



## کنترل آرایش انعطاف پذیر رهبر-پیرو ربات‌های پایه متحرک چرخ‌دار مبتنی بر پسگام تلفیق شده با بیونوردینامیک

مریم عسگری<sup>1</sup>، محمدرضا جاهد مطلق<sup>2</sup>، خلیل عالی پور<sup>3\*</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکاترونیک، دانشکده برق رایانه و فناوری اطلاعات، دانشگاه آزاد اسلامی، قزوین  
2- دانشیار، مهندسی کنترل، دانشکده کامپیوتر، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران  
3- استادیار، مهندسی مکاترونیک، دانشکده علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران، تهران  
\* تهران، صندوق پستی 1439957131، k.alipour@ut.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 13 آذر 1394  
پذیرش: 22 بهمن 1394  
ارائه در سایت: 24 فروردین 1395  
کلید واژگان:  
کنترل آرایش رهبر-پیرو  
ربات پایه متحرک غیرهولونومیک  
تکنیک پسگام  
بیونوردینامیک  
اجتناب از برخورد با مانع

### چکیده

این مقاله به مسأله کنترل آرایش رهبر-پیرو برای ربات‌های پایه متحرک غیرهولونومیک، مبتنی بر کنترل‌کننده پسگام، در حضور موانع می‌پردازد. مدل سینماتیکی ربات و قید غیرهولونومیک آن معرفی شده، سپس به کمک تکنیک پسگام، رویکرد کنترل آرایش رهبر-پیرو، پیاده می‌شود. برای حل مسأله پرش‌های ناگهانی سرعت، در کنترل‌کننده پسگام، از تلفیق نوردینامیک ملهم از بیولوژیک استفاده شده است. در پژوهش‌های پیشین از مدل فاصله-زاویه استفاده شده و فاصله و زاویه مطلوب ثابت فرض شده‌اند. در این مقاله، به منظور افزایش انعطاف‌پذیری آرایش، این فرض محدودکننده حذف شده و فاصله و زاویه مطلوب، متغیر با زمان فرض می‌شوند. در ادامه، معادلات دینامیک خط استخراج شده و کنترل‌کننده جدیدی طراحی می‌شود. یک قانون کنترل کمکی نیز برای مشتق زاویه مرجع پیروها ارائه می‌شود تا پایداری جانبی کلی پیروها و پایداری محلی کل آرایش را به کمک تئوری لیاپانوف تضمین کند. نمونه بارز از نیاز به تغییر فاصله و زاویه مطلوب، زمانی است که مانعی در مسیر پیرو وجود دارد که در مسیر رهبر آن نیست. برای اجتناب از برخورد پیرو با مانع، توابع متغیر با زمان مناسب برای فاصله و زاویه مطلوب انتخاب شده و در کنترل‌کننده جدید، جایگزین می‌شوند. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهند که ربات پیرو می‌تواند رهبر بالادرنگ خود را، با کنترل‌کننده سینماتیکی پیشنهادی، دنبال کند درحالی که از برخورد با موانع نیز اجتناب می‌نماید. به علاوه، ورودی‌های کنترلی در لحظه شروع و نیز به هنگام گذر از موانع، پرش‌های ناگهانی نداشته و قابل قبول هستند که این خود از دستاوردهای تلفیق بیونوردینامیک، با کنترل‌کننده پسگام است.

## Leader-follower flexible formation control of wheeled mobile robots based on an integrated bio-inspired neurodynamics approach and backstepping scheme

Maryam Asgari<sup>1</sup>, Mohammadreza Jahed motlagh<sup>2</sup>, Khalil Alipour<sup>3\*</sup>

1- Department of Mechatronics, Islamic Azad University, Qazvin Branch, Qazvin, Iran  
2- Computer Engineering Department, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran  
3- Department of Mechatronics Engineering, Faculty of New Sciences and Technologies, University of Tehran, Tehran, Iran  
\* P.O.B. 1439957131, Tehran, Iran, k.alipour@ut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 04 December 2015  
Accepted 11 February 2016  
Available Online 12 April 2016

### Keywords:

Leader-follower formation control  
Nonholonomic mobile robot  
Backstepping technique  
Bio-Neurodynamics  
Obstacle avoidance

### ABSTRACT

This paper investigates the leader-follower formation control problem of nonholonomic mobile robots based on backstepping technique integrated with the bio-inspired neurodynamics while avoiding collision with obstacles. Kinematics model of robot and nonholonomic constraint are introduced and formation control scheme is formed based on backstepping technique. In order to solve velocity jump in backstepping kinematics model, the bio-inspired neurodynamic approach is used. In most of the previous studies, researchers used separation-bearing approach and also supposed that desired separation and bearing are constant. In this paper this assumption is relaxed and desired separation and bearing are considered to be time varying. Error dynamics equations are derived and a new controller is proposed. Also an auxiliary reference angular velocity control law is proposed to guarantee global asymptotic stability of the followers and local asymptotic stability of the entire formation according to direct method of Lyapunov. A common example of changing the formation is obstacle avoidance, when an obstacle is located within a follower path and is not in its leader path. Time varying functions for desired separation and bearing are chosen and the new controller is developed with its proof of stability. Simulations results reveal that each follower robot can track its real time leader by employing the proposed kinematic controller while avoiding obstacles. Furthermore control inputs at the start moment and also while avoiding obstacles, do not contain impractical jumps and are reasonable thanks to integrating bio-inspired neurodynamic with backstepping technique.

Please cite this article using:

M. Asgari, M. Jahed motlagh, Kh. Alipour, Leader-follower flexible formation control of wheeled mobile robots based on an integrated bio-inspired neurodynamics approach and backstepping scheme, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 4, pp. 88-98, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

## 1- مقدمه

در دهه‌های اخیر، محققان از ارگانیزم موجودات اجتماعی نظیر ماهی‌ها، پرندگان و مورچه‌ها، برای کشف و ارایه الگوریتم‌های کنترلی الهام گرفته‌اند. درحالی که اهداف هر گروه از موجودات زنده متفاوت است، ولی با هم به صورت مشترک کار می‌کنند تا با همکاری یکدیگر هدف مورد نظر هر چه سریعتر و بهتر نسبت به زمانی که به تنهایی آن را به انجام می‌رسانند، تحقق یابد. در ساختارهای رفتاری این موجودات اجتماعی، هر عضو نسبت به سایرین یا رهبر گروه در یک موقعیت خاص قرار گرفته و موقعیت خود را نسبت به آنها تنظیم می‌کند. در سیستم‌های چندرباته نیز هر ربات بعنوان یک عضو مجموعه در جهت معینی نسبت به رهبر گروه یا نسبت به همسایه خود حرکت می‌کند تا کل مجموعه به هدف مورد نظر خود برسد. در بسیاری از کاربردها استفاده از یک ربات به تنهایی برای به انجام وظیفه مورد نظر کافی نبوده یا بسیار سخت و زمانبر خواهد بود. برای مثال، در اکتشاف یک سیاره یا هل دادن اجسام یا عملیات امداد و نجات و ... استفاده از یک ربات تنها، واقع‌بینانه نبوده و ناکارآمد است. لذا استفاده از سیستم‌های چندرباته، یکی از مهمترین مباحث و شاخه‌های علم رباتیک است [1]. استراتژی‌های متفاوتی برای کنترل آرایش در پژوهش‌های پیشین مطرح شده است که معروفترین آنها عبارتند از رویکرد مبتنی بر رفتار [2-4]، رویکرد ساختار مجازی [5-7] و رویکرد رهبر-پیرو [8-23].

رویکرد مبتنی بر رفتار اولین بار، توسط بالچ و آرکین استفاده شد [2]. آنها از این طرح برای کنترل موتور استفاده کردند. رفتارهای ساده برای هر ربات، تعریف شده، سپس تمام رفتارها با ضرایب وزنی مناسبی با هم جمع شدند طوری که اولویت یا تقدم نسبی بین آنها برقرار شود. در مرجع [3] بالچ و هایبنت، رویکرد توابع پتانسیل را که برای نوابری یک ربات متحرک استفاده می‌شود، به مسأله کنترل آرایش سیستم‌های چندرباته، اعمال کردند و آن را توابع پتانسیل اجتماعی نامیدند. این توابع بصورت نیروهای جاذبه از جانب هدف و دافعه از سوی موانع و سایر ربات‌ها، مدل شدند. در مرجع [4]، برونته و همکاران یک رویکرد مبتنی بر رفتار را برای کنترل آرایش میکروروبات‌های مدولار و ناهمگن ارائه کردند که کمتر به آنها پرداخته شده است.

رویکرد ساختار مجازی، کل آرایش را به صورت یک جسم صلب، در نظر می‌گیرد. یکی از اولین کارها در این زمینه، توسط لوییس و تان ارایه گردید [5]. الگوریتم آنها ساختار مجازی را به موقعیت‌های ربات‌ها می‌نگارد. اگر چه روش آنها دارای فیدبک از آرایش بود اما همگرایی آرایش به پیکربندی نهایی مطلوب خود تضمین نگردید. در مرجع [6]، وارقس و کی یک مدل ریاضی پیشنهاد کردند که در آن هدف، مرتب کردن اعضای M تایی گروه، در شکل‌های M ضلعی منتظم است. در این پژوهش، چون هر شکل منتظم، می‌تواند به صورت محاط در دایره باشد، لذا از طریق به دست آوردن ریشه  $z = x + iy$ ، مختصات دقیق این نقاط محاسبه می‌شود. در این روش، از راه‌های مختلفی برای عبور از موانع و درب‌ها استفاده شده است. در مرجع [7]، عباسپور و همکاران یک مسأله آرایش بهینه را به منظور حمل یک شیء، با استفاده از رویکرد ساختار مجازی حل کردند. برای نیل به این هدف یک تابع هزینه مناسب انتخاب شده و با استفاده از تکنیک‌های بهینه‌سازی عددی، نقاط گیرش شیء انتخاب خواهند شد. در نهایت، کل مجموعه با استفاده از کنترل امپدانس چندگانه، کنترل می‌شود.

روش رهبر-پیرو پرکاربردترین استراتژی کنترل آرایش است. در این رویکرد، ربات رهبر، مسیر مرجع را تولید نموده و سایر ربات‌ها آن را دنبال خواهند کرد. فرض بر این است که سرعت خطی و زاویه‌ای رهبر، معلوم است

و فقط نیاز است سرعت خطی و زاویه‌ای پیروها کنترل شود تا فاصله نسبی و زاویه پیروها با رهبر حفظ شده و آرایش مطلوب برآورده شود [8]. این امر با انتخاب یک قانون کنترل موضعی روی هر پیرو، مبتنی بر دینامیک موقعیت نسبی آن محقق خواهد شد. در نتیجه پایداری گروه تضمین می‌شود به این معنی که کل گروه، آرایش مورد نظر را ایجاد نموده و آن را حفظ خواهد کرد. پس کنترل آرایش سیستم‌های چندرباته، می‌تواند بصورت بسطی از مسأله ردیابی در تئوری‌های مرسوم کنترل، دیده شود. البته رویکردهایی نیز وجود دارند که سرعت رهبر را با تکیه بر رؤیتگرهای غیرخطی و اطلاعات تصویر، تخمین می‌زنند. مثل روش فیلتر کالمن [9] و نیز رؤیتگرهای بهره بالا [10].

روش‌های کنترل ردیابی مختلفی در پژوهش‌های پیشین برای ربات‌های پایه متحرک استفاده شده‌اند از جمله: خطی‌سازی فیدبک [8]، پسگام [11-17]، مد لغزشی [18,19]، منطق فازی [20,21] و شبکه‌های عصبی [14,22].

