منفرد در مرکز ریز مجرای لحظه گردیده است. در همین راستا، در کار حاضر تحلیل بسیار جامع‌تری با توجه به در نظر گرفتن اثرات سه بعدی ریزپمپ لزجتی در حضور دو روتور دایروی به روش شبکه بولتزمن انجام شده است. همچنین با توجه به این که در هیچ کاری یک تحلیل آنتروپویی با در نظر گرفتن اثرات سه بعدی ریزپمپ صورت نگرفته است در انتهای تأثیر تغییرات پارامترهای هندسی و عملکردی مورد مطالعه در این مقاله بر تولید آنتروپویی مورد بررسی قرار گرفته است.

## 2- فیزیک مساله و فرضیات

شمایتیکی از فیزیک مساله حاضر و شرایط مرزی آن در "شکل 1" نشان داده شده است. مساله مورد نظر شامل یک ریز مجرای تخت با ارتفاع  $H$ ، طول  $L$  و عمق  $W_m$  در نظر گرفته شده است. برای دستیابی به شرایط جریان کاملاً توسعه یافته درون ریز مجرای باستی طول  $l_1$  که در "شکل 1" نیز نشان داده شده است حداقل هشت برابر قطر بزرگ‌ترین روتور لحظه گردد [15]. بدین منظور در تمامی محاسبات طول  $l_1$  برابر  $8d$  به طور ثابت انتخاب شده است.

قابل ذکر است با توجه به این که روتور دوم نیز باستی تا انتهای ریز مجرای حداقل هشت برابر قطر بزرگ‌ترین روتور فاصله داشته باشد بنابراین فاصله مرکز روتور دوم تا ابتدای ریز مجرای نیز مقدار ثابت  $10d$  لحظه شده است.

با توجه به "شکل 1"، درون ریز مجرای تخت نشان داده شده دو روتور دایروی با قطرهای مساوی  $d$  و سرعت زاویه‌ای  $\omega$  به صورت خارج از مرکز در نظر گرفته شده است. این دو روتور می‌توانند در فاصله‌های معمودی مختلفی از مرکز ریز مجرای قرار گیرند. در همین راستا عدد بی بعد  $S$  که نشان دهنده میزان خارج از مرکزی روتورها می‌باشد برای هر یک از روتورها به صورت



**Fig. 1** A schematic of the problem geometry (a) 3D view (b) 2D view of x-y

**شکل 1** شماتیکی از هندسه مساله حاضر (a) نمای سه بعدی (b) نمای دو بعدی در مختصات X-Y

4-1-1- حل معادلات ناویراستوکس و پیوستگی در روش شبکه بولتزمن  
چنانچه ذکر شد متغیر اصلی در رابطه بولتزمنتابع توزیع ذره  $f(r,e,t)$  است. تابعی که معرف احتمال حضور ذرات با سرعت مشخص  $e$  در مکان  $r$  و زمان  $t$  می‌باشد. معادله حاکم برتابع توزیع  $f$  براساس رابطه بولتزمن به صورت ذیل نوشته می‌شود [19,18]:

$$\frac{\partial f(r,e,t)}{\partial t} + e \cdot \nabla f(r,e,t) = \Omega \quad (13)$$

که در معادله فوق  $\Omega$  اپراتور برخورد می‌باشد.

در روش شبکه بولتزمن میدان محاسباتی در یک شبکه منظم مدل می‌شود. هر کدام از گرههای این شبکه‌ی گرهی حاوی مجموعه‌ای از ذرات سیال هستند که می‌توانند در مسیرهای جداگانه‌ای حرکت کنند. بنابراین با توجه به تعداد مسیرهایی که ذرات سیال قادر به حرکت می‌باشند مدل‌های مختلفی برای انفال معادله (13) ارائه شده است. با توجه به این که در مسائل سه‌بعدی مدل ارائه شده با 19 سرعت مجزا (D3Q19) از سایر مدل‌ها کارآیی بهتری از خود نشان داده است در شبیه‌سازی حاضر نیز از این مدل استفاده می‌شود. بر این اساس معادله (13) در شبکه‌ی سرعت مذکور به صورت معادله (14) منفصل می‌گردد [19,18]:

$$\frac{\partial f_\alpha(r,t)}{\partial t} + e_\alpha \cdot \nabla f_\alpha(r,t) = \Omega_\alpha \quad \alpha = 0, 1, \dots, 18 \quad (14)$$

در معادله (14) بردارهای سرعت  $e_\alpha$  بر اساس "شکل 2" به صورت رابطه (15) ارائه می‌شوند [20]:

$$\begin{cases} 0 & \alpha = 0 \\ (\pm 1, 0, 0), (0, \pm 1, 0), (0, 0, \pm 1) & \alpha = 1 - 6 \\ (\pm 1, \pm 1, \pm 1) & \alpha = 7 - 18 \end{cases} \quad (15)$$

پس از انفال معادله (13) در شبکه سرعت، بایستی برمبنای اندازه شبکه و گام زمانی نیز به صورت معادله ذیل منفصل گردد [19,18]:

$$f_\alpha(r + e_\alpha \delta t, t + \delta t) - f_\alpha(r, t) = \Omega_\alpha \quad (16)$$

به طور کلی حل معادله منفصل شده (16) به دلیل پیچیدگی‌های اپراتور برخورد  $\Omega_\alpha$  مشکل می‌باشد. از این رو برای ساده‌سازی حل این معادله از مدل BGK استفاده شده که این کار منجر به تعریف جدید و ساده اپراتور برخورد به صورت رابطه (17) می‌شود [21]:

$$\Omega_\alpha = \frac{1}{\tau_v} (f_\alpha^{\text{eq}}(r, t) - f_\alpha(r, t)) \quad (17)$$

در رابطه (17)،  $\tau_v$  زمان آسودگی و  $f_\alpha^{\text{eq}}$ تابع توزیع تعادلی می‌باشد که از بسط برش خورده توزیع ماکسول-بولتزمن قابل محاسبه است [18]:

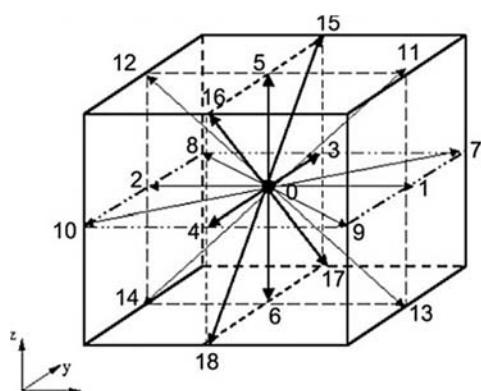


Fig. 2 Layout of velocity vectors for the D3Q19 model

شکل 2 چیدمان بردارهای سرعت در مدل D3Q19

برای ساده‌سازی، مساله موردنظر به صورت هم‌دما بررسی می‌شود. از این رو تولید آنتروپی فقط ناشی از اثرات اصطکاک جریان سیال می‌باشد که برای حالت سه بعدی توسط معادله بی بعد (8) ارائه می‌شود [16]:

$$S_F''' = \varphi_F \left[ 2 \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial W}{\partial Z} \right)^2 + \left( \frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 + \left( \frac{\partial U}{\partial Z} + \frac{\partial W}{\partial X} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial Z} + \frac{\partial W}{\partial Y} \right)^2 \right] \quad (8)$$

که در آن  $\varphi_F$  به صورت رابطه بی بعد (9) تعریف و در این مقاله برابر  $10^{-2}$  لحاظ شده است.<sup>۷</sup>

$$\varphi_F = \frac{\mu U_{\text{ref}}^2}{T_0 k} \quad (9)$$

که  $k$  ضریب رسانندگی گرمایی و  $T_0$  دمای سیال درون ریزیمپ می‌باشند. در انتهای بایستی ذکر گردد که در گزارش نتایج مربوط به تحلیل آنتروپی، مقادیر آنتروپی بر واحد حجم کل سیال مطابق رابطه (10) گزارش شده‌اند.

$$S_F = \frac{\int S_F''' dV}{V} \quad (10)$$

### 3- معادلات ماکروسکوپی حاکم

قوایین حاکم بر این مساله که به صورت تراکم‌ناپذیر و ناپایا فرض شده است به ترتیب بقای جرم و اندازه حرکت خطی بوده که به صورت معادلات (11)-(12) نوشته می‌شوند:

$$\frac{dp}{dt} = -\rho \nabla \cdot \vec{V} \quad (11)$$

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \vartheta \nabla^2 \vec{V} \quad (12)$$

که در آن  $\vec{V}$  بردار سرعت،  $P$  چگالی،  $\rho$  فشار و  $\vartheta$  لزجت سینماتیکی می‌باشند.

