ماهنامه علمى پژوهشى

مهندسی مکانیک مدرس



mme.modares.ac.ir

مدلسازی المان گسسته و تعیین تأثیر پارامترهای مختلف بر عملکرد سرند

اکبر جعفری^{1*}، وحبد سلجو قی نژاد²

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سیرجان، سیرجان 2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سیرجان، سیرجان

* سیرجان، کد پستی 7813733385، jafari@sirjantech.ac.ir

چکیدہ	اطلاعات مقاله
در این تحقیق، فرایند غربال مواد دانهای که توسط سرند ارتعاشی انجام میشود، با روش المان گسسته یا به بیانی دیگر دینامیک ملکولی	مقاله پژوهشی کامل
شبیهسازی شده است. برای مدلسازی نیروی بین ذرات و مرزها، تابع پتانسیل کوتاه برد ویسکوالاستیک هرتز استفاده شده است. ذرات مورد	دریافت: 17 دی 1392
غربال دارای هندسه کروی بوده و روزنههای توری سرند به شکل مربع مستطیل هستند و به سطح توری ارتعاش خطی اعمال شده است.	پذیرش: 16 فروردین 1393
شهر این میراند بر نیز است مرکز میرونی مردم مار شده به میرونی فراند میرونی میرونی از میرونی از میرونی از میرونی	ارائه در سایت: 30 شهریور 1393
-	<i>کلید واژگان:</i>
نرمافزاری منبع باز تهیه و منیرهای موثر در حا عددی نظر و مقدیر مطلوب انتخاب شدهاند. با اجرای تعداد زیادی شبیهسازی، اثر پارامترهای	سرند
مختلفی از جمله شیب توری، فرکانس ارتعاش، زاویه ارتعاش و سایز روزنههای توری بر بازده سرند مورد مطالعه عددی قرار گرفته و نتایج مربوطه	مواد دانهای
در قالب نمودار گزارش شدهاند. نتایج حاصل با گزارشهای منتشر شده در مرجعهای مرتبط مورد مقایسه کمّی و کیفی قرار گرفته و اعتبار و	گندله
صحت نتایج تأیید گردیده است. هر چند راهکار تحقیق جاری عمومیت داشته و به یک مسأله خاص محدود نیست، با این حال برای انتخاب	المان گسسته
برخی مقادیر عددی از اطلاعات یک مسأله واقعی سرند گندله أهن مربوط به کارخانه گندلهسازی گلگهر سیرجان استفاده شده است.	دینامیک مولکولی

Discrete element method to study the impact of different parameters on the screen performance

Akbar Jafari*, Vahid Saljooghinezhad

Department of Mechanical Engineering, Sirjan University of Technology, Sirjan, Iran * P.O.B. 7813733385, Sirjan, Iran, jafari@sirjantech.ac.ir

ARTICLE INFORMATION	Abstract
Original Research Paper Received 07 January 2014 Accepted 05 April 2014 Available Online 21 September 2014	In this research, Discrete Element Method (DEM) or in other words, Molecular Dynamics (MD) is employed for simulation of sorting process of granular materials which is done by means of a linear vibrating screen device. To model the interaction forces between the particles and walls, short range viscoelastic Hertz potential has been used. Spherical and rectangular shapes were
<i>Keywords:</i> Screen Granular Medium Pellet Discrete Element Molecular Dynamic	considered for the particles and the screen mesh apertures respectively; and a linear vibration is applied to the mesh surface. During the simulation, differential governing equations of the granules motions are solved numerically to predict their behavior. The required programs were developed to perform the simulations using the open source code, LIGGHTS; and the factors affecting numerical computations were tuned to obtain suitable values. Numerous simulations were done to study the effects of different parameters including mesh inclination, vibration frequency ,vibration angle and apertures' size on the sorting performance; and the adequate ones reported in open literature. Although the current research is not limited to a special case, some data related to the characteristics of iron pellet and the screen device in Gol-e-Gohar pellet factory are employed for numerical studies.

1- مقدمه

به دلیل اهمیت پدیدههای مرتبط با مواد دانهای، شناسایی رفتار آنها، شناخت فرايندها و همچنين عملكرد تجهيزات مرتبط با اين نوع مواد مورد توجه صنایع مختلف میباشد و امروزه پژوهشگران با ابزارهای گوناگونی به مطالعه این قبیل مواد و فرایندهای مرتبط می پردازند. در میان تجهیزات صنعتی که با مواد دانهای در ارتباط هستند، سرندها جایگاه ویژهای داشته و در بسیاری از حوزهها مورد استفاده قرار می گیرند. به عنوان مثال، از این تجهیز برای

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-05-01

جداسازی گندله آهن در اندازههای مختلف جهت تغذیه ادامه خط تولید آهن،

درجهبندی محصولات غذایی و کشاورزی، درجه بندی محصولات پتروشیمی

مجموعه ریخته شده روی سطح توری سرند مسیر خاص خود را طی میکند.

این مسیر میتواند نهایتاً منجر به عبور از روزنهها شود که تحت عنوان ته ریز¹

همان گونه که در شکل 1 نشان داده شده است، هر کدام از ذرات موجود در

و بسیاری از موارد دیگر استفاده می شود.

¹⁻ Underflow

Please cite this article using:

شناخته می شود یا این که اجازه عبور از روزنه ها را پیدا نکرده و به عنوان سرریز¹ از انتهای سرند خارج می شود. تاریخچه مسیر و چگونگی حرکت هر ذره به اندازه و جنس آن و همچنین اثر برخورد با سطوح و برخورد با سایر ذرات بستگی دارد. همان گونه که در شکل 1 بصورت شماتیک ترسیم شده، علاوه بر دینامیک ذرات ناشی از وزن و برخوردها، حرکت اجباری سطوح از جمله ارتعاش سطح توری نیز در حرکت ذرات مؤثر است. ملاحظه می شود که ذرات بزرگ تر از اندازه روزنه های توری از انتهای سرند بصورت سرریز خارج می شوند. هستند نیز می توانند همراه سرریز خارج شوند. چنین اتفاقی باعث می شود که سایزبندی بطور دقیق صورت نپذیرفته و کاهش کارایی فرایند را به دنبال دارد. حال این سوال مطرح می شود که کارایی سرند به چه پارامترهایی وابسته است و آیا امکان پیش ینی آن وجود دارد؟