الگوریتم‌های کنترلی که از مد لغزشی استفاده می‌کنند، پیچیده بوده و از نظر محاسباتی هزینه زیادی دارند. فرامین سرعت تولید شده نسبت به زمان، منحنی‌های همواری نیستند که ممکن است منجر به گسستگی در سرعت ربات شوند. در [18] از یک کنترل کننده لغزشی مرتبه اول استفاده شده که سرعت مطلق و شتاب رهبر را نیاز دارد و در پرپود گذرا از شرایط اولیه تا رسیدن به سطح لغزش، نسبت به تغییر پارامترها حساس است. در [19] کنترل کننده مرتبه دوم بکار گرفته شده تا به کمک مد لغزشی انتگرالی مشکلات مرجع [18] را برطرف کند. در روش‌های مبتنی بر خطی‌سازی فیدبک ورودی-خروجی [8]، نیاز است که خطاهای اولیه بین موقعیت واقعی و موقعیت مطلوب ربات کوچک باشد در نتیجه در این روش پایداری محلی است، علاوه بر این در لحظه شروع، سرعت، معمولاً تغییر بسیار شدیدی دارد. از سوی دیگر، رویکرد خطی‌سازی فیدبک، در برابر سینماتیک و دینامیک‌های مدل نشده مقاوم نبوده و به علاوه، جهت جبران‌سازی مناسب بخش‌های غیر-خطی، به مدل دقیق سیستم، نیاز می‌باشد. رویکردهای کنترل ردیابی مبتنی-بر قوانین فازی، که جهت کنترل ردیابی یک ربات پایه متحرک [20]، یا کنترل آرایش چند ربات [21] ارایه می‌شوند، می‌توانند مسأله‌ی سرعت زیاد، در لحظه شروع را حل کنند اما فرموله کردن قوانین فازی مشکل است و معمولاً براساس سعی و خطا و دانش انسان بدست می‌آید. الگوریتم‌های کنترل ردیابی مبتنی بر شبکه‌های عصبی [14,22]، نیاز به محاسبات پیچیده و آموزش/یادگیری دارند و ممکن است تنها برای شرایط آزمایشی خاص قابل استفاده باشند. در [22] برای کنترل ردیابی یک ربات متحرک که دینامیک آن ناشناخته است از رویکرد شبکه‌های عصبی بهره‌برداری گردیده است. همچنین در [14]، برای تخمین دینامیک رهبر و پیروها از شبکه عصبی استفاده گردیده است.

برای حل مسأله ردیابی، یکی از روش‌های متداول استفاده از کنترل-کننده پسگام است [11-17]. با استفاده از این تکنیک، غیرخطی‌های سیستم نیازی به حذف شدن ندارند. این امر به قوام سیستم کنترلی منجر شده و تلاش کنترل کمتر می‌شود [11]. همچنین با استفاده از تکنیک پسگام، کنترل کننده ردیابی بسیار ساده‌تر شده و پایداری آن به کمک تئوری پایداری لیاپانوف تضمین می‌شود. علاوه بر این، برخی از کنترل‌کننده‌های مبتنی بر پسگام می‌توانند بر خطاهای اولیه‌ی محسوس نیز، غلبه نموده و سیستم را کنترل کنند. اما فرامین سرعتی که با رویکرد کنترل پسگام مبتنی بر مدل سینماتیک برای ربات‌ها بدست می‌آیند، در لحظه شروع دارای مقدار اولیه بسیار بزرگی هستند. همچنین، هنگامی که خطای ردیابی بطور ناگهانی تغییر می‌کند، این کنترل‌کننده‌ها متحمل پرش‌های سرعت می‌شوند. خاطر نشان

نماید. معادلات دینامیک خطا استخراج شده و کنترل‌کننده جدیدی پیشنهاد می‌شود تا تغییرات مقادیر مطلوب را مد نظر قرار دهد. یک نمونه بارز از نیاز به تغییر آرایش و متغیر بودن فاصله و زاویه مطلوب زمانی است که مانعی بر سر راه پیرو وجود داشته باشد که در مسیر رهبر آن نیست و نیاز است که ربات پیرو از برخورد با مانع اجتناب کند. با انتخاب تابع مناسب متغیر با زمان برای فاصله و زاویه مطلوب و جایگزین کردن آنها در معادلات، اثر تغییرات آرایش ناشی از وجود مانع در مسیر پیروها بررسی خواهد شد.

ادامه می‌بحث به شرح ذیل سازمان یافته است. در بخش‌های 2 و 3 بر اساس مرجع [17]، به معرفی مدل ریاضی ربات پرداخته و ساختار کنترل آرایش توضیح داده می‌شود. بخش 4، به معرفی آرایش متغیر با زمان می‌پردازد. معادلات دینامیک خطا با فرض متغیر بودن فاصله و زاویه مطلوب، استخراج شده و کنترل‌کننده جدید پسگام طراحی می‌شود. سپس مدل بیونودینامیک، معرفی خواهد شد [17,16] و در ادامه، کنترل‌کننده پسگام تلفیق شده با بیونودینامیک طراحی می‌شود. برای اثبات اثربخشی کنترل‌کننده جدید، در بخش 5 یک طرح گریز از مانع، معرفی و پیاده‌سازی می‌گردد. نتایج شبیه‌سازی در بخش 6 ارائه شده و در بخش 7، نتیجه‌گیری و پیشنهادها برای ادامه این تحقیق ارائه شده است.

## 2- مدل ربات متحرک غیرهولونومیک

رباتی که در شکل 1 نشان داده شده، مثالی از یک ربات غیرهولونومیک است. این سیستم یک ربات متحرک با دو چرخ است که بر روی یک محور سوار شده است. یک گروه نتایی از ربات‌های متحرک در نظر گرفته می‌شوند. برای سادگی فرض می‌شود که همه ربات‌ها ساختار مشابهی نظیر شکل 1 دارند.

موقعیت ربات نام،  $1 \leq i \leq n$  در دستگاه مختصات کارتزین OXY توسط  $P_i = [x_i, y_i, \theta_i]^T$  مشخص می‌شود که در آن  $[x_i, y_i]$  مختصات جلوی ربات  $R_i$  و  $\theta_i$  زاویه خط عمود بر محور چرخ‌های ربات با خط افق است. فاصله بین مرکز چرخ‌های ربات تا جلوی ربات با  $d$  نشان داده شده است. هر ربات با سرعت خطی  $v_i$  و سرعت زاویه‌ای  $\omega_i$  در حال حرکت است.

در صورتی که چرخ‌های ربات پایه متحرک غیرهولونومیک  $R_i$ ، نلغزند و غلتش خالص داشته باشند، قید سینماتیکی (1) برقرار است:

$$\dot{y}_i \cos \theta_i - \dot{x}_i \sin \theta_i = d \dot{\theta}_i \quad (1)$$

در نتیجه مدل سینماتیکی یک ربات متحرک غیرهولونومیک مطابق رابطه (2) عبارت است از:

$$\dot{P}_i = \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{\theta}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -d \sin \theta_i \\ \sin \theta_i & d \cos \theta_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ \omega_i \end{bmatrix} \quad (2)$$

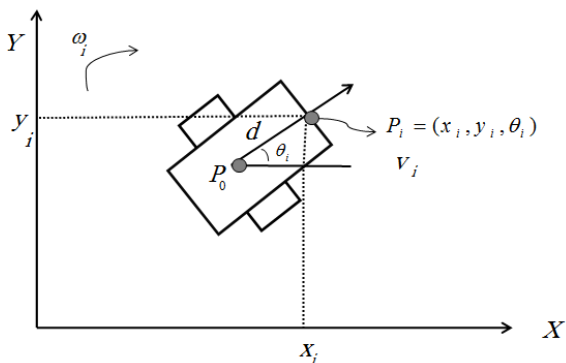


Fig. 1 A nonholonomic mobile robot [17]

شکل 1 یک ربات متحرک غیرهولونومیک [17]

می‌گردد که در نقاط پرش سرعت، شتاب‌ها و در نتیجه نیروها یا گشتاورها به صورت نامحدود بزرگ می‌شوند. در نتیجه، قابلیت پیاده‌سازی این الگوریتم در عمل، بسیار محدود می‌گردد. یک نمونه از کنترل‌کننده پسگام، در مرجع [11] برای ردیابی یک ربات پایه متحرک ارائه گردیده است. برای حل این معضل، برای حل مسأله ردیابی، یکی از روش‌های متداول استفاده از کنترل‌کننده پسگام است [11-17]. با استفاده از این تکنیک، غیرخطی‌های سیستم نیازی به حذف شدن ندارند. این امر به قوام مدل منجر شده و تلاش کمتری برای کنترل سیستم نیاز است. با استفاده از پسگام، کنترل‌کننده ردیابی بسیار ساده‌تر شده و پایداری سیستم به کمک تئوری پایداری لیاپانوف تضمین می‌شود. علاوه بر این برخی از کنترل‌کننده‌های مبتنی بر پسگام می‌توانند بر خطاهای اولیه بزرگ هم غلبه نموده و سیستم را کنترل کنند. اما فرامین سرعتی که با رویکرد کنترل پسگام با استفاده از مدل سینماتیکی برای ربات‌ها بدست می‌آیند، در لحظه شروع دارای مقدار اولیه بسیار بزرگی هستند و زمانی که خطای ردیابی بطور ناگهانی تغییر می‌کند، این کنترل‌کننده‌ها متحمل پرش‌های سرعت می‌شوند. یعنی شتاب‌ها و در نتیجه نیروها یا گشتاورها در نقاط پرش سرعت بطور نامحدودی بزرگ می‌شوند و این مشکل قابلیت پیاده‌سازی در عمل را سلب می‌نماید. یک نمونه آن در مرجع [11] برای ردیابی یک ربات متحرک دیده می‌شود. برای حل این معضل، فیرو و لوئیس در [12]، یک کنترل‌کننده گشتاور را برای کنترل ردیابی یک ربات پایه متحرک غیرهولونومیک پیشنهاد دادند که سیگنال‌های گشتاور را یا از طریق محاسبه بدست می‌آورد یا به کمک یک شبکه عصبی سه لایه، تخمین می‌زند. کنترل آرایش به روش پسگام، نخستین بار توسط لی و همکاران ارائه شد [13]. آنها یک مدل سینماتیکی را در دستگاه کارتزین ارائه کردند که مشکل پرش‌های سرعت را دارا بود. در مراجع [15,14] ایده کنترل‌کننده گشتاور در بحث کنترل آرایش ربات‌ها پیاده شده و دینامیک ربات‌ها هم در نظر گرفته شده است. یک روش مناسب، برای فائق آمدن بر مسأله پرش سرعت در کنترل‌کننده‌ی پسگام این است که دینامیک‌های خطا را آنالیز نموده و یک کنترل‌کننده ردیابی طراحی شود که قادر باشد فرامین سرعت پیوسته و هموار تولید کند بدون اینکه نیاز باشد هیچ کنترل‌کننده‌ای برای گشتاور ربات پیش‌بینی شود. برای این منظور یانگ و همکاران از تلفیق روش پسگام با مدل نرودینامیکی ملهم از بیولوژیک-که به اختصار آن را بیونودینامیک خواهیم خواند- استفاده کرده و مسأله کنترل ردیابی یک ربات متحرک غیرهولونومیک را حل کردند [16]. سپس، پنگ و همکاران این ایده را به مسأله کنترل آرایش یک دسته از ربات‌های چرخ‌دار غیرهولونومیک بسط دادند [17]. این کنترل‌کننده از ویژگی‌های منحصر بفرد معادله‌ی غشاء هادکین و هاکسلی الهام گرفته است که برای استخراج مدل‌های دینامیک عصبی در بیولوژیک بکار می‌رود. مزیت این روش این است که هیچ پروسه‌ی یادگیری در آن نیاز نیست. همچنین، نیازی به کنترل‌کننده گشتاور هم وجود ندارد چرا که کنترل‌کننده پیشنهادی به تنهایی قادر است سیگنال‌های کنترلی پیوسته و هموار با مقدار اولیه صفر تولید نماید. در پژوهش [17] به روش پسگام با تلفیق بیونودینامیک، از مدل فاصله-زاویه استفاده شده و فاصله و زاویه مطلوب، مقادیر ثابتی فرض شده‌اند. در نتیجه مشتق آنها صفر بوده و به این معنی است که آرایش قابلیت تغییر نخواهد داشت. به منظور افزایش انعطاف‌پذیری آرایش و قابلیت انجام مانورهای بیشتر، این مقاله می‌کوشد تا علاوه بر مدل‌سازی روش پسگام با تلفیق بیونودینامیک، فاصله و زاویه مطلوب را متغیر با زمان فرض نموده و اثر مشتقات آنها را در معادلات دخیل

## 3- ساختار کنترل آرایش

به منظور پیاده‌سازی کنترل آرایش، نیاز است که روابط بین ربات‌ها شرح داده شوند. در این مقاله از طرح ارائه شده در شکل 2 استفاده می‌شود.

