مجله مهندسی مکانیک مدرس، اسفند 1396، دوره 17، شماره 12، ص‌ص 204-212

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

مدل حد شکل‌پذیری ورتکس تکاملی در توسعه ناپایداری ویسکوپلاستیک پخشی به محلی ورق‌ها

اصغر زاجکانی[1*]، علی بندی زکی[2]

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (ره)، قزوین

2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (ره)، قزوین

* قزوین، صندوق پستی 96818 - 34148 ، zajkani@eng.ikiu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 07 مهر 1396

پذیرش: 16 آبان 1396

ارائه در سایت: 10 آذر 1396

کلید واژگان:

تکامل ناپایداری پلاستیک

گلویی‌شدگی پخشی و محلی

مدل ورتکس

معیار نیروی بیشینه اصلاح شده

سه محورگی تنش

چکیده

در دهه‌های گذشته برای پیش‌بینی پدیده گلویی‌شدگی تعدادی مدل از قبیل تئوری ورتکس پیشنهاد داده شده است. در این‌جا یک مدل ورتکس که ناپیوستگی نرخ‌های تنش و کرنش را در لایه گلویی‌شدگی بررسی می‌کند توسعه داده می‌شود. این مدل براساس تئوری تغییرشکل پلاستیسیته کلاسیک جهت پیش‌بینی تکامل تغییر شکل محدود شده در مدهای گلویی‌شدگی پایه‌ریزی می‌شود. اگرچه در نظرگیری اثر نرخ کرنش نقش مهمی در به‌دست آوردن نتایج درست دارد، اما معمولا اعمال آن منجر به ظاهر شدن معادلات عمده ساختاری نسبتا پیچیده‌ای می گردد. از این‌رو، یک پل ارتباطی ظریف میان مدل‌های گلویی‌شدگی‌های پخشی و محلی با استفاده از فرض نیروی بیشینه ساخته می‌شود. همچنین با تحلیل رفتار نرخ کرنش بر روی ناپایداری پلاستیک، نمودارهای حد شکل‌دهی با نمایش نتایج صحیح تر نسبت به مدل‌های موجود به‌دست می‌آیند. تاثیر سه محورگی تنش بر محلی و دو شاخه‌ای شدن تغییر شکل مورد بررسی قرار می‌گیرد. همچنین یک معیار نیروی بیشینه اصلاح شده جهت پیش‌بینی گلویی‌شدگی پخشی که شرایط بارگذاری را در نظر می‌گیرد به‌کار گرفته می‌شود. اثرات ناهمسانگردی با به‌کارگیری معیار تسلیم هیل درجه دوم مطالعه می‌شود. زاویه گلویی‌شدگی به ازای شرایط مختلف از طریق بسط مدل ورتکس جفت شده با زاویه وابسته به معیار تسلیم مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

Evolutionary vertex forming limit model in development of diffuse to localized viscoplastic instability of sheets

Asghar Zajkani*, Ali Bandizaki

Department of Mechanical Engineering, Imam Khomeini International University, Qazvin, Iran

* P.O.B. 34148 – 96818, Qazvin, Iran, zajkani@eng.ikiu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 29 September 2017

Accepted 07 November 2017

Available Online 01 December 2017

Keywords:

Plastic instability evolution

localized and diffuse necking

Vertex model

MMFC model

stress triaxiality

ABSTRACT

In the past decades, for prediction of necking phenomenon, several models such as the vertex theory have been proposed. Here, a vertex model considering strain and stress rate discontinuities in the necking band is extended. This model is based on the J_2 deformation theory of classical plasticity to predict the evolution of a bounded deformation in necking modes. Although consideration of the strain rate hardening effect plays an important role to obtain accurate results, but, usually imposing it leads to emerging, relatively the main complex constitutive equations. Therefore, a delicate connective bridge between the diffuse and localized models is made using the maximum force assumption to overcome on the complexity of the problem. Also, by investigating the strain rate behavior on the plastic instability, the forming limit diagrams are obtained by illustrating more accurate results as compared to existing models. Effect of stress triaxiality is investigated on the localization in bifurcation analysis. Also, a modified maximum force criterion is applied to predict diffuse necking considering loading conditions. The anisotropy effects is studied by application of a quadratic Hill's criteria. The necking band angle will be investigated per different conditions through extending the vertex model coupled with the angle-dependent yield criterion.

1- مقدمه

امروزه، باتوجه به کاربرد فراوان شکل‌دهی فلزات لایه نازک از قبیل ورق‌ها و پوسته‌ها در صنایع مختلف تولید وسایل نقلیه و ...، مطالعه و بررسی شکل‌دهی تحت شرایط مختلف نمود بیشتری یافته است. اما، نیاز به پیش‌بینی حدود شکل‌دهی مطلوب سبب پیدایش نمودارهای حد شکل‌دهی گشت که ابزاری مناسب و کارآمد می‌باشد. این نمودارهای برای اولین بار از طریق مطالعات تجربی مورد بررسی قرار گرفتند و ارتباط کرنش های بزرگ و کوچک را به منظور تعیین یک مرز مشخص برای شکل‌دهی مدنظر قرار دادند. اما، با توجه به هزینه بر و زمان بر بودن مطالعات تجربی، لزوم ارائه مدل‌های پیش‌بینی کننده بیش از پیش نمایان می‌گردد. اولین بار کانسیدر از طریق فرض نیروی بیشینه، گلویی‌شدگی پخشی را برای کشش تک محوره مورد مطالعه قرار داد [1]. مدل پیشنهاد شده توسط او به عنوان مبنایی برای

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

A. Zajkani, A. Bandizaki, Evolutionary vertex forming limit model in development of diffuse to localized viscoplastic instability of sheets, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 12, pp. 204-212, 2018 (in Persian)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-29]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.12.43.5]

مدل سوئیفت واقع شد که گلویی‌شدگی پخشی را برای کشش دومحوره مورد بررسی قرار داد [2]. مدل پیشنهاد شده توسط سوئیفت معیار نیروی بیشینه نامیده می‌شود. اما باتوجه به ضعف این مدل در ارائه نتایج دقیق، مدل نیروی بیشینه اصلاح شده[1] ارائه شد که با در نظر گرفتن اثرات بارگذاری سبب بهبود دقت نتایج گشت [3]. معیار مذکور دو فرض عمده دارد. فرض اول، وجود یک نمو اضافی تنش در اثر تقابل کارسختی و ازدیاد تنش ناشی از کاهش سطح مقطع و فرض دوم، فارق از بارگذاری خارجی، وقوع گلویی‌شدگی پخشی در حالت کرنش صفحه ای است. اما، با توسعه گلویی‌شدگی پخشی که در آن تغییر شکل در حجم گسترده‌ای از نمونه رخ می‌دهد، تغییر شکل به‌صورت محلی خواهد شد. برای اولین بار برای بررسی گلویی‌شدگی محلی، هیل از طریق فرض وقوع گلویی شدگی محلی در جهت عمود بر تغییر طول صفر، محلی شدن تغییر شکل را برای کشش تک محوره مورد مطالعه قرار داد [4]. همچنین، وی با ارائه یک رابطه تحت عنوان بسط زاویه صفر هیل[2]، امکان پیش‌بینی زاویه گلویی‌شدگی را نیز فراهم نمود. دسته‌ای دیگر از مطالعات گلویی‌شدگی محلی تحت عنوان مدل نقص اولیه[3] یا نقص اولیه می‌باشد که از طریق فرض یک نقص و شیار اولیه در ورق صورت می‌گیرد. این مدل ابتدا از طریق مطالعات تجربی صورت پذیرفت و نهایتاً منجر به یک حل عددی گشت [5]. در این مدل، ابتدا یک نمو کرنش پلاستیک کوچک به ناحیه سالم ورق اعمال می‌گردد و از طریق فرض برابری نمو کرنش در دو ناحیه سالم و شیار و همچنین با استفاده از معادلات تعادلی، ارتباط بین دو ناحیه سالم و شیار به‌دست می‌آیند. حل نموی تا زمانی ادامه می‌یابد که نمو کرنش ناحیه شیار حداقل ده برابر ناحیه سالم ورق شود که تحت این شرایط، کرنش موجود در ناحیه شیار همان کرنش‌های مربوط به حد شکل‌دهی هستند. دسته دیگری از مطالعات موجود، برمبنای روش‌های مکانیک محیط‌های پیوسته می‌باشند که گلویی‌شدگی محلی را به‌صورت تحلیلی مورد بررسی قرار می‌دهند. مدل ورتکس[4] پیشنهاد شده توسط اشتورن و رایس برمبنای تئوری تغییر شکل پلاستیسیته کلاسیک ارائه شده است که شامل فرض پیوستگی تنش و کرنش در لایه گلویی‌شدگی و ناپیوستگی نرخ آن‌ها در آن لایه می‌باشد [6]. این مدل شامل دقت قابل قبولی در مقایسه با مدل‌های موجود می‌شود و نتایج را به‌صورت تحلیلی ارائه می‌کند. با پیروی از تئوری پیشنهاد شده توسط اشتورن و رایس، ژو و همکاران با بررسی تاثیر تنش‌های برشی در یک المان کوچک، مدل ورتکس اصلاح شده را ارائه کردند [7]. در سال‌های گذشته مطالعات گسترده‌ای برمبنای مدل‌های پیش‌بینی کننده گلویی‌شدگی و نمودارهای حد شکل‌دهی صورت گرفته است. اما، در برخی از موارد از قبیل شکل‌دهی سریع و گرم، در نظرگیری اثر نرخ کرنش اجتناب‌ناپذیر می‌باشد. ژیه و همکاران از طریق مطالعه مدل ورتکس اصلاح شده و استفاده از یک رابطه شبه خطی، مدل ورتکس پیوندی را پیشنهاد کردند که در آن به‌منظور در نظرگیری اثر نرخ کرنش علاوه بر حل نظری مدل، نیاز به استفاده از نتایج تجربی نیز می‌باشد [10]. در همین راستا، مین و همکاران با استفاده از مدل ورتکس پیوندی، اثر نرخ کرنش را تحت شرایط مختلف مورد مطالعه قرار دادند [11]. زاجکانی و همکاران، از طریق بررسی شرایط مختلف بارگذاری و تاثیر آن بر نرخ کرنش، نمودارهای حد شکل‌دهی وابسته به نرخ کرنش و حالت بارگذاری را مورد توجه قرار دادند [12].

