ماهنامه علمى پژوهشى

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir



# ارتعاشات لولههاي ويسكوالاستيك حامل سيال واقع بر بستر الاستيك وينكلر غيريكنواخت

# موسى رضائى<sup>1\*</sup>، وحيد عربملكى<sup>2</sup>

1- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز

2- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز

\* تبريز، صندوق پستى m\_rezaee@tabrizu.ac.ir ،51665-315

چکیدہ	اطلاعات مقاله
در مقاله حاضر با استفاده از روش تحلیلی مشخصههای ارتعاشی لوله ویسکوالاستیک حامل سیال واقع بر بستر الاستیک وینکلر غیریکنواخت مورد مطالعه قرار گرفته است. برای مدلسازی رفتار ویسکوالاستیک لوله از مدل کلوین – وویت استفاده شده است. با استفاده از روش گالرکین معادله مشخصه حاکم بر ارتعاشات لوله حامل سیال با تکیهگاههای ساده در دو انتها استخراج شده است. سپس تأثیر سرعت سیال، مشخصههای	مقاله پژوهشی کامل دریافت: 28 تیر 1395 پذیرش: 12 شهریور 1395 ارائه در سایت: 06 آذر 1395
ویسکوالاستیک لوله و مشخصههای بستر بر بخشهای حقیقی و موهومی مقادیر ویژه و همچنین ناپایداری دیورژانس و فلاتر مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج نشان میدهد که در نظر گرفتن رفتار ویسکوالاستیک در ماده لوله باعث تغییر روند ناپایداری لولههای حامل سیال از دیورژانس مود اول، دیورژانس مود دوم و فلاتر مود ترکیبی برای لوله الاستیک به ترتیب به ناپایداری دیورژانس مود اول، فلاتر مود اول و دیورژانس مود دوم برای لوله ویسکوالاستیک میگردد. وجود میرایی سازهای باعث میشود تا اولاً سرعت ناپایداری دیورژانس و فلاتر مود اول و به شدت افزایش یابد و ثانیاً به علت عدم تأثیر یکسان رفتار ویسکوالاستیک بر تمام مودهای ارتس مود اول، فلاتر مود اول و نشود. همچنین توزیع سفتی بستر تأثیر قابل ملاحظهای بر سرعت بحرانی دیورژانس اول داشته و بستر غیریکنواخت میتواند باعث افزایش یا	<i>کلید واژگان:</i> لوله ویسکوالاستیک حامل سیال مدل کلوین - وویت بستر غیریکنواخت مقادیر ویژه مختلط ناپایداری
کاهش سرعت بحرانی دیورژانس اول نسبت به بستر یکنواخت شود. صحت نتایج ارائه شده با استفاده از نتایج تئوری موجود در تحقیقات پیشین به اثبات رسیده است.	

## Vibration analysis of fluid conveying viscoelastic pipes rested on non-uniform Winkler elastic foundation

#### Mousa Rezaee<sup>\*</sup>, Vahid Arab Maleki

Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran \* P.O.B. 51665-315 Tabriz, Iran, m\_rezaee@tabrizu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION	Abstract
Original Research Paper Received 18 July 2016 Accepted 02 September 2016 Available Online 26 November 2016	This paper investigates the vibration behavior of fluid conveying viscoelastic pipe rested on non- uniform elastic Winkler foundation. The Kelvin-Voigt model is employed to consider the viscoelastic behavior of the pipe. Using the Galerkin's method, the eigenvalue problem for the simply supported fluid conveying viscoelastic pipe is extracted. The effects of the fluid velocity, the viscoelastic constants
Keywords: Fluid Conveying Viscoelastic Pipes Kelvin-Voigt Model Non-Uniform Foundation Complex Eigenvalue Instability	and the foundation parameters on the complex eigenvalues and the divergence and the flutter instability of the fluid conveying viscoelastic pipe are studied and discussed. It is found that incorporating the viscoelastic behavior to the pipe material alters the trend of the instability of the fluid conveying pipe, i.e., the first and the second modes divergence and the coupled mode flutter for the elastic pipe change to the first mode divergence, the second mode flutter and the second mode divergence for the viscoelastic pipe, respectively. The structural damping causes the velocity of the divergence instability at the higher modes to be increased. Also, because the viscoelasticity of the pipe affects the different vibration modes in a different manner, the pipe does not exhibit a coupled-mode flutter. Moreover, the non-uniformity of the foundation stiffness alters the first divergence velocity. The results are verified through comparing them with those reported in the literature.

### [1]، مبدلهای حرارتی [23]، رآکتورهای هستهای [45]، ابزارهای میکرو و نانو [6-11]، رباتها [1213] و موارد مشابه کاربرد فراوانی دارد. اهمیت برهم کنش بین سیال و لوله در مبدلهای حرارتی رآکتورهای هستهای توسط پایدوسیس [15,14] و در استخراج نفت توسط ویتنی و همکاران [16] مورد بررسی قرار گرفته است. این مسأله باعث شد تا در ادامه

محققان زیادی از جنبههای مختلف مانند تأثیر شرایط مرزی [17-19]،

پروفيل سرعت جريان [2021,]، رفتار غيرخطى [22-24]، اثرات جنس لوله

مسأله لوله حامل جریان سیال از حدود سال 9501 به منظور تحلیل ارتعاشات خطوط انتقال نفت بهطور جدی مورد بررسی قرار گرفته است. علی غم این که این سیستم از لحاظ ساختاری سیستمی ساده است اما از نظر رفتار دینامیکی بسیار پیچیده می باشد. وجود پدیدههای بسیار جالب و متنوع غیرخطی در رفتار دینامیکی این سیستم باعث علاقهمندی ریاضیدانان و فیزیکدانان به این مسأله شده است. مدل سازی چنین سیستمی در رایزرها

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

1- مقدمه

M. Rezaee, V. Arab Maleki, Vibration analysis of fluid conveying viscoelastic pipes rested on non-uniform Winkler elastic foundation, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 12, pp. 87-94, 2016 (in Persian)