با توجه به پر هزینه بودن و مشکلات اجرایی روشهای مطالعه تجربی، استفاده از رویکردهای تئوری در تحلیل چنین مسائلی گریزناپذیر به نظر می سد. از طرفی به علت تعداد زیاد ذرات و پیچیدگی محاسبات، روشهای تحلیلی چندان کارگشا نبوده و بکارگیری روشهای عددی ایزار جایگزین مناسبی برای این منظور محسوب می شوند. در این راستا، روش المان گسسته یا به بیانی دیگر دینامیک مولکولی که بر پایه حل عددی معادلات حرکت ذرات بنا شده قابل استفاده است و با استفاده از آن می توان رفتار مواد دانه ای را مدل سازی کرد در این تحقیق از آن استفاده می شود. لازم به ذکر است که هر چند اساس عملکرد دینامیک ملکولی و المان گسسته یکسان است ولی غنوان المان گسسته معمولاً برای حالتی بکار برده می شود که نیروهای بین ذرات بصورت کوتاه برد و به ویژه ناشی از برخورد مستقیم باشند در حالی که عبارت دینامیک ملکولی برای حالت وجود نیروهای بلند برد مثل الکترواستاتیک مرسومتر است. علی رغم اینها در بسیاری اوقات این دو عبارت با معنی یکسان تلقی و بکار برده می شوند.

گزارش استفاده از روش المان گسسته در تحلیل مواد دانهای به اواخر دهه هفتاد میلادی بر می گردد [1] ولی توسعه بیشتر و کاربرد گستردهتر آن به ساخت کامپیوترهای پر سرعت وابسته بوده و اخیراً رشد سریعتری به خود گرفته است. در زمره تحقیقات با روش المان گسسته، لی و همکاران اثرات نرخ تغذیه و طول سرند را بر روی عملکرد مکانیزمی با ارتعاش دورانی بررسی كردند [2]. چن و تنگ با استفاده از این روش، تأثیر طول سرند و فركانس ارتعاش آن بر بازده را مورد مطالعه عددی قرار دادند [3]. بر اساس نتایج تحقيق مذكور، با افزايش فركانس، بازده سرند كاهش مىيابد. دونگ و همکاران سرندی موزی شکل را با استفاده از روش المان گسسته مدلسازی نموده و تأثير پارامترهای مختلف از جمله دامنه و فرکانس ارتعاش، نوع ارتعاش و همچنین شیب سرند را بر روی نرخ سرریز، ته ریز و به بیانی دیگر کارایی سرند مورد مطالعه عددی قرار دادند [4]. بطور خلاصه بر اساس نتایج تحقیق یاد شده، بازده فرایند با کاهش فرکانس، دامنه و شیب سرند، افزایش مییابد و همچنین تحریک ارتعاش دورانی کارایی بهتری نسبت به تحریک خطی دارد. کلرلی و همکاران با اعمال روش المان گسسته به بررسی اثر شتاب بر روی انرژی جنبشی ذرات روی سرند موزی شکل پرداختند [6،5]. نتايج تحقيق چن و تنگ كه به روش المان گسسته انجام شده نشان مىدهد که رابطه بین فرکانس ارتعاش خطی و بازده سرند تقریباً بصورت نمایی می-باشد [7]. گویفنگ و زین اثر دامنه، فرکانس، زاویه ارتعاش، شیب و طول

سرند بر بازده آن را بصورت عددی مطالعه کرده و نشان دادند که در فرکانسهای خیلی بالا بازده تقریباً متناسب با فرکانس تغییر میکند و در فرکانسهای بسیار پایین، طول سرند تأثیر چندانی بر بازده آن ندارد [8]. بطور خلاصه آنها پیشبینی کردند که رابطه بین کارایی و طول تقریباً نمایی بوده به گونهای که هر چه طول افزایش یابد بازده افزایش یافته ولی به تدریج آثار مثبت آن تقلیل مییابد و نامحسوس میشود. لالا و همکاران با شبیه سازی المان گسسته سرندی با ارتعاش دورانی، تأثیر دامنه ارتعاش و افزایش شیب سرند را بر روی عملکرد آن مطالعه کرده و به این نتیجه رسیدند که با افزایش شیب سرند بازده کاهش میابد [9]. یو و دنگ به شبیه سازی جریان اود دانه ای روی سرند به روش المان گسسته پرداخته و تأثیر مولفه های ارتعاشات در راستای افقی و عمودی بر عملکرد سرند را بررسی نمودند [0]. آنها به این نتیجه رسیدند که میزان ذرات عبوری از سرند با کاهش فرکانس آنها به این نتیجه رسیدند که میزان ذرات عبوری از سرند با کاهش فرکانس رواها به این نتیجه رسیدند که میزان ذرات عبوری از سرند با کاهش فرکانس روانهات افزایش می یابد. زین و جیانژانگ با بررسی یک سرند با ارتعاش خطی به روش المان گسسته، وابستگی نرخ عبور ذرات بر حسب اندازه روزنه ها، قطر سیم ها و شیب توری سرند را جستجو نمودند [11].

2- تعريف مسأله

سیستم سرند مورد مطالعه تحقیق جاری، وظیفه تفکیک گندله کروی آهن به سایزهای مختلف را به عهده دارد. این سرند دارای حرکت ارتعاشی خطی است که به واسطه دوران محور لنگر با وزنههای خارج از مرکز قابل تنظیم، تحریک می شود.



شکل 2 تعریف پارامترهای شیب، راستای تحریک ارتعاش خطی و روزنههای توری سرند

¹⁻ Overflow

طرز عملکرد این دستگاه به این صورت است که مخلوطی از دانهها با اندازههای مختلف از بالای یک انتهای توری سرند بر روی آن ریخته شده سپس تعدادی از دانهها از روی سطح در انتهای توری سرند بصورت سر ریز خارج شده و دانههای ریز بصورت ته ریز از توری عبور می کند. البته در یک سرند چند طبقه، ذرات ته ریز هر طبقه به عنوان ورودی توری طبقه پایین تر وارد شده و فرایند غربال برای سایز بعدی تکرار می شود. در اینجا تأثیر پارامترهایی از قبیل فرکانس ارتعاش خطی سرند (ω)، زاویه راستای تحریک ارتعاشی (α)، شیب سرند (β) و همچنین اندازه روزنههای توری که در شکل 2 بصورت شماتیک نشان داده شدهاند، بر روی نرخ سرریز و ته ریز یا به بیانی دیگر بازده سرند مورد مطالعه قرار می گیرد.

