مجله مهندسی مکانیک مدرس، خرداد 1394، دوره 15، شماره 3، ص‌ص 271-282

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

تحلیل ارتعاشات آزاد پوسته‌های استوانه‌ای نانو کامپوزیتی مدرج تابعی احاطه شده توسط بستر الاستیک تحت بارگذاری حرارتی

رضا انصاری[1*]، جلال ترابی[2]

1- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

2- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

*رشت، صندوق پستی 3756، r_ansari@guilan.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 08 آذر 1393

پذیرش: 09 دی 1393

ارائه در سایت: 19 بهمن 1393

کلید واژگان:

ارتعاشات آزاد

پوسته استوانه‌ای

کامپوزیت‌های مدرج تابعی تقویت شده با نانو

لوله کربنی

بستر الاستیک

چکیده

در این مقاله، ارتعاشات آزاد پوسته‌های استوانه‌ای ساخته شده از کامپوزیت‌های مدرج تابعی تقویت شده با نانو لوله‌های کربنی تحت بارگذاری حرارتی و احاطه شده توسط بستر الاستیک مورد بررسی قرار گرفته است. توزیع نانو لوله‌های کربنی در راستای ضخامت پوسته کامپوزیتی به دو صورت یکنواخت و مدرج تابعی در نظر گرفته شده است. بستر الاستیک به صورت مدل پسترناک در نظر گرفته شده است که در این مدل علاوه بر ثابت فنری نوع وینکلر، ثابت برشی نیز لحاظ می‌گردد. اثر بارگذاری حرارتی به صورت وجود تنش‌های اولیه در نظر گرفته شده است. معادلات حاکم با استفاده از اصل همیلتون و براساس تئوری برشی مرتبه اول و در نظر گرفتن روابط کرنش- تغییر مکان سندرز و دانل به‌دست آمده است. معادلات حاکم با استفاده از روش تفاضل مربعات تعمیم یافته در راستای طولی و یک عملگر مشتق‌گیر متناوب در راستای محیطی، گسسته سازی شده است. در ابتدا نتایج حاضر با نتایج موجود اعتبارسنجی شده است. سپس تاثیر پارامترهای مختلف از جمله بارگذاری حرارتی، شرایط مرزی مختلف، بستر الاستیک و شرایط هندسی متفاوت بر روی فرکانس طبیعی سازه مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که وجود بستر الاستیک و بارگذاری حرارتی اولیه به ترتیب باعث افزایش و کاهش فرکانس طبیعی بی‌بعد می‌شود.

Free vibration analysis of FG-CNTRC cylindrical shells surrounded by elastic foundation subjected to thermal loading

Reza Ansari*, Jalal Torabi

Department of Mechanical Engineering, Guilan University, Rasht, Iran
* P.O.B. 3756, Rasht, Iran, r_ansari@guilan.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 29 November 2014
Accepted 30 December 2014
Available Online 08 February 2015

Keywords:
Free vibration analysis
cylindrical shell
Functionally graded carbon nanotube reinforced composite
elastic foundation

ABSTRACT

In this paper, free vibration analysis of functionally graded carbon nanotube reinforced composite (FG-CNTRC) cylindrical shells surrounded by elastic foundation and subjected to uniform temperature rise loading is investigated. The material properties of FG-CNTRC are assumed to be graded through the thickness direction. Two kinds of carbon nanotube reinforced composites including uniformly distributed (UD) and functionally graded (FG) are considered. The elastic foundation is modeled by two-parameter Pasternak model, which is obtained by adding a shear layer to the Winkler model .The effect of thermal loading is considered as an initial stress . Applying the Hamilton's principle based on first-order shear deformation theory and considering Sanders and Donnell strain-displacement relation, the governing equations are obtained. Using the generalized differential quadrature method in axial direction and periodic differential matrix operators in circumferential direction, the equilibrium equations are discretized. The results are compared with those presented in literature. In addition, the effect of various parameters such as thermal loading, boundary conditions, elastic foundation and different geometrical conditions are studied. The results show that increase in the elastic foundation coefficients and initial thermal loading increase and decrease the non-dimensional fundamental frequency, respectively.