[26,25]، وجود بستر و ... رفتار این سیستمها را مورد مطالعه قرار دهند. از طرف دیگر، با توجه به کاربرد لولههای حاوی سیال در ابعاد میکرو و نانو، محققان متعددی به بررسی رفتار ارتعاشی و پایداری لولههای حامل سیال در مقیاس های میکرو و نانو پرداختهاند که به عنوان نمونه می توان به مطالعات انجام شده توسط انصاری و همکاران [27-31] اشاره نمود. تئوریها و مفاهیم اصلی در مورد ناپایداری و رفتار ارتعاشی لولههای حامل سیال و در حالت کلی اندرکنش بین سازه و سیال را می توان در مطالعات معتبر انجام شده توسط پايدوسيس [3233,] مطالعه كرد. پايدوسيس و لي [34] به بررسي تأثیر شرایط مرزی بر رفتار پایداری و فرکانس های طبیعی و شکل مودهای ارتعاشی لولههای حامل سیال پرداختند. آنها نشان دادند که رفتار این سیستمها مشابه رفتار دینامیکی سیستم ژیروسکوپیک میباشد که مؤلفه شتاب کریولیس از اندر کنش بین سیال با مرز لوله به وجود میآید و بر اساس نوع شرایط مرزی، رفتار سیستم متفاوت میباشد. شرایط مرزی مقید در دو انتهای لوله باعث میشود تا سیستم مشابه یک سیستم ژیروسکوپیک پایستار عمل کند و شرایط مرزی یکسر گیردار باعث ناپایستاری سیستم می شود. ناپایداری سیستمهای ناپایستار شبیه لولههای یکسر گیردار حامل سیال بهصورت ناپایداری دینامیکی در مود اول ارتعاشی یا ناپایداری هوپ<sup>۲</sup> میباشد که بهصورت تئوری و تجربی توسط گرگوری و پایدوسیس [36,35] مورد مطالعه قرار گرفته است. سینها و همکاران [37] به مطالعه رفتار دینامیکی لوله یکسر گیردار حامل سیال پرداختند و نشان دادند که جرم اضافه شده توسط سیال در محاسبات باید مورد توجه قرار گیرد. تحلیل ارتعاشات عرضی لولههای ترکدار حامل سیال توسط رضائی و عربملکی مورد مطالعه قرار گرفته است [38]. آنها با ارائه روش تحلیلی جدیدی به بررسی تأثیر مشخصههای ارتعاشی لولههای حامل سیال پرداختهاند. مرزانی و همکاران [39] با استفاده از روش المان محدود به بررسی تأثیر بستر الاستیک بر رفتار دینامیکی لولههای حامل سیال پرداختند. آنها بستر را با استفاده از مدل وینکلر مدلسازی نمودند و نشان دادند که با افزایش سفتی بستر وینکلر فركانس هاى طبيعي و سرعت بحراني لوله هاى حامل سيال افزايش مىيابد. ريو و همکاران [40] به بررسی رفتار ارتعاشی و پايداری ديناميکی لولههای حامل سيال واقع بر بستر الاستيك پرداختهاند. آنها با استفاده از اصل همیلتون معادله دیفرانسیل حاکم را استخراج نموده و با استفاده از روش المان محدود به حل آن پرداختند. با توجه به سادگی مدل های بستر وینکلر و پاسترناک معمولاً رفتار دینامیکی لولههای حامل سیال با استفاده از این مدلها مورد بررسی قرار می گیرد که در آنها سفتی بستر با استفاده از فنر خطی با توزیع یکنواخت در طول لوله مدل می شود. در کاربردهای عملی وقتی که لوله بر روی یک محیط مانند خاک قرار دارد عملاً اثر بستر بر کل لوله بصورت يكنواخت نبوده و به منظور در نظر قرار دادن شرايط واقعبينانه بایستی این اثر نیز مدنظر قرار داده شود. زائو و همکاران [41] با استفاده از مدل ويسكوالاستيك ماكسول رفتار ديناميكي لولههاى ويسكوالاستيك حامل سیال با تکیهگاههای ساده در دو انتها را با استفاده از روش عددی مورد بررسی قرار دادند. نتایج تحقیق آنها نشان میدهد که کاهش زمان بازیابی باعث کمتر شدن سرعت بحرانی دیورژانس لولههای ویسکوالاستیک با مدل ماکسول و تکیهگاههای ساده در دو انتها می شود. همچنین اگر زمان بازیابی بزرگتر از 10<sup>3</sup> باشد، رفتار پایداری لولههای ویسکوالاستیک مشابه با لولههای الاستیک حامل سیال خواهد بود. یانگ و همکاران [42] رفتار ارتعاشی

لولههای ویسکوالاستیک حامل سیال را با استفاده از روش مقیاسهای چندگانه مورد مطالعه قرار دادند و نواحی پایداری را به ازای پارامترهای مختلف بررسی نمودند. پایدوسیس و ایسید [43] رفتار دینامیکی لولههای حامل سیال را با در نظر گرفتن رفتار ویسکوالاستیک ماده لوله مورد مطالعه عددی قرار دادند. آنها رفتار ویسکوالاستیک را با استفاده از مدل کلوین-وویت مدل نموده و رفتار دینامیکی لوله حاوی سیال با شرایط تکیهگاههای ساده و گیردار در دو انتها را تحت بررسی قرار دادند. آنها نشان دادند که سیستمهای کانسرواتیو نه تنها دچار ناپایداری دیورژانس میشوند بلکه در سرعتهای بالای سیال سیستم دچار ناپایداری فلاتر نیز میشود.

وجود خاصیت ویسکوالاستیک در مواد باعث تغییر قابل ملاحظهای در رفتار دینامیکی سازهها میشود. در زمینه مطالعه رفتار ارتعاشی لولههای حامل سیال هر چند در مطالعات بسیار محدودی رفتار ویسکوالاستیک مد نظر قرار گرفته است اما تأثیر رفتار ویسکوالاستیک بر مشخصههای دینامیکی این سیستمها در هیچ یک از این مطالعات بررسی نشده است. در بسیاری از کاربردهای عملی لولههای حامل سیال، لوله بر روی بستر قرار میگیرد که عمدتاً دارای سفتی متغیر میباشد. بر این اساس در تحقیق حاضر با در نظر گرفتن سفتی متغیر میباشد. بر این اساس در تحقیق حاضر با در نظر سیال با ارائه روش نیمه تحلیلی مورد بررسی قرار گرفته و اثر پارامترهای ویسکوالاستیک بر مشخصههای ارتعاشی این سیستمها با استفاده از منحنیهای مناسبی نشان داده شده است.

#### 2- استخراج مدل رياضي

مشخصات هندسی لوله ویسکوالاستیک حامل سیال با تکیه گاههای ساده در دو انتها واقع بر بستر الاستیک غیریکنواخت در شکل 1 نشان داده شده است. مشخصات فیزیکی و هندسی لوله مورد نظر عبارتند از: I طول لوله، EIسفتی خمشی لوله،  $m_{\rm f}$  و  $m_{\rm p}$  به ترتیب جرم واحد طول لوله و سیال، Uسرعت جریان سیال و  $k(\mathbf{x})$  سفتی متغیر بستر می،اشد.

فرض می شود که ماده مورد استفاده در لوله از نوع ویسکوالاستیک بوده و از مدل کلوین- وویت تبعیت می کند. بنابراین، رابطه بین تنش و کرنش را می توان به صورت رابطه (1) بیان نمود [44].

$$\sigma = \left( E + E^* \frac{\partial}{\partial t} \right) \varepsilon \tag{1}$$

که در آن  $\sigma$  و  $\mathfrak{S}$  به ترتیب مؤلفههای تنش و کرنش هستند و  $E^*$ ضریب اتلاف انرژی داخلی میباشد.