در این مقاله، بررسی تحلیلی گلویی‌شدگی‌های پخشی و محلی وابسته به نرخ کرنش مدنظر می‌باشد که برای گلویی‌شدگی پخشی از معیار نیروی بیشینه اصلاح شده و برای گلویی‌شدگی محلی از مدل ورتکس استفاده خواهد شد. از دلایل انتخاب این مدل‌ها، دقت قابل ملاحظه معیار نیروی بیشینه اصلاح شده در مقایسه با سایر مدل‌های موجود در گلویی‌شدگی پخشی می‌باشد. اما در گلویی‌شدگی محلی، با توجه به دقت قابل قبول مدل ورتکس نسبت به سایر مدل‌ها، دلایلی دیگری نیز وجود دارد. در مقایسه مدل ورتکس و نقص اولیه می‌توان گفت که مدل ورتکس یک مدل تحلیلی و مدل نقص اولیه یک روش عددی می‌باشد. در مدل نقص اولیه اندازه شیار باید حدس زده شود که تاثیری زیادی بر دقت نتایج دارد. همچنین مدل ورتکس علاوه بر حل سریع، کمک شایانی به درک درست از نحوه وقوع و تکامل شکل‌دهی می‌نماید. اما، یک از ضعف‌های مدل‌های معیار نیروی بیشینه اصلاح شده و ورتکس عدم توانایی آن‌ها در حل تحلیلی شکل‌دهی وابسته به نرخ می‌باشد که پیش از این، عموماً از روش‌های تجربی و المان محدود برای مرتفع‌سازی این مشکل استفاده شده است. اما در این مطالعه، به‌منظور اجتناب از روش‌های پیچیده و هزینه‌بر، به معرفی یک پل ارتباطی میان مراحل عمده تغییر شکل خواهیم پرداخت که امکان حل تحلیلی تغییر شکل وابسته به نرخ را فراهم می‌سازد. همچنین، با توجه به اهمیت سه محورگی تنش در توسعه تغییر شکل، از طریق یک روش نیمه معکوس به اعمال اثر سه محورگی تنش[5] بر گلویی‌شدگی محلی پرداخته خواهد شد. به منظور در نظر گرفتن اثرات معیار تسلیم و ضرایب ناهسانگردی از معیار تسلیم هیل درجه دوم استفاده خواهد شد. همچنین، به جهت بررسی اثرات زاویه گلویی‌شدگی، به بررسی و مقایسه زاویه هیل و مدل وابسته به معیار تسلیم[6] و نتایج ارائه شده از مدل ورتکس پرداخته خواهد شد.

2- تعاریف اولیه

با عبور از تسلیم اولیه، توسعه تغییر شکل سبب وقوع گلویی‌شدگی پخشی و سپس گلویی‌شدگی محلی می‌گردد که سرعت تغییر شکل نقش مهمی را در این امر ایفا می‌کند. یکی از پارامترهای مهم و تعیین کننده در روند و انتقال تغییر شکل نرخ کرنش می‌باشد که در مدل سازی این ارتباط مهم‌ترین نقش را پذیراست. از طرفی، با وقوع حالت کرنش صفحه‌ای در اثر توسعه تغییر شکل، امکان توسعه تغییر شکل پلاستیک نیز متفاوت از قبل خواهد بود که در نظر گرفتن اثر سه محورگی تنش در این شرایط بسیار مهم به شمار می‌آید.

2-1- گلویی‌شدگی پخشی

هنگامی که یک ورق فلزی تحت کشش تنش صفحه ای قرار می‌گیرد، تجمع کرنش‌های گلویی‌شدگی پخشی از عوامل اصلی وقوع آسیب و گلویی‌شدگی محلی در آن می‌باشد. به‌طور کلی، در گلویی‌شدگی پخشی، تغییر شکل در بخش های گسترده‌ای از نمونه رخ می‌دهد. برمبنای فرضیات اولیه سوئیفت و کانسیدر، گلویی‌شدگی پخشی زمانی رخ می‌دهد که نیروی اعمالی به نمونه به حد بیشینه خود برسد [2,1]. بنابراین:

$$dF_1 = d(\sigma_1 A_1) = d\sigma_1 A_1 + \sigma_1 dA_1 = 0 \qquad (1)$$

در رابطه بالا، σ_1, A_1, F_1 به ترتیب نیرو، سطح مقطع و تنش اصلی اول هستند. مدل سوئیفت تنها وابسته به کرنش سختی می‌باشد. اما در معیار

[1] Modified maximum force criterion (MMFC)
[2] Hill zeros extension
[3] M-K
[4] Vertex
[5] Stress triaxiality
[6] Dependent to the yield criterion-angle (DYC-angle)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.12.43.5]

نیروی بیشینه پیشنهاد شده توسط هورا و همکاران، علاوه بر اثر کرنش سختی، اثر نوع بارگذاری نیز اعمال گردیده است [3]. در این مدل، امکان انتقال نوع بارگذاری از تمامی حالات به حالت کرنش صفحه ای در گلویی‌شدگی پخشی فراهم است. همچنین، در اثر تقابل ازدیاد تنش ناشی از کاهش سطح مقطع با کرنش سختی، یک نمو تنش اضافی ایجاد می گردد که از رابطه (2) پیروی می کند.

$$d\sigma_1 = \frac{\partial \sigma_1}{\partial \varepsilon_1}\, d\varepsilon_1 + \frac{\partial \sigma_1}{\partial \beta}\, d\beta \qquad (2)$$

که در رابطه (2)، ε_1 و β به‌ترتیب کرنش اصلی بزرگ و نسبت کرنش کوچک به بزرگ تحت بارگذاری متناسب می‌باشد. با حل روابط (1) و (2)، بیان ریاضیاتی معیار نیروی بیشینه به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{\partial \sigma_1}{\partial \varepsilon_1} + \frac{\partial \sigma_1}{\partial \beta}\,\frac{\partial \beta}{\partial \varepsilon_1} \geq \sigma_1 \qquad (3)$$

در رابطه بالا، ترم اول مربوط به اثر سخت شوندگی و ترم دوم مربوط به اثرات بارگذاری و وقوع گلویی‌شدگی پخشی در حالت کرنش صفحه‌ای می‌باشد که این رابطه، توسعه یافته مدل سوئیفت است. به عبارتی می‌توان گفت که در ترم اول، عبارات مربوط به بارگذاری و در ترم دوم، عبارات مربوط به تنش اعمالی و سخت شوندگی ثابت هستند. در نتیجه به منظور به‌کارگیری اثر نرخ کرنش از رابطه توانی سخت شوندگی ویسکوپلاستیک به فرم زیر استفاده خواهد شد:

$$\bar{\sigma} = k\bar{\varepsilon}^n \dot{\bar{\varepsilon}}^m \qquad (4)$$

که مدول‌های قاطع و مماسی آن به‌صورت زیر خواهد بود:

$$E_s = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\varepsilon}} = k\ \bar{\varepsilon}^{n-1}\dot{\bar{\varepsilon}}^m \qquad (5)$$

$$E_t = \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\varepsilon}} = B\ k\ \bar{\varepsilon}^{n-1}\dot{\bar{\varepsilon}}^m \qquad (6)$$