3 - مدلسازی و فرمول بندی

همان گونه که پیشتر در مقدمه بحث شد، از آنجا که سیستمهای مولکولی و همچنین تودههای دانهای عموماً شامل تعداد زیادی از ذرات هستند امکان مدلسازی آنها بطور تحلیلی وجود ندارد. لذا امروزه مدلسازیها بر پایه تئوریهای مکانیک مولکولی در اغلب شاخههای علوم و مهندسی از جمله مکانیک، معدن، شیمی، فیزیک، بیولوژی و نانوتکنولوژی مورد استفاده قرار اتمها و مولکولها اجازه دارند برای یک بازه زمانی تحت قوانین شناخته شده فیزیک با هم برهم کنش کنند و طی آن چشم اندازی از حرکت اتمها فراهم میشود. این روش یک واسطه بین تجربیات آزمایشگاهی و نظریه ایجاد می-کند و میتواند به عنوان یک آزمایش مجازی در نظر گرفته شود.

در مدلسازی دینامیک مولکولی، ابتدا سیستمی شامل N ذره در داخل جعبهای به نام جعبه محاسبات در نظر گرفته میشود و شرایط اولیه شامل مکان و سرعت اولیه به ذرات اعمال میشود. با در اختیار داشتن پتانسیل نیرویی بین هر جفت ذره، این مدل از نظر ریاضی قابل حل است. بدین شکل دیفرانسیلی قانون دوم نیوتن برای آن اعمال میشود. برای Nذره موجود در سیستم تعداد 60 معادله دیفرانسیل معمولی شکل میگیرد که با تبدیل آنها به معادلههای تفاضلی گسسته، مکان و سرعت همه ذرات در هر گام زمانی محاسبه میشود. با در اختیار داشتن مکان و سرعت ذرات در هر مرحله

در مجموعه ای متشکل از N دانه با ابعاد و خواص معین فیزیکی حرکت انتقالی و دورانی دانه iام توسط معادلات تعادل نیرو و گشتاور به صورت معادلات (1) بیان می شود.

$$\frac{\partial^2 \overline{r}_i}{\partial t^2} = \frac{1}{m_i} \overline{F}_i (\overline{r}_j, \overline{\nu}_j, \varphi_j, \omega_j), (i, j = 1, ..., N)$$
(i)

$$\frac{\partial^{-}\varphi_{i}}{\partial t^{2}} = \frac{1}{J_{i}} \vec{M}_{i} \left(\vec{r}_{j}, \vec{v}_{j}, \varphi_{j}, \omega_{j} \right) \quad , \quad \left(i_{i} j = 1, \dots, N \right)$$
(-1)

در معادلات (1)، نیروی \mathbf{F}_i و گشتاور \mathbf{M}_i بر روی دانه *i*ام به جرم \mathbf{m}_i و ممان اینرسی \mathbf{j}_i وارد میشوند. نیروها وگشتاورها توابعی از موقعیت \mathbf{J}_i وضعیت زاویهای $\mathbf{\phi}_i$ ، سرعت خطی \mathbf{j}_i و سرعت زاویهای $\mathbf{\omega}$ دانه هستند. نیروی \mathbf{J}_i شامل تمام نیروهایی میشود که در نتیجه تماس بین دانه و همسایگان آن بوجود میآید و در نقطه تماس هر جفت ذره وارد میشود که نمایش ریاضی آن به صورت معادله (2) است.

$$\vec{F}_{i} = \sum_{j=1}^{m} \vec{F}_{ij} \tag{2}$$

مهندسی مکانیک مدرس، آذر 1393، دورہ 14، شمارہ 9

در معادله (2)، $\mathbf{r}_{\mathbf{j}}$ معرف نیروی وارده از سوی دانه *i*ام به دانه *i*ام است. البته این نیرو می تواند از طرف سطوح دیوارهها و توری نیز وارد شود. بعلاوه، نیروهای وارد شده باعث ایجاد گشتاور حول مرکز ذره شده و منجر به حرکت دورانی آن می شود که معادله حاکم بر آن به صورت رابطه (1- ب) است. در معادله مذکور، گشتاور **M** برابر با مجموع تمام گشتاورهای وارد شده از همسایگان بوده و بصورت معادله (3) قابل بیان است.

$$\vec{M}_{i} = \sum_{j=1, j \neq i}^{N} \vec{M}_{ij}$$
(3)

اگر مقادیر نیروهای $\mathbf{\bar{F}}_{i}$ و گشتاورهای $\mathbf{\bar{M}}_{i}$ برای دانههای برخورد کننده به صورت تابعی از موقعیتهای $(\mathbf{\bar{F}}_{i}, \boldsymbol{\varphi}_{i})$ و $(\mathbf{\bar{F}}_{i}, \boldsymbol{\varphi}_{i})$ آنها مشخص باشد میتوان معادلات حرکت (1) را در یک گام زمانی به صورت عددی حل نمود. لازم به ذکر است که در ادامه همین بخش چگونگی مدل سازی و تعیین نیروی بین ذرات بیان می شود.

3-1- مدل دانههای کروی

(4)

(6)

رایج ترین مدل برای یک دانه در مواد دانهای مدل کروی است که در این مقاله نیز از آن استفاده می شود. مدل کروی در شبیه سازی مجموعه ای از مواد دانه ای، ضمن سادگی، با واقعیت نیز سازگاری خوبی دارد. در شکل \mathbf{S} دو دانه کروی با شعاعهای \mathbf{R} و \mathbf{R} در حال نزدیک شدن به هم نشان داده شده است و پارامتر تغییر شکل به صورت معادله (4) تعریف می شود.

$$\xi_{ij} = \boldsymbol{R}_i + \boldsymbol{R}_j - \left| \vec{\boldsymbol{r}}_i - \vec{\boldsymbol{r}}_j \right|$$

همانطور که در شکل 3 دیده میشود پارامتر _{تو}یخ برای دو دانه *i و j* بصورت رابطه (5) تعیین میشود.

$$\xi_{ij} = \mathbf{R}_i + \mathbf{R}_j - \sqrt{d\mathbf{x}^2 + d\mathbf{y}^2} \tag{5}$$

بنابراین، شرط برخورد دو دانه کروی بصورت رابطه (6) است.