## 4- روش حل عددی

### 4-1- روش شبکه بولتزمن

روش شبکه بولتزمن برای اولین بار توسط مکنامارا و زانتی [17] در راستای رفع یکی از مشکلات روش شبکه گاز یعنی اغتشاشات آماری معرفی گردید. اندکی بعد مشخص شد که این روش قادر است سایر مشکلات روش شبکه گاز را نیز مرتفع کند. از این رو به سرعت به عنوان یک موضوع تحقیقاتی در مجامع علمی مطرح گردید. در روش شبکه بولتزمن سیال به صورت مجموعه‌ای از ذرات مجزا در نظر گرفته می‌شود که در محل گرههای یک شبکه گرهی مراحل برخورد و انتشار را تا رسیدن به حل موردنظر در طول زمان تکرار می‌کند. در این روش تابع توزیع ذرات به عنوان مبنای تحلیل جریان سیال می‌باشد به طوری که به کارگیری آن موجب حل معادله شبکه خطی و ساده شده انتقال بولتزمن به جای حل معادله غیرخطی ناویراستوکس می‌شود. این موضوع موجب ساده‌سازی فرمولاسیون و نیز افزایش قابلیت پردازش موازی در این روش می‌گردد. از طرف دیگر نیز نیازی به شبیه‌سازی یک‌به‌یک مولکول‌ها و اتم‌ها نبوده که این امر باعث فراگیرشدن روش شبکه بولتزمن در تمامی ابعاد محاسباتی شده است. همچنین یکی از بارزترین ویژگی‌های روش شبکه بولتزمن سادگی شبیه‌سازی مزهای منحنی و متحرک نسبت به سایر روش‌های عددی است. با توجه به مرور مختصر بعضی از ویژگی‌های روش شبکه بولتزمن به ویژه شبیه‌سازی راحتر مزهای منحنی، در این مقاله برآن شدیم تا این روش را به عنوان روش حل عددی انتخاب و استفاده کنیم.

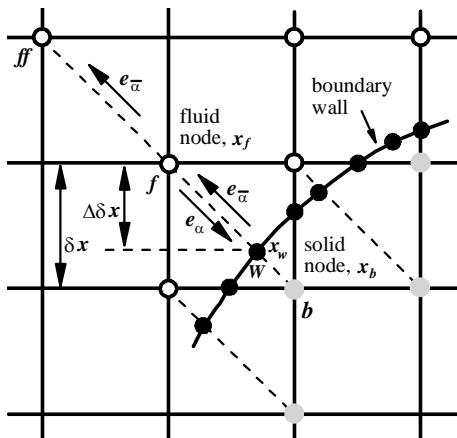


Fig. 3 Schematic of Cartesian grid and boundary points in LBM

شکل 3 شماتیکی از شبکه دکارتی و نقاط مرزی در روش شبکه بولتزمن

$$f_{\bar{\alpha}}(x_f, t + \delta t) = \frac{1}{1 + \Delta} \cdot [(1 - \Delta) \cdot f_{\bar{\alpha}}(x_f, t + \delta t) + \Delta \cdot f_{\bar{\alpha}}(x_b, t + \delta t) + \Delta \cdot f_{\bar{\alpha}}(x_{ff}, t + \delta t) + 2w_{\alpha}\rho_w \frac{3}{C^2} e_{\alpha} \cdot u_w] \quad (22)$$

که در رابطه فوق،  $\Delta = \frac{|x_f - x_w|}{|x_f - x_b|}$  و  $w_w = \frac{|x_f - x_w|}{\delta x}$  نیز به ترتیب چگالی و سرعت روی مرز منحنی می‌باشند.

#### 4-2- استقلال نتایج از شبکه و اعتبارسنجی برنامه عددی

پس از همگرایی حل بایستی استقلال نتایج از ابعاد شبکه اثبات گردد. برای این منظور در مساله حاضر تعداد گره لازم برای قطر روتور که به عنوان طول مشخصه لحاظ شده است در چهار مقدار مختلف 10، 15، 20 و 24 تغییر یافته است. نتایج به دست آمده از دبی و راندمان در این چهار عدد در جدول 2 ثبت شده است. درصد اختلاف نشان داده شده در این جدول حاکی از آن دارد که برای هر دو مورد دبی و راندمان تعداد 24 گره برای قطر سیلندر کافی می‌باشد. قابل ذکر است مساله طرح شده در استقلال نتایج از شبکه برای حالت  $S=1.5$ ،  $Re=\Delta P^*=1$ ،  $\epsilon=0.7$  و  $w=1$  صورت گرفته است.

برای اعتبارسنجی کار حاضر، از تنها کار سه بعدی موجود یعنی کار دی-کورتای و همکاران [15] استفاده شده است. چنانچه ذکر شد در این کار تنها یک روتور دایروی منفرد در مرکز ریزمجرایی با طولی 16 برابر قطر روتور در نظر گرفته شده است. برای اعتبارسنجی اول، شرایطی که عدد رینولدز ( $Re$ ) و اختلاف فشار بی بعد ( $\Delta P^*$ ) هر دو 1 و عدد بی بعد خارج از مرکزی  $\epsilon = 0.75$  و عدد بی بعد اندازه روتور  $S = 2.5$  می‌باشند در نظر گرفته شده است. "شکل 4" مقایسه‌ای بین نتایج دبی بی بعد خروجی ( $Q$ ) در مقابل پارامتر بی بعد عمق ریzmgra ( $W$ ) در کار حاضر با نتایج دی کورتای و همکاران [15] را نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل نیز مشاهده می‌شود تطابق قابل قبولی بین نتایج وجود دارد. برای مقایسه بهتر، اختلاف نسبی نتایج در بعضی از عمق‌ها در جدول 3 آورده شده است. چنانچه در این جدول نیز مشاهده می‌شود اختلاف‌ها کمتر از 5 درصد بوده است که قابل قبول می‌باشد. اعتبارسنجی دوم در شرایطی که عدد رینولدز ( $Re$ ) و اختلاف فشار بی بعد ( $\Delta P^*$ ) هر دو 1 و عدد بی بعد خارج از مرکزی  $\epsilon = 0.7$  و عدد بی بعد اندازه روتور  $S = 2.5$  می‌باشند صورت گرفته است. "شکل 5" مقایسه‌ای بین نتایج راندمان بی بعد ( $\eta$ ) در مقابل پارامتر بی بعد عمق ریzmgra ( $W$ ) در کار حاضر با نتایج دی کورتای و همکاران [15] را نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل نیز مشاهده می‌شود تطابق خوبی بین نتایج وجود دارد.

$$f_{\alpha}^{eq} = W_{\alpha}\rho \left[ 1 + \frac{e_{\alpha} \cdot U}{c_s^2} + \frac{(e_{\alpha} \cdot U)^2}{2c_s^4} - \frac{U^2}{2c_s^2} \right]$$

$$\begin{cases} W_{\alpha} = \frac{12}{36} & \alpha = 0 \\ W_{\alpha} = \frac{2}{36} & \alpha = 1 - 6 \\ W_{\alpha} = \frac{1}{36} & \alpha = 7 - 18 \end{cases} \quad (18)$$

در رابطه  $U = ui + vj + wk$ ،  $\rho$  بردار سرعت ماکروسکوپی،  $c_s = c/\sqrt{3}$  سرعت صوت مدل و  $W_{\alpha}$  تابع وزنی می‌باشند. بایستی ذکر گردد  $c = \delta x/\delta t$  اندازه سرعت میکروسکوپی ذرات،  $\delta x$  اندازه شبکه گرهی و  $\delta t$  گام زمانی حل می‌باشند که در این حل هر دو برابر 1 در نظر گرفته شده‌اند.

