



پیش‌بینی رشد آسیب مواد مرکب لایه‌ای تک‌جهته تحت بارگذاری متناوب با استفاده از یک مدل مبتنی بر انرژی

داود سلیمی مجد¹، مرتضی حلمی¹، بیژن محمدی^{2*}

1- فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

2- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

* تهران، صندوق پستی 982177240208، bijan_mohammadi@iust.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 23 اسفند 1393

پذیرش: 14 اردیبهشت 1394

ارائه در سایت: 10 خرداد 1394

کلید واژگان:

عمر خستگی

کامپوزیت چند لایه

مکانیک خرابی محیط پیوسته

متغیر آسیب

چکیده

کامپوزیت‌های پلیمری، بخاطر داشتن نسبت استحکام به وزن بالا و خواص جهتی‌شان، کاربردهای مهندسی زیادی به ویژه در صنایع هوایی دارند. با این حال به دلیل خواص متفاوت اجزای این مواد، پیش‌بینی تخریب آن‌ها به ویژه تحت بارگذاری متناوب دشوار می‌باشد. هدف از انجام این تحقیق، ارائه یک روش جدید برای پیش‌بینی تخریب خستگی درون‌لایه‌ای کامپوزیت‌های الیافی بر پایه مکانیک خرابی محیط پیوسته می‌باشد. در این پژوهش برای در نظر گرفتن تأثیر عیوب میکروسکوپی در سه جهت مادی، سه متغیر وضعیت داخلی ماده تحت عنوان متغیرهای آسیب در چارچوب علم ترمودینامیک تعریف شده است. مدل ارائه شده در این تحقیق، توانایی این را دارد که با در نظر گرفتن رشد آسیب در سه جهت، تخمین مناسبی از عمر خستگی کامپوزیت‌های چندلایه ارائه دهد. بدین منظور یک حل بسته بر پایه روش انرژی و در چارچوب مکانیک خرابی ارائه شده است، به گونه‌ای که تفاوت تخریب در جهات مختلف را نیز لحاظ می‌نماید و در عین حال مستقل از لایه‌چینی می‌باشد. مدل مزبور با استفاده از ماده نوشته شده توسط کاربر (یوزرمت)، در نرم‌افزار انسیس پیاده‌سازی شده است. حسن استفاده از این روش این است که با داشتن مشخصات استاتیکی و خستگی برای چندلایه تک‌جهته، می‌توان عمر خستگی را برای شرایط مختلف بارگذاری و برای هر نوع لایه‌چینی محاسبه کرد. نحوه مشخصه سازی ثوابت مدل بیان شده و سپس برای یک ماده مرکب معین ثوابت محاسبه شده‌اند. مقایسه نتایج پیش‌بینی شده توسط مدل ارائه شده با نتایج آزمایشی موجود، نشان از دقت مناسب مدل دارد.

Damage growth prediction of unidirectional layered composites under cyclic loading using an energy based model

Davood Salimi Majd, Morteza Helmi, Bijan Mohammadi*

School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

* P.O.B. 982177240208, Tehran, Iran, bijan_mohammadi@iust.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 14 March 2015
Accepted 04 May 2015
Available Online 31 May 2015

Keywords:
Fatigue life
Laminated composite
Continuum damage mechanics
Damage variable

ABSTRACT

Due to high strength to weight ratio of polymeric composites and their directional properties, they are extensively used in engineering, particularly in aerospace industry. However, the difference in material properties of composites makes their failure prediction complicated, especially under cyclic loading. The present study is carried out to develop a new method for estimation of the intralaminar fatigue damage of fibrous composites based on continuum damage mechanics. In order to include the influence of microscopic defects in three material orientations, three internal material state variables namely damage variables are defined in thermodynamics framework. By considering a 3-directional damage propagation, the suggested model is able to make a good prediction of laminated composites fatigue life. To achieve this, a closed form solution by energy method in framework of thermodynamics is presented. The solution is in a way that the differences in damages of various directions are included, yet the independency on the layup is maintained. The model is implemented in ANSYS software by using a user material code (Usermat). This method offers the advantage of estimating the fatigue life of any laminate with arbitrary layup under different loading conditions only by having static and fatigue properties of a unidirectional ply. Characterization of constants of model is presented and they are also determined for a certain composite material. Comparison between the predicted results of proposed model and the available experimental data verifies the great precision of the model.

1- مقدمه

قرار می‌گیرند. این بارگذاری‌های متناوب، باعث آسیب و تنزل خواص مواد به صورت انباشتگی آسیب می‌شوند. با توجه به کاربرد گسترده‌ی کامپوزیت‌ها در اجزاء و ساختارهایی که تحت بارگذاری متناوب قرار می‌گیرند، این مواد به

کامپوزیت‌ها به علت خواص عالی‌شان، کاربردهای مهندسی زیادی دارند. تعداد زیادی از این کاربردها شامل اجزائی است که تحت بارگذاری متناوب

Please cite this article using:

D. Salimi Majd, M. Helmi, B. Mohammadi, Damage growth prediction of unidirectional layered composites under cyclic loading using an energy based model, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 7, pp. 173-180, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

همراه داشتن مقاومت بالا، باید قابلیت این را داشته باشند که انرژی را جذب کنند و مقاومت خستگی لازم را در مقابل این نوع بارگذاری‌ها داشته باشند. زمانی که مواد مهندسی در شرایط نامناسب از جمله فرآیندهای سردکاری یا گرم‌کاری، تغییرات دمایی، فعالیت‌های شیمیایی یا بارگذاری مکانیکی به کار گرفته می‌شوند، عیوب میکروسکوپی¹ و ترک‌هایی در این مواد ایجاد می‌شوند و رشد می‌کنند [1]، این عیوب می‌توانند تأثیر خود را به صورت تغییرات تنش، تغییرات کرنش و تغییرات پاسخ دینامیکی ماده به بارگذاری نشان دهند. عیوب ذکر شده، نه تنها باعث ایجاد ترک و شکست ماده می‌شوند، بلکه همچنین باعث تغییراتی از جمله کاهش استحکام، کاهش سفتی و کاهش عمر باقی‌مانده‌ی ماده می‌شوند [1]. از این رو مطالعه‌ی رفتار عیوب میکروسکوپی و ترک‌ها و نیز مطالعه‌ی واکنش ماده به این عیوب مورد توجه خاص محققان قرار گرفته است. در این زمینه، تمرکز اصلی روی فرآیند توسعه‌ی ترک‌های میکروسکوپی و روش‌های بهبود خواص و ساختار مواد است. برای مطالعه‌ی تأثیر عیوب میکروسکوپی در مواد، متغیر وضعیت داخلی ماده در چارچوب علم ترمودینامیک و با استفاده از مکانیک خرابی محیط پیوسته تعریف شده است. این متغیر وضعیت، متغیر آسیب نام دارد.

هنگام به‌کارگیری مدل‌های خستگی بر پایه‌ی مکانیک خرابی محیط پیوسته برای پیش‌بینی رفتار خستگی مواد، اثر توأم پاسخ مکانیکی و انباشتگی آسیب چالش‌های فراوانی را ایجاد کرده است. برای مواد کامپوزیتی، مکانیزم آسیب خستگی بسیار پیچیده است و علت این پیچیدگی، تفاوت خواص مواد اجزای سازنده و همچنین مشخصات ناهمسانگرد این مواد است [2-6]. برای داشتن قابلیت اطمینان بالا برای ساختارها در طول زمان استفاده، این مسئله حائز اهمیت فراوان است که تنزل خواص ماده و عمر خستگی باقی مانده‌ی مواد به‌صورت دقیق بررسی شوند. از سال 1970، موضوع خستگی کامپوزیت‌ها مورد بررسی قرار گرفته است و دستاوردهای فراوانی در این زمینه به‌دست آمده است. با این حال به علت پیچیدگی مکانیزم آسیب ناشی از خستگی کامپوزیت‌ها، مسئله‌ی پیش‌بینی آسیب خستگی کامپوزیت‌ها تحت بارگذاری متناوب هنوز یک مسئله جدید محسوب می‌شود.