1- مقدمه

با توجه به توسعه مواد مدرج تابعی[1] در سال‌های اخیر، تحقیقات در زمینه رفتار مکانیکی سازه‌های ساخته شده از این مواد، گسترش روز افزون یافته است. از طرفی خواص منحصر به فرد نانولوله‌های کربنی[2] اعم از مقاومت بالا، سختی بالا، نسبت منظر[3] بالا و چگالی پایین باعث شده است که این مواد به عنوان یک تقویت کننده مناسب در مواد کامپوزیتی به شمار آیند. با استفاده از ایده به‌کار رفته در مواد مدرج تابعی و توزیع هدفمند نانولوله‌های کربنی در مواد کامپوزیتی، مواد کامپوزیتی مدرج تابعی تقویت شده با نانولوله کربنی[4]

1- Functionally graded materials
2- Carbon nanotubes

3- Aspect ratio
4- Functionally graded carbon nanotube reinforced composite

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:
R. Ansari, J. Torabi, Free vibration analysis of FG-CNTRC cylindrical shells surrounded by elastic foundation subjected to thermal loading, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 271-282, 2015 (In Persian)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-26]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.3.28.8]

بوجود آمدند.

جهت سهولت، در ادامه مقاله به جای عبارت کامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله‌های کربنی از عبارت نانوکامپوزیت‌ها استفاده می‌شود. بررسی رفتار مکانیکی سازه‌های ساخته شده از نانو کامپوزیت‌های مدرج تابعی اولین بار توسط شن ارائه گردید [1]. وی در این تحقیق خمش غیرخطی ورق ساخته شده از نانو کامپوزیت‌های مدرج تابعی را تحت شرایط حرارتی مختلف بررسی کرد و سعی نمود تا با توزیع نانولوله‌های کربنی در یک راستای مطلوب، خواص مکانیکی سازه را بهبود ببخشد. پس از این تحقیق، مطالعات بسیاری در زمینه بررسی رفتار مکانیکی تیرها، ورق‌ها، پوسته‌ها و پانل‌های ساخته شده از نانو کامپوزیت‌های مدرج تابعی صورت گرفته است که در این‌جا خلاصه‌ای از آن‌ها بیان می‌گردد.

که و همکارانش [2] ارتعاشات غیرخطی تیرهای نانو کامپوزیتی مدرج تابعی را براساس تئوری تغییرشکل برشی مرتبه اول[1] و روابط هندسی غیرخطی فون کارمن[2] مورد بررسی قرار دادند. با استفاده از روش ریتز[3]، معادلات مقادیر ویژه حاکم استخراج شده و با استفاده از روش تکرار شونده مستقیم[4] حل گردید. نتایج نشان داد که فرکانس‌های خطی و غیرخطی مربوط به توزیع متقارن نانو لوله‌های کربنی در راستای ضخامت، بیشتر از توزیع یکنواخت و غیرمتقارن نانولوله‌ها می‌باشد. که و همکارانش [3] همچنین پایداری دینامیکی تیرهای ساخته شده از نانو کامپوزیت‌های مدرج تابعی را بررسی نمودند. معادلات حاکم براساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول استخراج شد و با استفاده از روش تفاضل مربعات[5] به دستگاه معادلات خطی تبدیل گردید. تاثیر عوامل مختلف از جمله کسر حجمی نانو لوله کربنی، نسبت طول به ضخامت و شرایط مرزی بر پایداری دینامیکی تیر مطالعه شد.