 $\xi_{ii} > 0$



29



شکل 4 چگونگی تغییر شکل اجسام در تماس

در معادلات (13) و (14)، _i ,E مدولهای یانگ و _v ,v ضرایب پواسن کرههای برخورد کننده هستند. از طرفی، با استفاده از روابط هندسی، معادله (15) برای ارتباط بین میزان تداخل و لهیدگی بدست میآید.

$$a = \left(\xi R^*\right)^{1/2} \tag{15}$$

بدین ترتیب با مشخص بودن موقعیت مرکز ذرات، مقدار گراز رابطه (5) بدین ترتیب با مشخص بودن موقعیت مرکز ذرات، مقدار گراز رابطه (5) بدست آمده و سپس با ترکیب روابط (15) و (12) نیروی ناشی از تغییر شکل الاستیک وارد بر ذرات بدست میآید که متناسب با $E^*(R^*\xi^3)^{1/2}$ میباشد.

نیرویی که در بالا چگونگی محاسبه آن تشریح شد، صرفاً دارای منشا رفتار الاستیک است در حالی که برخورد ذرات بطور کاملاً الاستیک نبوده و طی آن مقداری انرژی تلف میشود. این تلفات انرژی میتواند ناشی از رفتار ویسکوالاستیک یا ویسکوپلاستیک ذرات باشد که به نوعی بیانگر تغییر شکل و بازگشت با تأخیر یا عدم بازگشت است. طبق بیان ماکسول¹ رفتار ویسکوالاستیک را میتوان با ترکیب سری یک فنر و دمپر مطابق شکل 5 مدلسازی کرد در حالی که بر اساس مدل وویت² از ترکیب موازی المانهای مذکور استفاده میشود. همچنین رفتار بازگشت ناپذیری ناشی از اصطکاک کلومبی نیز میتواند در برخورد ذرات اتفاق بیفتد که بطور خاص در حرکت مماسی نسبی بین آنها رخ میدهد. در شکل 5 این نوع رفتار با سمبل لغزنده نشان داده شده است.لازم به ذکر است که نیروی ناشی از اثر ویسکوز به ضریب ویسکوزیته دمپر، η ، و نرخ تغییر شکل، [‡], وابسته است که با توجه به نوع مدل می تواند خطی یا غیر خطی باشد.

بنابراین بطور خلاصه هر کدام از نیروهای نرمال و مماسی بین ذرات می توانند دارای ماهیت الاستیک، ویسکوز یا اصطکاکی کلومبی باشند. پیشتر در مورد نیروی الاستیک نرمال بحث شد لذا با فرض برگشت پذیر بودن تغییر شکل ذرات می توان از اثر تغییر شکل دائمی پلاستیک در مولفه نیروی نرمال صرفنظر کرد. با این اوصاف، با توجه به بروز سریع اثر الاستیک در برخورد ذرات، با انتخاب مدل وویت نیروی نرمال کل بین ذرات از مجموع نیروی الاستیک و نیروی ویسکوز بصورت رابطه (16) قابل محاسبه است [13].

$$\boldsymbol{F}^{\boldsymbol{n}}\left(\boldsymbol{\xi}, \dot{\boldsymbol{\xi}}\right) = \frac{\boldsymbol{4}\boldsymbol{E}^{\star}\sqrt{\boldsymbol{R}^{\star}}}{3} \left(\boldsymbol{\xi}^{\frac{3}{2}} + \eta\sqrt{\boldsymbol{\xi}}\dot{\boldsymbol{\xi}}\right)$$
(16)

ترم دوم معادله (16) به ضریب میرایی درونی ماده، η ، بستگی دارد. با این حال میتوان از تعریف ضریب بازگشت، $1 \geq e \geq 0$ ، استفاده و آن را به شکل ملموستری بازنویسی کرد. به عبارتی دیگر زمانی دو دانه کروی برخورد میکنند که تماس مکانیکی ایجاد شود یعنی مجموع شعاعهای آنها از فاصله مراکز آن دو بیشتر شود. در این حالت نیروی بین دو دانه برخورد کننده بصورت رابطه (7) قابل بیان است.

$$\vec{F}_{ij} = \begin{cases} \vec{F}_{ij}^{n} + \vec{F}_{ij}^{t} & ; \quad \xi_{ij} > 0 \\ 0 & ; \quad \xi_{ij} \le 0 \end{cases}$$
(7)

در رابطه (7)، بالانویس.های n و t به ترتیب نشانگر راستای نرمال و مماسی میباشند که در شکل 3 نشان داده شده است. مؤلفههای نرمال و مماسی نیروی بین ذرات بترتیب طبق روابط (8) و (9) قابل بیان میباشند.

$$\vec{F}_{ij}^{n} = F_{ij}^{n} \, \vec{e}_{ij}^{n} \tag{8}$$

$$\boldsymbol{F}_{ij}^{r} = \boldsymbol{F}_{ij}^{r} \, \boldsymbol{\bar{e}}_{ij}^{r} \tag{9}$$

در روابط (8) و (9)، بردار یکههای نرمال و مماس بر سطح تماس بصورت روابط (10) و (11) تعریف میشوند.

$$\vec{e}_{ij}^{n} = \frac{r_{j} - r_{i}}{\left|\vec{r}_{j} - \vec{r}_{i}\right|}$$
(10)

$$\vec{e}_{ij}^{\,\prime} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \vec{e}_{ij}^{\,n} \tag{11}$$

برای سادهسازی نگارش متن، در ادامه از درج اندیسهای *ji* صرفنظر می-شود. نیروی عمودی **F** باعث تغییر در وضعیت انتقالی ذرات میشود و همانگونه که پیشتر نیز بیان شد، نیروی مماسی **F** علاوه بر موقعیت، گشتاوری حول مرکز هر ذره ایجاد کرده و در وضعیت دورانی آن تغییر بوجود میآورد.

3-2- نيروى بين ذرات

نیروی بین دو جسم که با هم برخورد می کنند تابعی از فاصله بین آنها یا به بیانی دیگر تغییر شکل آنها، سرعت نسبی برخورد، جرم و جنس اجسام است [12]. تئوریهای مختلفی برای مدلسازی برخورد بین ذرات وجود دارد که مدل ویسکوالاستیک هرتز برای این منظور در اینجا در نظر گرفته می شود. در واقع این مدل یک پتانسیل نیرویی کوتاه برد است که فقط در صورت تماس فیزیکی ذرات دارای مقدار است. بر اساس این مدل، هر کدام از مؤلفههای نیرویی معرفی شده به جنس، میزان تغییر شکل اجسام و همچنین سرعت تغییر شکل بستگی دارند. مطابق شکل که در طی برخورد، اجسام دچار تغییر شکل شده و به هم نیرو وارد می کنند. بر اساس تئوری هرتز تابع توزیع فشار از منحنی سهمی پیروی می کند. همان گونه که ملاحظه می شود میزان تداخل باشند سطح تماس بصورت دایره ای به شعاع می در نتیجه اگر ذرات کروی باشند سطح تماس بصورت دایره ای به شعاع a در می آید. اگر دو ذره تحت نیروی P به همدیگر فشرده شوند، شعاع دایره لهیدگی از رابطه (12) بدست می آید [12].

$$P = \frac{4E}{3R^*}$$
(12)

4 1 * 3

در این رابطه ، ^{*} R و ^{*} A به ترتیب شعاع مؤثر و ضریب الاستیک مؤثر میباشند و طبق روابط (13) و (14) تعریف می شوند.