که در رابطه بالا، $B = n + \lambda$ و همچنین،

$$\lambda = m\ \frac{\bar{\varepsilon}}{\dot{\bar{\varepsilon}}}\,\frac{d\dot{\bar{\varepsilon}}}{d\bar{\varepsilon}} \qquad (7)$$

جزئیات بیشتر در مورد رابطه (8) در [9] موجود است. بنابراین، باتوجه به رابطه (3) و تعاریف بالا، برای ترم اول می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial \sigma_1}{\partial \varepsilon_1} = \frac{\partial \sigma_1}{\partial \bar{\sigma}}\,\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \bar{\varepsilon}}\,\frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial \varepsilon_1} = \phi^2 E_s(n\ +\lambda) \qquad (8)$$

که در رابطه (9)، $\phi = \partial\sigma_1/\partial\bar{\sigma} = \partial\bar{\varepsilon}/\partial\varepsilon_1$ می‌باشد که مربوط به نسبت های بارگذاری است که در ضمیمه ارائه شده‌اند. همچنین برای ترم دوم می توان گفت که،

$$\frac{\partial \sigma_1}{\partial \beta} = \frac{\partial \alpha}{\partial \beta}\frac{\partial}{\partial \alpha}\left(\frac{\bar{\sigma}}{Q}\right) = \bar{\sigma}\,\frac{\partial \alpha}{\partial \beta}\,\frac{\partial}{\partial \alpha}\left(\frac{1}{Q}\right) \qquad (9)$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial \varepsilon_1} = -\frac{\beta}{\varepsilon_1} \qquad (10)$$

که α, Q ثوابت بارگذاری هستند و در ضمیمه ارائه شده‌اند. معادله نهایی معیار نیروی بیشینه کرنش، نرخ کرنش، ثوابت مواد و بارگذاری می‌باشد که برای مواد مستقل از نرخ، مقدار λ صفر می‌باشد. جهت ارائه نتایج مربوط به این مدل از نمودارهای حد شکل‌دهی در محدوده بارگذاری $-0.5 \leq \beta \leq 1$ استفاده می‌شود که از کشش تک محوره تا دو محوره متقارن را شامل می شود.

2-2- گلویی‌شدگی محلی

با عبور از گلویی‌شدگی پخشی، ادامه تغییر شکل در یک محل و شیار نازک از نمونه توسعه می‌یابد و بقیه قسمت‌های نمونه در مقادیر کرنش‌های پلاستیک گلویی‌شدگی پخشی باقی می‌مانند. همچنین، با توجه به این‌که تاثیر سه محورگی تنش همچون مانعی بر توسعه تغییر شکل پلاستیک عمل می‌کند، در نظرگیری آن در موضعی شدن تغییر شکل اهمیت ویژه‌ای می‌یابد.

2-2-1- نظریه ورتکس

تحلیل نقطه دو شاخه‌ای شدن به‌منظور پیش‌بینی گلویی‌شدگی محلی که نقش موثری در توسعه آسیب در ناپایداری پلاستیک نمونه دارد، مورد توجه قرار گرفته است. برای این منظور از مدل ورتکس که برمبنای تئوری تغییر شکل پلاستیسیته کلاسیک توسط اشتورن و رایس پیشنهاد شده است، استفاده خواهد شد [3]. از فرضیات اصلی این مدل می‌توان به پیوستگی تنش و کرنش در عین ناپیوستگی نرخ آن‌ها در لایه گلویی‌شدگی اشاره کرد. بنابراین، تغییرات سرعت تغییر شکل در لایه گلویی‌شدگی مورد توجه قرار می‌گیرد.

$$\Delta\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j}\right) = g_i\, n_j \qquad i,j = 1,2 \qquad (11)$$

با توجه به تعریف گرادیان، n_j بردار نرمال مربوطه می‌باشدکه به‌صورت $n_1 = \cos\theta\ , n_2 = \sin\theta$ می باشد. همچنین، v_i سرعت تغییر شکل و g_i تابعی از نرخ کرنش می‌باشد. می‌توان گفت که تغییرات سرعت در داخل لایه گلویی‌شدگی نسبت به خارج از آن بسیار زیاد می‌باشد و به عبارتی می‌توان سرعت خارج از لایه را در مقابل داخله لایه، یکنواخت در نظر گرفت. با توجه به تفاوت میدان جریان در قسمت‌های مختلف ورق می‌توان نوشت:

$$\Delta v_i = v_{i,\text{inside}} - v_{i,\text{outside}} = F_i(n_j x_j)\ \ ;j\ ,i = 1,2 \qquad (12)$$

در رابطه (12)، F_i تابعی از نرخ تانسور تغییر شکل $v_{i,\text{outside}}$ و $v_{i,\text{inside}}$ به ترتیب سرعت تغییر شکل خارج و داخل لایه می باشند. از این رو، نرخ کرنش مربوط به لایه گلویی‌شدگی از طریق تعریف بخش متقارن از نرخ تانسور تغییر شکل میسر می‌گردد.

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\Delta v_{i,j} + \Delta v_{j,i}\right) \qquad i,j = 1,2 \qquad (13)$$

کرنش‌ها و نرخ کرنش‌های مورد استفاده در نظریه ورتکس از نوع اویلری هستند. باتوجه به ناپیوستگی نرخ تغییر شکل در لایه گلویی‌شدگی محلی، نرخ معادله تعادلی به صورت زیر است:

$$\frac{\partial^2(\sigma_{ii}h)}{\partial x_i\,\partial t} + \frac{\partial^2(\sigma_{ij}h)}{\partial x_j\,\partial t} = 0 \qquad (14)$$

در رابطه بالا، h ضخامت ورق می‌باشد. فرض اصلی در رابطه (14)، ثابت باقی ماندن تنش در جهت سوم در طول تغییر شکل می‌باشد. همچنین، با توجه به رابطه بالا و تعریف دگرگونی گرین گرادیان می‌توان نوشت:

$$n_1(\Delta\dot{\sigma}_{11} + \sigma_{11}g_1n_1) + n_2(\Delta\dot{\sigma}_{21} - \sigma_{11}g_2n_1) = 0$$

$$n_1(\Delta\dot{\sigma}_{12} - \sigma_{22}g_1n_2) + n_2(\Delta\dot{\sigma}_{22} - \sigma_{22}g_2n_2) = 0 \qquad (15)$$

رابطه (15) تاثیر تنش های احتمالی موجود در تغییر شکل را در نظر می‌گیرد و $\dot{\sigma}_{ij}$ تانسور نرخ تنش می‌باشد. اما، ژو و همکاران از طریق برقراری تعادل در یک المان کوچک تحت تغییر شکل به این نتیجه رسیدند که تنش های برشی در لایه گلویی‌شدگی وجود ندارند [7].

$$\Delta\dot{\sigma}_1 - \sigma_1(g_1n_1 + g_2n_2) = 0$$

$$\Delta\dot{\sigma}_2 - \sigma_2(g_1n_1 + g_2n_2) = 0 \qquad (16)$$

رابطه (16) مدل ورتکس اصلاح شده می‌باشد. گلویی‌شدگی در ورتکس زمانی رخ می‌دهد که تغییرات نرخ ترکشن اسمی برابر صفر باشد.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.12.43.5]

$$\Delta\dot{T}_j = n_i\left(\sigma_{ij}^J + \sigma_{in}\Delta v_{j,n} - \left(\sigma_{in}\dot{\varepsilon}_{jn} + \sigma_{jn}\dot{\varepsilon}_{in}\right)\right) \quad (17)$$

در رابطه بالا، $\Delta\dot{T}_j$ تغییرات نرخ ترکشن اسمی و σ_{ij}^J نرخ تنش جاومن می‌باشد. از دلایل انتخاب نرخ اسمی از تغییرات ترکشن، در نظرگیری دوران صلب المان‌های تحت تغییر شکل در لایه گلویی‌شدگی محلی می‌باشد که از نظر فیزیکی، نرخ جاومن پوشش دهنده این منطق است. نرخ جاومن به‌صورت رابطه (18) تعریف می‌گردد. همچنین، تنش‌های مورد استفاده در مدل ورتکس از نوع تنش کوشی هستند.

$$\sigma_{ij}^J = \dot{\sigma}_{ij} + W_{ni}\sigma_{nj} + \sigma_{in}W_{nj} \quad (18)$$

که تانسور چرخش یا دوران نرخ جاومن به‌صورت زیر است:

$$W_{ni} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_n}{\partial x_i} - \frac{\partial v_i}{\partial x_n}\right) \quad (19)$$

جهت برقراری ارتباط میان نرخ‌های تنش و کرنش از تعریف مدول‌های آنی استفاده می‌کنیم. بنابراین:

$$\sigma_{ij}^J = L_{ijkl}\left(\frac{\partial v_k}{\partial x_l}\right) \quad (20)$$