موقعیت واقعی ربات رهبر نام با  $P_i = [x_i, y_i, \theta_i]$ ، موقعیت واقعی ربات پیرو نام با  $P_j = [x_j, y_j, \theta_j]$ ، فاصله و زاویه واقعی بین ربات پیرو نام و ربات رهبر نام با  $L_{ij}$  و  $\psi_{ij}$  و فاصله و زاویه مطلوب بین ربات پیرو نام و ربات رهبر نام با  $L_{ij}^d$  و  $\psi_{ij}^d$  نشان داده می‌شود. هدف الگوریتم کنترلی، حفظ فاصله و زاویه مطلوب بین رهبر و پیرو است. در این راستا، باید ورودی‌های کنترلی  $v_j$  و  $\omega_j$  برای ربات پیرو  $R_j$  طوری طراحی شود که خطای بین موقعیت مطلوب و موقعیت واقعی ربات پیرو صفر شده و شرایط رابطه (3) برقرار گردد:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\psi_{ij}^d - \psi_{ij}) = 0 \quad \text{و} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} (L_{ij}^d - L_{ij}) = 0 \quad (3)$$

با توجه به شکل 2، از طریق روابط هندسی به سادگی می‌توان موقعیت مطلوب ربات پیرو یعنی  $P_j^d$  و موقعیت واقعی آن یعنی  $P_j$  را مطابق روابط (4) و (5) استخراج کرد:

$$P_j = \begin{bmatrix} x_i - d \cos \theta_i + L_{ij} \cos(\psi_{ij} + \theta_i) \\ y_i - d \sin \theta_i + L_{ij} \sin(\psi_{ij} + \theta_i) \\ \theta_j \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$P_j^d = \begin{bmatrix} x_i - d \cos \theta_i + L_{ij}^d \cos(\psi_{ij}^d + \theta_i) \\ y_i - d \sin \theta_i + L_{ij}^d \sin(\psi_{ij}^d + \theta_i) \\ \theta_i \end{bmatrix} \quad (5)$$

اگر فاصله نسبی  $L_{ij}$  روی محورهای  $X$  و  $Y$  تصویر شود در دستگاه مختصات کارترین، روابط (6) صادق خواهند بود:

$$L_{ij} = \sqrt{L_{ijx}^2 + L_{ijy}^2} \quad (6)$$

$$L_{ijx} = x_i - x_j - d \cos \theta_i$$

$$L_{ijy} = y_i - y_j - d \sin \theta_i$$

از طرفی با توجه به شکل 2 می‌توان رابطه (7) را برای  $\psi_{ij}$  نوشت:

$$\psi_{ij} = \arctan\left(\frac{L_{ijy}}{L_{ijx}}\right) - \theta_i + \pi \quad (7)$$

اگر از روابط (6) و (7) مشتق گرفته و مقادیر جایگزین شوند، رابطه (8) بدست می‌آید:

$$\dot{L}_{ij} = -v_i \cos \psi_{ij} + v_j \cos \gamma_{ij} + d \omega_j \sin \gamma_{ij}$$

$$\dot{\psi}_{ij} = \frac{1}{L_{ij}} (v_i \sin \psi_{ij} - v_j \sin \gamma_{ij} + d \omega_j \cos \gamma_{ij}) - \omega_i \quad (8)$$

که در آنها  $\gamma_{ij} = \psi_{ij} + \theta_i - \theta_j$ .

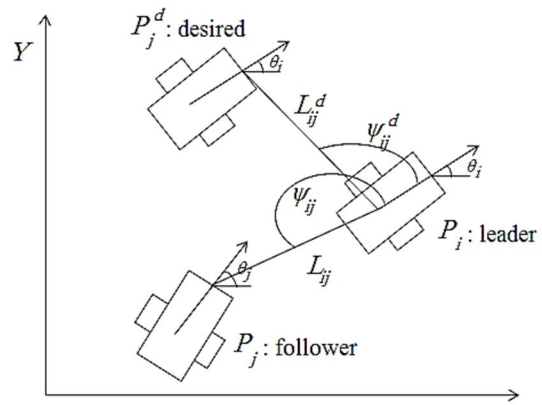


Fig. 2 Leader- follower formation control scheme [17]

شکل 2 ساختار کنترل آرایش رهبر- پیرو [17]

با توجه به هندسه این طرح و جایگزینی از روابط (4) و (5) و نیز استفاده از روابط مثلثاتی ساده، خطاهای ردیابی (اختلاف موقعیت واقعی و مطلوب در دستگاه مختصات جهانی) به شکل معادله (9) خواهند بود:

$$e_j = \begin{bmatrix} x_{je} \\ y_{je} \\ \theta_{je} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_j & \sin \theta_j & 0 \\ -\sin \theta_j & \cos \theta_j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_j^d - x_j \\ y_j^d - y_j \\ \theta_j^d - \theta_j \end{bmatrix}$$

$$e_j = \begin{bmatrix} L_{ij}^d \cos(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) - L_{ij} \cos(\psi_{ij} + \theta_{ij}) \\ L_{ij}^d \sin(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) - L_{ij} \sin(\psi_{ij} + \theta_{ij}) \\ \theta_j^d - \theta_j \end{bmatrix}$$

$$\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j \quad (9)$$

## 4- آرایش متغیر با زمان و تغییرات مقادیر مطلوب

در مرجع [17]، آرایش ثابت فرض شده است و دینامیک خطای آرایش با استفاده از این فرض که فاصله و زاویه مطلوب ثابت هستند و در نتیجه مشتقات آنها صفر خواهند بود، بدست آمده است. این یک فرض محدودکننده است و قابلیت انجام تغییر آرایش را ندارد. تغییر در آرایش در مواردی همچون اجتناب از برخورد با مانع، هنگام گذر از معابر باریک و موارد مشابه ضرورت دارد. اکنون سعی بر آن است تا معادلات کاملتری ارائه گردد که در آن سیستم رباتیک، انعطاف‌پذیری بیشتری داشته و بتواند از عهده انجام مانورهای شامل تغییر در آرایش، برآید. به عبارت دیگر حالتی بررسی شود که آرایش ثابت نبوده و متغیر با زمان باشد. در نتیجه باید معادلات حالت جدید را برای سیستم، استخراج نموده و کنترل‌کننده مناسبی برای آن طراحی نمود به شکلی که، هر مانور متغیر با زمان را به نحو شایسته‌ای به انجام رسانده، و آرایش مطلوب را محقق سازد. کنترل‌کننده جدید برای هر دو الگوریتم پسگام و پسگام تلفیق شده با بیونوردینامیک طراحی می‌شود.

## 1-4- دینامیک خطای سیستم با فرض متغیر بودن مقادیر مطلوب

برای بدست‌آوردن دینامیک خطا در آرایش رهبر-پیرو، مفروضات زیر لحاظ شده‌اند:

1- موقعیت کنونی ربات رهبر معلوم است. (فرض می‌شود موقعیت ربات کاملاً و بطور دقیق از طریق سنسورها، تلفیق سنسوری و پردازش سیگنال معلوم است.)

2- هر پیرو مجهز به سنسوری است که قادر است فاصله  $L_{ij}$  و زاویه  $\psi_{ij}$  را اندازه‌گیری کند. علاوه بر این رهبر و تمام پیروها مجهز به دستگاه‌هایی هستند که سرعت خطی و زاویه‌ای آنها و نیز جهت را اندازه‌گیری می‌کنند.

3- سرعت زاویه‌ای ربات‌ها همواره محدود است:

$$-\omega_{\max} \leq \omega_j \leq \omega_{\max} \quad \forall t, \omega_{\max} > 0$$

4- ردیابی سرعت کامل است.

5- ارتباط بی‌سیم بین زامین پیرو و زامین رهبر برقرار بوده و تاخیر ارتباطات صفر است.

6- رهبر نام، سرعت خطی، سرعت زاویه‌ای و جهت خود را به پیرو نام خود منتقل می‌کند.

7- آزمایش در یک محیط بدون نویز انجام می‌شود.

8- عدم قطعیت در موقعیت ربات‌ها وجود ندارد.

روشن است که دینامیک خطای آرایش، با مشتق‌گیری از رابطه (9) نسبت به زمان بدست می‌آید. با در نظر داشتن تغییرات مقادیر مطلوب دینامیک خطای آرایش به فرم معادله (10) خواهد بود:

که  $\dot{V}(t)$  منفی معین است [17].

$$V(t) = \frac{1}{2}(x_{je}^2 + y_{je}^2) + \frac{dk_3\theta_{je}^2}{2k_2} \quad (15)$$

#### 4-4- اعمال نرودینامیک ملهم از بیولوژیک به الگوریتم پسگام با

##### فرض متغیر بودن مقادیر مطلوب

در بخش 1 توضیح داده شد که برای حل مسأله پرس ناگهانی سرعت، یک راه استفاده از کنترل کننده ردیابی است که دینامیک عصبی ملهم از بیولوژیک را با روش پسگام ترکیب می کند. این روش، در ادامه شرح داده می شود.