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - v_i^2}{E_i} + \frac{1 - v_j^2}{E_j}$$
(13)

$$\frac{1}{P^*} = \frac{1}{P} + \frac{1}{P}$$
(14)

$$R^* = R_i^{\dagger} R_j^{\dagger}$$
(14)

¹⁻ Maxwell 2- Voigt

^{. .}





شکل 5 مدلسازی برخورد غیر الاستیک ذرات در بیان نیروهای نرمال و مماسی

$$e = \frac{V_{rel}^n}{V_{rel}^n}$$
(17)

از طرفی دیگر، این ضریب به مقدار ضریب میرایی درونی ماده در مدل ویسکوالاستیک وابسته بوده که با رابطه (18) قابل محاسبه است [8.3].

$$e = \exp\left(-\frac{\pi\eta}{\sqrt{2m^*K_n - \eta^2}}\right)$$
(18)

در معادله (18)، 🖬 جرم مؤثر مجموعه جفت ذره برخورد کننده بوده و

مهندسی مکانیک مدرس، آذر 1393، دورہ 14، شمارہ 9

بصورت رابطه (19) تعريف ميشود.

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{m_i} + \frac{1}{m_j}$$
(19)

 K_n ضریب فنر الاستیک نرمال است که به تغییر شکلپذیری نرمال وابسته میباشد. البته معمولاً ضریب بازگشت با روش تجربی اندازه گیری شده و بر اساس آن میتوان ضریب میرایی را محاسبه کرد. به عنوان یک واقعیت، در عمل ثابت شده که ضریب بازگشت علاوه بر جنس به سرعت برخورد نیز وابسته است [13] ولی در اینجا مقدار ثابتی برای آن در نظر گرفته میشود.

در رابطه با نیروی مماسی نیز میتوان تفسیری مشابه نیروی نرمال ارائه کرد که در این صورت نیروی کل برابر مجموع نیروی الاستیک و غیر الاستیک میشود. اثر نیروی تلفاتی غیر قابل برگشت در این مؤلفه بیشتر از اثر الاستیک است چرا که حرکت مماسی به یک طرف انجام شده و بازگشت پذیر نیست. با این حال متناسب با شرایط ذرات و نقطه تماس آنها، این نیرو میتواند از نوع ویسکوز یا اصطکاک خشک باشد. با این اوصاف، نیروی مماسی غیر الاستیک بصورت رابطه (20) قابل بیان است که بر اساس مدل ویسکوپلاستیک نشان داده شده در شکل 5 میباشد [13].

 $F^{t} = -\text{sign}\left(v_{rel}^{t}\right)\min\left(\gamma^{t}\left|v_{rel}^{t}\right|, \mu\left|F^{n}\right|\right)$ (20) در معادله (20)، p_{rel}^{t} مؤلفه مماسی سرعت نسبی، ¹ γ ضریب میرائی ویسکوز مماسی و μ ضریب اصطکاک کلومب است. همان گونه که در شکل 5 نشان داده شده است، نیروی فعال مماسی یکی از انواع ویسکوز یا اصطکاکی خشک کلمبی است که بر اساس معادله فوق کوچک ترین از بین آنها در نظر گرفته می شود.

3-3- فرايند اجرا

برای اجرای فرایند شبیهسازی، در ابتدا به ذرات موقعیت و سرعت اولیه مشخصی اختصاص داده میشود و سطوح جانبی و توری نیز به عنوان مرزهای سیستم تعریف میشوند. این مرحله از فرایند شبیهسازی، به عنوان مرحله صفر، آمادهسازی اولیه¹ نامیده میشود. در مرحله اول از فرایند، با توجه به موقعیت ذرات، تداخلها تشخیص داده شده و در واقع برخوردهای موجود شناسایی میشوند. در مرحله دوم، با توجه به معلوم بودن موقعیت و سرعت ذرات، با اعمال معادلاتی که در قسمت قبل معرفی شدند، نیروی بین آنها محاسبه میشود و برای هر ذره معادلات حرکت تشکیل میگردد. بدین ترتیب به ازای هر ذره شما دله دیفرانسیل شکل میگیرد که با توجه به انها نتخاب یک گام زمانی، Λ ، معادلات حرکت بصورت عددی حل شده و با انتخاب یک گام زمانی، Λ ، معادلات حرکت بصورت عددی حل شده و مرحله اول و تکرار به دفعات لازم موقعیت و سرعت ذرات در طی زمان تعیین مرحله اول و تکرار به دفعات لازم موقعیت و سرعت ذرات در طی زمان تعیین

لازم به ذکر است که روشهای گوناگونی برای اجرای مرحله حل عددی مجموعه معادلات دیفرانسیل وجود دارد و دراینجا از الگوریتم گیر² برای این منظور استفاده میشود [14]. الگوریتم گیر شامل دو گام میباشد که در گام نخست موقعیت دانهها، سرعت و بقیه مشتقات زمانی در زمان $1 \Delta + 1$ پیش بینی میشود. این محاسبه توسط بسط تیلور و با استفاده از متغیرهای حرکتی دانههادر زمان t و زمانهای قبلی آن صورت می گیرد. در بیشتر موارد از الگوریتم مرتبه پنج گیر استفاده میشود که در آم

31

¹⁻ Initialization 2- Gear

به مقدار ⁵1∆ وابسته است. روابط (21) قسمت مربوط به پیشبینی در روش مرتبه پنج گیر را نشان میدهد.