در رابطه (20)، L_{ijkl} مدول آنی می باشد که،

$$L_{ijkl} = \frac{2}{3}E_s\left[\frac{1}{2}\left(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{jk}\delta_{il}\right) - \frac{1}{3}\delta_{ij}\delta_{kl}\right] - \left(E_s - E_t\right)\frac{\sigma_{ij}\sigma_{kl}}{\bar{\sigma}^2} + Z_{ijkl} \quad (21)$$

که در آن، Z_{ijkl} مربوط به مولفه‌های برشی می‌باشد و از رابطه (22) پیروی می‌کند. همچنین، δ_{ij} تانسور دلتای کرونکر می‌باشد.

$$Z_{ijij} = \frac{E_s}{3}\left(\varepsilon_i - \varepsilon_j\right)\coth\left(\varepsilon_i - \varepsilon_j\right) \quad (22)$$

باتوجه به روابط (18)-(20) و ساده‌سازی می‌توان نوشت:

$$\dot{\sigma}_1 = L_{11}\dot{\varepsilon}_1 + L_{12}\dot{\varepsilon}_2$$

$$\dot{\sigma}_2 = L_{22}\dot{\varepsilon}_2 + L_{12}\dot{\varepsilon}_1$$

$$\sigma_{12}^J = 2L_S\,\dot{\varepsilon}_{12} \quad (23)$$

از این رو، با استفاده (18)-(24) در (17)، معادله نهایی مدل ورتکس استخراج می‌گردد. اما با توجه به وجود تانسور g_{ij}، نیاز به تعریف شکل ماتریسی رابطه نهایی است که به‌صورت زیر می‌باشد.

$$f\left(\varepsilon_{ij}, \dot{\varepsilon}_{ij}, g_{ij}, \beta, \theta\right) = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} \\ U_{21} & U_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (24)$$

دترمینان ضرایب از (24)، منجر به رابطه $f\left(\varepsilon_{ij}, \dot{\varepsilon}_{ij}, \beta, \theta\right)$ می‌گردد که در مواد مستقل از نرخ، λ صفر می‌باشد. اما، به‌منظور پیش‌بینی زاویه گلویی‌شدگی، در تمامی مطالعات پیشین مربوط به معیار مذکور، از مدل ارائه شده توسط هیل تحت عنوان زاویه بسط صفر هیل استفاده شده است [4]. این زاویه به‌صورت‌های مختلفی استخراج گشته است. ژو و همکاران، از طریق صفر در نظر گرفتن تغییرات نرخ کرنش برشی این زاویه را به‌دست آوردند [7]. مطابق این مطالعات، زاویه گلویی‌شدگی محلی وابسته به نوع بارگذاری می‌باشد و بیان ریاضیاتی این مدل به‌صورت زیر می باشد.

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \tan^{-1}\sqrt{-\beta} \quad (25)$$

2- 2-2- تاثیر سه محورگی تنش بر موضعی شدن تغییر شکل

یکی از دلایلی که از آن به‌عنوان مانعی برای رشد و توسعه تغییر شکل و وقوع رفتار متمایل به تردی یاد می‌شود، سه محورگی تنش می‌باشد که سبب گسیختگی سریع‌تر می‌گردد. بنابراین، ما به مطالعه تاثیر مستقیم سه محورگی تنش بر گلویی‌شدگی محلی پیش‌بینی شده توسط معیار ورتکس خواهیم پرداخت. برای این منظور، ما از یک روش نیمه معکوس استفاده می کنیم که حالت تنش صفحه‌ای خارجی را به سه محورگی تنش موجود در لایه گلویی‌شدگی اعمال می‌نماید سه محورگی تنش در مختصات دکارتی به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$\eta = \frac{\sigma_1' + \sigma_2' + \sigma_3'}{\bar{\sigma}} \quad (26)$$

مولفه‌های σ_{ij}' مربوط به تنش سه محورگی موجود در لایه گلویی‌شدگی می‌باشند. در مطالعات پیشین، تاثیر سه محورگی تنش از طریق اعمال مستقیم آن بر مدل بررسی نشده است. اما، در این‌جا ما به اعمال اثر سه محورگی تنش بر معیار ورتکس می‌پردازیم. بنابراین، می‌توان رابطه (16) را برای اثر سه محورگی تنش به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\Delta\dot{\sigma}_i' = \sigma_i'\left(g_1 n_1 + g_2 n_2\right) \qquad ;i = 1,2,3 \quad (27)$$

برای اعمال اثر سه محورگی تنش بر معیار ورتکس از معیار تسلیم سه بعدی هیل درجه دوم برای حالت بارگذاری تنش صفحه‌ای استفاده شده است. از این‌رو، ثوابت بارگذاری مربوطه متاثر از سه محورگی تنش محاسبه می گردند. واضح است که تنش موثر مربوط به هر دو حالت تنش صفحه‌ای و سه محورگی تنش در تنش صفحه ای با یکدیگر برابر می باشند. همچنین، پارامتر سه محورگی تنش آنها نیز یکسان می‌باشد.

$$\eta = \frac{\sigma_1'(1 + \alpha_2 + \alpha_3)}{\bar{\sigma}} = \frac{\sigma_1(1 + \alpha)}{\bar{\sigma}} \quad (28)$$

در رابطه بالا، α_3 و α_2 پارامترهای مربوط به نسبت‌های کرنش می‌باشند که از طریق تابع تسلیم سه بعدی قابل محاسبه هستند. اما، امکان حل تحلیلی آن‌ها بردون استفاده از رابطه بالا میسر نمی‌گردد. از این رو، با محاسبه نسبت تنش α مربوط به حالت تنش صفحه‌ای از معیار تسلیم دوبعدی، مقادیر α_3 و α_2 استخراج شده از معیار تسلیم سه‌بعدی از طریق رابطه بالا محاسبه می‌گردند. روش پیشنهاد شده تحت عنوان روش نیمه معکوس، یک روش توانمند در اعمال اثر سه محورگی تنش بر محلی شدن به‌صورت تحلیلی می‌باشد. همچنین، ثوابت بارگذاری مربوطه در ضمیمه ارائه شده‌اند. بنابراین، معادله نهایی معیار ورتکس همراه با سه محورگی تنش به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{bmatrix} U_{11}' & U_{12}' & U_{13}' \\ U_{12}' & U_{22}' & U_{23}' \\ U_{12}' & U_{23}' & U_{33}' \end{bmatrix}\begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} = 0 \quad (29)$$

با درنظر گرفتن سه محورگی تنش، بردار نرمال جهت سوم نمایان می گردد. در ورق های نازک، لایه گلویی‌شدگی بسیار نازک می باشد. با کمتر شدن ضخامت ورق، ضخامت لایه نیز کمتر خواهد شد. در صورتی که ضخامت لایه به صفر میل کند، بردار نرمال سوم آن و یا به عبارتی زاویه گلویی‌شدگی سوم آن با لایه گلویی‌شدگی زاویه نود درجه خواهد داشت که نهایتاً منجر به $n_3 = \cos\chi = 0$ می گردد.

3-2- تکامل تغییر شکل در مواد وابسته به نرخ

به‌دست آوردن نحوه تکامل و ارتباط بین مراحل عمده تغییر شکل به خصوص برای مواد وابسته به نرخ از اهمیت ویژه‌ای برخوردار می‌باشد. پارامتر λ معرفی شده در رابطه (8) یک مقدار بی‌بعد می‌باشد که نقش موثری در دقت نتایج ارائه شده دارد و ترم $d\dot{\bar{\varepsilon}}/d\bar{\varepsilon}$ در آن رابطه، ما را برای پیش‌بینی تغییرات سرعت تغییر شکل و ارتباط بین مراحل عمده یاری می‌دهد. در این‌جا، هدف بررسی تکامل تغییر شکل و ارتباط بین مراحل عمده تغییر شکل می‌باشد. به‌طور کلی می‌دانیم که سیر تکاملی جریان به سمت ناپایداری پلاستیک و

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.12.43.5]

نهایتاً کرنش نرمی، سبب افزایش تغییرات کرنش نسبت به مراحل قبلی تغییر شکل می‌گردد. بنابراین، می توان فرض کرد که مرحله عمده تغییر شکل قبلی در مقایسه با مرحله جاری، یک تغییر شکل یکنواخت خواهد بود. مانوپولو و همکاران از طریق برقراری ارتباط میان تغییر شکل یکنواخت و گلویی‌شدگی پخشی در یک ماده تحت شرایط وابسته به نرخ، معیار نیروی بیشینه اصلاح شده را برای بارگذاری نامتناسب تحت بررسی قرار دادند [13]. با توجه به فرض ثبات نیرو در طول تغییر شکل، ارتباط بین جریان یکنواخت قبلی و حالت جاری به‌صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\int_{V^{\mathrm{u}}} \bar{\sigma}^{\mathrm{u}}\, \dot{\bar{\varepsilon}}^{\mathrm{u}} = \int_{V} \bar{\sigma}\, \dot{\bar{\varepsilon}} \tag{30}$$