##### 4-4-1 معرفی مدل بیونودینامیک

در مراجع [17,16] از مدل عصب بیولوژیکی شانتینگ<sup>1</sup> استفاده شده است که معادله ریاضی آن به شرح زیر است:

$$\frac{dx_j}{dt} = -A_j x_j + (B_j - x_j) S_j^+(t) - (D_j + x_j) S_j^-(t) V(t) \\ = \frac{1}{2}(x_{je}^2 + y_{je}^2) + \frac{dk_3\theta_{je}^2}{2k_2} \quad (16)$$

خاصیت این مدل آن است که همواره، خروجی همواری دارد. با بررسی پژوهش های پیشین و آنالیز کنترل کننده ردیابی مبتنی بر پسگام، مشخص می شود هر جا که خطای ردیابی به طور ناگهانی تغییر کند (مثل لحظه شروع حرکت)، پرس های سرعت پدیدار می شود. چنانچه ورودی های این معادله، توابعی از خطا باشند، همیشه خروجی همواری از آنها تولید خواهد شد. حال چنانچه به جای استفاده مستقیم از خطاها، توابعی هموار از آنها جایگزین شوند، می توان اثر پرس های ناگهانی سرعت را حذف نمود. اثر این پرس ها در مؤلفه های  $x_{je}$  و  $y_{je}$  مشهودتر است. در معادله (16)،  $x_j$  فعالیت عصبی زامین نرون در شبکه عصبی است.  $A_j$ ،  $B_j$  و  $D_j$  ثابت های غیرمنفی هستند.  $A_j$  نرخ زوال غیرفعال<sup>2</sup>،  $B_j$  حد بالای فعالیت عصبی و  $D_j$  حد پایین فعالیت عصبی نامیده می شوند.  $S_j^+(t)$  ورودی تحریک کننده به نرون و  $S_j^-(t)$  ورودی بازدارنده به نرون می باشند. برای استفاده از این مدل در بحث کنترل آرایش، توابع و روابط استفاده شده به شرح زیر [17]:

$$S_j^+(t) = f_j(x_j) \quad S_j^-(t) = g_j(x_j) \\ A_j = A \quad B_j = B \quad D_j = D \quad x_j = \alpha_j$$

با جاگذاری در معادله (16)، یک معادله دینامیکی سرعت برای خطا در جهت طولی به شکل معادله (17) بدست آمده است:

$$\frac{d\alpha_j}{dt} = -A\alpha_j + (B - \alpha_j)f_{1j}(x_{je}) - (D + \alpha_j)g_{1j}(x_{je}) \quad (17)$$

به طریق مشابه، یک معادله دینامیکی سرعت برای خطا در جهت عرضی به شکل معادله (18) بدست آمده است:

$$\frac{d\beta_j}{dt} = -A\beta_j + (B - \beta_j)f_{2j}(y_{je}) - (D + \beta_j)g_{2j}(y_{je}) \quad (18)$$

توابع  $f_{1j}$ ،  $g_{1j}$ ،  $f_{2j}$ ،  $g_{2j}$  نیز به شکل معادلات (19) و (20) تعریف شده اند:

$$f_{1j}(x_{je}) = \max\{k_1 x_{je}, 0\} \quad g_{1j}(x_{je}) = \max\{-k_1 x_{je}, 0\} \quad (19)$$

$$f_{2j}(y_{je}) = \max\{k_2 y_{je}, 0\} \quad g_{2j}(y_{je}) = \max\{-k_2 y_{je}, 0\} \quad (20)$$

که در آنها  $k_1$ ،  $k_2$  ثوابت مثبت هستند.

#### 4-5- الگوریتم کنترل پسگام با تلفیق بیونودینامیک و فرض متغیر

##### بودن مقادیر مطلوب

$$\dot{x}_{je} = \dot{L}_{ij}^d \cos(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) - L_{ij}^d (\dot{\psi}_{ij}^d + \dot{\theta}_{ij}) \sin(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) \\ - \dot{L}_{ij} \cos(\psi_{ij} + \theta_{ij}) + L_{ij} (\dot{\psi}_{ij} + \dot{\theta}_{ij}) \sin(\psi_{ij} + \theta_{ij}) \\ \dot{y}_{je} = \dot{L}_{ij}^d \sin(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) + L_{ij}^d (\dot{\psi}_{ij}^d + \dot{\theta}_{ij}) \cos(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) \\ - \dot{L}_{ij} \sin(\psi_{ij} + \theta_{ij}) - L_{ij} (\dot{\psi}_{ij} + \dot{\theta}_{ij}) \cos(\psi_{ij} + \theta_{ij}) \\ \dot{\theta}_{je} = \omega_j^d - \omega_j \quad (10)$$

مقادیر  $\dot{L}_{ij}$  و  $\dot{\psi}_{ij}$  را از معادله (8) در معادلات فوق جایگزین می شوند. علاوه بر این، با توجه به رابطه  $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$ ، مشتق آن در رابطه زیر صدق می کند:

$$\dot{\theta}_{ij} = \dot{\theta}_i - \dot{\theta}_j = \omega_i - \omega_j$$

این رابطه را نیز به همراه معادلات (10) در نظر گرفته و با استفاده از روابط مثلثاتی و ساده کردن معادلات، دینامیک خطای سیستم به شکل معادله (11) خواهد بود:

$$\dot{x}_{je} = v_i \cos \theta_{ij} + \omega_j y_{je} - v_j \\ - L_{ij}^d (\omega_i + \dot{\psi}_{ij}^d) \sin(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) + L_{ij}^d \cos(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) \\ \dot{y}_{je} = v_i \sin \theta_{ij} - \omega_j x_{je} - d\omega_j \\ + L_{ij}^d (\omega_i + \dot{\psi}_{ij}^d) \cos(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) + L_{ij}^d \sin(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) \\ \dot{\theta}_{je} = \omega_j^d - \omega_j \quad (11)$$

اکنون که معادلات حالت سیستم برای آرایش متغیر با زمان بدست آمده اند، می توان به انتخاب قوانین کنترلی و طراحی کنترل کننده پرداخت.

#### 4-2- الگوریتم کنترل پسگام با فرض متغیر بودن مقادیر مطلوب

همان طور که اشاره شد برای رسیدن به آرایش و حفظ آن نیاز است که سرعت خطی و زاویه ای پیروها را کنترل نمود. از طرفی با توجه به اینکه ربات غیرهولونومیک است، نمی تواند در لحظه، به هرسو، گردش کند و برای رسیدن از موقعیت فعلی به موقعیت مطلوب خود ناگزیر از چرخش می باشد. در هنگام چرخش، زاویه مرجع پیروها یعنی  $\theta_j^d$  نمی تواند با زاویه مبین جهت گیری رهبر یعنی  $\theta_i$ ، برابر باشد. در نتیجه، یک قانون کنترل کمکی نیز برای تغییرات زاویه مرجع پیروها پیشنهاد می شود به نحوی که پایداری مجانبی همه خطاها بدست آمده و زمانی که ربات پیرو به موقعیت مطلوب خود رسید،  $\theta_j^d = \theta_i$  شود. با انتخاب معادله (12) برای مشتق زاویه مرجع، می توان به اهداف فوق دست یافت.

$$\dot{\theta}_j^d = \frac{1}{d} [v_i \sin \theta_{ij} + L_{ij}^d (\omega_i + \dot{\psi}_{ij}^d) \cos(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) \\ + \dot{L}_{ij}^d \sin(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) + 2k_2 y_{je}] \quad (12)$$

ورودی های کنترل پسگام به این شرح معادله (13) انتخاب می شوند:

$$v_j = k_1 x_{je} + v_i \cos \theta_{ij} - L_{ij}^d (\omega_i + \dot{\psi}_{ij}^d) \sin(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) \\ + \dot{L}_{ij}^d \cos(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) \\ \omega_j = \frac{1}{d} [v_i \sin \theta_{ij} + L_{ij}^d (\omega_i + \dot{\psi}_{ij}^d) \cos(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) \\ + \dot{L}_{ij}^d \sin(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) + k_2 y_{je} + k_3 \theta_{je}] \\ k_1 > 0, k_2 > 0, k_3 > 0 \quad (13)$$

با جاگذاری معادلات (12) و (13) در معادله (11) دینامیک خطای سیستم سینماتیکی حلقه بسته مطابق معادله (14) خواهد بود:

$$\dot{x}_{je} = \omega_j y_{je} - k_1 x_{je} \\ \dot{y}_{je} = -\omega_j x_{je} - k_2 y_{je} - k_3 \theta_{je} \\ \dot{\theta}_{je} = \frac{1}{d} (-k_3 \theta_{je} + k_2 y_{je}) \quad (14)$$

#### 4-3- تحلیل پایداری الگوریتم کنترل پسگام

برای اثبات اینکه سیستم کنترل ردیابی مسیر (14) تحت قوانین کنترلی (13) بطور مجانبی پایدار است و خطای ردیابی به صفر همگرا می شود، تابع کاندید لیاپانوف به شکل معادله (15) انتخاب می گردد. تابع لیاپانوف ارایه شده، مثبت معین است. با مشتق گیری از آن و استفاده از روابط (14) می توان ثابت نمود

1- Shunting  
2- Passive decay rate

$$\dot{V}(t) = -\frac{k_3^2}{k_2} \theta_{je}^2 + \frac{1}{B} \{-A - f_{1j}(x_{je}) - g_{1j}(x_{je})\} \alpha_j^2 + \frac{1}{B} \{-A - f_{2j}(y_{je}) - g_{2j}(y_{je})\} \beta_j^2 \leq 0$$

از آنجا که  $V(t) \geq 0$  و  $\dot{V}(t) \leq 0$  بنابراین  $V(t)$  برای  $\alpha_j, \beta_j$  و  $\theta_{je}$  غیرافزایشی خواهد بود و نرم 2 آن محدود است. با توجه به فرض محدود بودن  $\omega$  اثبات می‌شود که  $\|\dot{V}(t)\| < \infty$  و  $V(t)$  بطور یکنواخت پیوسته است. با استفاده از لم باربلات وقتی  $t \rightarrow \infty$  میل می‌نماید  $\dot{V} \rightarrow 0$  خواهد رفت. پس  $t \rightarrow \infty$   $\theta_{je} \rightarrow 0$   $y_{je} \rightarrow 0$   $x_{je} \rightarrow 0$ . با استفاده از معادلات (17) و (18) و خاصیت ورودی-خروجی مدل شانت نشان داده می‌شود که اگر خروجی به یک مقدار ثابت معینی (صفر) همگرا شود ورودی هم به مقدار ثابتی (صفر) خواهد رفت:  $\alpha_j \rightarrow 0$   $\beta_j \rightarrow 0 \rightarrow x_{je} \rightarrow 0$   $y_{je} \rightarrow 0$  بنابراین کنترل کننده ردیابی (21) می‌تواند تضمین کند که سیستم دینامیک حلقه بسته (23) پایدار مجانبی کلی است و خطای ردیابی به صفر همگرا خواهد شد.

اگر فاصله مطلوب  $L_{ij}^d$  و زاویه مطلوب  $\psi_{ij}^d$  ثابت باشند، در نتیجه  $L_{ij}^d$  و  $\psi_{ij}^d$  صفر خواهند بود و معادلات حالت سیستم به شکل (27) در خواهند آمد:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{je} &= \omega_j y_{je} - v_j + v_i \cos \theta_{ij} - L_{ij}^d \omega_i \sin(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) \\ \dot{y}_{je} &= -\omega_j x_{je} - d \omega_j + v_i \sin \theta_{ij} + L_{ij}^d \omega_i \cos(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) \\ \dot{\theta}_{je} &= \omega_j^d - \omega_j \end{aligned} \quad (26)$$

مشقت زاویه مرجع و ورودی‌های کنترلی نیز در صورت ثابت بودن آرایش، به ترتیب به شرح (27) و (28) هستند:

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_j^d &= \frac{1}{d} [v_i \sin \theta_{ij} + L_{ij}^d \omega_i \cos(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) + k_2 y_{je} + k_2 \beta_j] \\ v_j &= k_1 \alpha_j + v_i \cos \theta_{ij} - L_{ij}^d \omega_i \sin(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) \\ \omega_j &= \frac{1}{d} [v_i \sin \theta_{ij} + L_{ij}^d \omega_i \cos(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) + k_2 \beta_j + k_3 \theta_{je}] \end{aligned} \quad (27)$$

که همان معادلات بدست آمده در مرجع [17] می‌باشند.

حال که کنترل کننده طراحی شد، برای آزمایش اثربخشی آن نیاز است یک سناریوی آرایشی متغیر با زمان تعریف شده و برای مقادیر فاصله مطلوب و زاویه مطلوب و مشتقات آنها فرمولی انتخاب شود. یکی از پرکاربردترین نیازها برای تغییرات مقادیر مطلوب، زمانی است که مانعی بر سر راه پیرو وجود داشته باشد که در مسیر رهبر نیست و لذا نیاز است که پیرو فاصله و زاویه مطلوب خود را رهبر را تغییر دهد تا بتواند از برخورد با مانع اجتناب کند. براین اساس، یک طرح گریز از مانع و فرمول‌های مناسب برای فاصله و زاویه مطلوب متغیر با زمان، از مرجع [14] انتخاب شده و متعاقباً در معادلات کنترل کننده وارد خواهد شد.