در روش شبکه بولتزمن برای حل معادله (16) با تقریب BGK از یک الگوریتم دو مرحله‌ای برخورد و انتشار استفاده می‌شود. در مرحله برخورد، توابع توزیع در هر نقطه با یکدیگر برخورد می‌کنند و سپس در مرحله انتشار، این توابع با نقاط مجاور خود در شبکه بولتزمن و در راستای مسیرهای منفصل شده جایه‌جا می‌شوند. با تکرار این دو مرحله در طول زمان، معادله فوق حل می‌شود. در انتهای نیز کمیت‌های ماکروسکوپی جریان از قبیل چگالی و سرعت را می‌توان از روابط ذیل براساس توابع توزیع محاسبه کرد [19,18]:

$$\rho = \sum_{\alpha=0}^{18} f_{\alpha} \quad (19)$$

$$U = \frac{1}{\rho} \sum_{\alpha=0}^{18} e_{\alpha} f_{\alpha} \quad (20)$$

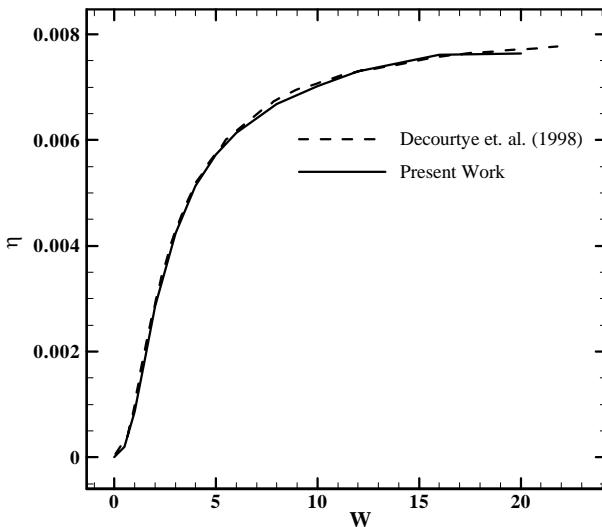
در شبیه‌سازی جریان سیال تراکم‌ناپذیر در رینولدزهای پایین، فشار از معادله حالت گاز ایده‌آل،  $p = pc_s^2$  بدست می‌آید. همچنین با کمک بسط چاپمن-انسکاگ می‌توان نشان داد که ویسکوزیتی سینماتیکی سیال تابعی است از زمان آسودگی و به صورت رابطه (21) تعریف می‌شود:

$$v = (\tau_v - 0.5)c_s^2 \delta t \quad (21)$$

#### 4-2-1-4- شرط مرزی منحنی

شاید بتوان گفت مهمترین و بحرانی‌ترین مرحله در تمامی شبیه‌سازی‌های شبکه بولتزمن، اعمال درست و دقیق شرط مرزی منحنی است. در این خصوص مدل‌های مختلفی برای یافتن توابع توزیع مجھول در مرزهای منحنی ارائه شده است. از این میان، مدل یک رابطه‌ای ارائه شده توسط یو و همکارانش [22] به دلیل سادگی و دقت بیشتر در پژوهش حاضر انتخاب شده است.

"شکل 3" بخشی از مرز منحنی را در شبکه دکارتی دو بعدی نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل نشان داده شده است نقاط دایروی سیاه رنگ به عنوان نماینده مرز منحنی ( $x_w$ )، نقاط دایروی توخالی به عنوان نماینده نقاط مرزی در محدوده سیال ( $x_f$ ) و نقاط دایروی خاکستری به عنوان نماینده نقاط مرزی در محدوده جامد ( $x_b$ ) در نظر گرفته شده‌اند. چنانچه ذکر شد روش شبکه بولتزمن شامل یک الگوریتم دو مرحله‌ای برخورد و انتشار می‌باشد. در مرحله برخورد توابع توزیع محاسبه می‌شوند و در مرحله انتشار در جهت سرعت‌های انضالی مدل منتشر می‌شوند. با توجه به این موضوع تابع توزیع ( $f_{\alpha}(x_f, t + \delta t)$  در  $x_f$  بعد از انتشار مجھول می‌باشد. برای محاسبه این مجھول چنانچه ذکر شد از مدل یک رابطه‌ای یو و همکارانش (رابطه (22)) استفاده شده است.



**شکل ۵** مقایسه راندمان بی بعد ( $\eta$ ) در برابر پارامتر بی بعد عمق ریز مجراء (W) در کار حاضر با کار مرجع [15] در شرایط  $Re=\Delta P^*=1, \epsilon=0.7, S=2.5$

است. این تحلیل در حالت  $Re=\Delta P^*=1, \epsilon=0.7, S=1.5$  و  $Re=\Delta P^*=1, \epsilon=0.7, S=2.5$  که در آن پارامترهای هندسی در بیشترین مقدار خود تنظیم شده‌اند در عمق‌های مختلف صورت گرفته است. جدول ۴ دبی خروجی از ریز مجراء را برای این محاسبات نشان می‌دهد. چنانچه در این جدول مشاهده می‌شود دبی خروجی در تمامی عمق‌ها برای ریزپمپی با دو روتور، بیشتر از حالت تک روتوری می‌باشد. لذا این نتایج همان‌طور که انتظار می‌رفت نشان داد که افزون یک روتور به ریز مجراء نتایج افزایش دبی که هدف اصلی آن می‌باشد را برآورده کرده است. همچنین با دقت در این جدول این نکته قابل ذکر است که میزان افزایش دبی در عمق‌های کمتر نسبت به عمق‌های بیشتر آن چشم‌گیر است. از این نکته می‌توان این موضوع را برداشت کرد که برای افزایش دبی تاثیر حضور یک روتور اضافه در ریز مجراء‌های با عمق کمتر ضروری‌تر از نظری آن با عمق بیشتر است.

## 5-2- بررسی تاثیر تغییر همزمان پارامترهای هندسی $\epsilon$ و W بر دبی خروجی

یک دیگر از پارامترهای هندسی مهم علاوه بر عمق ریز مجراء، پارامتر خارج از مرکزی روتورها می‌باشد. همان‌طور که در "شکل 6" نیز نشان داده شده است تاثیر تغییر همزمان این دو پارامتر هندسی بر دبی خروجی از ریز مجراء مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به "شکل 6" در تمامی عمق‌های ریز مجراء با افزایش خارج از مرکزی روتورها دبی خروجی نیز افزایش می‌یابد. برای توجیه

**جدول ۴** مقایسه دبی خروجی از ریز مجراء‌های با یک و دو روتور در حالت  $Re=\Delta P^*=1, \epsilon=0.7, S=1.5$

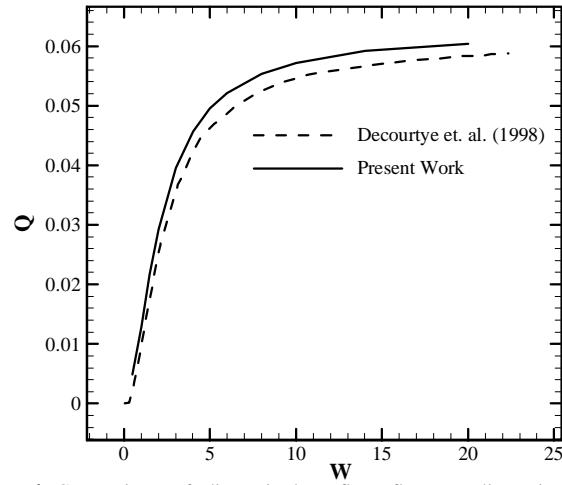
**Table 4** comparison of flow rate in micropumps with one and two rotors in condition of  $S = 1.5, \epsilon = 0.7$  and  $Re = \Delta P^* = 1$

| Improvement (%) = $\left  \frac{Q_{2r} - Q_{1r}}{Q_{1r}} \right  \times 100$ | $Q_{1r}$ rotor | $Q_{2r}$ rotor | W        |
|--|----------------|----------------|----------|
| 37.3   | 0.01671        | 0.02294        | 0.5      |
| 35.1   | 0.03769        | 0.05092        | 1        |
| 21.9   | 0.06637        | 0.08091        | 3        |
| 18.1   | 0.08466        | 0.09998        | $\infty$ |

**جدول ۲** دبی و راندمان به دست آمده در تعداد گره‌های مختلف برای حالت  $w=1$  در مطالعه استقلال نتایج از شبکه

**Table 2** flow flux and efficiency obtained in different nodes in condition of  $S = 1.5, \epsilon = 0.7, Re = \Delta P^* = 1$  and  $W = 1$  for grid independence study

| Deviation (%) | $\eta \times 10^3$ | Deviation (%) | $Q \times 10^2$ | تعداد گره |
|---------------|--------------------|---------------|-----------------|-----------|
| -             | 1.008              | -             | 4.822           | 10        |
| 10.63         | 0.901              | 4.53          | 5.040           | 15        |
| 2.61          | 0.878              | 1.02          | 5.092           | 20        |
| 0.27          | 0.880              | 0.04          | 5.094           | 24        |



**شکل ۴** مقایسه دبی بی بعد (Q) در عمق‌های مختلف ریز مجراء (W) در کار حاضر با کار مرجع [15] در شرایط  $Re=\Delta P^*=1, \epsilon=0.75, S=2.5$