به منظور ارزیابی ساختار کامپوزیت‌ها و ارائه‌ی یک راه‌حل دقیق برای توصیف خستگی و پیش‌بینی عمر کامپوزیت، یک مدل خوب باید [7]:

- برای تعیین رفتار بتواند تأثیر شرایط محیطی از جمله دما و رطوبت را در نظر بگیرد.
- به کمترین داده‌ی ورودی نیاز داشته باشد.
- بتواند شرایط کامپوزیت را تحت انواع بارگذاری‌های مرکب مورد بررسی قرار دهد.
- بتواند برای هر نوع کامپوزیت چندلایه با هر نوع لایه‌چینی قابل اجرا باشد.
- کفایت لازم را برای تحلیل ساختارهای رایج داشته باشد.

در این مقاله، به‌منظور پیش‌بینی رشد آسیب درون لایه‌ای و عمر خستگی کامپوزیت‌های چندلایه، مدلی با استفاده از روش مکانیک خرابی محیط پیوسته و بر پایه‌ی روش انرژی ارائه شده است. مدل ارائه شده مستقل از لایه چینی می‌باشد و خواص جهتی را در نظر می‌گیرد.

برای محاسبه‌ی عمر خستگی چند لایه تحت بارگذاری به کمک مدل ارائه شده، پس از انجام آزمایش‌های استاتیکی به منظور مشخصه‌سازی مادی، ابتدا بایستی آزمایش کشش خستگی روی چندلایه‌ی تک‌جهته در جهت

الیاف و رزین انجام شود و در نهایت با برازش روابط مدل بر روی نتایج افت سفتی برحسب چرخه‌های بارگذاری حاصل از آزمایش، ثوابت مدل به‌دست می‌آید. با در اختیار داشتن مشخصات استاتیکی و نتایج آزمایش خستگی برای چند لایه‌ی تک‌جهته، می‌توان عمر خستگی را برای هر چند لایه با هر نوع لایه چینی محاسبه کرد.

در این مطالعه، پس از بیان روابط ساختاری مدل، با استفاده از نتایج آزمایشی موجود برای کامپوزیت چندلایه‌ی تک‌جهته‌ی AS4/3501-6 [2]، ثوابت مدل مبتنی بر نتایج آزمایشی بارگذاری کششی متناوب روی چندلایه-ی تک‌جهته در دو سطح تنش محاسبه شده و به‌منظور اعتبارسنجی اولیه مدل، چندلایه‌های تک‌جهته در سطوح تنش دیگر تحت تحلیل خستگی قرار گرفته‌اند.

2- مروری بر پیشینه پژوهش

حدود چند دهه است که مسئله‌ی خستگی کامپوزیت‌ها مورد مطالعه قرار گرفته است و بسیاری از مدل‌های پیشنهادی، تعدادی از نیازمندی‌های یاد شده در بخش قبل را که ملزومات یک مدل قابل قبول هستند، ارضا کرده‌اند. اما مدل‌های رایج نتوانسته‌اند همه‌ی شرایط را برای داشتن قابلیت اطمینان بالا برآورده کنند. در مدل‌های قبلی تعدادی از انواع بارگذاری خستگی از جمله، بارگذاری با دامنه‌ی ثابت، بارگذاری بلوکی و بارگذاری طیفی مورد بررسی قرار می‌گرفته است. اما هنوز هیچ مدلی به طور رضایت‌بخش نتوانسته است تمامی شرایط بارگذاری را مورد بررسی قرار دهد [7].

دگریک و ون‌پایچم [8] مدل‌های خستگی موجود را به سه دسته تقسیم‌بندی کرده‌اند:

- مدل عمر خستگی براساس منحنی‌های S-N
- مدل‌های سفتی و استحکام باقی‌مانده²
- مدل‌های بررسی سیر تکاملی آسیب³.

روش منحنی S-N برای حل مسئله‌ی خستگی کامپوزیت‌ها به فراوانی به کار گرفته شده است. با این حال، این روش تنها تحت شرایط تنش‌های پایین و ساده شده مناسب است [9]. چرا که مدل عمر خستگی بر اساس منحنی-S-N جزئیات مکانیزم خستگی را در نظر نمی‌گیرد. این روش، یک روش کاملاً تجربی است و به داده‌های آزمایشگاهی فراوانی نیاز دارد. برای همه‌ی تفاوت‌های میان چند لایه‌ها از جمله ترتیب و موقعیت لایه‌ها، باید منحنی‌ها S-N به صورت مجزا موجود باشد تا بتوان از این روش برای پیش‌بینی عمر کامپوزیت‌ها استفاده کرد. از این‌رو، ایجاد شرایط برای استفاده از این روش، گران و زمان‌بر است. اما اگر داده‌های لازم موجود باشند، یک روش ساده محسوب می‌شود [10].

مفهوم انباشتگی آسیب برای پیش‌بینی عمر خستگی مواد کامپوزیتی می‌تواند راه حل مناسب‌تری باشد. با این حال، آسیب خستگی نمی‌تواند به صورت مستقیم اندازه‌گیری شود. بنابراین، مدول‌های یانگ مواد کامپوزیتی برای برآورد آسیب خستگی تحت بارگذاری متناوب مورد استفاده قرار می‌گیرند. مدول‌های یانگ اندازه‌گیری شده از آزمایش‌های خستگی نیز چیزی شبیه مدل‌سازی انباشتگی آسیب را نشان می‌دهند.

هوانگ و هان در سال 1986، به مطالعه در زمینه پیش‌بینی عمر خستگی کامپوزیت چند لایه به روش انباشتگی آسیب تحت بارگذاری چند محوره پرداختند [11]. به علاوه هالورسون تابع توانی نرخ دوره بارگذاری را

2- Residual stiffness/strength models
3- Progressive damage models

1- Microdefect

3- روابط ساختاری مدل ارائه شده

در حالت عمومی متغیر آسیب (D) را می‌توان به‌عنوان تابعی از ماکزیمم مقدار چگالی انرژی کرنشی کشسان، تعداد دوره‌های بارگذاری (N)، نسبت تنش (R)، شرایط محیطی از جمله دمای (T) و خواص ماده از جمله سفتی (E) مطابق رابطه (1) فرض نمود.

$$D = D(W_e, N, E_{ijkl}, R, T, \dots) \quad (1)$$

در این مطالعه فرض شده است که نرخ انباشتگی آسیب در یک نسبت بار معین به مقدار ماکزیمم چگالی انرژی کرنشی کشسان (W_e) و متغیر آسیب (D) بستگی دارد و به صورت رابطه‌ی (2) است.

$$\frac{dD}{dN} = f(D, W_e) \quad (2)$$

سختی مسئله این است که تابع (f) قابل شناسایی نیست. شکل تابع (f) باید با استفاده از نتایج آزمایش خستگی بدست آید. بهتر است که از رابطه‌ی میان آسیب و معادلات الاستیسیته برای برآورد آسیب خستگی کمک گرفت. پارامتر (D) به صورت تئوری با زمان (یا تعداد دوره‌های بارگذاری) به دلیل تغییر مدول کششی یانگ (E) در ارتباط است. مقرر و همکاران [24] فرض نمودند که در نسبت بار صفر، یک رابطه‌ی توانی میان ماکزیمم انرژی کرنشی مخصوص و نرخ رشد آسیب وجود دارد. یعنی نرخ رشد آسیب می‌تواند به صورت رابطه‌ی (3) نوشته شود [24].

$$\frac{dD}{dN} = c(W_e)_{\max}^m \quad (3)$$

که c و m ثوابت تجربی می‌باشند و (W_e)، ماکزیمم انرژی کرنشی در واحد حجم نمونه است و از مولفه‌های تنش و کرنش کشسان تانسوری از رابطه (4) محاسبه می‌شود.

$$W = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (4)$$

مهمترین نقص این مدل این است که نرخ رشد آسیب در جهات مختلف، یکسان فرض شده است که در واقعیت این گونه نیست و اثر مولفه‌های مختلف تنش در آسیب جهات الیاف و عمود بر آن، متفاوت است.