### 5- طرح گریز از برخورد با مانع

روش‌های مختلفی برای گریز از مانع در پژوهش‌های گذشته مطرح شده است [23,14]. در مرجع [14] یک طرح گریز از مانع ساده، ولی کارآمد مطابق شکل 3 پیشنهاد شده است تا ربات پیرو نام، همزمان با ردگیری رهبر خود، از برخورد با موانع نیز اجتناب نماید. برای حصول به این امر،  $L_{ij}^d$  و  $\psi_{ij}^d$  ثابت نبوده و با زمان تغییر می‌کنند. در این بخش، فاصله و زاویه مطلوب متغیر با زمان، با  $L_{ij}^d(t)$  و  $\psi_{ij}^d(t)$  نشان داده می‌شوند. علاوه بر این، فرض می‌شود فاصله مانع تا مرکز ربات پیرو نام با  $s_j$  و زاویه نسبی مانع با آن با  $\theta_{js}$  نمایش داده شده و  $s_j$  و  $\theta_{js}$  قابل اندازه‌گیری هستند. همچنین فرض می‌شود رهبر  $i$  در آرایش، از یک طرح مسیر استفاده می‌کند به شکلی که با دنبال کردن یک رهبر مجازی، ربات رهبر نام می‌تواند در مواجهه با هر مانعی مسیر خود را

$\alpha_j, \beta_j$  که توابعی هموار از خطاها هستند، بجای  $x_{je}$  و  $y_{je}$  در کنترل کننده پسگام (13) جایگزین می‌شوند. کنترل کننده ردیابی برای ربات پیرو  $R_j$  به شکل (21) انتخاب می‌شود:

$$\begin{aligned} v_j &= k_1 \alpha_j + v_i \cos \theta_{ij} - L_{ij}^d (\omega_i + \dot{\psi}_{ij}^d) \sin(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) \\ &\quad + \dot{L}_{ij}^d \cos(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) \\ \omega_j &= \frac{1}{d} [v_i \sin \theta_{ij} + L_{ij}^d (\omega_i + \dot{\psi}_{ij}^d) \cos(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) \\ &\quad + \dot{L}_{ij}^d \sin(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) + k_2 \beta_j + k_3 \theta_{je}] \end{aligned} \quad (21)$$

مشقت زاویه مرجع ربات پیرو، نسبت به رهبر آن، مجدداً به شکل (22) تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_j^d &= \frac{1}{d} [v_i \sin \theta_{ij} + L_{ij}^d (\omega_i + \dot{\psi}_{ij}^d) \cos(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) \\ &\quad + \dot{L}_{ij}^d \sin(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) + k_2 y_{je} + k_2 \beta_j] \end{aligned} \quad (22)$$

با قرار دادن معادلات (21) و (22) در معادلات حالت سیستم یعنی معادلات (11) و ساده کردن نتایج، دینامیک خطای سیستم سینماتیکی حلقه بسته به شکل معادله (23) خواهد شد:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{je} &= \omega_j y_{je} - k_1 \alpha_j \\ \dot{y}_{je} &= -\omega_j x_{je} - k_2 \beta_j - k_3 \theta_{je} \\ \dot{\theta}_{je} &= \frac{1}{d} (-k_3 \theta_{je} + k_2 y_{je}) \end{aligned} \quad (23)$$

### 4-6- تحلیل پایداری الگوریتم کنترل پسگام با تلفیق

#### بیونودینامیک و فرض متغیر بودن مقادیر مطلوب

یک کاندید لیاپانوف به شکل (24) انتخاب می‌شود:

$$V(t) = \frac{1}{2} (x_{je}^2 + y_{je}^2 + \frac{dk_3}{k_2} \theta_{je}^2) + \frac{1}{2B} (\alpha_j^2 + \beta_j^2) \quad (24)$$

روشن است که  $V(t) \geq 0$ ،  $V(t) = 0$  اگر و فقط اگر  $\alpha_j = 0$ ،  $\beta_j = 0$ ،  $e_j = 0$  باشد. مشتق‌گیری شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= x_{je} \dot{x}_{je} + y_{je} \dot{y}_{je} + \frac{dk_3}{k_2} \theta_{je} \dot{\theta}_{je} + \frac{1}{B} (\alpha_j \dot{\alpha}_j + \beta_j \dot{\beta}_j) \\ &\text{با جاگذاری مقادیر از معادله (23) و فرض } B = D \text{ در معادلات شانت (17) و} \\ &\text{(18)، معادله (25) نتیجه خواهد شد:} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= -\frac{k_3^2}{k_2} \theta_{je}^2 + \frac{1}{B} \{-A - f_{1j}(x_{je}) - g_{1j}(x_{je})\} \alpha_j^2 \\ &\quad + [f_{1j}(x_{je}) - g_{1j}(x_{je}) - k_1 x_{je}] \alpha_j \\ &\quad + \frac{1}{B} \{-A - f_{2j}(y_{je}) - g_{2j}(y_{je})\} \beta_j^2 \\ &\quad + [f_{2j}(y_{je}) - g_{2j}(y_{je}) - k_2 y_{je}] \beta_j \end{aligned} \quad (25)$$

براساس تعریف  $f_{1j}(x_{je})$  و  $g_{1j}(x_{je})$  از معادله (19)، که مبتنی بر توابع ماکزیمم هستند، چه  $x_{je} \geq 0$  و چه  $x_{je} < 0$  داریم:

$$f_{1j}(x_{je}) - g_{1j}(x_{je}) - k_1 x_{je} = 0$$

به طریق مشابه به سادگی می‌توان نشان داد که:

$$f_{2j}(y_{je}) - g_{2j}(y_{je}) - k_2 y_{je} = 0$$

علاوه بر این، براساس تعریف  $f_{1j}(x_{je})$  و  $g_{1j}(x_{je})$  در معادله (19)،  $f_{1j}(x_{je}) \geq 0$  و  $g_{1j}(x_{je}) \geq 0$  و همچنین چون  $A$  و  $B$  ثوابت غیر منفی هستند، می‌توان نشان داد که:

$$\frac{1}{B} \{-A - f_{1j}(x_{je}) - g_{1j}(x_{je})\} \leq 0$$

به طریق مشابه:

$$\frac{1}{B} \{-A - f_{2j}(y_{je}) - g_{2j}(y_{je})\} \leq 0$$

با توجه به جمیع موارد فوق، مشتق تابع لیاپانوف منفی خواهد شد:

مشاهده می‌شود که  $\dot{s}_j$  نیز در معادلات مورد نیاز است. برای این منظور،  $\dot{s}_j$  باید تقریب زده شود. فرض کنید  $s_j$  یک تابع هموار است. در این صورت، تقریب  $\dot{s}_j$  برای یک بازه زمانی دلخواه و کوچک  $\Delta t$  خواهد بود:

$$\dot{s}_j = s_j(t) - s_j(t - \Delta t) / \Delta t \quad (32)$$

حال که فرمول‌های مناسب برای فاصله و زاویه مطلوب متغیر با زمان با  $L_{ij}^d(t)$  و  $\psi_{ij}^d(t)$  و مشتقات آنها بدست آمد، به جایگزینی مقادیر در کنترل‌کننده پرداخته می‌شود.

### 1-5- الگوریتم کنترل پسگام به هنگام گریز از مانع

رابطه (11) که معادلات حالت سیستم را توصیف می‌کند در نظر بگیرید. با جاگذاری معادله (30) در آن، معادلات حالت سیستم به شکل (33) خواهند شد:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{je} &= v_i \cos \theta_{ij} + \omega_j y_{je} - v_j \\ &\quad - L_{ij}^d \left( \omega_i - \xi_j K_\psi \left( \frac{1}{s_j} - \frac{1}{s_d} \right) \frac{1}{s_j^2} \dot{s}_j \right) \sin(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) \\ &\quad + \left[ \operatorname{sgn}(\theta_{js} \psi_{ij}^d) K_L \left( \frac{1}{s_j} - \frac{1}{s_d} \right) \frac{1}{s_j^2} \dot{s}_j \right] \cos(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) \\ \dot{y}_{je} &= v_i \sin \theta_{ij} - \omega_j x_{je} - d \omega_j \\ &\quad + L_{ij}^d \left( \omega_i - \xi_j K_\psi \left( \frac{1}{s_j} - \frac{1}{s_d} \right) \frac{1}{s_j^2} \dot{s}_j \right) \cos(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) \\ &\quad + \left[ \operatorname{sgn}(\theta_{js} \psi_{ij}^d) K_L \left( \frac{1}{s_j} - \frac{1}{s_d} \right) \frac{1}{s_j^2} \dot{s}_j \right] \sin(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) \\ \dot{\theta}_{je} &= \omega_j^d - \omega_j \end{aligned} \quad (33)$$

علاوه بر این با جایگزینی مقادیر از رابطه (30) در معادله (13)، ورودی‌های کنترلی پسگام برای مسأله گریز از مانع موجود در مسیر پیروها مطابق (34) خواهند بود:

$$\begin{aligned} v_j &= k_1 x_{je} + v_i \cos \theta_{ij} \\ &\quad - L_{ij}^d \left( \omega_i - \xi_j K_\psi \left( \frac{1}{s_j} - \frac{1}{s_d} \right) \frac{1}{s_j^2} \dot{s}_j \right) \sin(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) \\ &\quad + \left[ \operatorname{sgn}(\theta_{js} \psi_{ij}^d) K_L \left( \frac{1}{s_j} - \frac{1}{s_d} \right) \frac{1}{s_j^2} \dot{s}_j \right] \cos(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) \\ \omega_j &= \frac{1}{d} [v_i \sin \theta_{ij} \\ &\quad + L_{ij}^d \left( \omega_i - \xi_j K_\psi \left( \frac{1}{s_j} - \frac{1}{s_d} \right) \frac{1}{s_j^2} \dot{s}_j \right) \cos(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) \\ &\quad + \left( \operatorname{sgn}(\theta_{js} \psi_{ij}^d) K_L \left( \frac{1}{s_j} - \frac{1}{s_d} \right) \frac{1}{s_j^2} \dot{s}_j \right) \sin(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) \\ &\quad + k_2 y_{je} + k_3 \theta_{je}] \\ &\quad k_3 > 0 \quad k_2 > 0 \quad k_1 > 0 \end{aligned} \quad (34)$$

با جایگزینی مقادیر از رابطه (30)، در معادله (12)، مشتق زاویه مرجع برای مسأله گریز از مانع موجود در مسیر پیروها، با الگوریتم پسگام به شرح (35) بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_j^d &= \frac{1}{d} [(v_i \sin \theta_{ij} \\ &\quad + L_{ij}^d \left( \omega_i - \xi_j K_\psi \left( \frac{1}{s_j} - \frac{1}{s_d} \right) \frac{1}{s_j^2} \dot{s}_j \right) \cos(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) \\ &\quad + \left( \operatorname{sgn}(\theta_{js} \psi_{ij}^d) K_L \left( \frac{1}{s_j} - \frac{1}{s_d} \right) \frac{1}{s_j^2} \dot{s}_j \right) \sin(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) \\ &\quad + 2k_2 y_{je}] \end{aligned} \quad (35)$$

### 2-5- الگوریتم کنترل پسگام با تلفیق بیونودینامیک به هنگام گریز از مانع

تغییر داده و از برخورد با مانع اجتناب کند.