با در نظر گرفتن مدل میرایی سازهای کلوین- وویت و استفاده از قانون دوم نیوتن، معادله دیفرانسیل حاکم بر ارتعاشات عرضی لوله ویسکوالاستیک واقع بر بستر وینکلر با سفتی متغیر به صورت رابطه (2) به دست میآید:

Fig. 1 Simply supported fluid conveying viscoelastic pipe on a nonuniform elastic foundation

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Hopf instability

**شکل 1** لوله ویسکوالاستیک حامل سیال با تکیهگاههای ساده در دو انتها واقع بر بستر الاستیک غیریکنواخت

$$b_{sr} = \int_{0}^{1} \varphi_{s} \varphi'_{r} \mathbf{d}\xi \quad , \quad c_{sr} = \int_{0}^{1} \varphi_{s} \varphi''_{r} \mathbf{d}\xi$$
$$\bar{k}_{sr} = \int_{0}^{1} \varphi_{s} k(\xi) \varphi_{r} \mathbf{d}\xi \qquad (9)$$

با انجام برخی عملیات ریاضی، درایههای b<sub>sr</sub> و c<sub>sr</sub> را میتوان به صورت روابط (10) بیان نمود:

$$b_{sr} = \begin{cases} \frac{2\lambda_s \lambda_r}{(\lambda_s^2 - \lambda_r^2)} [(-1)^{s+r} - 1] , & s \neq r \\ 0 , & s = r \end{cases}$$
  
$$c_{sr} = \begin{cases} 0 , & s \neq r \\ -\lambda_s^2 , & s = r \end{cases}$$
 (10)

سفتی متغیر بستر با توجه به مدل ارائه شده توسط هاولر و وتر [45] به صورت رابطه (11) در نظر گرفته می شود:

$$K(x) = \frac{EI}{l^4} k_0 \left\{ 4(1-\gamma) \left( \frac{x^2}{l^2} - \frac{x}{l} \right) + 1 \right\}$$
(11)

که در آن ضرایب  $_0 k$  و  $\gamma$  ثوابت بستر میباشند. با در نظر گرفتن متغیرهای بی بعد تعریف شده در رابطه (4)، رابطه (11) را می توان بر حسب متغیرهای بی بعد به صورت رابطه (12) نوشت:

$$(\xi) = k_0 \{4(1 - \gamma)(\xi^2 - \xi) + 1\}$$

به منظور بررسی رفتار ارتعاشی و فرکانسهای طبیعی لوله حامل جریان سیال، فرکانسهای طبیعی سیستم را میتوان با استفاده از رابطه (8) تعیین نمود. برای محاسبه فرکانسهای طبیعی سیستم، پاسخ دستگاه معادلات (8) به صورت  $\mathbf{q} = \mathbf{q}_0 e^{\Omega t}$  در نظر گرفته میشود. با جایگذاری پاسخ فرضی اخیر در رابطه (8) معادله (13) به دست میآید:

 $I\Omega^{2} + [F + 2\beta^{1/2}uB]\Omega + [\Lambda + u^{2}C + \overline{K}] = 0$  (13) برای اینکه دستگاه معادلات جبری همگن فوق دارای جوابهای غیر بدیهی باشد بایستی دترمینان ماتریس ضرایب در رابطه اخیر برابر صفر شود، از برابر صفر قرار دادن دترمینان ماتریس ضرایب معادله مشخصه حاکم بر رفتار ارتعاشات عرضی سیستم به صورت رابطه (14) به دست میآید:

 $det(I\Omega^{2} + [F + 2\beta^{1/2}uB]\Omega + [A + u^{2}C + \overline{K}] = 0$ (14) i; حل معادله اخیر فرکانسهای طبیعی سیستم به صورت  $\Omega = Re(\Omega) + i Im(\Omega)$ حقیقی و موهومی مقادیر ویژه میباشند. اگر  $O<(\Omega)$ Re( $\Omega$ ) باشد، در آن صورت سیستم ناپایدار خواهد بود. اگر به ازای  $O<(\Omega)$ Re( $\Omega$ ) بخش موهومی صفر باشد، یعنی  $0 = (\Omega)$ ، ناپایداری از نوع ناپایداری استاتیکی یا دیورژانس خواهد بود و اگر  $0 \neq (\Omega)$ Im

#### 4- نتایج عددی

(12)

در این بخش، بر اساس معادله (14)، رفتار ارتعاشات عرضی لوله ویسکوالاستیک حامل سیال با تکیهگاههای ساده در دو انتها و واقع بر بستر الاستیک غیریکنواخت مورد بررسی قرار می گیرد. نتایج با استفاده از 10 شکل مود ارتعاشی اول، یعنی **10 =** N و به ازای جرم بیبعد **3.3 =**  $\beta$  استخراج شدهاند که این تعداد جملات مورد استفاده پس از بررسی همگرایی جواب تعیین شده است.

در تحقیق حاضر به منظور صحهگذاری و اعتبار سنجی نتایج مدل ارائه شده از نتایج مقاله پایدوسیس و ایسید [43] که مقادیر ویژه لوله ویسکوالاستیک حامل سیال را به ازای z = 1 هم و **5.0** z = 3 هم و **5.0**  $\beta = 0$  استخراج کردهاند، استفاده می شود. در جدول 1 مقدار ویژه اول لوله ویسکوالاستیک حامل سیال در غیاب بستر و به ازای سرعتهای مختلف سیال، **5.0**  $\beta = 0$ 

$$E^{*I} \frac{\partial^{5} y(\mathbf{x}, t)}{\partial x^{4} \partial t} + EI \frac{\partial^{4} y(\mathbf{x}, t)}{\partial x^{4}} + m_{\rm f} U^{2} \frac{\partial^{2} y(\mathbf{x}, t)}{\partial x^{2}} + 2m_{\rm f} U \frac{\partial^{2} y(\mathbf{x}, t)}{\partial x \partial t} + (m_{\rm f} + m_{\rm p}) \frac{\partial^{2} y(\mathbf{x}, t)}{\partial t^{2}} = F_{\rm ext}$$
(2)

که در آن y(x,t) معرف خیز عرضی لوله و  $F_{ext}$  برآیند نیروهای خارجی اعمالی بر لوله میباشد. با در نظر گرفتن بستر الاستیک غیریکنواخت، نیروی اعمالی بستر به لوله را میتوان به صورت  $F_{ext} = k(x)y(x,t)$  بیان کرد. شرایط مرزی تکیهگاههای ساده در دو انتها عبارتند از:

$$y(\mathbf{0}, t) = \mathbf{0}, \frac{\partial^2 y(\mathbf{0}, t)}{\partial x^2} = \mathbf{0}$$
  

$$y(\mathbf{l}, t) = \mathbf{0}, \frac{\partial^2 y(\mathbf{l}, t)}{\partial x^2} = \mathbf{0}$$
(3)

با تعریف متغیرهای بیبعد به صورت روابط (4):

$$w = \frac{y}{l}, \ \xi = \frac{x}{l}, \ \beta = \frac{m_{\rm f}}{m_{\rm f} + m_{\rm p}}, \ u = \sqrt{\frac{m_{\rm f}}{EI}}Ul$$
$$\tau = \sqrt{\frac{EI}{(m_{\rm f} + m_{\rm p})l^4}}t$$
$$\varepsilon \alpha = \left[\frac{I}{E(m_{\rm f} + m_{\rm p})}\right]^{\frac{1}{2}}\frac{E^*}{l^2}, \ k = \frac{l^4}{EI}K$$
(4)

معادله حرکت (1) و شرایط تکیه گاهی متناظر (3) را میتوان برحسب متغیرهای بیبعد به صورت روابط (6,5) بیان نمود:

$$\varepsilon \alpha \frac{\partial^5 w}{\partial \xi^4 \partial \tau} + \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4} + u^2 \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + 2u \sqrt{\beta} \frac{\partial w}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} + k (\xi) w = 0$$
(5)

$$w(\mathbf{0},\tau) = \mathbf{0}, \frac{\partial^2 w(\mathbf{0},\tau)}{\partial \xi^2} = \mathbf{0}, w(\mathbf{1},\tau) = \mathbf{0}, \frac{\partial^2 w(\mathbf{1},\tau)}{\partial \xi^2} = \mathbf{0}, \qquad (6)$$

پارامتر بیبعد ع به منظور نشان دادن این حقیقت که ضریب میرایی سازهای یک کمیت بسیار کوچک است مورد استفاده قرار گرفته است.