با توجه به عیب مدل مقرر در عدم تفکیک مناسب موده‌های خرابی در جهات مختلف، در تحقیق جاری سه متغیر آسیب مجزا در جهات مادی در نظر گرفته شده است که رابطه‌ی نرخ رشد آسیب هر مود برحسب مجموع ترم‌هایی از انرژی کرنشی که در رشد آسیب آن مود مؤثرند، به صورت روابط (5) تا (7) فرض می‌شود:

$$\frac{dD_1}{dN} = c_1 \left(\frac{\Delta W_1}{W_1^0} \right)^{m_1} \quad (5)$$

$$\frac{dD_2}{dN} = c_2 \left(\frac{\Delta W_2}{W_2^0} \right)^{m_2} \quad (6)$$

$$\frac{dD_3}{dN} = c_3 \left(\frac{\Delta W_3}{W_3^0} \right)^{m_3} \quad (7)$$

در این رابطه اندیس‌های 1 و 2 و 3، به ترتیب مربوط جهات الیاف، عمود بر الیاف در داخل صفحه و عمود بر صفحه چندلایه می‌باشند و ثوابت m_i و c_i ثوابت تجربی می‌باشند که نحوه مشخصه‌سازی آن‌ها در ادامه خواهد آمد. به منظور پیش‌بینی مناسب رشد آسیب بایستی متغیر آسیب در هر جهت تابع تنش‌های مؤثر بر خرابی در آن جهت مبتنی بر فیزیک رشد آسیب در نظر گرفته شود. بدین منظور با الهام از معیارهای تخریب کلاسیکی مانند معیار هشین، ترم‌های انرژی کرنشی تاثیرگذار بر مود خرابی در هر جهت در روابط (5) تا (7) به صورت روابط (8) تا (10) در نظر گرفته می‌شوند.

برای ارزیابی استحکام باقی‌مانده‌ی مواد و محاسبه‌ی عمر خستگی به کار برد [12]، توابع غیرخطی انباشتگی آسیب دیگری هم در این زمینه مورد استفاده قرار گرفته‌اند [13]. این توابع غیرخطی، توانایی این را دارند که رشد آسیب را در حالت ابتدای آسیب یا حالت نزدیک انتهای عمر مورد بررسی قرار دهند، ولی نه هردوی آن‌ها را [14]. برای مثال مدل آسیب سویرمانیان [13]، رشد سریع آسیب را در طول بارگذاری متناوب توضیح می‌دهد، ولی قادر نیست رشد آسیب را در حالت نزدیک به حالت شکست بررسی کند. هم‌چنین مدل هالورسون [12]، می‌تواند نرخ رشد آسیب را در انتهای عمر خستگی مورد بررسی قرار دهد، اما این مدل نمی‌تواند به صورت دقیق نرخ رشد آسیب را در طول بارگذاری متناوب توضیح دهد. مدل رایف اشنایدر [14]، می‌تواند نرخ رشد آسیب را هم در طول دوره بارگذاری و هم در حالت نزدیک به انتهای عمر مواد کامپوزیتی توضیح دهد.

در مدل پیشنهادی دگریک و ون‌پاجم [15] تغییر مدول‌های الاستیک در بارگذاری متناوب خمشی مطالعه شده است. در این مدل، نرخ رشد آسیب خستگی و مقدار سفتی کاهش یافته با دو بخش جداگانه بیان می‌شوند، یکی شروع و دیگری انتشار آسیب خستگی.

پایان و هچارد [16] مدلی بر پایه‌ی مکانیک خرابی ارائه کردند که در این مدل از دو متغیر اسکالر آسیب به منظور توصیف کاهش سفتی تحت بارگذاری عرضی و بارگذاری برشی استفاده شده است. یکی از این متغیرهای آسیب مربوط به آسیب کل ناشی از بارگذاری استاتیکی و متغیر آسیب دیگر مربوط به آسیب کل ناشی از بارگذاری خستگی می‌باشد. با برهم نهی این دو آسیب، آسیب کل ناشی از بارگذاری به‌دست می‌آید.

شکریه و لسارد [2] در سال 2000 مدلی را به‌منظور پیش‌بینی عمر خستگی از طریق محاسبه سفتی و استحکام باقی‌مانده ارائه دادند. به علاوه شکریه و طاهری [17] در سال 2008 و شکریه و حقیقی یزدی [18] در سال 2009 به بررسی کاهش سفتی تحت بارگذاری خستگی روی کامپوزیت‌های چند لایه متعامد پرداختند. هم‌چنین ذبیح پور و ادیب نظری در سال 2007 یک رویکرد میکرومکانیکی را برای پیش‌بینی عمر خستگی در چندلایه‌های مرکب به کار بردند [19].

کوارسیمین و همکاران در سال 2010 [20] از یک مدل تجربی برای پیش‌بینی عمر خستگی کامپوزیت‌ها تحت بارگذاری چندمحوره استفاده نمودند.

شیری و همکاران، پیش‌بینی عمر خستگی مواد مرکب پلیمری بر اساس کاهش همزمان سفتی و استحکام تحت بارگذاری با دو سطح تنش را مورد مطالعه قرار دادند [21]. به علاوه خان‌محمدی و احمدی [22] و حسنی‌فرد و فیضی [23] نیز با استفاده از مدل‌های مبتنی بر افت استحکام، عمر خستگی در چندلایه‌های کامپوزیتی را بررسی نمودند.

مقرر و همکاران [24] در سال 2012 یک مدل جدید برای پیش‌بینی عمر خستگی کامپوزیت‌های چندلایه بر پایه روش انرژی ارائه دادند. از جمله عیوب مدل ارائه شده توسط این محققین می‌توان به این نکته اشاره کرد که در این مدل نرخ رشد آسیب خستگی در تمام جهات یکسان فرض شده است. به‌علاوه این مدل برای پیش‌بینی عمر هرچند لایه مورد مطالعه، ثوابت جداگانه‌ای را در نظر می‌گیرد. در این مقاله سعی شده است که این عیوب برطرف شود و مدل پیش‌بینی رشد آسیب درون‌لایه‌ای به گونه‌ای توسعه داده شود که با استفاده از مشخصه‌سازی ثوابت مربوط به مدل در آزمایش‌های کشش تک‌جهته در جهت الیاف و رزین، بتوان این ثوابت را برای پیش‌بینی عمر هر نوع چندلایه به کار برد.

$$S_D = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1^*} & \frac{\nu_{21}}{E_2^*} & \frac{\nu_{21}}{E_3^*} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_{12}}{E_1^*} & \frac{1}{E_2^*} & \frac{\nu_{23}}{E_3^*} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_{12}}{E_1^*} & \frac{\nu_{23}}{E_2^*} & \frac{1}{E_3^*} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}^*} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}^*} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}^*} \end{bmatrix} \quad (16)$$

که در آن سفتی‌های آسیب دیده قائم و برشی به صورت $E_i^* = (1-D_i)E_i$ و $G_{ij}^* = \sqrt{(1-D_i)(1-D_j)}G_{ij}$ به سفتی‌های اولیه متناظر و متغیرهای آسیب مرتبط می‌شوند. با داشتن ماتریس نرمی آسیب دیده، مقدار چگالی انرژی کرنشی بر حسب تنش‌های واقعی از رابطه‌ی (17) می‌تواند محاسبه گردد.

$$W = \frac{1}{2}[\sigma]^T [S_D][\sigma] \quad (17)$$

با جایگذاری رابطه‌ی (16) در رابطه‌ی (17)، چگالی انرژی کرنشی برای تعریف به کار گرفته شده برای تانسور تنش موثر، از رابطه‌ی (18) به دست می‌آید.

$$W = \frac{\sigma_{11}^2}{2E_1(1-D_1)} + \frac{\sigma_{22}^2}{2E_2(1-D_2)} + \frac{\sigma_{33}^2}{2E_2(1-D_3)} + \frac{\sigma_{13}^2}{2G_{12}\sqrt{(1-D_1)(1-D_3)}} + \frac{\sigma_{23}^2}{2G_{23}\sqrt{(1-D_2)(1-D_3)}} + \frac{\sigma_{12}^2}{2G_{12}\sqrt{(1-D_1)(1-D_2)}} - \frac{\nu_{21}\sigma_{11}\sigma_{22}}{2E_2(1-D_2)} - \frac{\nu_{21}\sigma_{11}\sigma_{33}}{2E_2(1-D_3)} - \frac{\nu_{12}\sigma_{11}\sigma_{22}}{2E_1(1-D_1)} - \frac{\nu_{23}\sigma_{33}\sigma_{22}}{2E_2(1-D_3)} - \frac{\nu_{12}\sigma_{11}\sigma_{33}}{2E_1(1-D_1)} - \frac{\nu_{23}\sigma_{33}\sigma_{22}}{2E_2(1-D_2)} \quad (18)$$

همچنین مقدار ترم‌های انرژی کرنشی تعریف شده در روابط (8) تا (10) برحسب مؤلفه‌های تنش و متغیرهای آسیب در سه جهت 1 و 2 و 3، از روابط (19) تا (21) به دست می‌آید.