در شکل 3،  $s_d$  فاصله ایمن از نزدیکترین مانع است که ربات زام باید با رسیدن به این فاصله تغییر مسیر را آغاز کند. زمانی که نزدیکترین لبه‌ی یک مانع در زاویه  $\theta_{js}$  با فاصله  $s_j$  نسبت به مرکز ربات پیرو، طوری باشد که  $s_j < s_d$  شود در اینصورت  $L_{ij}^d(t)$  و  $\psi_{ij}^d(t)$  باید تغییر کنند تا از برخورد با مانع اطمینان حاصل شود. لذا مقادیر متغیر  $L_{ij}^d(t)$  و  $\psi_{ij}^d(t)$  براساس معادله (29) انتخاب می‌شوند:

$$\begin{aligned} L_{ij}^d(t) &= L_{ij}^d - \frac{1}{2} K_L \left( \frac{1}{s_j} - \frac{1}{s_d} \right)^2 \operatorname{sgn}(\theta_{js} \psi_{ij}^d) \\ \psi_{ij}^d(t) &= \psi_{ij}^d + \frac{1}{2} K_\psi \left( \frac{1}{s_j} - \frac{1}{s_d} \right)^2 \xi_j \end{aligned} \quad (29)$$

که در آن  $\xi_j = \operatorname{sgn}(\psi_{ij}^d) \operatorname{sgn}(\theta_{js} \psi_{ij}^d)$  می‌باشد و  $K_L$  و  $K_\psi$  ضرایب مثبت می‌باشند.

با دقت در معادله (29) مشخص می‌شود که فاصله و زاویه مطلوب، شامل مقادیر ثابت آنها به انضمام مقادیر جدیدی است که عمل انتقال نقطه مطلوب را انجام می‌دهند. مقادیر جدید، مشابه توابع پتانسیل دافعه‌ای هستند که عموماً در طراحی مسیر در رباتیک، استفاده می‌شوند. در اینجا هم از یک تابع شبه پتانسیل استفاده شده است تا نقطه مطلوب ربات پیرو زام را جابجا کند و به این صورت از مواجهه ربات با مانع اجتناب شود. عبارت  $\operatorname{sgn}(\theta_{js} \psi_{ij}^d)$  این امکان را فراهم می‌کند تا بسته به این که پیرو به لحاظ مکانی در کجای آرایش قرار دارد و مانع نسبت به پیرو کجا قرار داده شده است، از موانعی که سمت راست یا چپ ربات هستند اجتناب شود.

با توجه به معادله (11) روشن است که دینامیک مقادیر فاصله و زاویه مطلوب مورد نیاز است، پس با مشتق‌گیری از رابطه (29) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{L}_{ij}^d(t) &= \operatorname{sgn}(\theta_{js} \psi_{ij}^d) K_L \left( \frac{1}{s_j} - \frac{1}{s_d} \right) \frac{1}{s_j^2} \dot{s}_j \\ \dot{\psi}_{ij}^d(t) &= -\xi_j K_\psi \left( \frac{1}{s_j} - \frac{1}{s_d} \right) \frac{1}{s_j^2} \dot{s}_j \end{aligned} \quad (30)$$

فاصله قابل اندازه‌گیری  $s_j$  می‌تواند برحسب مؤلفه‌های  $x$  و  $y$  خود نوشته شود:

$$\begin{aligned} s_j^2 &= s_{jx}^2 + s_{jy}^2 \\ s_{jx} &= x_j - x_0, \quad s_{jy} = y_j - y_0 \end{aligned} \quad (31)$$

در معادله (31)  $x_0$  و  $y_0$  مختصات مانع می‌باشد.

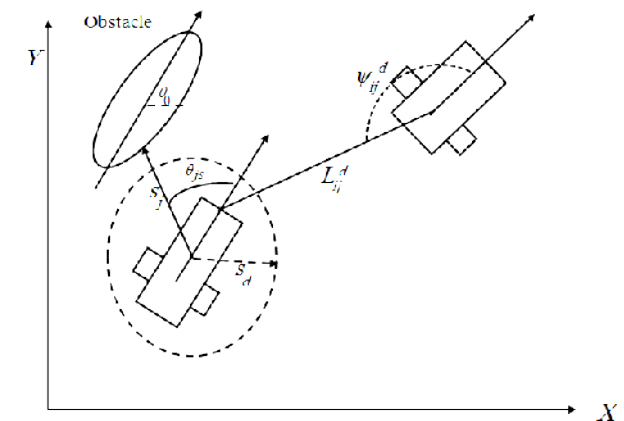


Fig. 3 Obstacle avoidance scheme [14]

شکل 3 طرح گریز از مانع [14]



باید فاصله و زاویه مطلوب پیرو  $F_1$ ، نسبت به رهبر  $L$ ، برابر  $\psi_{11}^d = 4\pi/3$  و  $L_{11}^d = 2$  باشد. در نتیجه به راحتی می‌توان موقعیت مطلوب  $F_1$  را با محاسبه بدست آورد:  $P_1^d = [1.7321, -1.1, \pi/2]$ . حال اگر موقعیت واقعی  $F_4$  نقطه  $e_1^0 = [2.1, \pi/4]$  باشد، خطای اولیه  $F_1$  برابر  $P_1^0 = [-1.6744, -1.2955, \pi/4]$  [4] خواهد بود. به همین ترتیب اگر فاصله و زاویه مطلوب پیرو  $F_2$  نسبت به رهبر  $L$  برابر  $\psi_{12}^d = 2\pi/3$  و  $L_{12}^d = 2$  باشد، موقعیت مطلوب  $F_2$  برابر  $P_2^d = [-1.7321, -1.1, \pi/2]$  فرض کنید موقعیت واقعی  $F_2$  نقطه  $e_2^0 = [-2.1, 3\pi/4]$  باشد، به صورت مشابه می‌توان نتیجه گرفت که خطای اولیه  $F_2$  برابر  $P_2^0 = [-1.6744, 1.2955, 3\pi/4]$  می‌باشد. در مورد ربات  $F_3$  فرض بر این است که فاصله و زاویه مطلوب آن با رهبر خودش یعنی  $F_1$  برابر  $\psi_{13}^d = 4\pi/3$  و  $L_{13}^d = 2$  است. پس موقعیت مطلوب  $F_3$  عبارت است از  $P_3^d = [2.4469, -1.0026, \pi/4]$ . اگر موقعیت واقعی  $F_3$  نقطه  $e_3^0 = [3, 1.5, 0]$  باشد،  $P_3^0 = [-0.5531, -2.5026, \pi/4]$  خطای اولیه  $F_3$  خواهد بود. ربات  $F_4$  فاصله و زاویه مطلوب با رهبر خودش یعنی  $F_2$  را برابر  $\psi_{24}^d = 2\pi/3$  و  $L_{24}^d = 2$  حفظ خواهد کرد. موقعیت مطلوب  $F_4$  عبارت است از  $P_4^d = [-2.4469, -1.0026, \pi]$ . چنانچه موقعیت واقعی  $F_4$  نقطه  $e_4^0 = [-3, 1.5, 0]$  باشد،  $P_4^0 = [-0.5531, 2.5026, 3\pi/4]$  خطای اولیه  $F_4$  خواهد بود. با توجه به مفروضات فوق، به کمک الگوریتم پسگام تلفیق شده با بیونودینامیک، در دو حالت عدم وجود مانع و وجود مانع در مسیر پیروها به شبیه‌سازی مسأله پرداخته خواهد شد.

## 6-1- شبیه سازی کنترل کننده پسگام تلفیق شده با بیونودینامیک بدون حضور موانع

با مفروضات لحاظ شده در بخش 6، مسیر طی شده توسط ربات‌ها با استفاده از کنترل کننده پسگام تلفیق شده با بیونودینامیک، مطابق شکل 5 می‌باشد. همان‌طور که دیده می‌شود ربات‌های پیرو به خوبی رهبر را دنبال نموده و فاصله و زاویه مطلوب خود را حفظ می‌نمایند. در شکل‌های 6 تا 9 خطاهای ردیابی برای پیروها نشان داده شده‌اند. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، خطاها پس از گذشت حدود 4 ثانیه به صفر همگرا می‌شوند و ردیابی مسیر به خوبی صورت می‌گیرد. در شکل 10 نیز قدم‌مطلق خطاهای کل آرایش، برای هر پیرو نمایش داده شده که تأیید دیگری بر صفر شدن خطاهای ردیابی است.

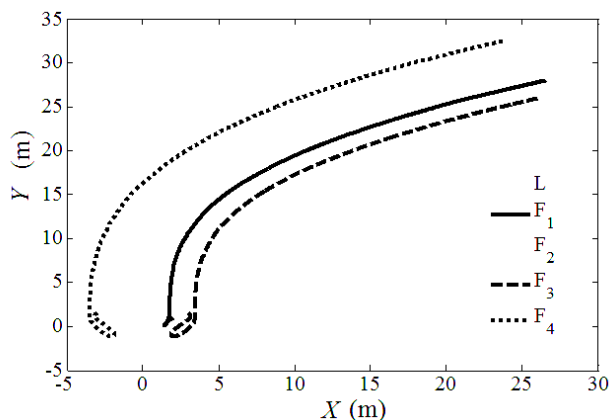


Fig. 5 The real-time trajectories of robots by using controller (28)

شکل 5 مسیر بلادرنگ طی شده ربات‌ها با استفاده از کنترل کننده (28)

با جایگزینی مقادیر از رابطه (30) در معادله (21) ورودیهای کنترلی پسگام با تلفیق بیونودینامیک برای مسأله گریز از مانع موجود در مسیر پیروها مطابق (36) خواهند بود:

$$v_j = k_1 \alpha_j + v_i \cos \theta_{ij} - L_{ij}^d \left( \omega_i - \xi_j K_\psi \left( \frac{1}{s_j} - \frac{1}{s_d} \right) \frac{1}{s_j^2} \dot{s}_j \right) \sin(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) + \left( \text{sgn}(\theta_{js} \psi_{ij}^d) K_L \left( \frac{1}{s_j} - \frac{1}{s_d} \right) \frac{1}{s_j^2} \dot{s}_j \right) \cos(\psi_{ij}^d + \theta_{ij})$$

$$\omega_j = \frac{1}{d} [v_j \sin \theta_{ij} + L_{ij}^d \left( \omega_i - \xi_j K_\psi \left( \frac{1}{s_j} - \frac{1}{s_d} \right) \frac{1}{s_j^2} \dot{s}_j \right) \cos(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) + \left( \text{sgn}(\theta_{js} \psi_{ij}^d) K_L \left( \frac{1}{s_j} - \frac{1}{s_d} \right) \frac{1}{s_j^2} \dot{s}_j \right) \sin(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) + k_2 \beta_j + k_3 \theta_{je}]$$

$$k_3 > 0 \quad k_2 > 0 \quad k_1 > 0 \quad (36)$$

با جایگزینی مقادیر از رابطه (30) در معادله (22)، مشتق زاویه مرجع پیروها مطابق (37) خواهد بود:

$$\dot{\theta}_j^d = \frac{1}{d} [v_i \sin \theta_{ij} + L_{ij}^d \left( \omega_i - \xi_j K_\psi \left( \frac{1}{s_j} - \frac{1}{s_d} \right) \frac{1}{s_j^2} \dot{s}_j \right) \cos(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) + \left( \text{sgn}(\theta_{js} \psi_{ij}^d) K_L \left( \frac{1}{s_j} - \frac{1}{s_d} \right) \frac{1}{s_j^2} \dot{s}_j \right) \sin(\psi_{ij}^d + \theta_{ij}) + k_2 \gamma_{je} + k_2 \beta_j]$$

بدین ترتیب ورودی‌های کنترلی انتخاب شده و می‌توانند سیستم کنترل ردیابی مسیر (33) را تحت قوانین کنترلی (36) به پایداری مجانبی برسانند.

## 6- نتایج شبیه سازی

یک آرایش رهبر و پیرو را مطابق شکل 4 در نظر بگیرید. همان‌طور که از این شکل دیده می‌شود  $F_1$  و  $F_2$  رهبر  $L$  را دنبال می‌کنند، ربات  $F_3$  ربات  $F_1$  را دنبال می‌کند و ربات  $F_4$  نیز ربات  $F_2$  را دنبال می‌کند. در این حالت درواقع  $F_1$  رهبر  $F_3$  و  $F_2$  رهبر  $F_4$  است.