بالانویس u مربوط به پارامترهای تغییر شکل یکنواخت می‌باشد. بنابراین، با اعمال شرط تراکم ناپذیری تغییر شکل می توان نوشت:

$$\bar{\sigma}^{\mathrm{u}}\, \dot{\bar{\varepsilon}}^{\mathrm{u}} = \rho\, \bar{\sigma}\, \dot{\bar{\varepsilon}} \qquad ;\quad 0 < \rho \le 1 \tag{31}$$

با اعمال کرنش مهندسی و $\beta = \beta^{\mathrm{u}}$ در رابطه (31) خواهیم داشت:

$$\rho = \frac{\dot{\bar{\varepsilon}}^{\mathrm{u}}}{\dot{\bar{\varepsilon}}} e^{(\varepsilon_1 - \varepsilon_1^{\mathrm{u}})} \tag{32}$$

در روابط بالا، پارامتر ρ نقش مرتبط کننده را میان مرحله جاری و مرحله قبلی تغییر شکل باز می‌کند. از این رو، به میزان تکامل تغییر شکل، مقدار این پارامتر از صفر تا یک تغییر می‌کند. به طوری‌که، با رسیدن مرحله قبلی تغییر شکل به مرحله جاری، این مقدار یک خواهد شد. مانوپولو و همکاران از طریق مطالعه بر نتایج تجربی حاصل از آزمون ناکازیما، یک رابطه نموی که ارتباط میان تغییرات کرنش جاری و یکنواخت را مورد بررسی قرار می‌دهد، پیشنهاد کردند [13].

$$\xi = \frac{\dot{\bar{\varepsilon}}^{\mathrm{u}}}{\dot{\bar{\varepsilon}}} = \frac{1}{\cosh\left(\gamma\, \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1^{\mathrm{u}}} - \gamma\right)} \qquad ;\ \beta = \beta^{\mathrm{u}} \tag{33}$$

در رابطه (37)، γ ثابت کالیبراسیون می‌باشد که برای آن داریم [16]:

$$\gamma = -\operatorname{arccosh}\left(\frac{l_0}{h_0}\right) \tag{34}$$

که، l_0 و h_0 به ترتیب، طول اولیه و ضخامت اولیه نمونه هستند. بنابراین، به‌منظور پیش‌بینی ترم $d\dot{\bar{\varepsilon}}/d\bar{\varepsilon}$ از اثرات احتمالی بر گلویی‌شدگی استفاده می‌شود که نهایتاً می‌توان نوشت:

$$\frac{d\dot{\bar{\varepsilon}}}{d\varepsilon_1} = \frac{\partial \dot{\bar{\varepsilon}}}{\partial \varepsilon_1} + \frac{\partial \dot{\bar{\varepsilon}}}{\partial \bar{\sigma}} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \bar{\varepsilon}} \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial \varepsilon_1} + \frac{\partial \dot{\bar{\varepsilon}}}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial \varepsilon_1} + \frac{\partial \dot{\bar{\varepsilon}}}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial \varepsilon_1} \tag{35}$$

ترم‌های رابطه بالا به ترتیب مربوط به اثرات مسیر کرنش، سخت شوندگی وابسته به نرخ، مرتبط کننده مراحل عمده تغییر شکل و تغییر بارگذاری می باشند. با استفاده از (34)-(31) در (35)،

$$\lambda = \left| \frac{m}{1 + m\phi} \left(\bar{\varepsilon} + n\phi + \bar{\varepsilon}\, \gamma \tanh\left(\gamma\, \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1^{\mathrm{u}}} - \gamma\right) + \beta \frac{\partial \phi}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial \beta} \right) \right| \tag{36}$$

در رابطه بالا، λ یک پارامتر بی‌بعد می‌باشد که تاثیر نرخ کرنش را به همراه دارد. در یک مسئله مستقل از نرخ یا نرخ ثابت، مقدار λ برابر صفر می‌باشد. پیش از این، جهت مواجهه با مسائل وابسته به نرخ در گلویی‌شدگی پخشی و مدل ورتکس، از نتایج تجربی یا المان محدود استفاده شده است. همچنین با استفاده از یک حل نموی، امکان تحلیل ویسکوپلاستیک مواد فراهم می‌گردد. اما در این‌جا به‌منظور اجتناب از مطالعات هزینه بر، زمان‌بر تجربی و روش‌های حل پیچیده، استفاده از رابطه و روش بالا، امکان حل تحلیلی این‌گونه مسائل را فراهم می‌کند.

3- نتایج و بحث

در این مقاله، مطالعه تکامل تغییر شکل و انتقال میان مراحل عمده تغییر شکل از تسلیم اولیه تا گلویی‌شدگی محلی در دستور کار قرار گرفت که برای این منظور از یک پارامتر بی‌بعد مرتبط کننده استفاده شد. جهت پیش‌بینی گلویی‌شدگی‌های پخشی و محلی به ترتیب از معیار نیروی بیشینه اصلاح شده و ورتکس استفاده شده است. مطابق دیدگاه شکست کلاستیک، یکی از دلایل اصلی وقوع شکست نرم در تغییر شکل پلاستیک، سه محورگی تنش می‌باشد که در این‌جا با استفاده از یک روش نیمه معکوس، اعمال اثر مستقیم سه محورگی تنش بر معیارها صورت پذیرفته است. برای این منظور از ارتباط معیار تسلیم هیل درجه دوم دوبعدی و سه‌بعدی که شامل تاثیر ضرایب ناهسانگردی می‌باشد استفاده شده است. همچنین، نتایج ارائه شده از طریق مقایسه با نتایج تئوری و تجربی مواد با خواص ارائه شده در جدول 1 اعتبارسنجی می‌گردند. اما، یکی از پارامترهای تاثیرگذار در گلویی‌شدگی محلی، زاویه گلویی‌شدگی می‌باشد. پیش از این، در تمامی مطالعات موجود از زاویه ارائه شده توسط هیل استفاده شده است [4]. مطابق این فرض، زاویه گلویی‌شدگی محلی تنها وابسته به نسبت بارگذاری می‌باشد و این رابطه تنها قادر است که این زاویه را در سمت چپ نمودارهای حد شکل مورد بررسی قرار دهد. برای سمت راست نمودارهای حد شکل‌دهی این فرض وجود دارد که زاویه گلویی‌شدگی صفر می‌باشد. اما، نتایج تجربی نشان می‌دهند که در بیشتر مواقع، زاویه گلویی‌شدگی از زاویه پیشنهاد شده توسط هیل پیروی نمی‌کند. همچنین، با به‌کارگیری یک مطالعه پیوندی، با استفاده کرنش‌های به‌دست آمده از مطالعه تجربی توسط پانیچ [8] در مدل ورتکس، نتایج زاویه گلویی‌شدگی به‌دست آمده را با زاویه هیل بررسی می‌کنیم. مطابق آنچه که در "شکل 1" ارائه شده است، زاویه گلویی‌شدگی در سه حالت بارگذاری کشش تک محوره، کرنش صفحه‌ای و کشش دو محوره متقارن مورد بررسی

جدول 1 ثوابت مواد مورد استفاده [11,10,8]

Table 1 The material constant [8,10,11]

n	m	R	ماده
0.169	0	1.0205	TRIP780
0.142	0	0.8565	DP780
0.2	0.05	0.8	ALDQ
0.188	0.142	0.8	22MnB5

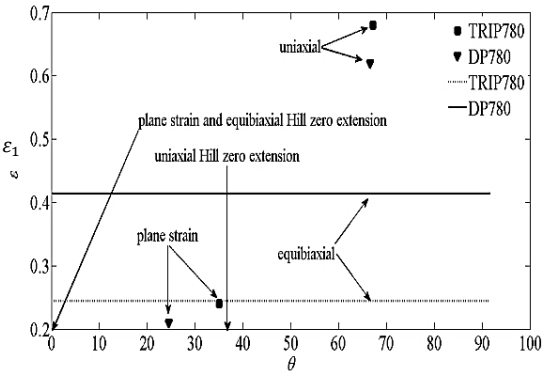


Fig. 1 Comparison the obtained angle from the coupled vertex model with experiment with the Hill hypothesis [8]

شکل 1 مقایسه زاویه گلویی‌شدگی هیل با زاویه به‌دست آمده از مدل ورتکس کوپل شده با آزمایش [8]

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.12.43.5]

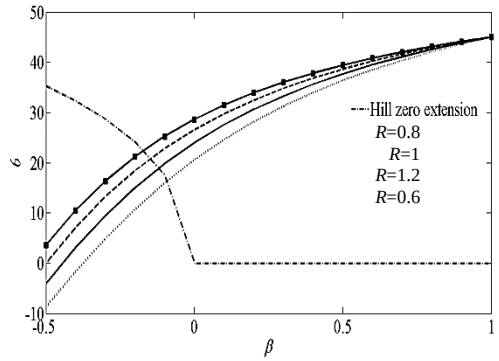


Fig. 2 Comparison of Hill hypothesis and DYC-angle

شکل 2 مقایسه فرضیه هیل و زاویه وابسته به معیار تسلیم

قرار گرفتند که نتایج ارائه شده در کشش‌های تک محوره و کرنش صفحه‌ای اختلاف قابل ملاحظه‌ای با نتایج هیل دارند. از طرفی، همان‌طور که مشاهده می‌شود، کشش دو محوره متقارن مستقل از زاویه گلویی‌شدگی می‌باشد.