$$W_1 = \frac{\sigma_{11}^2}{2E_1(1-D_1)} - \frac{\nu_{12}\sigma_{11}\sigma_{22}}{2E_1(1-D_1)} - \frac{\nu_{12}\sigma_{11}\sigma_{33}}{2E_1(1-D_1)} + \frac{\sigma_{13}^2}{2G_{12}\sqrt{(1-D_1)(1-D_3)}} + \frac{\sigma_{12}^2}{2G_{12}\sqrt{(1-D_1)(1-D_2)}} \quad (19)$$

$$W_2 = \frac{\sigma_{22}^2}{2E_2(1-D_2)} - \frac{\nu_{21}\sigma_{11}\sigma_{22}}{2E_2(1-D_2)} - \frac{\nu_{23}\sigma_{33}\sigma_{22}}{2E_2(1-D_2)} + \frac{\sigma_{23}^2}{2G_{23}\sqrt{(1-D_2)(1-D_3)}} + \frac{\sigma_{12}^2}{2G_{12}\sqrt{(1-D_1)(1-D_2)}} \quad (20)$$

$$W_3 = \frac{\sigma_{33}^2}{2E_2(1-D_3)} - \frac{\nu_{21}\sigma_{11}\sigma_{33}}{2E_2(1-D_3)} - \frac{\nu_{23}\sigma_{33}\sigma_{22}}{2E_2(1-D_3)} + \frac{\sigma_{13}^2}{2G_{12}\sqrt{(1-D_1)(1-D_3)}} + \frac{\sigma_{23}^2}{2G_{23}\sqrt{(1-D_2)(1-D_3)}} \quad (21)$$

برای تعیین لحظه شکست بایستی یک معیار تخریب به کار گرفته شود [26]. در این مقاله فرض شده است که استحکام باقیمانده در هر جهت متناسب با سفتی باقیمانده در آن جهت می‌باشد. در نظر گرفتن این فرض، پارامترها و آزمایش‌های لازم برای مشخصه‌سازی مدل را کاهش می‌دهد. نتایج آزمایش‌های شکریه و همکاران [2] صحت مناسب این فرض را تایید می‌نماید.

$$W_1 = \frac{1}{2}\sigma_{11}\varepsilon_{11} + \frac{1}{2}\sigma_{12}\gamma_{12} + \frac{1}{2}\sigma_{13}\gamma_{13} \quad (8)$$

$$W_2 = \frac{1}{2}\sigma_{22}\varepsilon_{22} + \frac{1}{2}\sigma_{12}\gamma_{12} + \frac{1}{2}\sigma_{23}\gamma_{23} \quad (9)$$

$$W_3 = \frac{1}{2}\sigma_{33}\varepsilon_{33} + \frac{1}{2}\sigma_{13}\gamma_{13} + \frac{1}{2}\sigma_{23}\gamma_{23} \quad (10)$$

در روابط (5) تا (7)، ΔW_i تغییرات چگالی انرژی کرنشی W_i در چرخه بارگذاری خستگی جاری در نقطه انتگرال‌گیری مورد نظر می‌باشد. در نظر گرفتن تغییرات انرژی کرنشی در این روابط به نوعی اثرات نسبت بار را در مدل وارد می‌کند. به علاوه عناصر (W_i^0) به صورت روابط (11) تا (13) تعریف می‌شوند.

$$W_1^0 = \frac{1}{2}(1-D_1)\frac{\chi_T^2}{E_X} \quad (11)$$

$$W_2^0 = \frac{1}{2}(1-D_2)\frac{\gamma_T^2}{E_Y} \quad (12)$$

$$W_3^0 = \frac{1}{2}(1-D_3)\frac{\gamma_T^2}{E_Y} \quad (13)$$

لازم به ذکر است که با لحاظ نمودن این کمیت‌ها در روابط نرخ رشد آسیب ضمن بی‌بعد شدن ثوابت α_i ، اثر تغییرات نرخ رشد آسیب با افت استحکام و سفتی باقیمانده در نظر گرفته شده است. در این روابط X_T و γ_T به ترتیب استحکام کششی اولیه تک‌لایه در جهت الیاف و عمود بر الیاف و E_X و E_Y به ترتیب سفتی اولیه تک‌لایه در جهت الیاف و عمود بر آن می‌باشند. لازم به ذکر است که طبق روابط 7 و 13 در این جا تک‌لایه اولیه به صورت همسانگرد عرضی فرض شده است. البته بعد از رخ دادن آسیب با توجه به تأثیر متفاوت مؤلفه‌های مختلف تنش در آسیب دو جهت عمود بر الیاف، لزوماً این‌گونه نیست و این موضوع در این پژوهش با در نظر گرفتن دو متغیر آسیب مجزا در صفحه عمود بر الیاف لحاظ شده است. بایستی تأکید شود که اگرچه در این مقاله هدف پیش‌بینی آسیب "درون لایه‌ای"¹ می‌باشد اما از آنجا که آسیب داخل لایه در حالت کلی می‌تواند در سه جهت و تابع تنش‌های خارج صفحه‌ای نیز باشد، در روابط (8) تا (10) تنش‌های خارج صفحه‌ای و متغیر آسیب در جهت عمود بر صفحه نیز حضور دارند.

برای به دست آوردن مقدار عناصر ماتریس سفتی کاهش یافته و ترم‌های انرژی کرنشی برحسب پارامترهای ماده و متغیرهای آسیب، بایستی ماتریس تنش‌های موثر ($\tilde{\sigma}_{ij}$) را به دست آورد. تنش موثر تنشی است که مرتبط کننده کرنش با ماتریس سفتی اولیه می‌باشد. در این پژوهش از رویکرد ارائه شده توسط سیدوروف [25] برای رابطه تنش موثر استفاده شده است که رابطه آن به صورت رابطه (14) است.

$$[\tilde{\sigma}] = ([I] - [D])^{-1} [\sigma] ([I] - [D])^{-1} \quad (14)$$

که در آن I ماتریس یک‌ه بوده و با توجه به استفاده از سه متغیر آسیب مجزا در این تحقیق تانسور آسیب (D) در این رابطه به صورت معادله‌ی (15) می‌باشد.

$$D_{ij} = \begin{bmatrix} D_1 & 0 & 0 \\ 0 & D_2 & 0 \\ 0 & 0 & D_3 \end{bmatrix} \quad (15)$$

با استفاده از تعریف رابطه (14) برای تنش موثر و با اتخاذ رویکرد معادل-سازی کرنش می‌توان نشان داد که ماتریس نرمی آسیب دیده برای ماده با رفتار اولیه همسانگرد عرضی به صورت رابطه (16) به دست می‌آید.

4- مشخصه‌سازی مدل در حالت‌های خاص بارگذاری

همان‌طور که اشاره شد، مدل ارائه شده در این مقاله، به منظور پیش‌بینی آسیب درون‌لایه‌ای توسعه داده شده است. لذا به منظور "مشخصه‌سازی" ثوابت مدل تخریب درون‌لایه‌ای بهتر است به منظور اجتناب از ایجاد برهم‌کنش این مود خرابی با مود "جدایی بین‌لایه‌ای"¹، چندلایه‌هایی مورد بررسی قرار گیرد که در آن‌ها مود جدایی بین‌لایه‌ای وجود ندارد [27]. بدین منظور چندلایه‌های تک‌جهته تحت کشش مورد استفاده قرار می‌گیرد تا بتوان پیش‌بینی عمر را تنها با استفاده از تخریب درون‌لایه‌ای انجام داد. در صورتی که نسبت بار صفر باشد، برای یک ورق چندلایه تک‌جهته تحت بارگذاری متناوب کنترل نیرویی داخل صفحه‌ای می‌توان نرخ رشد متغیرهای آسیب در دو جهت الیاف و عمود بر الیاف (در داخل صفحه) را برحسب توابع انرژی کرنشی ماکزیمم در چرخه بارگذاری از روابط (22) و (23) محاسبه نمود.

$$\frac{dD_1}{dN} = c_1 \left(\frac{W_{1Max}}{W_1^0} \right)^{m_1}$$

$$W_1 = \frac{1}{2} \sigma_{11} \varepsilon_{11} + \frac{1}{2} \sigma_{12} \gamma_{12}$$

$$W_1^0 = \frac{1}{2} (1 - D_1) \frac{\sigma_T^2}{E_X} \quad (22)$$

$$\frac{dD_2}{dN} = c_2 \left(\frac{W_{2Max}}{W_2^0} \right)^{m_2}$$

$$W_2 = \frac{1}{2} \sigma_{22} \varepsilon_{22} + \frac{1}{2} \sigma_{12} \gamma_{12}$$

$$W_2^0 = \frac{1}{2} (1 - D_2) \frac{\gamma_T^2}{E_Y} \quad (23)$$

توابع انرژی کرنشی بسته به نوع بارگذاری و جهت گیری الیاف در تک‌لایه متفاوت خواهند بود. در ادامه دو حالت مرسوم برای آزمایش خستگی مواد مرکب لایه‌ای جهت استخراج نحوه مشخصه‌سازی ثوابت مدل ارائه شده برای تخمین عمر خستگی تشریح می‌گردد.