تحلیل ارتعاشات و کمانش تیر تیموشنکو[6] ساخته شده از نانو کامپوزیت‌های مدرج تابعی که بر روی بستر الاستیک قرار گرفته است، توسط یاس و صمدی انجام شد [4]. معادلات حاکم با استفاده از اصل همیلتون[7] استخراج گردید و با بکارگیری روش تفاضل مربعات تعمیم یافته (GDQ)[8] حل شد. شن و ژیانگ [5] تحلیل ارتعاشات و خمش غیرخطی و همچنین پس کمانش تیرهای ساخته شده از نانو کامپوزیت‌های مدرج تابعی را بر روی بستر الاستیک و تحت شرایط حرارتی بررسی نمودند. روابط حاکم براساس تئوری تغییرشکل برشی مرتبه بالا[9] استخراج گردید و خواص مکانیکی نانو کامپوزیت وابسته به دما در نظر گرفته شد. آن‌ها دریافتند که کسر حجمی بیشتر نانولوله‌های کربنی در ترکیب کامپوزیت، لزوما منجر به فرکانس طبیعی و یا دمای بحرانی کمانش بالاتر نخواهد شد.

انصاری و همکارانش [6]، ارتعاشات اجباری غیرخطی تیر تیموشنکو ساخته شده از نانوکامپوزیت‌های مدرج تابعی را مطالعه نمودند. با استفاده از اصل همیلتون و براساس تئوری تیر تیموشنکو و روابط هندسی غیرخطی فون کارمن، روابط حاکم استخراج شده و با استفاده از روش تفاضل مربعات تعمیم یافته، در حوزه مکان گسسته‌سازی شد. سپس با استفاده از روش گلرکین[10] عددی، معادلات گسسته، از لحاظ تعداد کاهش یافته و با بکارگیری یک عملگر مشتق‌گیر متناوب[11]، معادلات در حوزه زمان نیز گسسته‌سازی شد و استفاده از روش طول قوس[12] حل گردید.

کمانش و پس کمانش ورق‌های نانو کامپوزیتی مدرج تابعی تحت بارگذاری حرارتی و مکانیکی توسط شن و همکارانش مورد بررسی قرار گرفت [7،8]. فرض شد که توزیع هدفمند نانولوله‌های کربنی در راستای ضخامت صورت گرفته است و خواص مکانیکی نانو کامپوزیت مدرج تابعی با استفاده از مدل‌های میکرومکانیکی به دست آمد. نتایج نشان داد که با توزیع هدفمند نانو لوله‌های کربنی در راستای ضخامت، بار حرارتی و مکانیکی کمانش و همچنین مقاومت پس کمانش سازه افزایش می‌یابد. همچنین ونگ و شن [9،10]، ارتعاشات و پاسخ دینامیکی غیرخطی ورق نانوکامپوزیتی هدفمند را که بر روی بستر الاستیک قرار دارد، تحت بارگذاری حرارتی اولیه مورد مطالعه قرار دادند. نتایج نشان داد که با افزایش بارگذاری حرارتی اولیه و یا کاهش ضرایب بستر الاستیک، فرکانس طبیعی کاهش می‌یابد و این در حالی است که نسبت فرکانس غیرخطی به خطی کاهش می‌یابد.

مهرآبادی و همکارانش [11] نیز کمانش ورق‌های نانو کامپوزیتی هدفمند را تحت بارگذاری مکانیکی تک محوره و دو محوره بررسی نمودند. معادلات تعادل و پایداری با استفاده از تئوری ورق میندلین[13] به‌دست آمد. لی و همکارانش کمانش مکانیکی، ارتعاشات آزاد و خمش غیرخطی ورق‌های ساخته شده از کامپوزیت‌های مدرج تابعی را با استفاده از روش بدون المان کی‌پی-ریتز[14] مطالعه نمودند [12-14]. خواص مکانیکی موثر نانو کامپوزیت، با استفاده از مدل‌های میکرومکانیکی و براساس روش اشلبی- موری-تاناکا[15] و یا قانون ترکیب تعمیم یافته[16] تعیین گردید.