#### 3- حل معادله حاكم بر سيستم

به منظور حل معادله حرکت حاکم بر ارتعاشات عرضی سیستم از روش گالرکین استفاده میشود. با توجه به اینکه لوله با شرایط مرزی تکیهگاههای ساده در دو انتها مورد نظر است، بنابراین توابع مقایسهای مورد استفاده در روش گالرکین، شکل مودهای ارتعاشی نرمالیزه لوله در غیاب جریان سیال به صورت  $\sqrt{2} \sin(r \pi \xi) = \sqrt{2} \sin(r \pi \xi)$  خطی سیستم و استفاده از اصل برهمنهی، پاسخ تقریبی معادله حرکت را میتوان به صورت رابطه (7) نوشت:

$$w(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\tau}) = \sum_{r=1}^{N} \varphi_r(\boldsymbol{\xi}) q_r(\boldsymbol{\tau}) = \boldsymbol{\phi}^{\mathrm{T}} \mathbf{q}$$
<sup>(7)</sup>

که در آن  $(\tau)$  مختصههای تعمیم یافته می،باشد. با توجه به اینکه توابع مقایسهای مورد استفاده دارای خاصیت تعامد هستند، بنابراین با جایگذاری  $\varphi_s(x)$  در معادله حرکت (5) و ضرب رابطه به دست آمده در عبارت (x) و و انتگرالگیری در بازه 0 تا 1، فرم ماتریسی معادلات به دست آمده برای *N* مجهول *N* مجهول (r, r = 1,2, ..., r) به صورت رابطه (8) خواهد بود:

#### $\ddot{q} + [F + 2\beta^{1/2}uB]\dot{q} + [\Lambda + u^2C + \overline{K}]q = 0$ (8)

در رابطه (8)،  $\mathbf{P}$  بردار مجهولات  $\mathbf{T}_{q_1, q_2, \dots, q_N}$ ، ۸ ماتریس قطری با اعضای  $\lambda_i^k$  که  $\lambda_i^k$  مقادیر ویژه لوله در غیاب جریان سیال میباشد،  $\mathbf{F}$  ماتریس قطری با  $\overline{k}_{sr}$  که  $\lambda_i^k$  مقادیر ویژه لوله در غیاب جریان سیال میباشد،  $\mathbf{F}$  ماتریس قطری با مؤلفههای  $\lambda_i^k$  که  $\mathbf{c}_{sr}$  ،  $\mathbf{b}_{sr}$  و  $\mathbf{c}_{sr}$  ،  $\mathbf{b}_{sr}$  و  $\mathbf{c}_{sr}$  ،  $\mathbf{b}_{sr}$  و میباشد که از روابط (9) به دست میآیند:

DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.12.42.7

جدول 1 مقایسه مقدار ویژه اول لوله ویسکوالاستیک حامل سیال با تکیه گاههای ساده در دو انتها به ازای  $\alpha = 5 \times 10^{-3}$  و  $\alpha = 5 \times 10^{-3}$  و  $\beta = 0.5$ Table 1 The first eigenvalue of simply supported fluid conveying viscoelastic pipe for  $\alpha = 5 \times 10^{-3}$  and  $\beta = 0.5$ 

Table I The first eigenvalue of	simply supported	i nulu conveying	viscoelastic pipe		and $p = 0.3$			
u	0	2	π	3.25	4	5.5	6	
Present work	0.178+9.868i	0.181+7.451i	0.232+0.191i	±2.636	±7.132	±0.1271	±8.103	
Païdoussis and Issid [43]	0.165+9.908i	0.165+7.439i	0.247+0.164i	±2.649	±7.010	±9.980	±7.917	

<sup>3-</sup> **10 × 5 =** α با نتایج مرجع [43] مورد مقایسه قرار گرفته است. همان طور که مشاهده می شود نتایج روش ارائه شده تطابق بسیار خوبی با نتایج مرجع مزبور دارد.

به منظور بررسی اثر میرایی سازهای ابتدا حالت استاتیکی جریان، یعنی مد نظر قرار می گیرد. اگر در این حالت از اثرات میرایی سازهای  $u = \mathbf{0}$ صرفنظر شود در این صورت مقادیر ویژه فقط دارای بخش موهومی خواهند بود که نشان دهنده فرکانسهای طبیعی سیستم میباشند. با افزایش میرایی سازهای مقادیر ویژه به صورت مختلط ظاهر خواهند شد که بخش حقیقی و موهومی به ترتیب نشان دهنده میرایی و فرکانس طبیعی سیستم خواهد بود. در جدول 2 چهار مقدار ویژه اول لوله به ازای مقادیر مختلف پارامتر بی بعد αε و در غیاب بستر و جریان سیال نشان داده شده است. همان طور که نتایج نشان میدهد افزایش ضریب میرایی سازهای باعث ایجاد بخش حقیقی در مقادیر ویژه میشود که معرف میرایی سیستم است. وجود میرایی سازهای تأثیر بسیار کمی بر فرکانسهای طبیعی اول و دوم دارد ولی تأثیر آن بر فركانس هاى طبيعى بالاتر بسيار قابل ملاحظه مى باشد و با افزايش پارامتر αε میرایی سیستم افزایش و فرکانس نوسانات کاهش مییابد، طوری که به ازای پارامتر بیبعد میرایی سازهای برابر  $\epsilon \alpha$  = 12.66 × 10<sup>-3</sup> , چهارمین فرکانس طبیعی برابر صفر میشود. هر چند در این حالت بخش موهومی مقدار ویژه همانند حالت ناپایداری دیورژانس برابر صفر میشود ولی با توجه به اینکه بخش حقیقی مقدار ویژه منفی است، بنابراین سیستم پایدار خواهد بود و صفر بودن بخش موهومی مقادیر ویژه لزوماً باعث ناپایداری سیستم نمىشود.