**جدول ۳** مقایسه نتایج موجود در "شکل 4" برای بعضی از عمق‌های ریز مجراء در کار حاضر با کار مرجع [15]

**Table 3** Comparison of results in the fig. 4 for some microchannel depth at the present work with Ref. [15]

| Err (%) = $\left  \frac{(Q_{De...} - Q_{Pr...})}{Q_{De...}} \right  \times 100$ | $Q_{Decourtye}$ | $Q_{Present}$ | W  |
|---|-----------------|---------------|----|
| 4.762 %   | 0.0546          | 0.0572        | 10 |
| 4.779 %   | 0.0565          | 0.0592        | 14 |
| 3.780 %   | 0.0582          | 0.0604        | 20 |

## 5- نتایج و بحث

چنانچه ذکر شد در واقعیت یک ریز مجراء لزجتی دارای عمقی مشخص می‌باشد. بنابراین بایستی اثرات عمق بر عملکرد ریز مجراء لزجتی که تاکنون تنها در یک کار با تک روتور دایریوی صورت گرفته است به صورت جامع تری بررسی شود. ابتدا مقایسه‌ای بین عملکرد ریز مجراء تک روتور با دو روتور صورت گرفته است تا تاثیر روتور اضافه شده بر عملکرد ریز مجراء مورد مطالعه قرار گیرد. سپس در ادامه‌ی کار به بحث و بررسی تاثیر پارامترهای هندسی و عملکردی معرفی شده در این مقاله در عمق‌های مختلف بر دبی و راندمان ریز مجراء لزجتی با دو روتور پرداخته شده است.

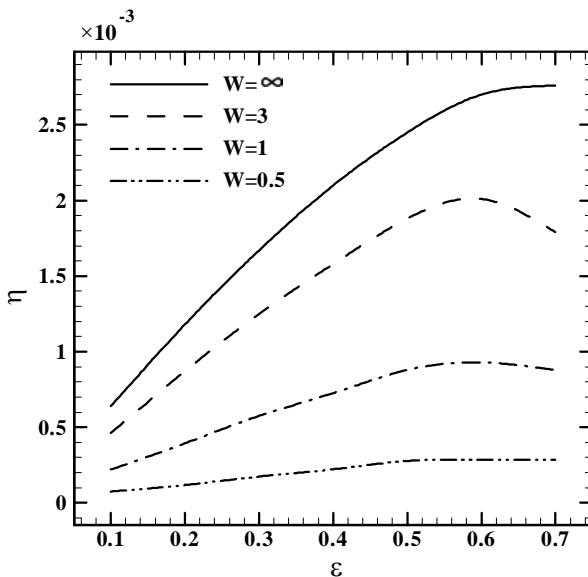
### 5-1- بررسی تاثیر حضور روتور اضافه شده بر عملکرد ریز مجراء لزجتی

برای بررسی تاثیر روتور اضافه شده بر عملکرد ریز مجراء لزجتی، ابتدا ریز مجراء در حضور دو روتور و سپس با حذف روتور پایین دست مورد تحلیل قرار گرفته

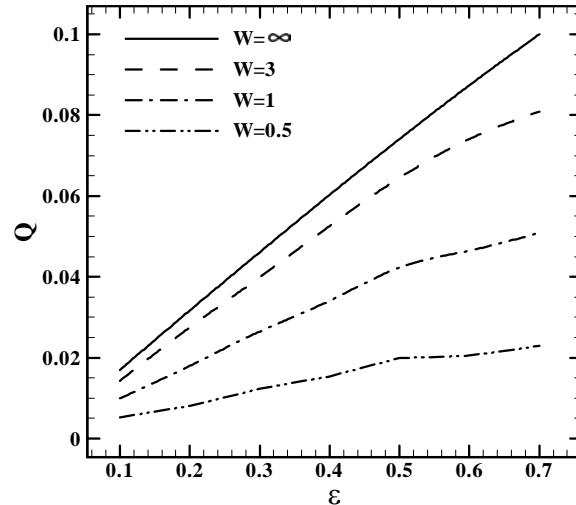
روتور است. سیال هنگام مواجه با روتوور پایین دست رفتاری مشابه با روتوور قبل را تجربه می کند که این امر موجب تشکیل یک گردابه بزرگ بعد از روتوور پایین دست می گردد. "شکل 7b" خطوط جریان را اطراف روتورهایی با خارج از مرکزی 0.7 نشان می دهد. همان طور که در این شکل مشاهده می شود گردابهای ایجاد شده در این ریزپمپ، کوچکتر از نظریشان در "شکل 7a" می باشند. زمانی که روتورهای از دیواره بالایی ریزپمپ فاصله می گیرند فضای بیشتری برای عبور سیال در این ناحیه به وجود می آید. در نتیجه فشار در این ناحیه نسبت به حالت قبل کاهش یافته و سیال کمتری دچار برگشت می شود. به همین دلیل گردابهای حاصله کوچکتر ظاهر شده اند. در نتیجه سیال بیشتری می تواند توسط این ریزپمپ به سمت خروجی هدایت شود و دبی آن نسبت به ریزپمپ قبل افزایش پیدا می کند. همچنین با افزایش عمق ریز مجرما دبی نیز افزایش می یابد. زمانی که عمق ریز مجرما کم است مقاومت دیوارهای جانبی مانع از عبور سیال درون آن می شود. بدین ترتیب با افزایش عمق از این مقاومت کم می شود. در نتیجه سیال بیشتری می تواند درون ریز مجرما حرکت کند.

### 5-3- بررسی تأثیر تغییر همزمان پارامترهای هندسی $\epsilon$ و $W$ بر راندمان

یکی از مهمترین پارامترهایی که می تواند عملکرد یک ریزپمپ را نشان دهد راندمان آن می باشد. در اینجا راندمان به مفهوم نسبت انرژی مفید سیال به انرژی ورودی تعریف می شود. با متن تعریف، "شکل 8" که تغییرات راندمان را در خارج از مرکزی و عمق های مختلف ریز مجرما نشان می دهد ارائه می گردد. چنانچه در این شکل مشاهده می شود به طور کلی با افزایش  $\epsilon$  راندمان نیز افزایش می یابد. زمانی که روتورهای از دیواره بالایی ریز مجرما نزدیک می شوند میزان انرژی ورودی بیشتری به انرژی مفید سیال تبدیل می گردد. همین امر هم دبی خروجی از ریزپمپ را افزایش می دهد. در نتیجه راندمان ریزپمپ با افزایش خارج از مرکزی روتورهای یک روند صعودی را طی می کند.

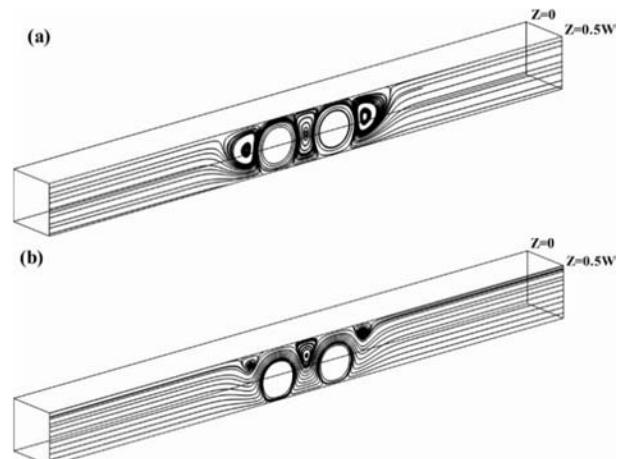


شکل 8 تغییرات راندمان ( $\eta$ ) در مقابل پارامتر خارج از مرکزی روتورهای دبی  $Re=\Delta P^*=1$ ،  $S=1.5$  در شرایط ریز مجرما (W) در عمق های مختلف ریز مجرما (W)

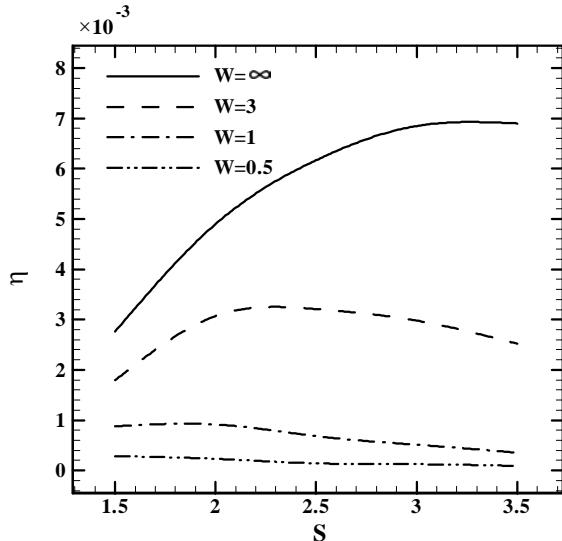


شکل 6 تغییرات دبی خروجی (Q) در مقابل پارامتر خارج از مرکزی روتورهای دبی  $Re=\Delta P^*=1$ ،  $S=1.5$  در شرایط ریز مجرما (W) در عمق های مختلف ریز مجرما (W)