$$\vec{r}_{i}^{\text{pr}}(t + \Delta t) = \vec{r}_{i}(t) + \Delta t \vec{v}_{i}(t) + \frac{1}{2} (\Delta t)^{2} \vec{r}_{i}(t) + \frac{1}{6} (\Delta t)^{3} \vec{r}_{i}^{(3)}(t) + \frac{1}{24} (\Delta t)^{4} \vec{r}_{i}^{(4)}(t)$$

$$(14)$$

$$\vec{v}_{i}^{pr}(t+\Delta t) = \vec{v}_{i}(t) + \Delta t \vec{r}_{i}(t) + \frac{1}{2}(\Delta t)^{2} \vec{r}_{i}^{(3)}(t) + \frac{1}{6}(\Delta t)^{3} \vec{r}_{i}^{(4)}(t)$$
(-21)

$$\vec{r}_{i}^{(3)\mathrm{pr}}\left(\boldsymbol{t}+\Delta\boldsymbol{t}\right)=\vec{r}_{i}^{(3)}\left(\boldsymbol{t}\right)+\Delta\boldsymbol{t}\vec{r}_{i}^{(4)}\left(\boldsymbol{t}\right) \qquad (z-21)$$

معادلات مشابهی برای حل معادلات مربوط به گشتاور قابل بیان است. در مرحله بعد با استفاده از مقادیر پیشینی شده و همچنین به کمک مدلهای نيروئي که پيشتر به آن اشاره شد، نيروها $\left(ar{r}_{i}^{
m pr},ar{v}_{i}^{
m pr},ar{v}_{i}^{
m pr}
ight)$ و گشتاورهاي وارده به دانهها محاسبه می شوند. سپس از نیروها و $\vec{M}_i(\vec{r}_i^{
m pr},\vec{V}_i^{
m pr},\omega_i^{
m pr})$ گشتاورهای محاسبه شده برای اصلاح شتابهای خطی و زاویهای و $\vec{\phi}_i^{\text{corr}}(t+\Delta t)$ استفاده می شود. اگر پیشینی کاملاً دقیق $\vec{\phi}_i^{\text{corr}}(t+\Delta t)$ باشد متغیرهای حرکتی پیشینی شده میبایست معادله حرکت را ارضا کنند. پارامتر نیز است معیاری برای سنجش انحراف مقادیر موقعیت، سرعت و شتاب پیشینی شده از مقادیر واقعی به صورت رابطه (22) تعریف میشود. $\Delta \vec{r} = \vec{r}^{corr} - \vec{r}_{i}^{pr}$ (22)

لازم به ذکر است که در این روابط بالانویس pr مربوط به حالت پیشینی شده و بالانویس corr حالت اصلاح شده کمیتهای مذکور میباشد.

در گام دوم از الگوریتم گیر، متغیرهای پیشینی شده، با اضافه کردن عددی که از حاصلضرب انحراف \vec{A} بدست آمده است با استفاده از معادله (23) اصلاح می شود.

$$\begin{pmatrix} \vec{r}_{i}^{\text{corr}}(t+\Delta t) \\ \vec{v}_{i}^{\text{corr}}(t+\Delta t) \\ \vec{r}_{i}^{\text{corr}}(t+\Delta t) \\ \vec{r}_{i}^{\text{corr}}(t+\Delta t) \\ \vec{r}_{i}^{\text{corr}}(t+\Delta t) \\ \vec{r}_{i}^{\text{corr}}(t+\Delta t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{r}_{i}^{\text{pr}}(t+\Delta t) \\ \vec{r}_{i}^{\text{pr}}(t+\Delta t) \\ \vec{r}_{i}^{\text{pr}}(t+\Delta t) \\ \vec{r}_{i}^{\text{corr}}(t+\Delta t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_{0} \\ C_{1}\frac{1}{(\Delta t)^{1}} \\ C_{2}\frac{2}{(\Delta t)^{2}} \\ C_{3}\frac{6}{(\Delta t)^{3}} \\ C_{4}\frac{24}{(\Delta t)^{4}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\Delta t)^{2} \\ \vec{\Delta r} \end{pmatrix} \Delta \vec{r}$$
(23)

در معادله (23)، ضرایب 💪 به مرتبه الگوریتم و نوع معادله دیفرانسیل بستگی دارد. این ضرایب برای الگوریتم مرتبه 5 به صورت رابطه (24) می باشند.

$$c_0 = \frac{19}{90}$$
, $c_1 = \frac{3}{4}$, $c_2 = 1$, $c_3 = \frac{1}{2}$, $c_4 = \frac{1}{12}$ (24)

در انتها پس از اصلاح متغیرهای حرکتی دانهها توسط گام اصلاح کننده الگوریتم، زمان برنامه به اندازه یک گام زمانی به جلو برده شده و ادامه می یابد. لازم به ذکر است که انتخاب مقدار Δt تأثیر زیادی در دقت نتایج دارد به گونهای که هر چه كوچكتر باشد دقت حل عددى افزايش يافته ولى سرعت انجام محاسبات كاهش می یابد. از طرف مقابل، افزایش اندازه گام زمانی باعث می شود که برخی برخوردها دیده نشوند یا تداخل ذرات زیاد باشد که کاهش دقت و حتی ناپایداری سیستم را به دنبال دارد. در اینجا با انتخاب مقادیر مختلف و مقایسه نتایج در نهایت مقدار 0.0000 ثانيه براي اين منظور انتخاب شد.

4- شرايط شبيهسازي

سرند مورد مطالعه در این مقاله دارای یک طبقه توری با روزنههای مربعی و راستاها و زوایای مختلف از جمله زاویه شیب سرند ((β) زاویه راستای تحریک

ارتعاشی (α) مطابق شکل 2 میباشد. مشخصات هندسی سرند در جدول 1 و ویژگیهای هندسی و فیزیکی ذرات و همچنین نرخ ریزش و سایر کمیات مورد استفاده در شبیه سازی ها در جدول 2 آورده شده است. از طرفی حالات متعددی از شرایط شبیه سازی با تغییر پارامترهای قابل تنظیم در جدول 3 معرفی شدہ است.