اگرچه که یافتن دقیق زاویه گلویی‌شدگی محلی می‌تواند نقش اجتناب ناپذیری را بر دقت نتایج ارائه شده نمودارهای حد شکل‌دهی داشته باشد. اما، این مقوله زمانی اهمیت بیشتری می‌یابد که بررسی محل دقیق محلی شدن تغییر شکل مدنظر باشد. از طرفی، مطابق "شکل 1" علت این تفاوت در نتایج، وابستگی این زاویه به پارامترهای دیگر نیز می‌تواند باشد. از این‌رو، با هدف بهبود دقت نتایج نمودارهای حد شکل‌دهی ارائه شده توسط معیار ورتکس با حفظ سادگی در تحلیل، به بررسی اثر برخی از این پارامترها بر روی زاویه گلویی‌شدگی پرداخته می‌شود. با توجه به ناپیوستگی نرخ تغییر شکل در لایه گلویی‌شدگی، تعادل نرخ تنش در این لایه مطابق رابطه (37)خواهد بود:

$$\tan\theta = \frac{\dot{\sigma}_2}{\dot{\sigma}_1} \qquad (37)$$

با به‌کارگیری رابطه (16) در (37) می‌توان نوشت:

$$\theta = \tan^{-1}(\alpha) \qquad (38)$$

زاویه گلویی‌شدگی به شدت وابسته به پارامترهای مختلفی از قبیل نوع معیار تسلیم و ضرایب ناهمسانگردی می‌باشد. از این‌رو، این رابطه زاویه وابسته به معیار تسلیم نامیده می‌شود. نتایج مربوط به این رابطه و مقایسه آن با معیار هیل در "شکل 2" ارائه شده است. نتایج مربوط به معیار تسلیم‌های بیشتر در [12] موجود است. نکته جالب توجه در این نتایج، برابری تمامی ضرایب ناهمسانگردی در کشش دو محوره متقارن می‌باشد که این مطلب صحه‌ای بر ادعای عدم وابستگی کشش دو محوره متقارن به زاویه گلویی‌شدگی می‌باشد. در "شکل 2" ملاحظه می‌شود که در محدوده $-0.2 < \beta < 0$، نتایج برای هر دو معیار یکسان می‌باشد. با توجه به این موضوع نشان می‌دهیم که نتایج نمودارهای حد شکل‌دهی نیز در نقطه اشتراک یکسان است. همچنین، با توجه به استقلال کشش دو محوره متقارن از زاویه گلویی‌شدگی، نتایج نمودارهای حد شکل‌دهی مربوط به هر دو معیار زاویه، یکسان خواهد بود. جهت اعتبارسنجی مطالب ارائه شده مبنی بر روش تکاملی وابسته به نرخ، زاویه گلویی‌شدگی، سه محورگی تنش و ...، نتایج ارائه شده در این پژوهش با نتایج تجربی و نظری مربوط به مطالعات دیگر مورد بررسی قرار می‌گیرد. در "شکل‌های 3 و4" مقایسه نتایج ارائه شده برای TRIP780 و DP780 با مدل نقص اولیه و آزمایش انجام گرفته است.

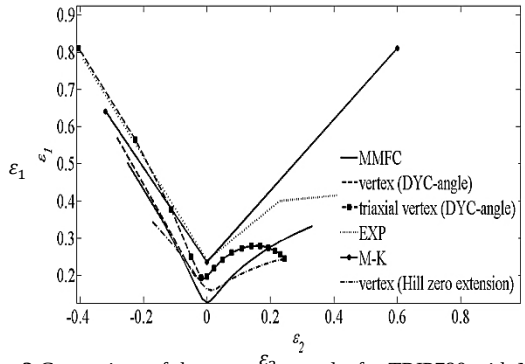


Fig. 3 Comparison of the presented results for TRIP780 with M-K and experiment [8]

شکل 3 مقایسه نتایج ارائه شده برای TRIP780 با مدل نقص اولیه و آزمایش [8]

در بررسی این نتایج مشاهده می‌شود که استفاده از زاویه وابسته به معیار تسلیم سبب بهبود قابل ملاحظه نتایج مربوط به مدل ورتکس خواهد شد. این موضوع بیشتر در سمت چپ نمودارهای حد شکل‌دهی محسوس می‌باشد. با استفاده از این معیار زاویه گلویی‌شدگی ملاحظه می‌گردد که در کشش دو محوره، نتایج شکل‌پذیری بهترین حالت را در سمت راست نمودارهای حد شکل‌دهی دارد. در حالی که استفاده از فرضیه هیل منجر می‌شد که شکل‌پذیری در کشش دومحوره متقارن بهتر از حالات دیگر باشد. همچنین در بحث سه محورگی تنش ملاحظه می‌گردد که در نظرگیری آن در سمت چپ نمودارهای حد شکل‌دهی بسیار موثر می‌باشد. درحالی که تاثیری بر سمت راست این نمودار ندارد. این نتایج نشان می‌دهند که استفاده از معیار زاویه وابسته به معیار تسلیم سبب می‌شود که نتایج ورتکس بهتر از ورتکس پیشین و مدل نقص اولیه گردد.

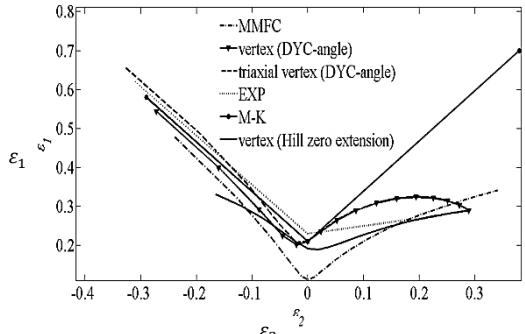


Fig. 4 Comparison of the presented results for DP780 with M-K and experiment [8]

شکل 4 مقایسه نتایج ارائه شده برای DP780 با مدل نقص اولیه و آزمایش [8]

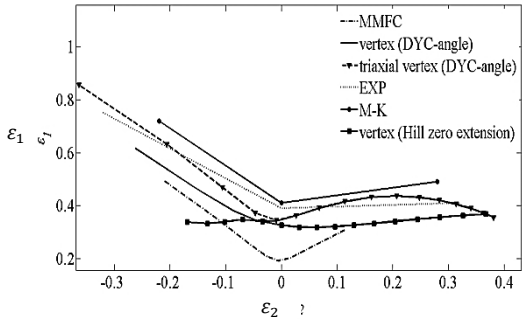


Fig. 5 Comparison the evolutionary method with the M-K[9] and experiment [10] for ALDQ

شکل 5 مقایسه روش تکاملی با مدل نقص اولیه [9] و آزمایش [10] برای ALDQ

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.12.43.5]

نتایج مربوط به اعتبارسنجی مدل تکاملی وابسته به نرخ پیشنهاد شده، در "اشکال 5 و 6" ارائه شده‌اند. مطابق این نتایج، مدل تکاملی نتایج قابل قبولی را در مقایسه با سایر مدل های موجود ارائه می‌کند. نتایج مربوط به مدل تکاملی مورد استفاده در ورتکس در مقایسه با مدل نقص اولیه نتایج با دقت مناسب تری را ارائه می‌کند. با مقایسه نتایج مربوط به ALDQ و Mn22B5 این موضوع آشکار می‌گردد که با افزایش میزان حساسیت به نرخ کرنش، دقت نتایج ارائه شده مدل تکاملی بهتر خواهد شد. همچنین، تاثیر سه محورگی تنش در سمت چپ نمودارهای حد شکل‌دهی نیز سبب بهبود نتایج ارائه شده می‌گردد. استفاده از روش تکاملی به‌عنوان یک ابزار مفید و کار آمد در حل تحلیلی سبب اجتناب از روش‌های حل پیچیده، زمانبر و هزینه برمی‌گردد که در عین شامل شدن موارد مذکور، دقت قابل قبولی را نیز شامل می‌گردد.