شن [15] کمانش حرارتی و پس کمانش پوسته‌های استوانه‌ای ساخته شده از نانو کامپوزیت‌های مدرج تابعی را بررسی نمود. شرایط مرزی پوسته در دو انتها به‌صورت تکیه‌گاه ساده در نظر گرفته شد و علاوه بر توزیع یکنواخت نانولوله‌های کربنی در راستای ضخامت، سه نوع توزیع هدفمند نیز مطالعه گردید. همچنین شن و ژیانگ ارتعاشات غیرخطی تحت بارگذاری حرارتی و پس کمانش تحت بارگذاری مکانیکی پوسته‌های استوانه‌ای نانوکامپوزیتی هدفمند را بررسی نمودند [16،17]. علاوه‌براین، شن در تحقیق دیگری پس کمانش پوسته‌های استوانه‌ای ساخته شده از نانو کامپوزیت‌های مدرج تابعی را تحت بارگذاری پیچشی بررسی نمود [18]. در تمامی این تحقیقات که توسط شن و همکارانش صورت گرفته است، روابط حاکم براساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالا و روابط هندسی غیرخطی فون کارمن استخراج شد و با استفاده از روش اغتشاش بهبود یافته[17] حل گردید.

با استفاده از روش بدون المان[18]، مرادی دستجردی و همکارانش [19] انتشار موج تنش را در پوسته‌های استوانه‌ای ساخته شده از نانوکامپوزیت‌های هدفمند مطالعه نمودند. در روش بدون مش، برای تقریب میدان جابجایی از توابع شکل حداقل مربعات متحرک[19] استفاده شد. همچنین برای اعمال شرایط مرزی هندسی، روش تبدیل[20] به‌کار برده شد. حسینی نیز [20] با به‌کارگیری روش بدون مش هیبرید[21] که بر پایه روش تفاضل محدود تعمیم

1- First-order shear deformation theory
2- Von Karman
3- Ritz
4- Direct iterative method
5- Differential quadrature
6- Timoshenko
7- Hamilton principle
8- Generalized Differential Quadrature :GDQ
9- Higher-order shear deformation theory
10- Galerkin

11- periodic differential matrix operators
12- Arc-length
13- Mindlin plate theory
14- Element-free kp-Ritz
15- Eshelby-Mori-Tanaka
16- Extended rule of mixture
17- Improved perturbation technique
18- Mesh free
19- Moving Least squares shape function
20- Transformation method
21- Hybrid mesh free method

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-26]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.3.28.8]

یافته[1] است، تحلیل فرکانسی پوسته‌های استوانه‌ای نانو کامپوزیتی هدفمند را انجام داد. فرض شد که سطح داخلی پوسته توسط یک بار ضربه‌ای[2] تحریک می‌گردد. جهت بررسی رفتار دینامیکی و به‌دست آوردن فرکانس طبیعی پایه سازه، تغییر مکان‌ها در حوزه زمان با استفاده از روش تبدیل فوریه سریع[3] به حوزه فرکانس تبدیل شد.

عراق و همکارانش [21]، با استفاده از روش اشلبی- موری- تاناکا، رفتار ارتعاشی پنل‌های استوانه‌ای نانو کامپوزیتی مدرج تابعی را بررسی نمودند. در این تحقیق با استفاده از روش تفاضل مربعات تعمیم یافته دوبعدی، معادلات حرکت گسسته سازی شد و با اعمال شرایط مرزی، فرکانس‌های طبیعی سازه تعیین گردید. همچنین تاثیر نسبت منظر و موجی بودن نانولوله‌های کربنی بر رفتار ارتعاشی پنل‌های استوانه‌ای نانو کامپوزیتی، توسط جم و همکارانش مورد بررسی قرار گرفت [22]. توزیع نانولوله‌های کربنی در راستای ضخامت پنل به‌صورت متقارن و غیر متقارن و یکنواخت در نظر گرفته شد و مشاهده گردید که توزیع متقارن قابلیت بیشتری برای کاهش و یا افزایش فرکانس طبیعی دارد. علاوه‌براین، با استفاده از تئوری الاستیسیته سه‌بعدی، یاس و همکارانش رفتار ارتعاشی پنل‌های استوانه‌ای ساخته شده از نانوکامپوزیت‌های مدرج تابعی را مطالعه نمودند [23].