فرض کنید که  $d=0.1$  و بهره‌های کنترلی برای ربات‌های پیرو به این شرح باشند:  $A = 10 \quad B = D = 0.7 \quad k_1 = 8 \quad k_2 = 1 \quad k_3 = 0.25$  همچنین فرض می‌شود که موقعیت اولیه رهبر،  $P_i^0 = [0, 0, \pi/2]$  و مسیر رهبر  $L$  به شرح زیر است:

$$x = \frac{t^3}{1000}, \quad y = t$$

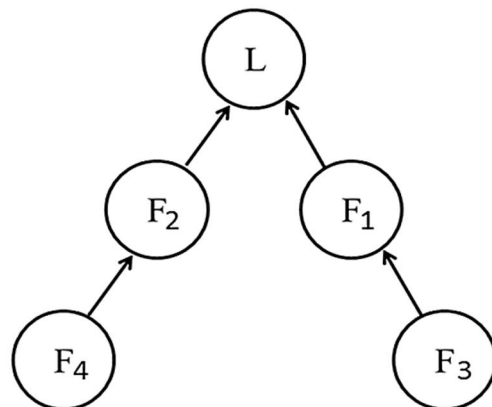
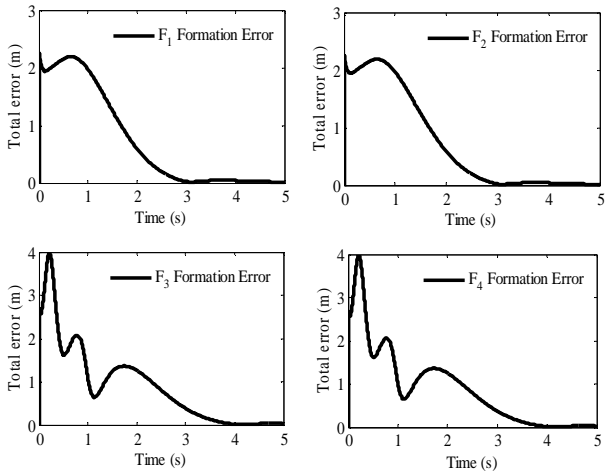


Fig. 4 Leader-follower formation scheme [17]

شکل 4 الگوی آرایش رهبر-پیرو [17]

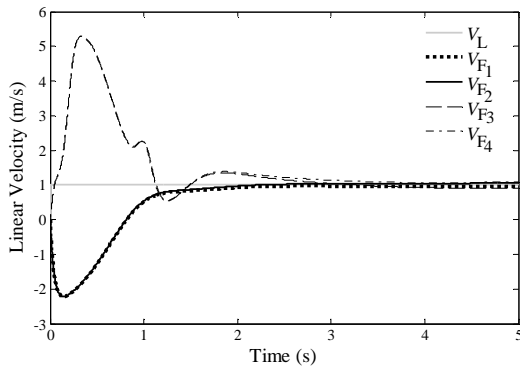




**Fig. 10** Total formation errors of the followers by using controller (28)

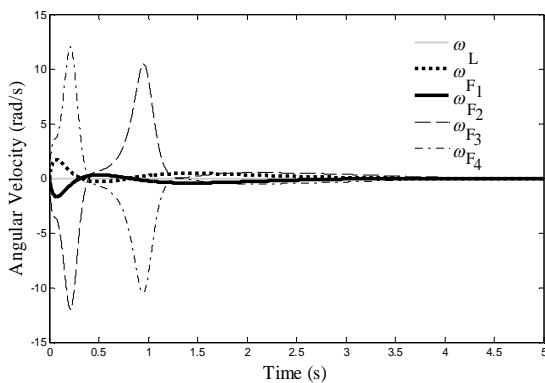
شکل 10 خطاهای کل آرایش برای پیروها با استفاده از کنترل‌کننده (28)

شکل 11 سرعت خطی و شکل 12 سرعت زاویه‌ای ربات‌ها را نشان می‌دهند. با دقت در این شکل‌ها، مشخص می‌شود که به دلیل تلفیق بیونودینامیک با تکنیک پسگام، فرامین سرعت هموار و منطقی هستند و در زمان اولیه  $t=0$  پرش‌های ناگهانی رخ نداده و تغییرات سرعت به آرامی از صفر آغاز می‌شود. در شکل 11 دیده می‌شود که در آغاز حرکت، سرعت خطی ربات‌های  $F_1$  و  $F_2$  تقریباً برهم منطبق بوده و به صورت مشابه، سرعت‌های خطی ربات‌های  $F_3$  و  $F_4$  نیز تقریباً منطبق هستند.



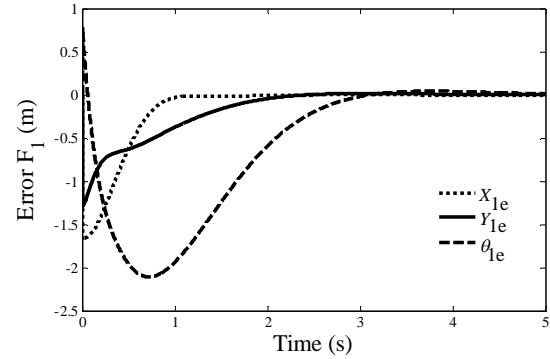
**Fig. 11** Linear velocity of robots by using controller (28)

شکل 11 سرعت خطی ربات‌ها با استفاده از کنترل‌کننده (28)



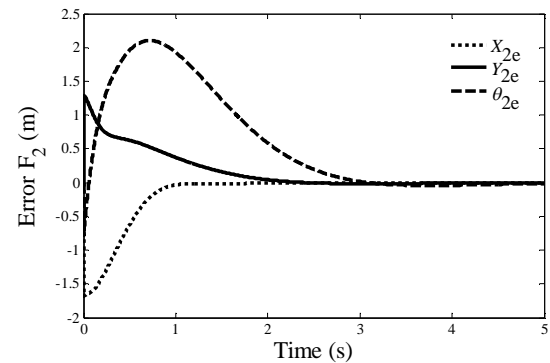
**Fig. 12** Angular velocity of robots by using controller (28)

شکل 12 سرعت زاویه‌ای ربات‌ها با استفاده از کنترل‌کننده (28)



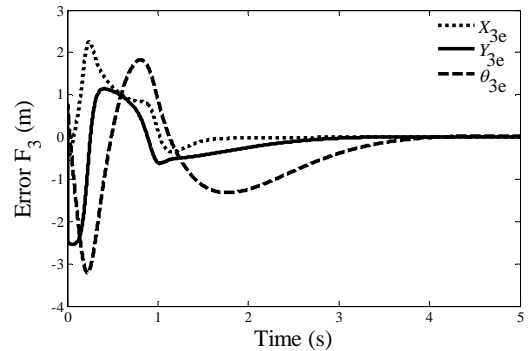
**Fig. 6** The tracking errors of the follower1 by using controller (28)

شکل 6 خطاهای ردیابی پیرو 1 با استفاده از کنترل‌کننده (28)



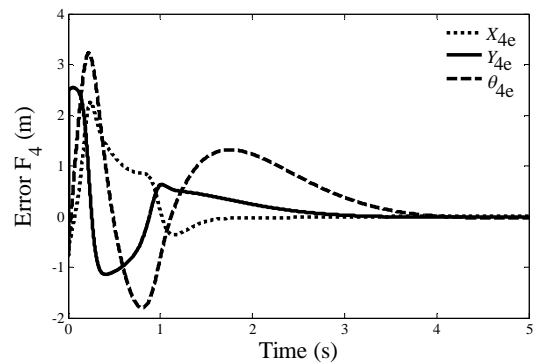
**Fig. 7** The tracking errors of the follower2 by using controller (28)

شکل 7 خطاهای ردیابی پیرو 2 با استفاده از کنترل‌کننده (28)



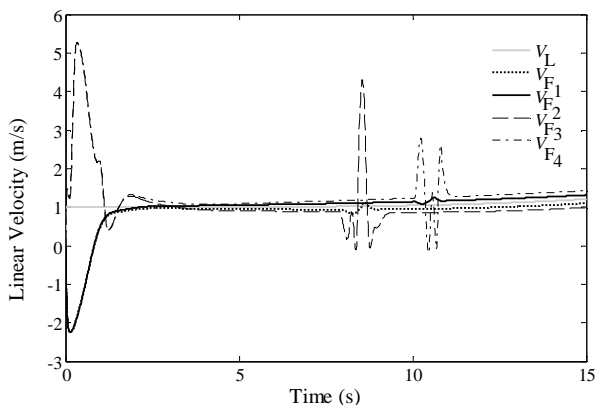
**Fig. 8** The tracking errors of the follower3 by using controller (28)

شکل 8 خطاهای ردیابی پیرو 3 با استفاده از کنترل‌کننده (28)



**Fig. 9** The tracking errors of the follower4 by using controller (28)

شکل 9 خطاهای ردیابی پیرو 4 با استفاده از کنترل‌کننده (28)



**Fig. 15** Linear velocity of robots by using controller (36) in presence of obstacles

شکل 15 سرعت خطی ربات‌ها در حضور موانع با استفاده از کنترل‌کننده (36)

شکل‌های 16 و 17 به بررسی اثر اشباع بر ورودی‌های کنترلی می‌پردازند. در اینجا فرض می‌شود سرعت خطی و زاویه‌ای ربات‌های پیرو کراندار باشند و یک قید اشباع به شرح زیر لحاظ می‌گردد:

$$-5 \leq v_{\max} \leq 5$$

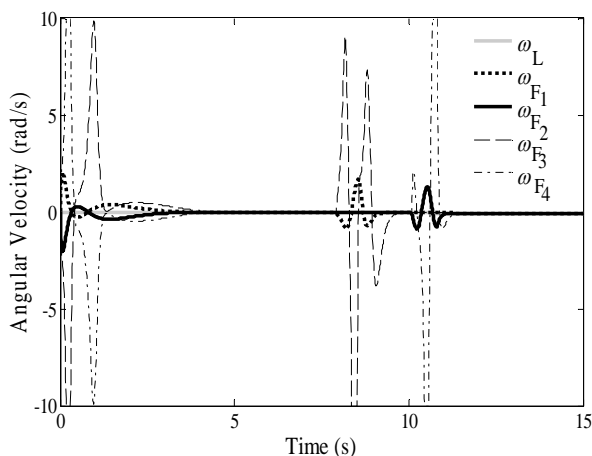
$$-10 \leq \omega_{\max} \leq 10$$

در این حالت با فرض اینکه کلیه ضرایب مانند قبل هستند، با استفاده از کنترل‌کننده (36) نتایج مطابق شکل 16 و شکل 17 خواهند بود.

ملاحظه می‌شود که با در نظر گرفتن اشباع، ماکزیمم سرعت، کاهش یافته و تا حد قابل قبولی کنترل‌کننده (36) همچنان خواص خود را داراست.