بارگذاری اعمالی مدنظر در این حالت به صورت کنترل نیرو با مقدار دامنه ثابت در نسبت بار تقریباً برابر صفر می‌باشد. در این حالت، آسیب خستگی تنها در جهت الیاف رخ خواهد داد و با توجه به حضور تنها مولفه تنش σ_1 در جهت الیاف، رابطه‌ی (22) به صورت رابطه (24) بازنویسی می‌شود.

$$\frac{dD_1}{dN} = c_1 \left(\frac{\sigma_1}{(1 - D_1) \sigma_T} \right)^{2m_1} \quad (24)$$

با توجه به اعمال تنش ماکزیمم ثابت σ_1 در چرخه بارگذاری، با انتگرال‌گیری از معادله‌ی (24) به ازای تغییرات متغیر آسیب از صفر تا D_1 رابطه‌ی (25) حاصل می‌شود.

$$c_1 \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_T} \right)^{2m_1} N = \frac{1}{2m_1 + 1} (1 - (1 - D_1)^{2m_1 + 1}) \quad (25)$$

و با توجه به تعریف سفتی کاهش یافته مطابق رابطه‌ی (26)،

$$1 - D_1 = \frac{E_X^R}{E_X^0} \quad (26)$$

مقدار بی‌بعد شده‌ی سفتی بعد از N سیکل (E_X^R) نسبت به سفتی اولیه (E_X^0)، از رابطه‌ی (27) حاصل می‌شود.

$$\frac{E_X^R}{E_X^0} = (1 - (2m_1 + 1) c_1 \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_T} \right)^{2m_1} N)^{\frac{1}{2m_1 + 1}} \quad (27)$$

1- delamination

در این‌جا با توجه به بارگذاری کنترل نیرو در یک تنش "معین" برابر با σ_1 ، طبق رابطه (11) پایان عمر متناظر با حالتی است که استحکام باقی‌مانده به تنش اعمالی برسد. بنابراین مقدار نهایی متغیر وضعیت آسیب درست یک لحظه قبل از شکست نمونه از رابطه‌ی (28) به دست می‌آید.

$$(1 - D_1) \sigma_T = \sigma_1 D_1 = \frac{\sigma_T - \sigma_1}{\sigma_T} \quad (28)$$

لذا با جای‌گذاری رابطه‌ی (28) در رابطه‌ی (25)، عمر نهایی از رابطه‌ی (29) محاسبه می‌شود.

$$N_f = \frac{(1 - (\frac{\sigma_1}{\sigma_T})^{2m_1 + 1})}{(2m_1 + 1) c_1 (\frac{\sigma_1}{\sigma_T})^{2m_1}} \quad (29)$$

با مقایسه‌ی روابط (27) و (29)، معادله‌ی (30) برای رابطه‌ی نسبت چرخه‌های بارگذاری شده بی‌بعد شده و مدول الاستیسیته‌ی بی‌بعد شده در حالت بارگذاری کششی در جهت الیاف به دست می‌آید.

$$\frac{N}{N_f} = \frac{(1 - (\frac{E_X^R}{E_X^0})^{2m_1 + 1})}{(1 - (\frac{\sigma_1}{\sigma_T})^{2m_1 + 1})} \quad (30)$$

بارگذاری اعمالی مدنظر در این حالت نیز به صورت کنترل نیرو با مقدار دامنه ثابت در چرخه بارگذاری در نسبت بار تقریباً برابر صفر می‌باشد. در این حالت، آسیب خستگی تنها در جهت عمود بر الیاف در صفحه الیاف رخ خواهد داد و با توجه به حضور تنها مولفه تنش ماکزیمم σ_2 در جهت عمود بر الیاف، رابطه‌ی (23) به صورت رابطه (31) بازنویسی می‌شود.

$$\frac{dD_2}{dN} = c_2 \left(\frac{\sigma_2}{(1 - D_2) \sigma_T} \right)^{2m_2} \quad (31)$$

با طی نمودن روندی مشابه با آنچه برای کشش چندلایه تک‌جهته در جهت الیاف بیان شد، برای وضعیت کشش در جهت رزین، روابط عمر و افت سفتی (29) و (30) در این وضعیت به صورت روابط (32) و (33) بازنویسی می‌شوند.

$$N_f = \frac{(1 - (\frac{\sigma_2}{\sigma_T})^{2m_2 + 1})}{(2m_2 + 1) c_2 (\frac{\sigma_2}{\sigma_T})^{2m_2}} \quad (32)$$

$$\frac{N}{N_f} = \frac{(1 - (\frac{E_Y^R}{E_Y^0})^{2m_2 + 1})}{(1 - (\frac{\sigma_2}{\sigma_T})^{2m_2 + 1})} \quad (33)$$

5- آزمایش‌های لازم برای مشخصه‌سازی مدل ارائه شده

برای مشخصه‌سازی ثوابت مدل، دو دسته آزمایش زیر باید انجام شوند.

- آزمایش‌های استاتیکی مربوط به لایه کامپوزیتی
- آزمایش‌های خستگی مربوط به لایه کامپوزیتی

5-1- آزمایش‌های استاتیکی مربوط به لایه کامپوزیتی

برای بررسی رفتار کششی مواد مرکب تک‌لایه، از نمونه‌های تحت بارگذاری کششی با مشخصات ارائه شده در استاندارد استفاده می‌شود [28]. خواصی که با این نمونه‌ها در آزمایش کشش اندازه‌گیری می‌شود عبارتند از:

- مدول کشسانی کششی در دو جهت الیاف و عمود بر آن
- مدول برشی
- ضرایب پواسون

- حداکثر تنش و کرنش کششی در دو جهت الیاف و عمود بر آن
- حداکثر تنش و کرنش برشی.

5-2- آزمایش‌های خستگی مربوط به لایه کامپوزیتی

با انجام آزمایش خستگی، علاوه بر بدست آوردن عمر خستگی، می‌توان مدول الاستیک را در هر لحظه بدست آورد و نمودار مدول الاستیک بر حسب تعداد چرخه‌های بارگذاری را رسم کرد.

هر آزمایش به ازای نسبت بار R و به صورت کنترل بار با دامنه ثابت در بار ماکزیمم برابر X درصد استحکام استاتیکی صورت می‌گیرد و خروجی مد نظر در هر آزمایش عمر می‌باشد. آزمایش بدین صورت انجام می‌شود که ابتدا بارگذاری استاتیکی تا X درصد حد تنش صورت می‌گیرد و بعد از آن ادامه‌ی بارگذاری به صورت خستگی می‌باشد. برای تعیین بار ماکزیمم اعمالی از رابطه‌ی (34) استفاده می‌شود.

$$F = X\sigma A_0 \quad (34)$$

σ ، حد استحکام استاتیکی در هر یک از حالت‌های بارگذاری در جهت الیاف و در جهت عمود بر الیاف است و A_0 نشانگر سطح مقطع اولیه‌ی نمونه می‌باشد. پس از محاسبه‌ی نیروی F ، با توجه به نسبت بار R مقدار مینیمم نیروی اعمالی وارده به قطعه برای ایجاد شرایط خستگی مشخص می‌شود. با داشتن تغییر طول در هر لحظه و با توجه به این که طول اولیه نیز در دسترس است، می‌توان کرنش را برحسب چرخه‌های بارگذاری محاسبه کرد. بنابراین با توجه به اعمال بارگذاری خستگی با ماکزیمم تنش ثابت، مدول الاستیک کاهش یافته برحسب تعداد چرخه‌های بارگذاری از رابطه (35) به دست می‌آید.

$$E^R = E_0(1 - D) = \frac{\sigma_0}{\varepsilon} \quad (35)$$

بنابراین می‌توان نمودار بی‌بعد شده مدول الاستیک برحسب تعداد چرخه‌های بارگذاری را رسم نمود.