مهرآبادی و همکارانش [24] تنش‌های ایجاد شده به‌واسطه رفتار خمشی پنل‌استوانه‌ای نانو کامپوزیتی مدرج تابعی را تحت بارگذاری مکانیکی بررسی نمودند. نتایج نشان داد که کسر حجمی نانولوله‌های کربنی می‌تواند باعث کاهش تنش‌های محوری و محیطی در سطح داخلی پوسته شود. ارتعاشات پنل‌های استوانه‌ای نانو کامپوزیتی هدفمند که توسط لایه‌های پیزو الکتریک احاطه شده‌اند، توسط علی بیگلو بررسی گردید [25]. وی شرایط مرزی پنل را در چهار طرف به‌صورت تکیه‌گاه ساده در نظر گرفت و معادلات دیفرانسیلی فضای حالت را با استفاده از بسط سری فوریه در راستای محوری و محیطی و همچنین فضای حالت در راستای ضخامت، حل نمود.

شن [26] ارتعاشات غیرخطی پنل‌های استوانه‌ای ساخته شده از نانوکامپوزیت‌های هدفمند را که بر روی بستر الاستیک قرار گرفته‌اند، تحت شرایط حرارتی بررسی نمود. همچنین در تحقیق دیگری، با استفاده از روش بدون المان کی‌پی-ریتز، لی و همکارانش ارتعاشات آزاد پنل‌های استوانه‌ای کامپوزیتی تقویت شده با نانو لوله‌های کربنی را مطالعه نمودند [27].

در این تحقیق ارتعاشات آزاد پوسته‌های استوانه‌ای ساخته شده از کامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله‌های کربنی مدرج تابعی که توسط بستر الاستیک احاطه شده‌اند، تحت بارگذاری حرارتی اولیه مورد بررسی قرار گرفته است. لازم به ذکر است که ارتعاشات پوسته‌های نانو کامپوزیتی هدفمند تحت بارگذاری حرارتی و احاطه شده توسط بستر الاستیک تا کنون مورد بررسی قرار نگرفته است. از دیگر نوآوری‌های این کار می‌توان به مواردی از جمله مقایسه نتایج حاصل از تئوری‌های دانل[4] و سندرز[5] در شرایط هندسی مختلف و همچنین استفاده از یک عملگر مشتق‌گیر متناوب جهت گسسته‌سازی روابط در راستای محیطی پوسته اشاره کرد. معادلات تعادل با استفاده از اصل همیلتون و به کارگیری تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول و همچنین در نظر گرفتن روابط کرنش-تغییر مکان سندرز و دانل بدست آمده است. بستر الاستیک نیز به صورت مدل پسترناک[6] در نظر گرفته شده است. جهت حل کردن معادلات حاکم از روش تفاضل مربعات تعمیم یافته و عملگر مشتق گیر متناوب به ترتیب برای گسسته‌سازی روابط در راستای محوری و محیطی استفاده شده است. با استفاده از عملگر مشتق گیر متناوب بجای روش تفاضل مربعات تعمیم یافته، دیگر نیازی به ارضا کردن روابط سازگاری در راستای محیطی نیست. همچنین بکارگیری روش GDQ در راستای محوری، امکان بررسی شرایط مرزی متفاوت را فراهم آورده است. در نتیجه روابط حاکم گسسته‌سازی شده و به یک دستگاه معادلات جبری تبدیل شده که با اعمال شرایط مرزی و حل این دستگاه معادلات، فرکانس طبیعی سازه به دست می‌آید. در انتها نیز با ارائه و بررسی نتایج، تأثیر پارامترهای مختلف از جمله بارگذاری حرارتی، شرایط مرزی مختلف، بستر الاستیک و شرایط هندسی متفاوت بر روی فرکانس طبیعی سازه مورد بررسی قرار گرفته است.