این رفتار "شکل 7" ارائه شده است. این شکل خطوط جریان را روی یک برش طولی در وسط ریزپمپ برای حالت  $Re=\Delta P^*=1$ ،  $S=1.5$  به ترتیب در دو خارج از مرکزی 0.1 و 0.7 نشان می دهد. چنانچه در "شکل 7a" مشاهده می شود یک گردابه بزرگ قبل از روتور بالادست و شبیه آن بعد از روتور پایین دست و همچنین یک گردابه بین دو روتور تشکیل شده است. زمانی که عدد خارج از مرکزی روتورهای کوچک است بیشتر سیال پیرامون خود روتورهای شروع به چرخش می کند و مقدار اندکی سیال به طرف جلو هدایت می شود. با چرخش روتور بالادست بایستی سیال از فضای بین روتور و دیواره بالایی ریزپمپ عبور نماید. اما به دلیل این که سیال ممتنع کافی ندارد مقداری از آن به دلیل غلبه فشار در این ناحیه دچار برگشت می شود که نتیجه آن ایجاد یک گردابه بزرگ قبل از روتور می باشد. سیال با عبور از این فضا به طور ناگهانی یک انبساط را بعد از روتور بالادست تجربه می کند که طی این انبساط قدرت مقابله با فشار پیشرو را نداشته و دچار یک واماندگی و عدم بازیابی فشار می شود. نتیجه این واماندگی ایجاد یک گردابه بزرگ بین دو



شکل 7 خطوط جریان اطراف روتورهای دایروی برای حالت  $S=1.5$  و  $Re=\Delta P^*=1$  در (a)  $\epsilon=0.1$  و (b)  $\epsilon=0.7$



**Fig. 10** Variation of efficiency vs. parameter of  $S$  at the different microchannel depth in condition of  $\epsilon = 0.7$  and  $Re = \Delta P^* = 1$

شکل 10 تغییرات راندمان ( $\eta$ ) در مقابل پارامتر اندازه روتورها ( $S$ ) در عمق‌های مختلف ریز مجرأ ( $W$ ) در شرایط  $Re = \Delta P^* = 1$ ،  $\epsilon = 0.7$

#### 5-6- بررسی تاثیر تغییر همزمان پارامتر عملکردی $\Delta P^*$ و پارامتر هندسی $W$ بر دبی خروجی

یکی از پارامترهای موثر در دبی خروجی، پارامتر عملکردی اختلاف فشار دو سر ریزپمپ می‌باشد. در همین راستا "شکل 11" که تغییرات دبی خروجی را در اختلاف فشارها و عمق‌های مختلف ریز مجرأ نشان می‌دهد ارائه شده است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود با افزایش اختلاف فشار دو سر ریز مجرأ دبی نیز به صورت خطی کاهش پیدا می‌کند به طوری که در یک اختلاف فشار مشخص ( $\Delta P_0^*$ ) به صفر می‌رسد. زمانی که فشار در خروجی ریز مجرأ بالا می‌رود به عنوان یک عامل مقاوم در مقابل حرکت سیال عمل می‌کند. در نتیجه دبی خروجی کاهش یافته و نهایتاً در یک فشار معین به صفر می‌رسد. با توجه به "شکل 11"، در یک اختلاف فشار ثابت با افزایش عمق ریز مجرأ دبی نیز افزایش پیدا می‌کند. دلیل آن کاهش مقاومت دیوارهای جانبی در مقابله با این اثر می‌باشد. یک نکته قابل توجه دیگر که می‌تواند در این شکل به آن اشاره شود بالاتر بودن مقدار  $\Delta P_0^*$  برای عمق‌های بیشتر است. در عمق‌های پایین‌تر مقاومت دیوارهای جانبی خود به عنوان یک عامل بازدارنده سیال علاوه بر فشار خروجی می‌تواند در صفر کردن دبی موثر باشد. در نتیجه در فشارهای کمتری دبی خروجی صفر می‌شود.

#### 5-7- بررسی تاثیر تغییر همزمان پارامتر عملکردی $\Delta P^*$ و پارامتر هندسی $W$ بر راندمان

یکی از پارامترهای عملکردی مهم که بر راندمان ریزپمپ موثر است اختلاف فشار دو سر ریز مجرأ می‌باشد. "شکل 12" تغییرات راندمان را در برابر پارامتر عملکردی اختلاف فشار و پارامتر هندسی عمق ریز مجرأ نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود در تمامی عمق‌ها با افزایش اختلاف فشار ابتدا راندمان افزایش، به طوری که تقریباً در مقدار  $\Delta P_0^* = \Delta P^*/2$  به اوج خود می‌رسد سپس تا میزان صفر کاهش پیدا می‌کند. در توجهی این منحنی سهموی شکل باقیستی به نقش متقابل دبی خروجی و اختلاف فشار اشاره نمود. چنانچه در "شکل 12" نیز نشان داده شده است دبی به صورت

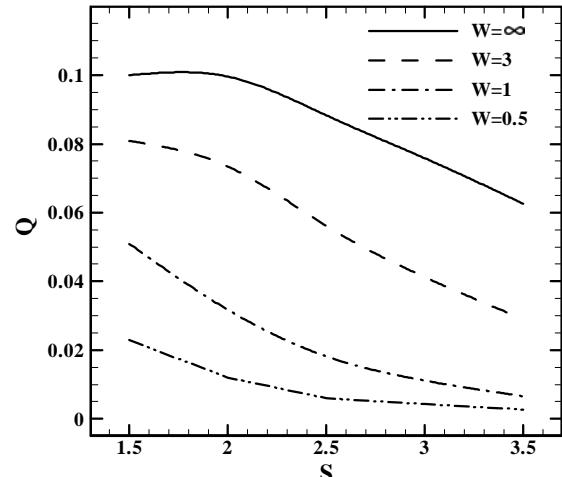
همچنین با توجه به "شکل 8" با افزایش عمق ریز مجرأ در یک خارج از مرکزی ثابت راندمان افزایش پیدا می‌کند. در حالی که عمق ریز مجرأ کم است مقاومت دیوارهای جانبی آن بیشتر بوده در نتیجه اتفاقات ناشی از این دیوارهای نیز بیشتر می‌باشد. همین موضوع باعث می‌شود در عمق‌های کمتر، میزان انرژی ورودی کمتری به انرژی مفید سیال تبدیل گردد و در نتیجه راندمان ریزپمپ پایین‌تر باشد.

#### 5-4- بررسی تاثیر تغییر همزمان پارامترهای هندسی $S$ و $W$ بر دبی خروجی

یکی از پارامترهای هندسی تاثیرگذار بر دبی خروجی اندازه روتورها است. "شکل 9" تغییرات دبی خروجی را در مقابل پارامترهای هندسی اندازه روتور و عمق‌های مختلف ریز مجرأ نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود با افزایش  $S$  یا قطر روتورها به عنوان عامل محرك سیال درون ریز مجرأ کاهش پیدا می‌کند طبیعتاً دبی خروجی نیز کاهش خواهد یافت. همچنین زمانی که عمق ریز مجرأ افزایش می‌باید از مقاومت دیوارهای جانبی کاسته شده در نتیجه سیال بیشتری به بیرون هدایت می‌شود.

#### 5-5- بررسی تاثیر تغییر همزمان پارامترهای هندسی $S$ و $W$ بر راندمان

تغییرات در اندازه روتورها همان‌طور که یک عامل موثر بر دبی خروجی است می‌تواند بر راندمان ریزپمپ نیز اثرگذار باشد. "شکل 10" تغییرات راندمان را در برابر پارامترهای هندسی اندازه روتورها و عمق ریز مجرأ نشان می‌دهد. چنانچه در این شکل مشاهده می‌شود در عمق‌های کم با کاهش قطر روتورها راندمان نیز کاهش می‌باید ولی با افزایش عمق، راندمان یک روند صعودی را طی می‌کند. زمانی که قطر روتورها کم می‌شود میزان انرژی ورودی کمتری برای حرکت روتورها نیاز است. اما در عمق‌های پایین‌تر به دلیل اتفاقات بیشتر این انرژی ورودی برای غلبه بر مقاومت دیوارهای جانبی، راندمان کاهش پیدا می‌کند. در حالی که با افزایش عمق این انرژی اتفاقی کم یا از بین می‌رود در نتیجه انرژی مفید بیشتری به سیال داده می‌شود و راندمان افزایش پیدا می‌کند.