در "شکل 7" تاثیر ضریب کرنش سختی بر گلویی‌شدگی، در "شکل 8" تاثیر ضریب حساسیت به نرخ بر گلویی و در "شکل 9" تاثیر ناهمسانگردی بر گلویی‌شدگی ترسیم شده اند.

در بررسی تاثیر ثوابت کرنش سختی، حساسیت به نرخ کرنش و ضرایب ناهمسانگردی، نتایج نشان‌دهنده این امر هستند که، با افزایش ثوابت کرنش سختی و حساسیت به نرخ کرنش، میزان شکل‌پذیری افزایش می‌یابد. علت این موضوع، افزایش دامنه تغییر شکل پلاستیک پایدار می‌باشد. همچنین، تاثیر این ثوابت بر گلویی‌شدگی محلی بیشتر از گلویی‌شدگی پخشی می‌باشد. از طرفی، با افزایش ثوابت مذکور، تاثیر سه محورگی تنش نیز بیشتر می‌گردد. اما در بحث در مورد ضرایب ناهسانگردی می‌توان گفت که، کاهش این ضرایب تاثیر بالایی در افزایش شکل‌پذیری و بزرگ‌تر شدن کرنش‌های حدی دارد. ضرایب ناهسانگردی در گلویی‌شدگی پخشی تاثیر چندانی ندارند. ولی

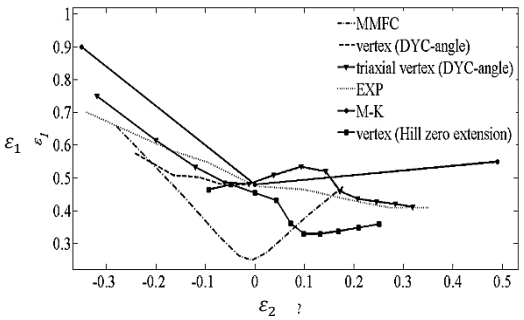


Fig. 6 Comparison the evolutionary method with the M-K and experiment for Mn22B5 [11]

شکل 6 مقایسه روش تکاملی با مدل نقص اولیه و آزمایش برای Mn22B5 [11]

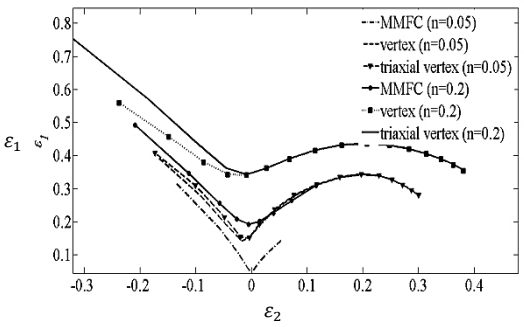


Fig. 7 Effect of strain hardening index on the necking in $r = 0.8, m = 0.05$

شکل 7 تاثیر ضریب کرنش سختی بر گلویی‌شدگی در $r = 0.8, m = 0.05$

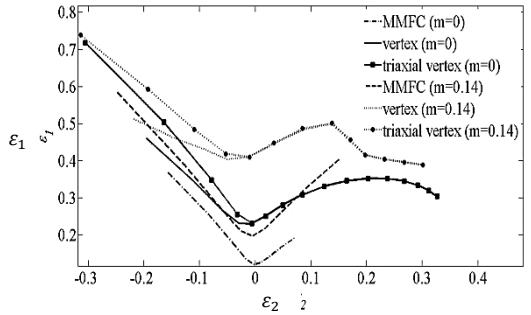


Fig. 8 Effect of rate sensitivity index on the necking in $r = 0.8, n = 0.1$

شکل 8 تاثیر ضریب حساسیت به نرخ بر گلویی در $r = 0.8, n = 0.1$

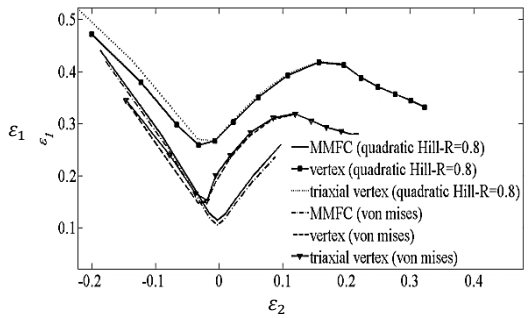


Fig. 9 Effect of anisotropy on the necking in $n = m = 0.1$

شکل 9 تاثیر ناهسانگردی بر گلویی‌شدگی در $n = m = 0.1$

در مقابل گلویی‌شدگی پخشی، گلویی‌شدگی محلی به‌شدت متاثر از ضرایب ناهسانگردی می‌باشد. معیار تسلیم مورد استفاده جهت بررسی تاثیر ضریب ناهمسانگردی، هیل درجه دوم می‌باشد که مطابق آن در مشخصات مادی مذکور، ناهمسانگردی در گلویی‌شدگی محلی بیشتر بر سمت راست نمودارهای حد شکل‌دهی موثر می‌باشد.

4- نتیجه‌گیری

در این مقاله، مطالعه یک روش تکاملی گلویی‌شدگی پخشی به محلی در یک فلز وابسته به نرخ در دستور کار قرار گرفت که در این میان تاثیر پارامترهایی از قبیل ناهسانگردی، نرخ کرنش، زاویه گلویی‌شدگی محلی و سه محورگی تنش مورد توجه قرار گرفت. برخی از نکات قابل توجه در این پژوهش شامل موارد زیر می شود:

- روش تکاملی یک روش مناسب و ساده در حل تحلیلی نتایج مربوط به گلویی‌شدگی وابسته به نرخ می‌باشد که در مقایسه با نتایج سایر مدل‌ها، دقت قابل قبولی را شامل می‌شود.
- مقایسه نتایج مربوط به معیار زاویه وابسته به معیار تسلیم و فرضیه هیل نشان می‌دهد که گلویی‌شدگی پخشی در بارگذاری کشش دو محوره متقارن مستقل از زاویه گلویی‌شدگی می‌باشد.
- بررسی بیشتر تاثیر توان کرنش سختی و حساسیت به نرخ کرنش بر گلویی‌شدگی‌های محلی و پخشی، اهمیت نقش توسعه تغییر شکل بین گلویی‌شدگی پخشی و محلی را بیش از پیش نمایان می‌سازد. این امر در بارگذاری کرنش صفحه‌ای محسوس تر می‌باشد. عموماً، افزایش پارامترهای مذکور، با توسعه تغییر شکل پایدار سبب افزایش شکل‌پذیری می‌گردد.
- کاهش ضریب ناهسانگردی سبب افزایش حدود شکل‌پذیری می‌گردد. اما میزان تاثیر نام برده بر گلویی‌شدگی‌های پخشی و محلی متفاوت

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.12.43.5]

است. تاثیرپذیری گلویی‌شدگی پخشی از این ضریب کمتر و گلویی‌شدگی پخشی بسیار زیاد است.

- برخلاف سمت راست نمودارهای حد شکل‌دهی، نتایج سمت چپ این نمودارهای بسیار متاثر از سه محورگی تنش است. همچنین، تاثیر هریک از پارامترهای ضرایب ناهسانگردی، کرنش سختی و حساسیت به نرخ کرنش بر ورتکس سه محوره بیشتر نمایان می‌باشد.

5- فهرست علائم

A_1	سطح مقطع عمود بر جهت اصلی اول
B	حاصل جمع ضریب کرنش سختی و پارامتر تکاملی
E_{s}	مدول قاطع
E_{t}	مدول مماسی
F_{ij}	تانسور وابسته به تغییر شکل
F_1	نیروی اصلی اول
f	معادله ورتکس
g_{ij}	تانسور وابسته به نرخ تغییر شکل
h	ضخامت ورق
h_0	ضخامت اولیه ورق
k	ثابت سخت شوندگی ماده
l_0	طول اویه ورق
L_{ij}	تانسور مدول آنی
L'_{ij}	تانسور مدول آنی سه بعدی
m	ضریب حساسیت به نرخ کرنش
n	ضریب کرنش سختی
n_{ij}	بردار یکه مربوط به لایه گلویی‌شدگی محلی
Q_1	نسبت تنش موثر بر تنش اصلی اول مربوط به سه محورگی تنش
Q	نسبت تنش موثر بر تنش اصلی اول
R	ضریب ناهمسانگردی معادل
R_{ij}	بردار ضریب ناهمسانگردی
$\dot{T}_{ij}$	بردار نرخ ترکشن اسمی
U_{ij}	تانسور معادله ورتکس
U'_{ij}	تانسور معادله ورتکس سه محوره
v_{ij}	بردار سرعت
V	حجم
V^{u}	حجم مربوط به تغییر شکل یکنواخت
W_{ij}	تانسور دوران یا چرخش
Z_{ij}	تانسور مدول آنی برشی