با در اختیار داشتن نمودار بی‌بعد شده مدول الاستیک برحسب عمر، می‌توان با برآزش روابط (30) و (33) بر روی داده‌های آزمایشگاهی دو آزمایش خستگی نمونه‌های تک‌جهته در جهت الیاف و عمود بر جهت الیاف، ثابت عددی m را برای الیاف و ماتریس محاسبه نمود و با در اختیار داشتن ثابت عددی m ، می‌توان از روابط (29) و (32) ثابت عددی c را برای الیاف و ماتریس محاسبه نمود. طبیعی است هر چه تعداد آزمایش‌های خستگی نمونه‌های تک‌جهته بیشتر باشد، دقت ثوابت محاسبه شده به منظور پیش‌بینی مناسب عمر خستگی چندلایه‌های چندجهته بیشتر خواهد بود.

لازم به ذکر است که با توجه به در نظر گرفتن رفتار همسانگرد عرضی اولیه در کامپوزیت تک‌جهته، به منظور کاهش آزمایش‌های لازم برای مشخصه‌سازی ثوابت می‌توان ثوابت خستگی در جهت عمود بر صفحه تک‌لایه را مشابه ثوابت داخل صفحه تک‌لایه در جهت عمود بر الیاف در نظر گرفت که این موضوع در رابطه (7) اعمال شده است.

6- مشخصه‌سازی ثوابت مدل برای یک کامپوزیت معین

همان‌طور که پیش‌تر ذکر شد، برای پیش‌بینی عمر خستگی ابتدا باید مشخصه‌سازی مادی صورت گیرد. در این پژوهش نتایج آزمایش‌های شکریه و لسارد [2] روی کامپوزیت AS4/3501-6 مورد بررسی قرار گرفته است. نسبت بار اعمالی در همه آزمایش‌های مورد بررسی در این پژوهش برابر 0/1 می‌باشد. نتایج حاصل از آزمایش‌های استاتیکی [2] در جدول 1 ارائه شده است.

جدول 1 نتایج آزمایش‌های استاتیکی روی کامپوزیت AS4/3501-6 [2]

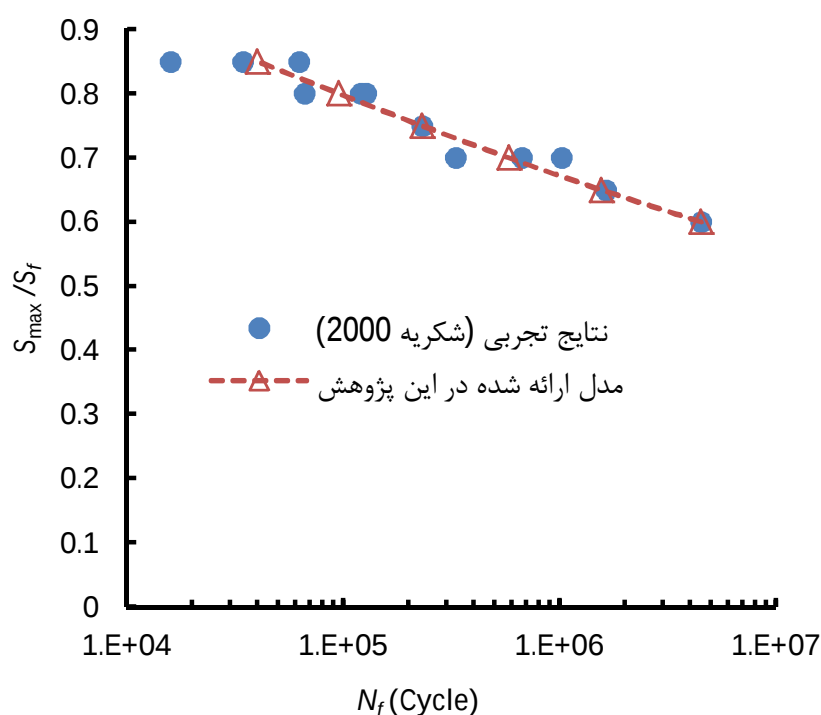
خواص	مقدار	انحراف معیار
E_{xx}	147 GPa	1/64
$E_{yy} = E_{zz}$	9 GPa	0/36
$G_{xy} = G_{xz}$	5 GPa	0/07
G_{yz}	3 GPa	-
$\nu_{xy} = \nu_{xz}$	0/3	-
ν_{yz}	0/42	-
X_t	2004 MPa	102
X_c	1197 MPa	128
$Y_t = Z_t$	53 MPa	14/1
$Y_c = Z_c$	204 MPa	149/2
$S_{xy} = S_{xz}$	137 MPa	12
S_{yz}	42 MPa	5/1
ε_{fx}	0/0136	-
ε_{fy}	0/0068	-

مقادیر مدول کشسانی کششی در جهت الیاف و رزین، مدول برشی داخل صفحه‌ای و خارج صفحه‌ای، ضرایب پواسون داخل صفحه‌ای و خارج صفحه‌ای، استحکام کششی و فشاری در جهت الیاف و زمینه، استحکام برشی داخل صفحه‌ای و خارج صفحه‌ای و کرنش شکست در جهت بارگذاری در این جدول آمده است.

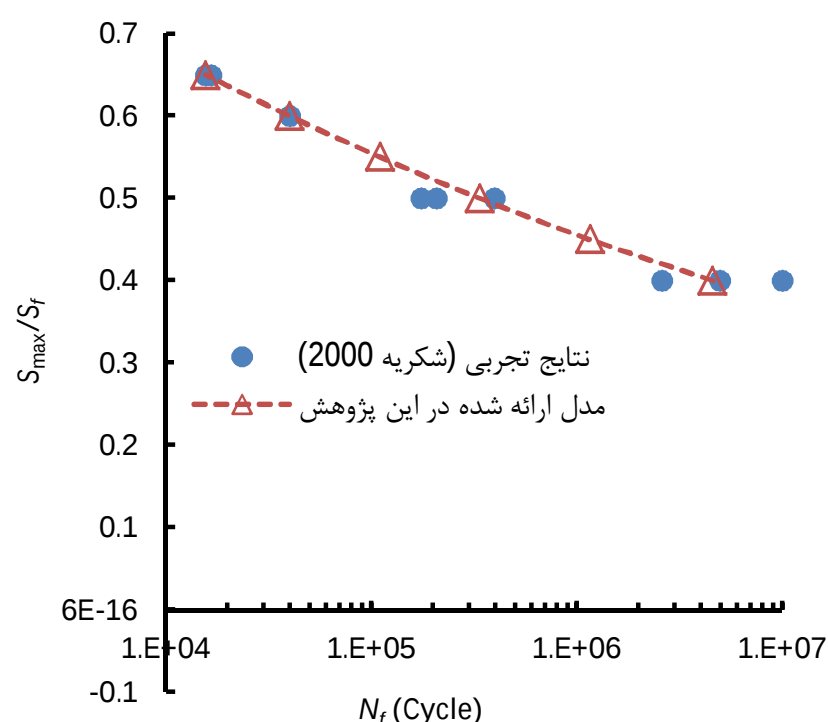
همان‌طور که بیان شد، به منظور مشخصه‌سازی ثوابت خستگی مدل ارائه شده در این مقاله، با محاسبه نسبت‌های N/N_f و E/E_0 برای نتایج حاصل از آزمایش خستگی چندلایه تک‌جهته در دو جهت الیف و عمود بر الیاف در یک وضعیت تنش معین و با برآزش رابطه (30) یا (33) بر روی این داده‌های آزمایشگاهی، می‌توان مقدار ثابت m_1 و m_2 بهینه را به دست آورد. اما از آن جایی که در نتایج گزارش شده در [2] افت سفتی تنها در حدود ده درصد ابتدای بارگذاری خستگی ذخیره و ارائه شده‌اند، لذا نمی‌توان از این نتایج برای مشخصه‌سازی مدل استفاده نمود. چرا که در این صورت ثوابت به دست آمده از دقت کافی برخوردار نخواهند بود. لذا در این پژوهش به منظور مشخصه‌سازی ثوابت مدل، با استفاده از نتایج عمر خستگی دو وضعیت تنش معین به ازای هر کدام از دو بارگذاری در جهت الیاف و در جهت عمود بر الیاف، ثوابت c و m محاسبه شده‌اند.