**Fig. 9** Variation of flow flux vs. parameter of  $S$  at the different microchannel depth in condition of  $\epsilon = 0.7$  and  $Re = \Delta P^* = 1$

شکل 9 تغییرات دبی خروجی ( $Q$ ) در مقابل پارامتر اندازه روتورها ( $S$ ) در عمق‌های مختلف ریز مجرأ ( $W$ ) در شرایط  $Re = \Delta P^* = 1$ ،  $\epsilon = 0.7$

هندسی  $\epsilon$  و  $S$  و نیز پارامتر عملکردی  $\Delta P^*$  در عمق‌های مختلف محاسبه و در انتها پارامترهای بهینه براساس این محاسبات معرفی شده‌اند.

#### 6-1- بررسی تاثیر تغییر همزمان پارامترهای هندسی $\epsilon$ و $W$ بر تولید آنتروپی

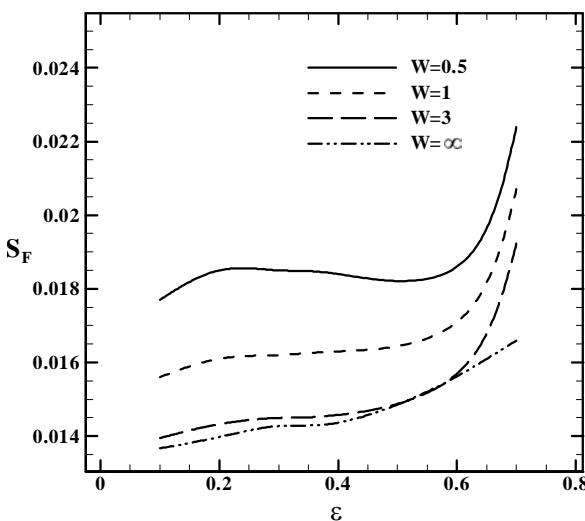
"شکل 13" تغییرات تولید آنتروپی را در پارامترهای هندسی  $\epsilon$  و  $W$  در حالت  $S=1.5$  و  $Re=\Delta P^*=1$  نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود در یک عمق یکسان با افزایش خارج از مرکزی روتورها آنتروپی نیز افزایش می‌یابد. زمانی که روتورها به دیواره پایینی ریزپمپ نزدیک می‌شوند میزان اصطکاک در این ناحیه زیادتر شده و در نتیجه افت‌های ناشی از اصطکاک در این ناحیه افزایش می‌یابد. از طرف دیگر با توجه به "شکل 13" با افزایش عمق، آنتروپی کاهش پیدا می‌کند. دلیل این موضوع با توجه به اثرات دیوارهای جانبی ریزپمپ کاملاً روشن است. زمانی که فاصله دیواره‌ای جانی ریزپمپ از یکدیگر کم است اصطکاک در این فضا افزایش یافته که این امر منجر به افزایش آنتروپی می‌شود.

#### 6-2- بررسی تاثیر تغییر همزمان پارامترهای هندسی $S$ و $W$ بر تولید آنتروپی

"شکل 14" تاثیر تغییرات اندازه روتور را در عمق‌های مختلف بر تولید آنتروپی در حالت  $\epsilon=0.7$  و  $Re=\Delta P^*=1$  نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود با افزایش  $S$  تولید آنتروپی کاهش پیدا می‌کند. زمانی که قطر روتور کوچکتر می‌شود در واقع گرادیان‌های سرعت اطراف روتور کمتر شده و در نتیجه از میزان تولید آنتروپی کاسته می‌شود. همچنین تولید آنتروپی با کاهش عمق افزایش می‌یابد که دلیل این مورد همانند قسمت قبل است که در آنچه تشریح گردید.

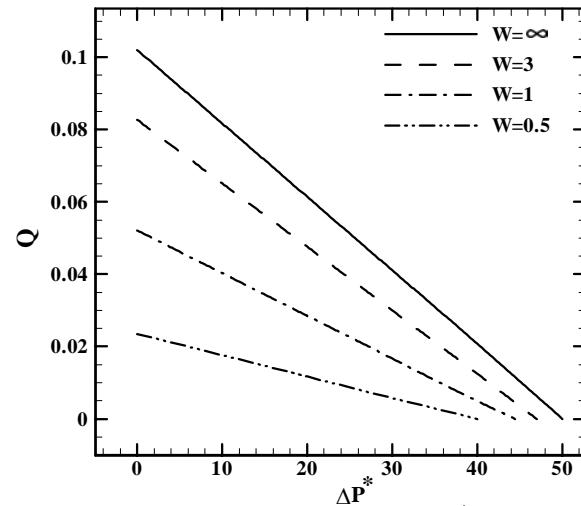
#### 6-3- بررسی تاثیر تغییر همزمان پارامترهای هندسی $W$ و پارامتر عملکردی $\Delta P^*$ بر تولید آنتروپی

"شکل 15" تاثیر تغییرات پارامتر عملکردی اختلاف فشار دو سر ریزپمپ را

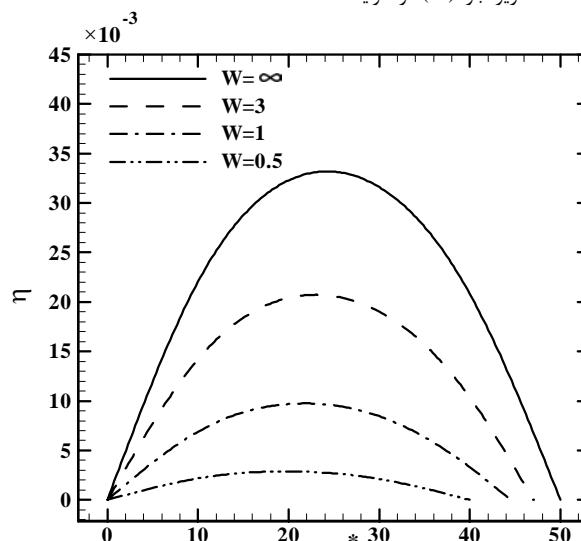


شکل 13 تغییرات تولید آنتروپی ( $S_F$ ) در مقابل پارامتر خارج از مرکزی روتورها ( $\epsilon$ ) در عمق‌های مختلف ریزپمپ (W) در شرایط  $W=\Delta P^*=1$ ،  $S=1.5$  در شرایط (W)

در عمق‌های مختلف ریزپمپ (W) در شرایط  $W=\Delta P^*=1$ ،  $S=1.5$  در شرایط (W)



شکل 11 تغییرات دبی خروجی (Q) در مقابل پارامتر اختلاف فشار ( $\Delta P^*$ ) در عمق  $W=1$ ،  $\epsilon=0.7$ ،  $S=1.5$  در شرایط (W)



شکل 12 تغییرات راندمان (η) در مقابل پارامتر اختلاف فشار ( $\Delta P^*$ ) در عمق‌های مختلف ریزپمپ (W) در شرایط  $W=1$ ،  $\epsilon=0.7$ ،  $S=1.5$  در شرایط (W)

خطی با افزایش فشار کاهش پیدا می‌کند به طوری که در یک فشار معین به صفر می‌رسد. با توجه به این موضوع و نیز رابطه (7) که راندمان را متناسب با حاصلضرب دبی در اختلاف فشار در نظر گرفته است می‌توان انتظار این منحنی سهمی را داشت.