یکی از منحنیهای متداول به منظور بررسی پایداری لولههای حامل سیال منحنی ارگوند<sup>1</sup> میباشد. در این منحنی بخشهای حقیقی و موهومی فرکانس طبیعی به صورت پارامتری و به ازای مقادیر مختلف سرعت جریان سیال رسم میشود. با توجه به مقادیر ویژه هنگامی که بخش حقیقی مقادیر ویژه مثبت باشد سیستم ناپایدار خواهد بود. در شکل 2 منحنی ارگوند اولین فرکانس طبیعی برای لوله ویسکوالاستیک با شرایط تکیهگاههای ساده در دو فرکانس طبیعی برای لوله ویسکوالاستیک با شرایط تکیهگاههای ساده در دو فرکانس طبیعی برای لوله ویسکوالاستیک با شرایط تکیهگاههای ساده در دو نیزه مثبت باشد سیستم ناپایدار خواهد بود. در شکل 2 منحنی ارگوند اولین برکانس طبیعی برای لوله ویسکوالاستیک با شرایط تکیهگاههای ساده در دو مرکانس طبیعی برای لوله ویسکوالاستیک با شرایط تکیهگاههای ساده در دو انتها، در غیاب بستر و به ازای <sup>50</sup> مالت توجه به مثال مشخص است که جریان سیال نشان داده شده است. با توجه به شکل مشخص است که مقدار دقیقاً برابر با مقدار ارائه شده در تحقیقات مشابه برای لوله حامل سیال با تکیهگاههای ساده در دو انتها میباشد [33]. با افزایش بیشتر سرعت سیال، بخش حقیقی مقادر ویژه اول که مثبت است، بزرگتر شده و در نتیجه با خذمی دو در نتیجه با مقدار دو نتیا میباشد وی ایت، با نوایش بیشتر سرعت سیال، بخش حقیق مقدار ویژه اول که مثبت است، بزرگتر شده و در نتیجه با گذشت زمان دامنه سیستم با سرعت بیشتری افزایش پیدا می کند.

در شکل 3 تغییرات بخشهای حقیقی و موهومی مقادیر ویژه لوله حامل سیال با شرایط تکیهگاهی دو سرگیردار به ازای ضریب میرایی سازهای صفر ( $\epsilon \alpha = 0$ ) برحسب سرعت سیال رسم شده است. با مقایسه این نمودار با منحنی ارائه شده توسط پایدوسیس [43] مشاهده میشود که نتایج روش ارائه شده برای لولههای حامل سیال بدون در نظر گرفتن مدل میرایی سازهای تطابق بسیار خوبی با نتایج مرجع مزبور دارد. برای لوله حامل سیال با

تکیهگاههای ساده در دو انتها به ازای  $\pi > u > 0$  مقادیر ویژه موهومی هستند و به علت صفر بودن بخش حقیقی که نشان دهنده میرایی سیستم است، پاسخ سیستم به صورت نوسانی نامیرا خواهد بود. با افزایش سرعت سیال فرکانسهای طبیعی سیستم کاهش مییابد تا در  $\pi = u_1^{rr}$  بخش موهومی مقدار ویژه اول (فرکانس طبیعی اول) برابر صفر میشود. با توجه به اینکه در این حالت بخش حقیقی مقدار ویژه اول مثبت میباشد، بنابراین دامنه سیستم با گذشت زمان بیشتر شده و سیستم ناپایدار میشود که معرف ناپایداری دیورژانس مود اول میباشد. با افزایش بیشتر سرعت سیال به ازای دوم اتفاق میافتد. با افزایش جزئی سرعت سیال، رفتار دوشاخگی در مقادیر ویژه سیستم ایجاد میشود و مقادیر ویژه اول و دوم سیستم یکسان میشوند. با توجه به اینکه در چنین حالی مقادیر ویژه دارای بخش حقیقی مثبت میباشند (**0** < (**0**) بنابراین سیستم ناپایدار خواهد بود. مفهوم چنین ناپایداری را اولین بار پایدوسیس [32] ارائه نمود که این حالت نشان دهنده ناپایداری دینامیکی مود ترکیبی<sup>2</sup>است.

در شکلهای 4 و 5 مقادیر ویژه لوله ویسکوالاستیک حامل سیال با تکیه گاههای ساده در دو انتها به ترتیب به ازای مقادیر **5–10 × 1 = \alpha** و نشان داده شده است. با استفاده از این شکلها می توان تأثیر  $\epsilon \alpha = 1 \times 10^{-5}$ ضریب میرایی سازهای بر فرکانس های طبیعی لوله ویسکوالاستیک حامل سیال را مطالعه کرد. نتایج نشان میدهد که رفتار ویسکوالاستیک ماده تأثیر قابل ملاحظهای بر مشخصههای ارتعاشی لوله حامل سیال بخصوص در سرعتهای بالاتر جریان سیال دارد. با توجه به شکل 4 مشاهده می شود که به ازای پارامتر  $\epsilon \alpha$  = 1 × 10<sup>-3</sup> در سرعت سیال صفر مقادیر ویژه بر خلاف حالت بدون میرایی سازهای (شکل 3) دارای بخش حقیقی هستند و سه  $\Omega_1 = -$ 0.244 + 9.876 i برابر i برابر  $\Omega_1 = -$ 0.244 + 9.876 iبدست  $\Omega_3 = -$ **19.725 + 86.609** i و  $\Omega_2 = -$ **0.3.896 + 39.286** iمىآيند. نتايج نشان مىدهد كه وجود ميرايي باعث كاهش بخش موهومي و افزایش بخش حقیقی مقادیر ویژه میشود و در نتیجه فرکانسهای طبیعی کاهش و میرایی سیستم افزایش مییابد که این تأثیر برای شکل مودهای بالاتر بسیار بیشتر بوده و بنابراین اثر مودهای بالاتر به سرعت از پاسخ کل سیستم حذف می شود. در حقیقت برای لوله های حامل سیال ویسکوالاستیک با مدل میرایی کلوین- وویت، وجود میرایی باعث کاهش فرکانسهای طبیعی و افزایش میرایی سیسستم میشود. یکی دیگر از تأثیراتی که در نظر گرفتن رفتار ویسکوالاستیک برای لولههای حامل سیال دارد این است که وجود میرایی سازهای باعث میشود تا اولاً سرعت ناپایداری دیورژانس در مودهای بالاتر به شدت افزایش یابد و ثانیاً به علت عدم تأثیر یکسان رفتار ویسکوالاستیک بر تمام مودهای ارتعاشی، رفتار مودهای ترکیبی ظاهر نمی شود. با توجه به شکل 3 مشاهده می شود که به ازای 6.27 < u < 9.27 هر چند مقادیر ویژه اول و دوم دارای بخش موهومی یکسان میباشند، اما به علت متفاوت بودن بخشهای حقیقی مقادیر ویژه،

DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.12.42.7

<sup>1</sup> Argand diagram

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Coupled-mode flutter

جدول 2 فرکانسهای طبیعی مختلط لوله ویسکوالاستیک با تکیه گاههای ساده در دو انتها در غیاب جریان سیال به ازای مقادیر مختلف پارامتر بیبعد میرایی سازهای Table 2 Complex natural frequencies of simply supported fluid conveying viscoelastic pipe for different values of viscoelastic coefficients in absence of the fluid flow

				فر کانسهای طبیعی، (Hz)
$\varepsilon \alpha \times 10^3$	$\Omega_1$	$\Omega_2$	$\Omega_3$	$\Omega_4$
0	9.8696i	39.478i	88.826i	157.913i
1	-0.048+9.869i	-0.779 + 39.470	-3.945+88.738i	-12.468+157.421i
5	-0.243+9.866i	-3.896+39.285i	-19.725+86.608i	-62.341+145.089i
10	-0.487+9.857i	-7.793+38.701i	-39.450+79.585i	-124.683+96.906i
12.66	-0.617+9.850i	-9.867+38.225i	-49.952+73.450i	-157.874+0i

12

8

 $Q_{u=6}$ 



Fig. 4 The real and imaginary parts of the dimensionless frequency, Ω, as a function of the dimensionless fluid velocity for the simply supported fluid conveying viscoelastic pipe for  $\epsilon \alpha = 1 \times 10^{-3}$   $\alpha = 1 \times 10^{-3}$  $\epsilon \alpha = 1 \times 10^{-3}$ 