با در اختیار داشتن عمر متوسط نهایی کامپوزیت چندلایه‌ی تک‌جهته AS4/3501-6 برای بارگذاری در جهت الیاف در وضعیت تنش ماکزیمم 60 درصد استحکام استاتیکی برابر با 4460000 سیکل و عمر 230000 سیکل برای وضعیت تنش ماکزیمم 75 درصد استحکام استاتیکی [2]، می‌توان مقدار ثابت عددی c_1 و m_1 را از رابطه‌ی (29) و از حل دو معادله و دو مجهول محاسبه نمود. مقادیر ثوابت محاسبه شده در جدول 2 آورده شده است.

با استفاده مشابه از روند بیان شده برای نتایج حاصل از آزمایش خستگی کشش چندلایه تک‌جهته در جهت عمود بر الیاف، ثوابت خستگی مدل در جهت ماتریسی نیز به دست می‌آید. بدین منظور داده‌های عمر متوسط خستگی در دو وضعیت تنش ماکزیمم 60 درصد و 65 درصد استحکام استاتیکی که به ترتیب برابر 39900 و 15600 سیکل می‌باشد، به کار گرفته شده و ثوابت c_2 و m_2 محاسبه شده است. ثوابت مدل خستگی محاسبه شده برای کامپوزیت کربن-اپوکسی AS4/3501-6 در جدول 2 آورده شده است. به منظور امکان تحلیل عمر خستگی چندلایه‌های با لایه‌چینی مختلف، مدل مزبور با استفاده از ماده نوشته شده توسط کاربر، در نرم‌افزار انسیس



شکل 1 مقایسه نمودار تنش - عمر حاصل از مدل جاری و نتایج آزمایشی برای بارگذاری در جهت الیاف و در نسبت تنش 0/1



شکل 2 مقایسه نمودار تنش - عمر حاصل از مدل جاری و نتایج آزمایشی برای بارگذاری در جهت ماتریسی و در نسبت تنش 0/1

مطابق شکل‌های 1 و 2، نتایج حاصل از مدل تطابق بسیار خوبی با نتایج تجربی دارند که با توجه به خطایی که در خود آزمایش‌های خستگی در تکرارهای مختلف وجود دارد، مطابقت قابل قبولی حاصل شده است که نشان از کارایی مدل دارد.

در کار آینده، نتایج حاصل از ثوابت مدل محاسبه شده در نمونه‌های تک‌جهته که در این مقاله ارائه شد، برای نمونه‌های چندلایه با لایه‌چینی چندجهته به کار گرفته خواهد شد و اعتبارسنجی مدل برای حالت‌های عمومی چندلایه ارائه خواهد شد.

8- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این مقاله، به منظور پیش‌بینی تخریب خستگی درون‌لایه‌ای کامپوزیت‌های چندلایه، مدلی با استفاده از روش مکانیک خرابی محیط پیوسته و بر پایه‌ی روش انرژی ارائه شده است. حسن مدل ارائه شده این است که تفاوت تخریب در جهات مختلف و اثرات متفاوت مؤلفه‌های مختلف تنش را لحاظ می‌نماید.

در ابتدا روابط ساختاری مدل پیشنهادی ارائه شد و پس از آن، نحوه استخراج ثوابت در حالت‌های خاص بارگذاری توضیح داده شد.

پیاده‌سازی شده است. اکنون با استفاده از ثوابت محاسبه شده، می‌توان عمر خستگی را برای هر نوع لایه چینی در شرایط مختلف بارگذاری محاسبه کرد.

7- اعتبار سنجی مدل ارائه شده برای چندلایه تک‌جهته

برای اعتبارسنجی مدل ارائه شده برای چندلایه‌های تک‌جهته، کافی است با مقادیر ثوابت خستگی محاسبه شده مبتنی بر دو سطح تنش بارگذاری در بخش قبل، عمر نهایی را در سطوح تنش دیگر محاسبه و با نتایج تجربی [2] مقایسه نمود. این مقایسه برای چندلایه تک‌جهته تحت بارگذاری کششی در جهت الیاف و ماتریس به ترتیب در دو جدول 3 و 4 ارائه شده است. مطابق دو جدول 3 و 4 متوسط خطای عمر محاسبه شده از مدل ارائه شده و عمر حاصل از نتایج تجربی زیر 10 درصد است که با توجه به محدود بودن داده‌های تجربی در محاسبه ثوابت، خطای بسیار کمی محسوب می‌شود.

در شکل 1 و 2 نمودار تنش - عمر حاصل از مدل جاری در کنار نتایج آزمایشی آورده شده است.

در شکل 3 نمودار افت سفتی پیش‌بینی شده توسط مدل در کنار نتایج حاصل از مدل شکریه و لسارد [2] و نتایج آزمایشی برای بارگذاری کششی متناوب در جهت الیاف در بار ماکزیمم 80 درصد استحکام استاتیکی آورده شده است.

همان‌طور که از شکل 3 مشاهده می‌شود، نتایج حاصل از مدل جاری تطابق مناسبی با نتایج آزمایشی دارند. بایستی اشاره نمود که در مدل جاری تنها دو ثابت مادی در جهت الیاف وجود دارد که این ثوابت تنها از نتایج عمر خستگی دو آزمایش 60 و 75 درصد استاتیکی به دست آمده‌اند، در حالی که در مدل ارائه شده توسط شکریه و لسارد [2] تعداد این ثوابت شش مورد می‌باشند، دو ثابت مربوط به افت سفتی، دو ثابت مربوط به افت استحکام و دو ثابت مربوط به عمر که در استخراج این ثوابت نتایج آزمایش 80 درصد استاتیکی نیز مدنظر قرار گرفته شده است. به عبارت دیگر مدل ارائه شده در این پژوهش قادر است با کمترین آزمایش‌های لازم برای مشخصه‌سازی ثوابت مدل، پیش‌بینی مناسبی از عمر خستگی برای وضعیت‌های دیگر تنش ارائه دهد.

جدول 2 ثوابت استخراج شده برای مدل خستگی ارائه شده برای کامپوزیت کربن - اپوکسی AS4/3501-6

نام ثابت	c_1	m_1	c_2	m_2
مقدار ثابت	$1/36 \times 10^{-5}$	6/62	$7/74 \times 10^{-4}$	5/85

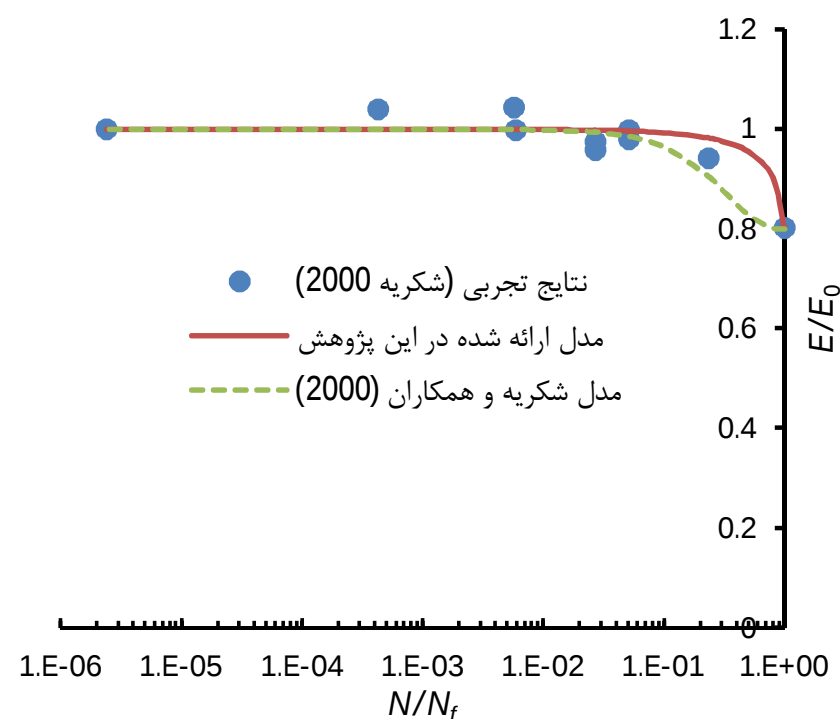
جدول 3 مقایسه نتایج عمر خستگی حاصل از نتایج آزمایشگاهی و عمر خستگی محاسبه شده از مدل ارائه شده در جهت الیاف