همان گونه که در واقعیت رخ میدهد و پیشتر نیز بیان شد، طی شبیهسازی مطابق شکل 6 ذرات از ارتفاع مشخصی تحت شتاب گرانش روی سطح سرند سقوط می کنند و با گذشت زمان تعدادی از ذرات از روزنههای سرند عبور و تعدادی نیز از انتهای آن خارج میشوند که به ترتیب بنام ته ریز و سرریز شناخته می شوند. در حالت ایده آل، همه ذراتی که دارای قطری کمتر از روزنهها هستند به عنوان تهریز خارج می شوند ولی در واقع چنین اتفاقی نمیافتد و تعدادی از این ذرات به همراه سر ریز از انتهای توری سرند خارج می شوند. در اینجا بازده سرند به صورت تعداد ذرات عبوری از روزنههای سرند به تعداد کل ذراتی که می بایست از روزنه ها عبور می کردند تعریف می-شود و با رصد نمودن موقعیت ذرات در هر لحظه محاسبه می شود. باید یادآوری کرد که ذرات در دو حوزه زمان و مکان قراردارند و برای حل معادلات آنها به شرایط اولیه و مرزی نیاز است. از نقطه نظر شرایط اولیه، در عمل مشخص شد که موقعیت اولیه ذرات تأثیر چندانی در نتایج نهایی در دراز مدت ندارد که میتواند ناشی از پیوستگی وکارکرد طولانی سیستم باشد. تماس ذرات با دیوارههای سرند و همچنین سطح توری در حرکت آنها تأثیر می گذارد و به بیانی دیگر شرایط مرزی از هندسه سرند تأثیر می پذیرد.

لازم به ذکر است که برای اجرای شبیه سازی ها برنامه های لازم برای اجرا در برنامه منبع باز لایتس^ا تهیه و در محیط سیستم عامل لینوکس مورد اجرا قرار گرفت [16،15]. لازم به ذکر است که این برنامه نسخه جدیدی از برنامه دینامیک ملکولی لمپس² [17] است که برای مدلسازی مواد دانهای بهبود داده شده است. برای نمایش نتایج شبیه سازی بصورت گرافیکی همچون شکل 6 از برنامه پاراويو³ استفاده شده است [18].

5- نتايج عددي و بحث

همان گونه که پیشتر نیز بیان شد، عوامل مختلفی بر کارکرد و نهایتاً بازده سرند تأثیر گذار هستند که با انجام تعداد زیادی شبیهسازی با شرایط مختلف تأثير اين پارامترها مورد مطالعه عددي قرار مي گيرد.



شکل 6 لحظهای از حرکت ذرات روی توری سرند طی یک ش

¹⁻ LIGGGHTS: LAMMPS improved for general granular and granular heat transfer simulation 2- LAMMPS: large-scale atomic/molecular massively parallel simulator

³⁻ Paraview



شکل 8 نمودارهای تغییرات بازده بر حسب زاویه شیب سرند و فرکانس های مختلف به ازای الف) زاویه ارتعاش α=-10 و ب) زاویه ارتعاش α=20

در شکل 7 نمودارهای وابستگی بازده سرند به فرکانس ارتعاش خطی آن به ازای مقادیر مختلف زاویه ارتعاش تحریک و همچنین زاویه شیب سرند نشان داده شده است. نمودارها نشان میدهند که در فرکانسهای کمتر از حدود 16 هرتز بازده بیشترین مقدار را داشته و البته در این محدوده، وابستگی آن به فرکانس چندان محسوس نیست. با این همه میتوان مشاهده نمود که در فرکانسهای بیش از این مقدار، با افزایش فرکانس ارتعاش، بازده تقریبا بصورت خطی کاهش میابد. مقایسه نتایجی که در این مرحله از تحقیق جاری حاصل گردیده تطابق خوبی با نتایج گزارش شده در مراجعی چون [7] نشان میدهد. همچنین با مقایسه نمودارهای مربوط به زوایای مختلف راستای تحریک ارتعاشی میتوان نتیجه گرفت که چگونگی ارتباط بازده و فرکانس همواره یکسان نیست.

هر چند نمودارهای ارائه شده وابستگی بازده را در فضای سه متغیره فرکانس- زاویه ارتعاش - زاویه شیب سرند نشان میدهد ولی برای وضوح بهتر تابعیت، در شکل 8 نمودارهای تغییرات بازده بر حسب زاویه شیب سرند به ازای فرکانسهای مختلف و برای زاویههای مختلف راستای تحریک ارتعاشی نمایش داده شده است. ملاحظه میشود که با افزایش شیب سرند بازده آن بشدت کاهش مییابد هر چند با افزایش آن پس از 20 درجه تقریباً ثابت می ماند. لازم به ذکر است که نتایج بدست آمده در اینجا در تطابق بسیار خوبی با نتایج گزارش شده در مراجع [9.4] می باشد.

در رابطه با تأثیر راستای ارتعاش، در اینجا از ارائه نتایج عددی مستقل صرفنظر میشود لیکن مشاهده شد که راستای ارتعاش تأثیر محسوسی بر روی بازده ندارد.

33

در این بخش از مقاله، خلاصهای از نتایج حاصل در قالب جدول و نمودار ارائه گردیده و در مورد آنها بحث میشود.

	سی سرند	صات هند	جدول 1 مشخ					
	300 mm		طول سرند					
	100 mm		عرض سرند					
	$4 \text{ mm} \times 4 \text{ mm}$		ابعاد روزنه					
	4 mm		فاصله روزنهها					
	407	ما	داد کل روزنه	ت				
	37	ں سرند	وزنهها در طول	تعداد ر				
	11	ن سرند	وزنهها در عرض	تعداد ر				
	1 mm		دامنه ارتعاش					
	جدول 2 خواص فیزیکی ذرات							
	2 mm , 4 mm		قطر ذرات					
	2500 kg/m3		چگالی					
	5000000 Pa		مدول يانگ					
	0/45		ضريب پواسون					
	0/3		ضريب بازگشت	,				
	0/5		سريب اصطكاك	>				
	50%	ريزش	جرمی ذرات در	درصد .				
	ئىبيەسازى	ل مختلف نا	ددول 3 شرايط	?				
	40,30,20,10,	5	سرند (')	شيب				
	65 , 40 , 20 , 10 ,	0	رتعاش (Hz)	فرکانس ا				
	40,30,20,10,0	, 10-	ِتعاش (°)	زاويه ار				
	55000	٥	ئىبيەسازى شد	تعداد ذرات ن				
60 50		and the second						
40	Į.							
30	ţ							
20	Ł			×				
20	·	-10° ··	••• • •••• 0°	-- 10°				
10		20° -	•••• 30°	—× ·-40°				
0		<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>				
	0 20	(Hz)	40 فرکانس	60				
بر - سی را پ (الف)								
60	г	()						
FO	•							
50								
40				444.				
30	ŀ		· * *** ;	(a)				
20	Ł							
20	·	00						
10		0° ••••	••••• ()°					
0	20			40	_			
	0 20	(山-)	40 نات مُ	60				
فرکانس (۲۷)								
		(ب)						