بدون در نظر گرفتن رفتار ویسکوالاستیک، ناپایداری سیستم به ترتیب از نوع دیورژانس مود اول، دیورژانس مود دوم و فلاتر مود ترکیبی میباشد، در حالی که رفتار ویسکوالاستیک باعث میشود که ناپایداری به ترتیب از نوع دیورژانس مود اول، فلاتر مود اول و دیورژانس مود دوم اتفاق میافتد. به ازای مقادیر بزرگتر پارامتر بیبعد  $\alpha$  این رفتار به خوبی قابل مشاهده است. با افزایش سرعت سیال فرکانسهای طبیعی کاهش مییابند تا به ازای افزایش سرعت سیال فرکانسهای طبیعی کاهش مییابند تا به ازای که در این حالت بخش حقیقی مقدار ویژه دوم منفی میباشد (= $(\Omega_2)$ Re $(\Omega_2)$  بنابراین سیستم در این حالت در مود دوم پایدار خواهد بود. افزایش که در این حالت بخش حقیقی مقدار ویژه دوم منفی میباشد (=  $(\Omega_2)$ Re $(\Omega_2)$  بنابراین سیستم در این حالت در مود دوم پایدار خواهد بود. افزایش جزئی در سرعت سیال به ازای 2.94 باعث میشود تا مقدار ویژه دوم دارای بخش حقیقی مثبت شده و در نتیجه با گذشت زمان دامنه پاسخ دارای بخش حقیقی مثبت شده و در نتیجه با گذشت زمان دامنه پاسخ دارای بخش مقداری یاپایدار شود. با توجه به اینکه در این حالت سیستم افزایش و سیستم ناپایدار شود. با توجه به اینکه در این حالت توجه به این نتایج مشاهده میشود که سرعت دیورژانس مود دوم از  $\pi^2$  =  $u_2^{cr}$ 





Fig. 3 The real and imaginary parts of the dimensionless frequency,  $\Omega$ , as a function of the dimensionless fluid velocity for the simply supported fluid conveying viscoelastic pipe for  $\epsilon \alpha = \mathbf{0}$ 

**شکل 3** بخشهای حقیقی و موهومی فرکانسهای طبیعی بیبعد، Ω، بر حسب سرعت جریان سیال برای لوله حامل سیال با تکیهگاههای ساده در دو انتها به ازای εα **= 0** 

این دو مقدار ویژه متمایز از هم بوده و شکل مود ترکیبی در رفتار سیستم مشاهده نخواهد شد. همانطور که در شکل 2 هم مشاهده میشود معمولاً

رفتار ویسکوالاستیک افزایش یابد. به طور خلاصه میتوان بیان نمود که تأثیر رفتار ویسکوالاستیک بر سرعت ناپایداری دیورژانس اول بسیار ناچیز بوده ولی با افزایش سرعت سیال در مودهای بالاتر تأثیر قابل ملاحظهای داشته و رفتار کلی سیستم را تحت تأثیر قرار میدهد.

در شکل 5 بخشهای حقیقی و موهومی فرکانسهای طبیعی بیبعد، Ω، بر حسب سرعت سیال برای لوله حامل سیال با تکیهگاههای ساده در دو انتها به ازای پارامتر بیبعد میرایی سازهای <sup>3-</sup>10 × **5** = α ارائه شده است.

مقایسه نتایج نشان میدهد که افزایش پارامتر  $\alpha$  هر چند باعث کاهش فرکانسهای طبیعی و افزایش میرایی سیستم میشود ولی تأثیر آن بر سرعتهای بحرانی سیستم یعنی سرعت دیورژانس اول، سرعت فلاتر در مود اول و سرعت دیورژانس مود دوم بسیار ناچیز و قابلصرفنظر کردن میباشد. از آنجایی که مدل ویسکوالاستیک بر مودهای بالاتر تأثیر بیشتری نسبت به مودهای پایین تر دارد بنابراین مقادیر بزرگتر پارامتر بیبعد  $\alpha$  باعث میشود که فرکانسهای طبیعی بالاتر در سرعتهای سیال بالاتر به سرعت کاهش یابد، همچنین از شکل 5 مشاهده میشود در **19.1 = u** فرکانس طبیعی چهارم به صفر میرسد، از آنجائی که در این سرعت مقدار ویژه چهارم دارای بخش حقیقی منفی میباشد (**Re(** $\Omega_2$ ) = -62.73) بنابراین سیستم در مود چهارم پایدار میباشد.

در ادامه به بررسی تأثیر بستر غیریکنواخت بر رفتار ارتعاشی لوله حامل سیال پرداخته می شود. با استفاده از مدل ارائه شده در مرجع [38] بستر به صورت رابطه (11) مدل سازی شده که در آن  $_{0}^{A} \in \gamma$  ثوابت مدل هستند. پارامتر  $\mathbf{2} \ge \gamma \ge \mathbf{0}$  ضریب بستر است. اگر  $\mathbf{1} = \gamma$  باشد در این صورت مدل ارائه شده متناظر با مدل بستر وینکلر بوده و لوله بر روی بستر یکنواخت با سفتی  $_{0}^{A}$  واقع می باشد، در صورتی که به ازای  $\mathbf{1} \ne \gamma$  بستر دارای سفتی



Fig. 5 The real and imaginary parts of the dimensionless frequency, Ω, as a function of the dimensionless fluid velocity for the simply supported fluid conveying viscoelastic pipe for  $\epsilon \alpha = 5 \times 10^{-3}$ شکل 5 بخشهای حقیقی و موهومی فرکانسهای طبیعی بی بعد، Ω، بر حسب سرعت جریان سیال برای لوله حامل سیال با تکیه گاههای ساده در دو انتها به ازای  $\epsilon \alpha = 5 \times 10^{-3}$ 

متغیر برحسب مختصه x خواهد بود. به ازای  $1 > \gamma > 0$  بستر دارای سفتی متغیر در طول لوله به صورت تابع درجه دوم میباشد که در دو انتهای لوله دارای حداکثر مقدار خود میباشد. در مقابل، به ازای  $2 > \gamma > 1$  حداکثر مقدار سفتی بستر در نواحی مرکزی لوله میباشد. در شکل 6 منحنی تغییرات سفتی بستر در طول لوله به ازای مقادیر مختلف پارامتر  $\gamma$  نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می شود توزیع سفتی بستر نسبت به موقعیت میانی تیر (2 = 1/2) متقارن میباشد.