نسبت ماکزیمم تنش اعمالی متوسط عمر حاصل عمر پیش‌بینی شده درصد به استحکام استاتیکی از آزمایش (سیکل) از مدل (سیکل) خطا (%)	0/65	0/7	0/8	0/85
5	1550000	1627000	578000	95000
9	578000	637000	104000	40000
9	95000	104000	36000	
11	40000	36000		

جدول 4 مقایسه نتایج عمر خستگی حاصل از نتایج آزمایشگاهی و عمر خستگی محاسبه شده از مدل ارائه شده در جهت عمود بر الیاف

نسبت ماکزیمم تنش اعمالی متوسط عمر حاصل عمر پیش‌بینی شده درصد به استحکام استاتیکی از آزمایش (سیکل) از مدل (سیکل) خطا (%)	0/4	0/5
7	4580000	4950000
11	336000	302000

- [7] Y. Al-Assaf, H. El Kadi, Fatigue life prediction of unidirectional glass fiber/epoxy composite laminae using neural networks, *Composite Structures*, Vol. 53, No. 1, 65-71, 2001.
- [8] J. Degrieck, W. V. Paepegem, Fatigue damage modeling of fibre-reinforced composite materials: review, *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 54 No. 4, pp. 279-300, 2001.
- [9] R. Talreja, *Fatigue of composite materials*. Technomic, 1987.
- [10] Z. Hashin, A. Rotem, A fatigue failure criterion for fiber reinforced materials, *J. Composite Materials*, Vol. 7, No. 4, pp. 448-464, 1973.
- [11] W. Hwang, K. S. Han, Cumulative damage models and multi-stress fatigue life prediction, *J. Composite Materials*, Vol. 20, pp. 125-153, 1986.
- [12] H. G. Halverson, W. A. Curtin, K. L. Reifsnider, Fatigue life of individual composite specimens based on intrinsic fatigue behavior, *Int. J. Fatigue*, Vol. 19, pp. 369-377, 1997.
- [13] S. Subramanian, K. L. Reifsnider, W. W. Stinchcomb, A cumulative damage model to predict the fatigue life of composite laminates including the effect of a fibre-matrix interphase, *Int. J. Fatigue*, Vol. 17, pp. 343-351, 1995.
- [14] K. Reifsnider, C. Scott, J. Duthoit, The mechanics of composite strength evolution, *Composite Science and Technology*, Vol. 60, No. 12, pp. 2539-2546, 2000.
- [15] W. V. Paepegem, J. Degrieck, Coupled residual stiffness and strength model for fatigue of fibre-reinforced composite materials, *Composite Science and Technology*, Vol. 62, pp. 687-696, 2002.
- [16] J. Payan, C. Hochard, Damage modelling of laminated carbon/epoxy composites under static and fatigue loadings, *Int. J. Fatigue*, Vol. 24, No. 2, pp. 299-306, 2002.
- [17] M. M. Shokrieh, F. Taheri-Behrooz, Fatigue life evaluation of unidirectional composites by using residual strain energy, *Iranian J. Polymer Science and Technology*, Vol. 1, pp. 19-26, 2008. (In Persian)
- [18] M. M. Shokrieh, M. Haghighi, A simplified approach to fatigue damage modelling of composite laminates with stress concentration: regional elements model, *Iranian Polymer J.*, Vol. 18, No. 3, 233-246, 2009.
- [19] M. Zabihoor, S. Adibnazari, A micromechanics approach for fatigue of unidirectional fibrous composites, *Iranian Polymer J.*, Vol. 16, No. 4, pp. 219-232, 2007.
- [20] M. Quaresimin, L. Susmel, R. Talreja, Fatigue behaviour and life assessment of composite laminates under multiaxial loadings, *Int. J. Fatigue*, Vol. 32, pp. 2-16, 2010.
- [21] M. Khanmohammadi, I. Ahmadi, Progressive damage analysis of laminated composite plate subjected to bending fatigue, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 2, pp. 72-80, 2015. (In Persian)
- [22] S. Shiri, M. Yazdani, M. Pourgol Mohammad, Fatigue life prediction of polymeric composites based on the simultaneous degradation of stiffness and strength under two-stage loading, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 14, pp. 137-142, 2015. (In Persian)
- [23] S. Hassanifard, M. Feyzi, Progressive Damage Investigation of Glass-Epoxy Composite Laminates under Fatigue Loading, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 4, pp. 339-347, 2015. (In Persian)
- [24] A. Movaghghar, G. I. Lvov, An energy model for fatigue life prediction of composite materials using continuum damage mechanics, *Applied Mechanics and Materials*, Vol. 110, pp. 1353-1360, 2012.
- [25] F. Sidoroff, Description of Anisotropic Damage Application to Elasticity, In: J. Boehler, editor, *Mechanical Behavior of Anisotropic Solids*, Martinus Nijhoff Publishers, Proceedings of the Euromech Colloquium, France, No. 295, 1979.
- [26] M. A. Farsi, B. Hamidi-Ghalejigh, Strength Analysis of a Composite Laminate by First Order Reliability and Branch & Bound Methods, *Aerospace Mechanics J.*, Vol. 9, No.4, pp. 95-99, 2014. (In Persian)
- [27] B. Mohammadi, D. Salimi-Majd, Investigation of delamination and damage due to free edge effects in composite laminates using cohesive interface elements. *Engineering Solid Mechanics*, Vol. 2, pp. 101-118, 2014.
- [28] Standard test method for tensile properties of polymer matrix composite materials, *Annual Book of ASTM Standard*, 3039/D 3039M-00, 10, 2000.



شکل 3 مقایسه نتایج افت سفتی مدل ارائه شده با نتایج آزمایشگاهی و مدل شکریه و لسارد [2] برای وضعیت تنش 80 درصد استحکام استاتیکی برای بارگذاری در جهت الیاف و در نسبت تنش 0/1

سپس آزمایش‌های لازم برای مشخصه‌سازی مدل پیشنهادی به تفصیل معرفی و توضیح داده شد و در نهایت با استفاده از نتایج آزمایشی موجود برای کامپوزیت چندلایه‌ای تک‌جهته‌ی AS4/3501-6 [2]، ثوابت مدل مبتنی بر نتایج آزمایشی بارگذاری کششی متناوب روی چندلایه‌ای تک‌جهته در دو سطح تنش برای ماده مزبور محاسبه شده و به منظور اعتبارسنجی اولیه مدل، چندلایه‌های تک‌جهته در سطوح تنش دیگر تحت تحلیل خستگی قرار گرفته و نتایج آن‌ها با نتایج آزمایشی مورد مقایسه قرار گرفت.

مقایسه نتایج حاصل از مدل جاری و نتایج تجربی نشان داد که مدل ارائه شده با کمترین آزمایش‌های لازم برای مشخصه‌سازی با خطای قابل قبولی برای سایر وضعیت‌های تنش در شرایط نسبت بار نزدیک صفر قابل به کارگیری است.

در کار آینده به منظور اعتبارسنجی کامل مدل، نتایج پیش‌بینی عمر خستگی کامپوزیت‌های چندلایه با لایه‌چینی چندجهته ارائه خواهد شد.

9- مراجع

- [1] W. Zhang, Y. Cai, *Continuum damage mechanics and numerical applications*, Springer, 2010.
- [2] M. M. Shokrieh, L. B. Lessard, Progressive fatigue damage modeling of composite materials, Part II: Material characterization and model verification, *J. Composite Materials*, Vol. 34, No. 13, pp. 1081-1116, 2000.
- [3] W. Zhang, C. Yunmin, J. Yi, Effects of symmetrisation of net-stress tensor in anisotropic damage models, *Int. J. Fracture*, Vol. 109, No. 4, pp. 345-363, 2001.
- [4] Z. H. Qiu, W. H. Zhang, G. S. Yu, The finite element modeling of visco-elasto-plastic dynamic damage in concrete-rocklike materials, *The Theory and Practice of Modern Civil Engineering*, Proceedings of the 1st National Postgraduate Student Research Theses, Hohai University, Nanjing, China, pp. 349-353, 2004.
- [5] W. H. Zhang, Z. H. Qiu, T. H. Ren, Influences of hypothesis on damage strain energy release rate, fracture and damage of advanced materials, *Proceedings of the International Conference on Fracture and Damage of Advanced Materials*, China Machine Press, Beijing, pp. 460-470, 2004.
- [6] Z. H. Qiu, W. H. Zhang, Theory of visco-elasto-plastic damage mechanics represented by the principle of the minimum dissipative energy, *J. Northern China*, Vol. 2, No. 4, pp. 124-126, 2005.