بازده

%

بازده

8

شکل 7 نمودارهای وابستگی بازده به فرکانس برای زاویههای تحریک ارتعاشی مختلف به ازای الف) شیب $\beta = 10^{\circ}$ و ب) شیب $\beta = 10^{\circ}$

اجباری تأثیر زیادی بر روی بازده سرند دارد. بدین ترتیب که با افزایش فرکانس، بازده کاهش مییابد. بعلاوه بصورت عددی مشخص شد که با افزایش شیب سرند، بازده آن دچار کاهش میشود. در بررسی دیگری مشاهده شد که زاویه راستای تحریک ارتعاشی نیز بر روی بازده تأثیرگذار است ولی اثر آن در مقایسه با پارامترهای قبلی چندان محسوس نیست. همچنین، نتایج عددی نشان داد که نسبت ابعادی روزنه سوراخهای مستطیلی توری سرند بشدت بازده را تحت تأثیر قرار میدهد. مقایسه نتایج حاصل از تحقیق جاری تطابق خوبی را با نتایج گزارش شده در مراجع مرتبط نشان میدهد. از نقطه نظر کاربردی، نتایج این تحقیق برای طراحی بهینه سرند و همچنین تنظیم متغیرهای کارکرد برای حصول حداکثر کارایی قابل استفاده است.

7- مراجع

- P. A. Cundall, O. D. Strack, A discrete numerical model for granular assemblies, *Geotechnique*, Vol. 29, No. 1, pp. 47-65, 1979.
- [2] J. Li, C. Webb, S. S. Pandiella, G. M. Campbell, Discrete particle motion on sieves - a numerical study using the DEM simulation, *Powder Technology*, Vol. 133, pp. 190–202, 2003.
- [3] C. Yan-hua, T. Xin, Application of the DEM to screening process: a 3D simulation, *Mining Science and Technology*, Vol. 19, pp. 0493-0497, 2009.
- [4] K. J. Dong, A. B. Yu, I. Brake, DEM simulation of particle flow on a multideck banana screen, *Minerals Engineering*, Vol. 22, pp. 910–920, 2009.
- [5] P. W. Cleary, M. D. Sinnott, R. D. Morrison, Separation performance of double deck banana screens – Part 2: Quantitative predictions, *Minerals Engineering*, Vol. 22, No. 14, pp. 1230-1244, 2009.
- [6] P. W. Cleary, M. D. Sinnott, R. D. Morrison, Separation performance of double deck banana screens – Part 1: Flow and separation for different accelerations, *Minerals Engineering*, Vol. 22, No. 14, pp. 1218-1229, 2009.
- [7] Y. Chen, X. Tong, Modeling screening efficiency with vibrational parameters based on DEM 3D simulation, *Mining Science and Technology* (*China*), Vol. 20, No. 4, pp. 615-620, 2010.
- [8] W. Guifeng, T. Xin, Screening efficiency and screen length of a linear vibrating screen using DEM 3D simulation, *Mining Science and Technology (China)*, Vol. 21, pp. 451–455, 2011.
- [9] L. Zhao, Y. Zhao, C. Liu, J. Li, H. Dong, Simulation of the screening process on a circularly vibrating screen using 3D-DEM, *Mining Science and Technology (China)*, Vol. 21, No. 5, pp. 677-680, 2011.
- [10] K. J. Dong, A. B. Yu, Numerical simulation of the particle flow and sieving behaviour on sieve bend/low head screen combination, *Minerals Engineering*, Vol. 31, No. 0, pp. 2-9, 2012.
- [11] J. Xiao, X. Tong, Particle stratification and penetration of a linear vibrating screen by the discrete element method, *International Journal* of *Mining Science and Technology*, Vol. 22, No. 3, pp. 357-362, 2012.
- [12] K. L. Johnson, Contact mechanics: Cambridge University Press, 1985
- [13] N. V. Brilliantov, F. Spahn, J.-M. Hertzsch, T. Pöschel, Model for collisions in granular gases, *Physical Review E*, Vol. 53, No. 5, pp. 5382-5392, 1996.
- [14] C. W. Gear, Numerical initial value problems in ordinary differential equations Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1971.
- [15] C. Kloss, C. Goniva, LIGGGHTS-Open Source Discrete Element Simulations of Granular Materials Based on Lammps, Supplemental Proceedings: Materials Fabrication, Properties, Characterization, and Modeling, Volume 2, pp. 781-788, 2011.
- [16] Liggghts.com. LIGGGHTS Open Source Discrete Element Method Particle Simulation Code, http://www.liggghts.com/, Accessed 2012.
- [17] Sandia.gov. LAMMPS Molecular Dynamics Simulator, http:// lammps.sandia.gov/Accessed 2012.
- [18] Paraview.org. Paraview, http://www.paraview.org/, Accessed 2012.



شکل 9 نمودار تغییرات بازده بر حسب تغییرات نسبت سایز روزنهها در الف) فرکانس $\beta = 5^{\circ}$... $\beta = 5^{\circ}$ مناب $\beta = 5^{\circ}$

پارامتر دیگری که در اینجا مورد مطالعه عددی قرار گرفته، نسبت ابعادی دهانه روزنههای توری سرند است. همان گونه که در شکل 9 نشان داده شده است این کمیت بصورت نسبت طول به عرض روزنههای مستطیلی توری سرند تعریف می شود. لازم به ذکر است که طول مستطیل روزنه در راستای طول سرند قرار گرفته است.

در شکل **9**نمودار تغییرات بازده برحسب نسبت ابعادی روزنه توری نشان داده شده است. ملاحظه می شود که با افزایش نسبت طول به عرض روزنه ها، بازده افزایش می یابد. این نتیجه می تواند ناشی از حرکت راحت تر ذرات در راستای طولی و عدم گرفتار شدن آنها باشد. با این حال مشاهده می شود که این تأثیر مثبت یکنوا نیست و پس از این که بازده برای نسبت سایز S = d / b به شدت افزایش یافت وابستگی تضعیف می شود و تغییر زیادی در ادامه مشاهده نمی شود. با مرور مراجع گزارشی در این رابطه مشاهده نشد لذا امکان مقایسه آن با سایر روش ها نیست. با اینحال نتایج تجربیات عملی محققان مقاله حاضر این نتایج را تأیید می کند.

6- نتیجه گیری

روش مدلسازی المان گسسته در مورد فرایند غربال دانههای کروی با موفقیت اجرا شد. بر اساس نتایج حاصل از شبیهسازیها، فرکانس ارتعاش