در شکل 7 منحنی تغییرات فرکانسی لوله حامل سیال واقع بر بستر الاستیک غیریکنواخت به ازای مقادیر مختلف  $\gamma$  و بر حسب سرعت سیال رسم شده است. با توجه به نتایج مشاهده میشود که توزیع غیریکنواخت بستر اثر قابل ملاحظهای بر مود اول ارتعاشی لولههای حامل سیال دارد و از تأثیر آن بر شکل مودهای بالاتر میتوان صرفنظر نمود. همانطور که در شکل 8 نشان داده شده است بسته به نحوه توزیع سفتی بستر، سرعت بحرانی سیستم میتواند نسبت به بستر وینکلر کاهش یا افزایش یابد. توزیع غیریکنواخت سفتی متقارن که حداکثر مقدار خود را در ناحیه میانی لوله دارد یعنی  $2 = \gamma$ ، با افزایش سفتی معادل سیستم نسبت به بستر وینکلر دارد یعنی  $2 = \gamma$  اس افزایش سفتی معادل سیستم نسبت به میتر وینکلر در حالتی که  $0 = \gamma$  است یعنی حداقل مقدار سفتی بستر در ناحیه میانی در حالتی که از دارد با کاهش سفتی معادل سیستم نسبت به بستر وینکلر سرعت در موانی رازد با کاهش سفتی معادل سیستم نسبت به بستر وینکلر سرعت در حالتی که از دارد با کاهش سفتی معادل سیستم نسبت به بستر وینکلر سرعت



Fig. 6 The non-dimensional stiffness of a non-uniform elastic foundation for different values of  $\gamma$ 

 $\gamma$  شکل 6 سفتی بی بعد بستر الاستیک غیریکنواخت به ازای مقادیر مختلف پارامتر  $\gamma$ 



Fig. 7 The effect of  $\gamma$  on the imaginary parts of eigenvalues of the simply supported fluid conveying viscoelastic pipe

**شکل 7** تأثیر پارامتر γ بر بخش موهومی مقادیر ویژه لوله ویسکوالاستیک حامل سیال با تکیهگاههای ساده در دو انتها

- [2] S. Tian, M. Barigou, An improved vibration technique for enhancing temperature uniformity and heat transfer in viscous fluid flow, *Chemical Engineering Science*, Vol. 123, No. 2, pp.609-619, 2015.
- [3] D. Weaver, S. Ziada, M. Au-Yang, S. Chen, M. Patdoussis, M. Pettigrew, Flow-induced vibrations in power and process plant components - progress and prospects, *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 122, No. 3, pp. 339-348, 2000.
- [4] S. Miwa, M. Mori, T. Hibiki, Two-phase flow induced vibration in piping systems, *Progress in Nuclear Energy*, Vol. 78, No. 23, pp.270-284, 2015
- [5] De. Pauw, B. Weijtjens, W. Vanlanduit, S. Van Tichelen, K. F. Berghmans, Operational modal analysis of flow-induced vibration of nuclear fuel rods in a turbulent axial flow, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 284, pp.19-26, 2015.
- [6] B. Abbasnejad, R. Shabani, G. Rezazadeh, Stability analysis of a piezoelectrically actuated micro-pipe conveying fluid, *Microfluidics and Nanofluidics*, Vol. 19, No. 3, pp. 1-8, 2015.
- [7] S. Kural, E. Özkaya, Size-dependent vibrations of a micro beam conveying fluid and resting on an elastic foundation, *Journal of Vibration and Control*, Vol. 21, No. 3, pp. 1-9, 2015.
- [8] B. Wang, Z. Deng, H. Ouyang, X. Xu, Free vibration of wavy single-walled fluid-conveying carbon nanotubes in multi-physics fields, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 39, No. 22, pp. 6780-6792, 2015.
- [9] M. Rezaee, V. A. Maleki, An analytical solution for vibration analysis of carbon nanotube conveying viscose fluid embedded in visco-elastic medium, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 229, No. 4, pp. 644–650, 2014.
- [10]E. Ghavanloo, F. Daneshmand, M. Rafiei, Vibration and instability analysis of carbon nanotubes conveying fluid and resting on a linear viscoelastic Winkler foundation, *Physica E: Lowdimensional Systems and Nanostructures*, Vol. 42, No. 9, pp. 2218-2224, 2010.
- [11]E. Ghavanloo, M. Rafiei, F. Daneshmand, In-plane vibration analysis of curved carbon nanotubes conveying fluid embedded in viscoelastic medium, *Physics Letters A*, Vol. 375, No. 19, pp. 1994-1999, 2011.
- [12]Y. Huo, Z. Wang, Dynamic analysis of a vertically deploying/retracting cantilevered pipe conveying fluid, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 360, No. 1, pp. 224-238, 2016.
- [13]S. Khajehpour, V. Azadi, Vibration suppression of a rotating flexible cantilever pipe conveying fluid using piezoelectric layers, *Latin American Journal of Solids and Structures*, Vol. 12, No. 6, pp. 1042-1060, 2015.
- [14]M. Paidoussis, Flow-induced vibrations in nuclear reactors and heat exchangers, *Practical Experiences with Flow-Induced Vibrations*, Vol. 12, No. 1, pp. 1-81, 1979.
- [15]M. Paidoussis, Flow-induced vibrations in nuclear reactors and heat exchangers: practical experiences and state of knowledge, *Practical Experiences with Flow-Induced Vibrations*, Vol. 829, No. 5, pp. 832-851, 1980.
- [16] A. Whitney, J. Chung, B. Yu, Vibrations of long marine pipes due to vortex shedding, *Journal of Energy Resources Technology*, Vol. 103, No. 3, pp. 231-236, 1981.
- [17] M. H. Demir, A. Yesildirek, F. Yigit, Control of a cantilever pipe conveying fluid using neural network, *In Modeling, Simulation,* and Applied Optimization (ICMSAO), 2015 6th International Conference, pp. 1-6, 2015.
- [18]M. Kheiri, M. Païdoussis, G. C. Del Pozo, M. Amabili, Dynamics of a pipe conveying fluid flexibly restrained at the ends, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 49, No. 1, pp. 360-385, 2014.
- [19]J. Gu, C. An, M. Duan, C. Levi, J. Su, Integral transform solutions of dynamic response of a clamped-clamped pipe conveying fluid, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 254, No. 2, pp. 237-245, 2013.
- [20] J. Kutin, I. Bajsić, Fluid-dynamic loading of pipes conveying fluid with a laminar mean-flow velocity profile, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 50, No. 4, pp. 171-183, 2014.
- [21]C. Q. Guo, C. H. Zhang, M. P. Païdoussis, Modification of equation of motion of fluid-conveying pipe for laminar and turbulent flow profiles, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 26, No. 5, pp. 793-803, 2010.



Fig. 8 The effect of γ on the first and second critical divergence velocity of the simply supported fluid conveying viscoelastic pipe  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$ 

میتوان نتیجه گرفت که فرکانسهای طبیعی و سرعت بحرانی لولههای حامل سیال واقع بر بستر به میزان سفتی و نحوه توزیع سفتی بستر بستگی دارد و در حالت کلی وجود بستر باعث افزایش فرکانسهای طبیعی و سرعت بحرانی سیستم میشود.