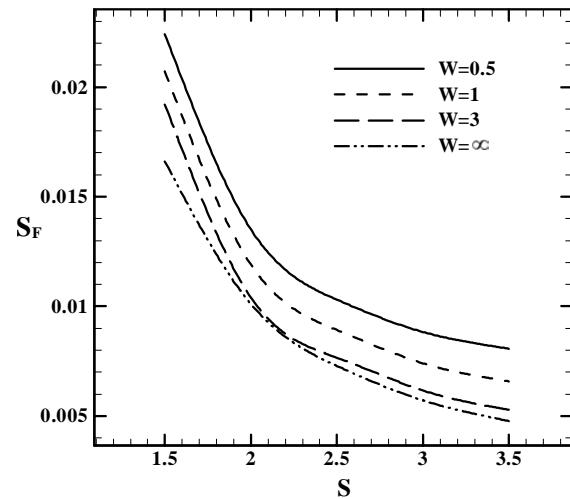
## 6- تحلیل آنتروپی

یکی از مباحث مهم در مجتمع علمی و صنعت، کمینه کردن افت‌های اصطکاکی و حرارتی است. کمینه‌سازی این افت‌ها با توجه به قانون دوم ترمودینامیک میسر می‌باشد. یک نگرش جدید ترمودینامیکی به نام کمینه‌سازی تولید آنتروپی راهی مناسب پیش روی محققین برای بهینه‌سازی سیستم‌های مهندسی به منظور دستیابی به بالاترین بازده ممکن باز کرده است. در حوزه ریزپمپ‌های لزجتی نیز این مفهوم ترمودینامیکی می‌تواند کاربرد داشته باشد. لذا در ادامه تولید آنتروپی به ازای تغییر پارامترهای

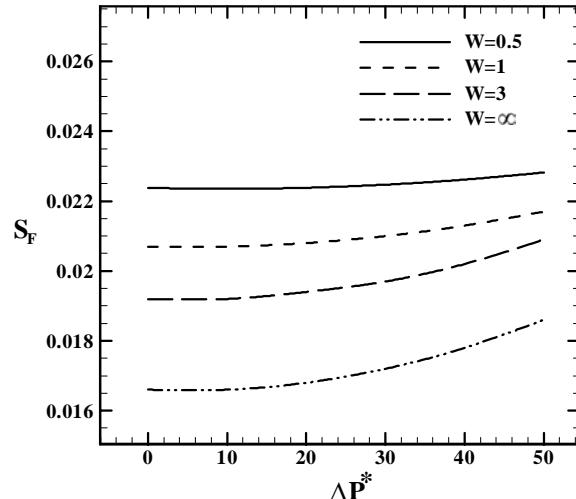
خارج از مرکزی های مختلف نشان می دهد می توان دریافت تا  $\epsilon=0.6$  روند تولید آنتروپی تقریبا کند بوده و ناگهان در انتهای میزان آنتروپی افزایش قابل توجهی یافته است. از طرف دیگر در "شکل 6" مشاهده می شود که با افزایش  $\epsilon$  دبی نیز به صورت پیوسته افزایش پیدا می کند. همچنین با توجه به "شکل 8" بیشترین بازده برای ریزپمپ در این حالت در  $\epsilon=0.6$  حاصل شده است. بنابراین از مجموع این بحث می توان نتیجه گرفت که  $\epsilon=0.6$  می تواند به عنوان پارامتر بهینه هندسی انتخاب و معرفی شود. برای انتخاب پارامتر هندسی بعدی یعنی اندازه روتورها بایستی "اشکال 9، 10 و 14" تحلیل شوند. با توجه به "شکل 14" میزان تولید آنتروپی در ابتدای  $S=2$  یک روند نزولی سریع داشته و سپس با سرعت کمتری به حرکت نزولی خود ادامه می دهد. همچنین دبی در "شکل 9" با افزایش  $S$  کاهش پیدا می کند و از طرف دیگر نیز بازده با توجه به "شکل 10" تا  $S=2$  یک روند افزایشی یا ثابتی را طی نموده و بعد از آن در اکثر موارد کاهش یافته است. بنابراین در جمع بندی بحث انجام شده این نتیجه حاصل می شود که  $S=2$  می تواند بهترین پارامتر معرفی شده برای اندازه روتورها باشد. در انتهای انتخاب پارامتر بهینه عملکردی اختلاف فشار "اشکال 11، 12 و 14" مورد تحلیل قرار می گیرند. با توجه به "شکل 14" روند تولید آنتروپی با افزایش اختلاف فشار به صورت صعودی می باشد. همچنین "شکل 11" یک روند کاهشی را برای دبی با افزایش اختلاف فشار نشان می دهد. "شکل 12" نیز نشان می دهد که با افزایش فشار بازده به صورت سهمی تغییر می کند. بنابراین برای دستیابی به بیشترین بازده و تا حد امکان بالاترین دبی و کمترین میزان آنتروپی می توان میزان  $\Delta P_0^*/2 = \Delta P_0^*$  را به عنوان پارامتر بهینه اختلاف فشار انتخاب و معرفی نمود.

#### 8- نتیجه گیری

در این مقاله یک تحلیل سه بعدی از ریزپمپ لزجتی در حضور دو روتور دایروی به روش شبکه بولتزمن انجام شده است. در پژوهش حاضر، تاثیر تغییر پارامترهای هندسی عمق ریز مجرأ، خارج از مرکزی و اندازه روتورها و همچنین پارامتر عملکردی اختلاف فشار بر دبی خروجی و راندمان صورت گرفته است. در بررسی تاثیر تغییر همزمان پارامترهای هندسی خارج از مرکزی روتورها و عمق ریز مجرأ مشخص گردید در تمامی عمق ها با افزایش خارج از مرکزی، دبی و راندمان هر دو افزایش پیدا می کنند. همچنین در یک خارج از مرکزی ثابت، دبی و راندمان با افزایش عمق بیشتر می شوند. دلیل آن کمتر شدن مقاومت دیوارهای جانبی در برای حرکت سیال در عمق های بیشتر است. در بررسی بعدی که به تاثیر همزمان پارامترهای هندسی اندازه روتور و عمق ریز مجرأ بر دبی و راندمان پرداخته است مشخص گردید که در تمامی عمق ها با کاهش قطر روتور دبی کاهش پیدا می کند. با توجه به این که روتورها عامل محرك سیال درون ریز مجرأ می باشند لذا با کاهش قطر آنها از میزان دبی خروجی کم خواهد شد. ولی برای راندمان در عمق های پایین تر با کاهش و با افزایش عمق با افزایش راندمان روبرو شدیم. با کاهش قطر روتورها بیشتری ورودی به ریزپمپ نیز کاهش می یابد. ولی در عمق های کمتر میزان ریز مجرأ گردد. همین امر موجب کاهش راندمان در عمق های کمتر می شود. در انتهای اثرات پارامتر عملکردی اختلاف فشار و پارامتر هندسی عمق ریز مجرأ بر دبی خروجی و راندمان مورد بررسی قرار گرفته است. چنانچه نتایج این بررسی نشان می دهد که با افزایش اختلاف فشار، دبی به صورت خطی کاهش پیدا می کند به طوری که در یک فشار معین دبی صفر می شود. زمانی که



شکل 14 تغییرات تولید آنتروپی ( $S_F$ ) در مقابل پارامتر اندازه روتورها (S) در عمق-  
 $Re=\Delta P^*=1$ ،  $\epsilon=0.7$  در شرایط  $(W)$



شکل 15 تغییرات تولید آنتروپی ( $S_F$ ) در مقابل پارامتر اختلاف فشار ( $\Delta P^*$ ) در عمق-  
 $Re=1$ ،  $\epsilon=0.7$ ،  $S=1.5$  در شرایط  $(W)$

در عمق های مختلف بر تولید آنتروپی در حالت  $S=1.5$ ،  $\epsilon=0.7$  و  $Re=1$  نشان می دهد. همان طور که در این شکل نشان داده است با افزایش  $\Delta P^*$  تولید آنتروپی نیز افزایش پیدا می کند. با افزایش اختلاف فشار، گردایان های سرعت نیز افزایش می یابد که به دنبال آن افت های اصطکاکی و تولید آنتروپی نیز افزایش پیدا می کند. همانند حالات قبل با کاهش عمق ریزپمپ تولید آنتروپی نیز افزایش یافته است.

#### 7- انتخاب پارامترهای هندسی و عملکردی بهینه

بعد از ارائه نتایج در قسمت های قبل به ویژه تحلیل آنتروپی مساله انتخاب پارامترهای بهینه ضروری به نظر می رسد. در همین راستا با توجه به نتایج به دست آمده، پارامترهای بهینه هندسی خارج از مرکزی و اندازه روتورها و پارامتر عملکردی اختلاف فشار معرفی می شوند.