علائم یونانی

σ_{ij}	تانسور تنش
ε_{ij}	تانسور کرنش
$\bar{\sigma}$	تنش موثر
$\bar{\varepsilon}$	کرنش موثر
β	نسبت کرنش های اصلی کوچک به بزرگ
α	نسبت تنش های اصلی کوچک به بزرگ
α_2	نسبت تنش های اصلی دوم به اول در حالت سه بعدی
α_3	نسبت تنش های اصلی سوم به اول در حالت سه بعدی
δ_{ij}	تانسور دلتای کرونکر
ρ	مرتبط کننده تغییر شکل یکنواخت به جاری
γ	ثابت کالیبراسیون
ξ	مرتبط کننده کرنش و نرخ کرنش های تغییر شکل یکنواخت و جاری
χ	زاویه بردار نرمال سوم با لایه گلویی‌شدگی
ϕ	نسبت کرنش موثر به کرنش اصلی اول
θ	زاویه گلویی‌شدگی محلی
η	پارامتر سه محورگی تنش
λ	پارامتر تکاملی
Ω	مولفه رابطه کمکی
$\dot{\bar{\varepsilon}}$	نرخ کرنش موثر
$\dot{\sigma}_{ij}$	نرخ تانسور تنش
$\dot{\sigma}'_{ij}$	نرخ تانسور تنش سه بعدی
σ'_{ij}	تانسور تنش سه بعدی
σ^{J}_{ij}	تانسور تنش نرخ جاومن
$\dot{\varepsilon}_{ij}$	نرخ تانسور کرنش
$\varepsilon^{\mathrm{u}}_{ij}$	تانسور کرنش یکنواخت
σ^{u}_{ij}	تانسور تنش یکنواخت
$\bar{\varepsilon}^{\mathrm{u}}$	کرنش موثر یکنواخت
$\dot{\bar{\varepsilon}}^{\mathrm{u}}$	نرخ کرنش موثر یکنواخت
$\dot{\bar{\sigma}}^{\mathrm{u}}$	نرخ تنش موثر یکنواخت
$\bar{\sigma}^{\mathrm{u}}$	تنش موثر یکنواخت
β^{u}	نسبت کرنش های اصلی دوم به اول در تغییر شکل یکنواخت
ε_{w}	کرنش عرضی
ε_{t}	کرنش ضخامتی

6- ضمیمه

در این بخش، با به‌کارگیری قائده جریان در تنش‌های تسلیم دوبعدی و سه بعدی هیل درجه دوم، ضرایب بارگذاری مورد محاسبه قرار می‌گیرند. فرض اصلی این معیار تسلیم، هم محوری محورهای ناهسانگردی و محورهای اصلی می‌باشد. بنابراین:

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{(\sigma'_2-\sigma'_3)^2+(\sigma'_3-\sigma'_1)^2+R(\sigma'_1-\sigma'_2)^2}{R+1} \qquad (6.1)$$

با فرض همسانگردی در صفحه، ضریب ناهسانگردی به‌دست آمده از آزمون کشش تک محوره به‌صورت زیر است:

$$R_\theta = \frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_t} \qquad (6.2)$$

که در رابطه بالا، ε_w و ε_t به ترتیب کرنش عرضی و ضخامتی می باشد.

$$R = \frac{R_0 + 2R_{45} + R_{90}}{4} \qquad (6.3)$$

برای انرژی کرنشی داریم:

$$\bar{\sigma}\, d\bar{\varepsilon} = \sigma_i\, d\varepsilon_i \qquad ;\ i = 1,2,3 \qquad (6.4)$$

با استفاده رابطه (6.4)-(6.1) خواهیم داشت:

$$\frac{\varepsilon_1}{\bar{\varepsilon}} = \frac{\partial\bar{\sigma}}{\partial\sigma'_1} = \frac{(1-\alpha_3)+R(1-\alpha_2)}{(1+r)Q_1}$$
$$\frac{\varepsilon_2}{\bar{\varepsilon}} = \frac{\partial\bar{\sigma}}{\partial\sigma'_2} = \frac{\alpha_2(1+R)-\alpha_3-R}{(1+R)Q_1}$$
$$\frac{\varepsilon_3}{\bar{\varepsilon}} = \frac{\partial\bar{\sigma}}{\partial\sigma'_3} = \frac{2\alpha_3-\alpha_2-1}{(1+R)Q_1} \qquad (6.5)$$

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.12.43.5]

که باتوجه به $\alpha_2 = \sigma_2'/\sigma_1'$ ، $\alpha_3 = \sigma_3'/\sigma_1'$،

$$\alpha_3 = \frac{\sigma_3'}{\sigma_1'} = \frac{\alpha_2(1+R(1+\beta)) - (R(1+\beta)+\beta)}{1-\beta} \quad (6.6)$$

با استفاده (28) نسبت تنش های مربوطه به صورت زیر خواهند بود:

$$\alpha_2 = \frac{\sigma_2'}{\sigma_1'} = \frac{\Omega - 1 + (2+R)\beta + R}{2 - \beta + R(1+\beta) + \Omega} \quad (6.7)$$

$$Q_1 = \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_1'} = \sqrt{\frac{(\alpha_2-\alpha_3)^2 + (\alpha_3-1)^2 + r(1-\alpha_2)^2}{1+R}} \quad (6.8)$$

$$\Omega = \frac{1+\alpha}{Q}. \sqrt{\frac{(r(\beta+1)+\beta)^2 + (1+r(\beta+1))^2 + r(1-\beta)^2}{1+r}} \quad (6.9)$$

در حالت دو بعدی کافی است که $\alpha_3 = 0$ شود تا $\alpha = \sigma_2/\sigma_1$ و $Q = \bar{\sigma}/\sigma_1$محاسبه گردد. نسبت کرنش برای هر دو حالت به صورت زیر است:

$$\phi = \frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_1} = \frac{Q(R+1)}{(R+1) - R\alpha} \quad (6.12)$$

7- مراجع

[1] A. Considère, L'emploi du fer et de l'acier dans les constructions, *Annales des Ponts et Chaussèes* Vol. 9, pp. 574–595,1885.
[2] H. W. Swift, Plastic instability under plane stress, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 1, No. 1, pp. 1–18, 1952.
[3] P. Hora, L. Tong, B. Berisha, Modified maximum force criterion, a model for the theoretical prediction of forming limit curves, *International Journal of Material Forming*, Vol. 6, No. 2, pp. 267–279, 2013.
[4] R. Hill, On discontinuous reference plastic states , with special to localized necking in thin sheets, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 1, No. 2, pp. 19–30, 1952.
[5] Z. Marciniak, K. Kuczyński, Limit strains in the processes of stretch-forming sheet metal, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 9, No. 9, pp. 609IN1613-612IN2620.
[6] S. Stören, J. R. Rice, Localized necking in thin sheets, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 23, No. 6, pp. 421–441, 1975.
[7] X. Zhu, K. Weinmann, A. Chandra, A unified bifurcation analysis of sheet metal forming limits, *Transactions-American Society Of Mechanical Engineers Journal Of Engineering Materials And Technology*, Vol. 123, No. 3, pp. 329-335, 2001.
[8] S. Panich, F. Barlat, V. Uthaisangsuk, S. Suranuntchai, S. Jirathearanat, Experimental and theoretical formability analysis using strain and stress based forming limit diagram for advanced high strength steels, *Materials & Design*, Vol. 51, pp. 756–766, 2013.
[9] M. Saradar, A. Basti, M. Zaeimi, Numerical study of the effect of strain rate on damage prediction by dynamic forming limit diagram in high velocity sheet metal forming, *Modares Mechecanical Engineering*, Vol. 14, No. 16, pp. 212 - 222, 2015. (In Persian فارسی)
[10] M. Jie, C. H. Cheng, L. C. Chan, C. L. Chow, Forming limit diagrams of strain-rate-dependent sheet metals, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 51, No. 4, pp. 269–275, 2009.
[11] J. Min, J. Lin, J. Li, W. Bao, Investigation on hot forming limits of high strength steel 22MnB5, *Computational Materials Science*, Vol. 49, No. 2, pp. 326–332, 2010.
[12] A. Zajkani, A. Bandizaki, An efficient model for diffusion to localized necking evolution in rate dependent bifurcation analysis of metallic sheets, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 133, pp. 794–803, 2017.
[13] N. Manopulo, P. Hora, P. Peters, M. Gorji, An extended modi fi ed maximum force criterion for the prediction of localized necking under non-proportional loading, *International Journal of Plasticity*, Vol. 75, No. 1, pp. 189–203, 2015.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.12.43.5]