### 7- نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این مقاله، کنترل آرایش رهبر-پیرو برای ربات‌های چرخ‌دار غیرهولونومیک- با فرض متغیر بودن آرایش با زمان- مورد بررسی قرار گرفت. کنترل‌کننده پیشنهادی، ساده و پایدار بوده و انعطاف‌پذیری بیشتری را فراهم می‌نماید. به علاوه، در عمل نیز، قابلیت پیاده‌سازی دارد. برای طراحی کنترل‌کننده، از مدل سینماتیکی ربات و تکنیک پسگام استفاده گردید. برای حل مشکل پرش سرعت و عملی بودن کنترل‌کننده، از تلفیق کنترل‌کننده



**Fig. 16** Angular velocity of robots by using controller (36) in presence of obstacles and considering saturation for angular velocity

شکل 16 سرعت زاویه‌ای ربات‌ها در حضور موانع با استفاده از کنترل‌کننده (36) و در نظر گرفتن حد اشباع برای سرعت زاویه‌ای

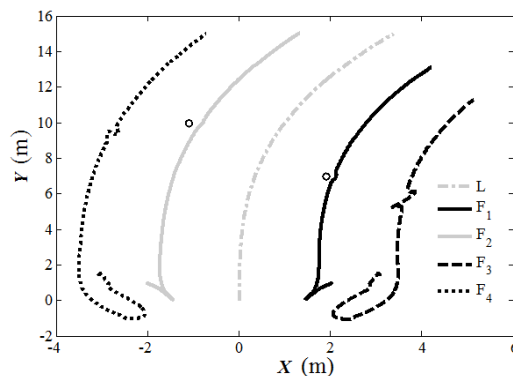
### 2-6- شبیه‌سازی و اعتبارسنجی کنترل‌کننده پسگام تلفیق شده با

#### نرودینامیک در حضور موانع

همان مثال آرایش رهبر و پیرو مطابق بخش 6 در نظر گرفته می‌شود. با قرار دادن دو مانع یکی در مسیر ربات  $F_2$  و دیگری در مسیر ربات  $F_1$  و استفاده از کنترل‌کننده طراحی شده در بخش 4-5، شبیه‌سازی‌ها مجدداً انجام خواهند شد. فرض می‌شود مختصات مانع اول که در مسیر ربات  $F_2$  قرار دارد (1.1, -1) بوده و مختصات مانع دوم که در مسیر ربات  $F_1$  قرار دارد نقطه (7, 1.9) باشد. در این شبیه‌سازی  $s_h = 0.5m$  فرض شده است. در شکل 13، مسیر بلادرنگ طی شده توسط ربات‌ها رسم شده است.

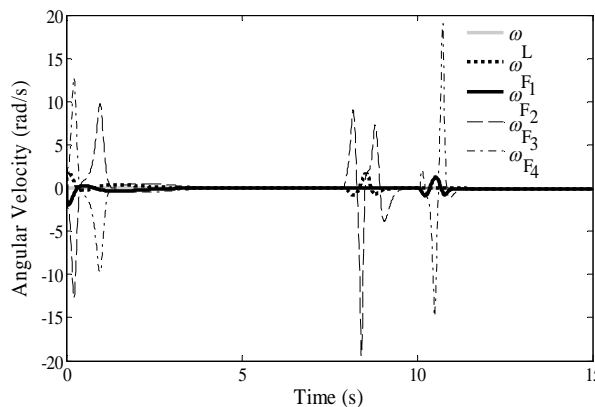
وقتی ربات  $F_2$  به مانع نزدیک می‌شود آن را دور می‌زند و چون ربات  $F_2$  رهبر  $F_4$  است، به تبع آن حرکت به ربات  $F_4$  نیز منتقل می‌شود. به طریق مشابه، همین امر در مورد ربات‌های  $F_1$  و  $F_3$  نیز صادق است.

شکل 14 و شکل 15 به ترتیب وضعیت ورودی‌های کنترلی سرعت زاویه‌ای و سرعت خطی را برای کل مسیر حرکت نشان می‌دهند. همان‌طوری که در شکل‌ها مشخص است، هنگام تغییر مسیر حرکت، در نزدیکی مانع نیز ورودی‌های کنترلی قابل قبول بوده و پرش‌های ناگهانی ندارند و با انتخاب ضرایب مناسب به ویژه، برای  $\alpha_j, \beta_j$  می‌توان منحنی‌های مناسب را برای ورودی‌ها ایجاد نمود.



**Fig. 13** The real-time trajectories of robots by using controller (36) in presence of obstacles

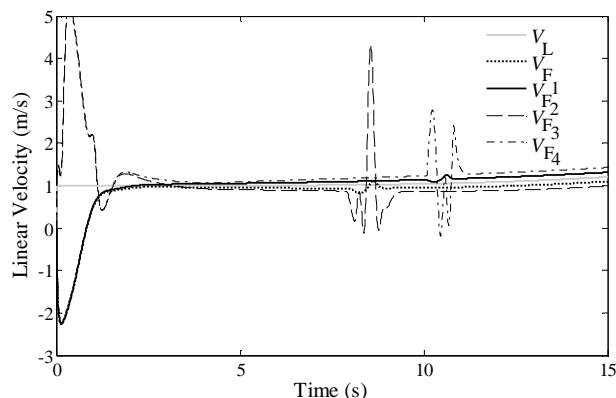
شکل 13 مسیر بلادرنگ طی شده ربات‌ها در حضور موانع با استفاده از کنترل‌کننده (36)



**Fig. 14** Angular velocity of robots by using controller (36) in presence of obstacles

شکل 14 سرعت زاویه‌ای ربات‌ها در حضور موانع با استفاده از کنترل‌کننده (36)

- control, Technical Report, Computer Science Department, University of California, Los Angeles, 1997.
- [6] B. Varghese, G. Kee, A mathematical model implementation and study of swarm system robotics and autonomous systems, *Proceeding of the International Conference on Robotic communication and coordination*, UK, Vol. 58, No.2, pp.287-294, March 2010.
- [7] A. Abbaspour, K. Alipour, H.Z. Jafari, S.A.A. Moosavian, Optimal formation and control of cooperative wheeled mobile robots, *Journal of Comptes Rendus Mécanique*, Vol. 343, No. 5, pp. 307-321, 2015.
- [8] A.k. Das, R. Fierro, V. Kumar, J.P. Ostrowski, J. Spletzer, C.J. Taylor, A vision-based formation control framework, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 18, No. 5, pp. 813-825, 2002.
- [9] G.L. Mariottini, G.J. Pappas, D. Prattichizzo, K. Daniilidis, Vision-based localization of leader follower formations, *Proceeding of the IEEE International Conference on Decision and Control*, Seville, Spain, pp. 635-640, December 2005.
- [10] O.A. Orqueda, R. Fierro, Robust vision-based nonlinear formation control, *Proceeding of the IEEE American Control Conference*, pp. 1422-1427, Minneapolis, June 2006.
- [11] Q. Zhang, J. Shippen, B. Jones, Robust backstepping and neural network control of a low quality nonholonomic mobile robot, *International Journal of Machine tools manufacture*, Vol. 39, No. 7, pp. 1117-1134, 1999.
- [12] R. Fierro, F.V. Lewis, Control of a nonholonomic mobile robot: Backstepping kinematics into dynamics, *Robotics and Systems*, Vol. 14, No. 3, pp. 149-163, 1997.
- [13] X. Li, J. Xiao, Z. Cai, Backstepping based multiple mobile robots formation control, *Proceeding Of the International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Alberto, Canada, pp. 887- 892, August 2-6, 2005.
- [14] T. Dierks, S. Jagannathan, Neural network control of mobile robot formations using RISE feedback, *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. 39, No. 2, pp. 332-347, 2009.
- [15] T. Dierks, S. Jagannathan, Control of nonholonomic mobile robot formations: Backstepping kinematics into dynamics, *16th IEEE International Conference on control applications*, Singapore, October 2007.
- [16] S.X. Yang, A. Zhu, G. Yuan, M.Q. Meng, A bioinspired neurodynamics-based approach to tracking control of mobile robots, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 59, No. 8, pp. 3211-3220, 2012.
- [17] Z. Peng, G. Wen, A. Rahmani, Leader-follower formation control of nonholonomic mobile robots based on a bioinspired neurodynamic based approach, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 61, No. 9, pp. 988-996, 2013.
- [18] J. Sanchez, R. Fierro, Sliding mode control for robot formations, *Proceeding of the IEEE International Symposium on Intelligent Control*, Houston Texas, pp. 438-443, October 2003.
- [19] M. Defoort, T. Floquet, A. Kokosy, W. Perruquetti, Sliding mode formation control for cooperative autonomous mobile robots, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 55, pp. 3944-3953, 2008.
- [20] G. Antonelli, S. Chiaverini, G. Fusco, A Fuzzy logic based approach for mobile robot path tracking, *International Journal of Vehicle and autonomous system*, Vol. 14, No. 2/3, pp. 156-172, 2007.
- [21] M. Amoozgar, K. Alipour, S.H. Sadati, A Fuzzy logic based formation controller for wheeled mobile robots, *International Journal of Industrial Robot*, Vol. 38, No. 3, pp. 269-281, 2011.
- [22] S.X. Yang, T. Hu, An efficient neural network approach to real-time control of a mobile robot with unknown dynamics, *Differential equation dynamic system*, Vol. 10, No. 1-2, pp. 151-168, 2002.
- [23] A. Abbaspour, S.A. Moosavian, K. Alipour, Formation control and obstacle avoidance of cooperative wheeled mobile robots, *International Journal of Robotics and Automation*, Vol. 30, No. 5, pp. 418-428, 2015.



**Fig. 17** Linear velocity of robots by using controller (36) in presence of obstacles and considering saturation for linear velocity

شکل 17 سرعت خطی ربات‌ها در حضور موانع با استفاده از کنترل‌کننده (36) و در نظر گرفتن حد اشباع برای سرعت خطی

پسگام با مدل بیونروودینامیک استفاده شده و اثر اشباع نیز بررسی گردید. به منظور آزمایش اثربخشی کنترل‌کننده پیشنهادی، یک مانور آرایشی گریز از موانع برای موانع موجود در مسیر پیروها انتخاب و پیاده‌سازی شد. به کمک نرم‌افزار متلب، شبیه‌سازی سیستم با استفاده از کنترل‌کننده‌های پیشنهادی صورت پذیرفت. نتایج شبیه‌سازی، کارایی کنترل‌کننده‌های پیشنهادی را نشان می‌دهند. به ویژه، نشان داده شد که به هنگام گریز از موانع نیز، ورودی‌های کنترلی نسبتاً هموار و قابل قبول هستند. کنترل‌کننده‌ی پیشنهادی، در عین سادگی، پیچیدگی محاسباتی چندانی نداشته و به کمک تنظیم ضرایب کنترلی، از عهده شکل‌گیری آرایش، حفظ آن و نیز اجتناب از برخورد با موانع برمی‌آید.

در این مقاله، اثر تأخیر در ارتباط بین ربات‌ها لحاظ نشده است و لذا لحاظ کردن تأخیر متغیر با زمان، مبحث بعدی برای ادامه این تحقیق است. علاوه بر این مقادیر ضرایب کنترلی، با سعی و خطا تعیین شده و این ضرایب با تغییر پارامترهای مسیر نیاز به اصلاح دارند. همچنین لزوماً ضرایب کنترلی بهینه نیستند؛ لذا یافتن الگوریتم مناسب برای انتخاب ضرایب بهینه می‌تواند موضوع قابل تأملی باشد. بررسی کارایی الگوریتم پیشنهادی برای موانع متحرک نیز می‌تواند مبحث دیگری برای ادامه این تحقیق باشد.

## 8- مراجع

- [1] T. Dierks, *Formation control of mobile robots and unmanned aerial vehicles*, PhD Thesis, Faculty Of Graduate School Of The Missouri University of Science and Technology, Missouri, 2009.
- [2] T. Balch, R.C. Arkin, Behavior-based formation control for multi robot teams, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 14, No. 6, pp. 926-939, 1998.
- [3] T. Balch, M. Hybinette, Social potentials for scalable multi robot formations, *Proceeding of the 2000 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Vol. 1, pp. 73-80, San Francisco, April 2000.
- [4] A. Brunete, M. Hernando, E. Gambao, S.E. Torres, A behavior-based control architecture for heterogeneous modular multi configurable chained micro robots, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 60, No. 12, pp. 1607-1624, 2012.
- [5] K. Tan, M. Lewis, *Virtual structures for high precision cooperative*