برای معرفی پارامتر هندسی بهینه  $\epsilon$  بایستی "اشکال 6، 8 و 13" مورد نظر قرار گیرد. با توجه به "شکل 13" که میزان تولید آنتروپی را در

|            |                                      |
|------------|--------------------------------------|
| $\omega$   | سرعت زوایهای روتورها ( $rads^{-1}$ ) |
| $\epsilon$ | پارامتر بی بعد خارج از مرکزی روتورها |
| $\Omega$   | اپراتور برخورد                       |
| $\tau$     | زمان آسودگی                          |
|            | بالانویس‌ها                          |
| $eq$       | تعادلی                               |
| *          | مقدار بی بعد                         |
|            | زیرنویس‌ها                           |
| $b$        | گره مرزی در قسمت جامد                |
| $f$        | گره مرزی در قسمت سیال                |
| $in$       | وروی                                 |
| $out$      | خروجی                                |
| $ref$      | مرجع                                 |

اختلاف فشار بالا می‌رود در واقع مقاومت در برای حرکت سیال افزایش پیدا کرده است لذا دبی کاهش می‌یابد. تغییرات راندمان در مقابل اختلاف فشار به صورت سهموی می‌باشد. با توجه به کاهش خطی دبی و نیز تعریف راندمان در رابطه (7) این رفتار سهموی توجیه‌پذیر و منطقی است. نتایج تحلیل آنتروپوی نشان می‌دهد با افزایش خارج از مرکزی روتورها تولید آنتروپوی نیز افزایش پیدا کرده است. همچنین با افزایش قطر روتورها و اختلاف فشار دو سر ریزپمپ نیز میزان تولید آنتروپوی یک روند صعودی را دنبال نموده است. علاوه بر این نتایج مشاهده شد در تمامی موارد با افزایش عمق ریزپمپ تولید آنتروپوی نیز افزایش یافته است. در انتهای نیز بر اساس تحلیل نتایج به دست آمده در این مقاله پارامترهای بهینه هندسی خارج از مرکزی و اندازه روتورها و پارامتر عملکردی اختلاف فشار انتخاب و معرفی شدند. در همین راستا  $S=0.6$  و  $\epsilon=0.2$  به ترتیب به عنوان پارامترهای بهینه هندسی خارج از مرکزی و اندازه روتورها و همچنین  $\Delta P^* = \Delta P_0^*/2$  به عنوان پارامتر بهینه اختلاف فشار معرفی شدند.

#### 10- مراجع

- [1] B. D. Iverson, S. V. Garimella, Recent advances in microscale pumping technologies: A review and evaluation, *Microfluidics and Nanofluidics*, Vol. 5, No. 2, pp. 145-174, 2008.
- [2] X. Ding, P. Li, S.-C. Lin, Z. Stratton, N. Nama, F. Guo, D. Slotcavage, X. Mao, J. Shi, F. Costanzo, Surface acoustic wave microfluidics, *Lab Chip*, Vol. 13, No. 18, pp. 3626-3649, 2013.
- [3] M. Abdalgawad, I. Hassan, N. Esmail, Transient behavior of the viscous micropump, *Journal of Microscale Thermophysical Engineering*, Vol. 18, No. 4, pp. 361-381, 2004.
- [4] M. Abdalgawad, I. Hassan, N. Esmail, P. Phutthavong, Numerical investigation of multistage viscous micropump configurations *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 127, No. 4, pp. 734-742, 2005.
- [5] M. Sen, D. Wajerski, M. Gad-el-Hak, A novel pump for MEMS applications, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 118, No. 3, pp. 624-627, 1996.
- [6] M. C. Sharatchandra, M. Sen, M. Gad-el-Hak, Navier-Stokes simulations of a novel viscous pump, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 119, No. 2, pp. 372-382, 1997.
- [7] F. Yang, S. H. Liu, X. L. Tang, Y. L. Wu, Numerical study on transverse axis rotary viscous pump and hydropulser mechanism, *International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation*, Vol. 7, No. 3, pp. 263-268, 2006.
- [8] J. Lu, J. Ding, Flow dynamical behaviors and characteristics of aligned and staggered viscous pumps, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, No. 9-10, pp. 2092-2099, 2010.
- [9] D. J. Kang, Effects of channel curvature on the performance of viscous micro-pumps, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 28, No. 9, pp. 3733-3740, 2014.
- [10] J. Lu, J. Ding, J. Yang, X. Yang, Steady dynamical behaviors of novel viscous pump with groove under the rotor, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 73, pp. 170-176, 2014.
- [11] H. Khozeymeh-Nezhad, H. Niazmand, Numerical investigation of the effects of geometrical parameters of viscous micro-pump on the flow rate and entropy generation, *Journal of Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 291-302, 2015. (in Persian) (فارسی)
- [12] H. Khozeymeh-Nezhad, H. Niazmand, Analysis of Effects of Geometrical and Operational Parameters of Viscous Micropump with the Approach to Entropy Generation Minimization by LBM, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 3, pp. 67-78, 2016. (in Persian) (فارسی)
- [13] C. Hu, W. Wu, J. Hu , S. Yuan, Flow dynamical behavior and performance of a micro viscous pump with unequal inlet and outlet areas, *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, Vol. 10, No. 1, pp. 443-453, 2016.
- [14] B. Zhang, X. Liu, J. Sun, Topology optimization design of non-Newtonian roller-type viscous micropumps, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 53, No. 3, pp. 409-424, 2016.
- [15] D. Decourtey, M. Sen, M. Gad-el-Hak, Analysis of viscous micropumps and microturbines, *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, Vol. 10, No. 1, pp. 13-25, 1998.

#### 9- فهرست عالمی

|            |  |
|------------|--|
| $C$        | اندازه سرعت میکروسکوپیکی ذرات ( $ms^{-1}$ )        |
| $d$        | قطر روتور دایروی (m)                               |
| $e$        | سرعت‌های میکروسکوپی ( $ms^{-1}$ )                  |
| $f$        | تابع توزیع ذرات                                    |
| $H$        | ارتفاع ریز مجراء (m)                               |
| $L$        | طول ریز مجراء (m)                                  |
| $p$        | فشار (Nm <sup>-2</sup> )                           |
| $P$        | فشار بی بعد  |
| $q$        | دبی خروجی از ریزپمپ ( $m^3 s^{-1}$ )               |
| $Q$        | دبی بی بعد خروجی از ریزپمپ                         |
| $Re$       | عدد بی بعد رینولدز                                 |
| $S$        | عدد بی بعد اندازه روتورها                          |
| $u$        | سرعت در راستای X ( $ms^{-1}$ )                     |
| $U_s$      | سرعت سطح روتور بزرگتر ( $ms^{-1}$ )                |
| $v$        | سرعت در راستای Y ( $ms^{-1}$ )                     |
| $w$        | سرعت در راستای Z ( $ms^{-1}$ )                     |
| $W$        | عمق بی بعد ریز مجراء                               |
| $W_m$      | عمق ریز مجراء (m)                                  |
| $w_\alpha$ | ضریب وزنی در روش شبکه بولتزمن                      |
| $x$        | مختصه طولی کارتزین در راستای طولی (m)              |
| $X$        | مختصه بی بعد در راستای طولی                        |
| $y$        | مختصه طولی کارتزین در راستای عرضی (m)              |
| $Y$        | مختصه بی بعد در راستای عرضی                        |
| $z$        | مختصه طولی کارتزین در راستای عمقی (m)              |
| $Z$        | مختصه بی بعد در راستای عمقی                        |
| $y_c$      | فاصله مرکز روتور تا خط افقی مار بر مرکز ریزپمپ (m) |

#### علائم یونانی

|        |                                      |
|--------|--------------------------------------|
| $\rho$ | چگالی ( $kg m^{-3}$ )                |
| $\mu$  | لرجت دینامیکی ( $kg m^{-1} s^{-1}$ ) |
| $\eta$ | ضریب لرجت سینماتیکی ( $m^2 s^{-1}$ ) |

- conditions for D3Q19 lattice Boltzmann simulations, *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, Vol. 2010, pp. 1-23, 2010.
- [21] P. L. Bhatnagar, E. P. Gross, M. Krook, A Model for Collision Processes in Gases. I. Small Amplitude Processes in Charged and Neutral One-Component Systems, *Physical Review*, Vol. 94, No. 3, pp. 511-525, 1954.
- [22] D. Yu, R. Mei, W. Shyy, A unified boundary treatment in lattice boltzmann method, *AIAA 41st Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, pp. 953-964, 2003.
- [16] A. Bejan, *Entropy generation through heat and fluid flow*: John Wiley & Sons, pp. 192-196, 1994.
- [17] G. McNamara, G. Zanetti, Use of the Boltzmann equation to simulate Lattice-Gas automata, *Physical Review Letters*, Vol. 61, No. 20, pp. 2332-2335, 1988.
- [18] X. He, L. S. Luo, Theory of the lattice Boltzmann method: From the Boltzmann equation to the lattice Boltzmann equation, *physical Review E*, Vol. 56, No. 6, pp. 6811-6817, 1997.
- [19] X. He, L. S. Luo, A priori derivation of the lattice Boltzmann equation, *Physical Review E*, Vol. 55, No. 6, pp. 6333-6336, 1997.
- [20] M. Hecht, J. Harting, Implementation of on-site velocity boundary