#### 5- نتیجه گیری

در تحقيق حاضر رفتار ارتعاشي لولههاي ويسكوالاستيك حامل سيال واقع بر بستر الاستیک غیریکنواخت مورد بررسی قرار گرفته است. معادله مشخصه حاکم بر سیستم با استفاده از روش گالرکین و با در نظر گرفتن شکل مودهای ارتعاشی لوله در غیاب جریان سیال به عنوان توابع مقایسهای استخراج شده و اثر پارامترهای مختلف بر رفتار ارتعاشی و پایداری لولههای حامل سیال مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان میدهد که رفتار ويسكوالاستيك ماده تأثير قابل ملاحظهاي بر مشخصههاي ارتعاشي لوله و پایداری آن دارد. بدون در نظر گرفتن رفتار ویسکوالاستیک ناپایداری لولههای حامل سیال به ترتیب به صورت دیورژانس مود اول، دیورژانس مود دوم و فلاتر مود ترکیبی میباشد، در حالی که خاصیت ویسکوالاستیک باعث می شود که ناپایداری به ترتیب به صورت دیورژانس مود اول، فلاتر مود اول و ديورژانس مود دوم اتفاق افتد. علاوه بر اين، ضريب ميرايي سازهاي باعث افزایش میرایی سیستم و کاهش فرکانسهای طبیعی میشود و اثر آن بر مودهای ارتعاشی بالاتر بسیار بیشتر میباشد. با توجه به اینکه رفتار ويسكوالاستيك باعث افزايش ميرايي سيستم مي شود بنابراين در نواحي پایدار، دامنه ارتعاشات سریعتر میرا شده و عملکرد سیستم بهبود مییابد. همچنین، نحوه توزیع سفتی بستر غیریکنواخت در مقایسه با مدل بستر وینکلر می تواند باعث افزایش یا کاهش سرعت بحرانی شود. سفتی بستر در حالت توزيع غيريكنواخت كه حداكثر مقدار خود را در ناحيه مياني لوله دارد باعث افزایش سرعت دیورژانس اول می شود و توزیع غیریکنواخت سفتی متقارن که حداقل مقدار خود را در ناحیه میانی لوله دارد سرعت دیورژانس اول را کاهش میدهد.

#### 6- مراجع

[1] M. Nojoumian, M. J. Shirazi, H. Salarieh, Boundary control of a marine riser pipe conveying fluid, ASME 2014 International Mechanical Engineering Congress and Exposition American Society of Mechanical Engineers, pp. 13-22, 2014.

- [33]M. P. Paidoussis, Fluid-Structure Interactions Slender Structures and Axial Flow Vol 1, Second Edition, pp. 120-189, England, Oxford Academic Press, 2014.
- [34]M. P. Païdoussis, G. X. Li, Pipes Conveying Fluid: A Model Dynamical Problem, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 7, No. 2, pp. 137-204, 1993.
- [35]R. Gregory, M. Paidoussis, Unstable oscillation of tubular cantilevers conveying fluid. I. Theory, *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, London, England, August 23-25, 1966.
- [36]R. Gregory, M. Paidoussis, Unstable oscillation of tubular cantilevers conveying fluid. II. Experiments, *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, London, England, August 23-25, 1966.
- [37]J. K. Sinha, S. Singh, A. Rama Rao, Finite element simulation of dynamic behaviour of open-ended cantilever pipe conveying fluid, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 240, No. 1, pp. 189-194, 2001.
- [38]M. Rezaee, V. Arab Maleki, Vibration analysis of a cracked pipe conveying fluid, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 12, No. 1, pp. 66-76, 2012. (in Persian فارسی)
- [39]A. Marzani, M. Mazzotti, E. Viola, P. Vittori, I. Elishakoff, FEM formulation for dynamic instability of fluid-conveying pipe on nonuniform elastic foundation, *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, Vol. 40, No. 1, pp. 83-95, 2012.
- [40]S.-U. Ryu, Y. Sugiyama, B.-J. Ryu, Eigenvalue branches and modes for flutter of cantilevered pipes conveying fluid, *Computers & structures*, Vol. 80, No. 14, pp. 1231-1241, 2002.
- [41]F.-q. Zhao, Z.-m. Wang, Z.-y. Feng, H.-z. Liu, Stability analysis of Maxwell viscoelastic pipes conveying fluid with both ends simply supported, *Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 22, No. 12, pp. 1436-1445, 2001.
- [42]X. Yang, T. Yang, J. Jin, Dynamic stability of a beam-model viscoelastic pipe for conveying pulsative fluid, *Acta Mechanica Solida Sinica*, Vol. 20, No. 4, pp. 350-356, 2007.
- [43] M. P. Païdoussis, N. T. Issid, Dynamic stability of pipes conveying fluid, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 33, No. 3, pp. 267-294, 1974.
- [44]L. B. Eldred, W. P. Baker, A. N. Palazotto, Kelvin-Voigt versus fractional derivative model as constitutive relations for viscoelastic materials, *AIAA journal*, Vol. 33, No. 3, pp. 547-550, 1995.
- [45]W. Hauler, K. Vetter, Influence of an elastic foundation on the stability of a tangentially loaded column, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 47, No. 2, pp. 296-299, 1976

- [22] M. H. Ghayesh, M. P. Païdoussis, M. Amabili, Nonlinear dynamics of cantilevered extensible pipes conveying fluid, *Journal of Sound* and Vibration, Vol. 332, No. 24, pp. 6405-6418, 2013.
- [23]M. H. Ghayesh, S. Kazemirad, T. Reid, Nonlinear vibrations and stability of parametrically exited systems with cubic nonlinearities and internal boundary conditions: A general solution procedure, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 36, No. 7, pp. 3299-3311, 2012.
- [24]M. H. Ghayesh, M. P. Païdoussis, Y. Modarres-Sadeghi, Threedimensional dynamics of a fluid-conveying cantilevered pipe fitted with an additional spring-support and an end-mass, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 330, No. 12, pp. 2869-2899, 2011.
- [25]H. Dai, L. Wang, Q. Ni, Dynamics of a fluid-conveying pipe composed of two different materials, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 73, No. 1, pp. 67-76, 2013.
- [26] D. Yu, J. Wen, H. Zhao, Y. Liu, X. Wen, Flexural vibration band gap in a periodic fluid-conveying pipe system based on the Timoshenko beam theory, *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 133, No. 1, pp. 014502, 2011.
- [27]R. Ansari, R. Gholami, A. Norouzzadeh, Size-dependent thermomechanical vibration and instability of conveying fluid functionally graded nanoshells based on Mindlin's strain gradient theory, *Thin-Walled Structures*, Vol. 105, No. 2, pp. 172-184, 2016.
- [28]R. Ansari, R. Gholami, A. Norouzzadeh, S. Sahmani, Sizedependent vibration and instability of fluid-conveying functionally graded microshells based on the modified couple stress theory, *Microfluidics and Nanofluidics*, Vol. 19, No. 3, pp. 509-522, 2015.
- [29]R. Ansari, A. Norouzzadeh, R. Gholami, M. F. Shojaei, M. Darabi, Geometrically nonlinear free vibration and instability of fluidconveying nanoscale pipes including surface stress effects, *Microfluidics and Nanofluidics*, Vol. 20, No. 1, pp. 1-14, 2016.
- [30] R. Ansari, A. Norouzzadeh, R. Gholami, M. F. Shojaei, M. Hosseinzadeh, Size-dependent nonlinear vibration and instability of embedded fluid-conveying SWBNNTs in thermal environment, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Vol. 61, No. 3, pp. 148-157, 2014.
- [31] R. Ansari Khalkhali, A. Norouzzadeh, R. Gholami, Forced vibration analysis of conveying fluid carbon nanotube resting on elastic foundation based on modified couple stress theory, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 27-34, 2015. (in Persian فارسی)
- [32]M. P. Païdoussis, S. J. Price, E. D. Langre, Fluid-structure interactions: Cross-flow-induced instabilities, pp. 56-100, England, Cambridge University Press, 2010.