2- خواص مکانیکی کامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله‌های کربنی مدرج تابعی

فرض شده است که کامپوزیت تقویت شده با نانو لوله‌های کربنی از ترکیب نانولوله‌های کربنی تک لایه[7] و ماده زمینه ایزوتروپ[8] تشکیل شده است. توزیع نانولوله‌های کربنی در راستای ضخامت به‌صورت یکنواخت و مدرج تابعی در نظر گرفته شده است. مدل‌های میکرومکانیکی متفاوتی برای پیش‌بینی خواص مکانیکی موثر کامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله‌های کربنی ارائه شده است که از آن جمله می‌توان به مدل موری-تاناکا و قانون ترکیب اشاره کرد. براساس قانون ترکیب تعمیم یافته، مدول یانگ و مدول برشی موثر برای نانو کامپوزیت به‌صورت روابط (1-3) ارائه می‌شوند [15]:

$$E_{11} = \eta_1 V_{cn} E_{11}^{cn} + V_m E^m \quad (1)$$

$$\frac{\eta_2}{E_{22}} = \frac{V_{cn}}{E_{22}^{cn}} + \frac{V_m}{E^m} \quad (2)$$

$$\frac{\eta_3}{G_{12}} = \frac{V_{cn}}{G_{12}^{cn}} + \frac{V_m}{G^m} \quad (3)$$

که در این روابط E_{11}^{cn}، E_{22}^{cn} و G_{12}^{cn} به‌ترتیب بیانگر مدول یانگ و مدول برشی نانو لوله کربنی بوده و E^m و G^m نیز خواص مرتبط با ماده زمینه می‌باشند. همچنین η_j $(j = 1,2,3)$ پارامتر کارایی[9] نانولوله کربنی می‌باشد که برای در نظر گرفتن اثرات اندازه[10] در خواص مواد لحاظ شده است و از طریق تطابق نتایج حاصل از قانون ترکیب تعمیم یافته با مدل‌های میکرومکانیکی تعیین می‌شود. علاوه بر این V_{cn} و V_m نیز به‌ترتیب کسر حجمی نانولوله کربنی و ماده زمینه می‌باشند و از رابطه $V_{cn} + V_m = 1$ پیروی می‌کنند.

علاوه بر توزیع یکنواخت، سه نوع توزیع مدرج تابعی اعم از FG – A، FG – O و FG – X در راستای ضخامت در نظر گرفته شده است. در توزیع نوع FG – A، سطح خارجی پوسته کاملا از ماده زمینه تشکیل شده و سطح داخلی فقط متشکل از نانو لوله کربنی می‌باشد. در توزیع FG – O، سطح میانی پوسته کاملا از نانو لوله تشکیل شده و سطح خارجی و داخلی تنها از ماده زمینه می‌باشد. در توزیع نوع FG – X نیز سطح میانی تنها حاوی ماده زمینه بوده و سطوح داخلی و خارجی از نانو لوله تشکیل شده است. کسر حجمی توزیع نانولوله کربنی در راستای ضخامت برای حالت‌های مختلف به‌صورت روابط (4-7) می‌باشد [6]:

$$\text{UD}: V_{cn} = V_{cn}^* \quad (4)$$

1- Generalized finite difference
2- Shock loading
3- Fast Fourier Transformation: FFT
4- Donnell
5- Sanders
6- Pasternak
7- Single-walled carbon nanotube
8- Isotropic matrix
9- Efficiency parameters
10- Size effect

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-26]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.3.28.8]

$$\text{FGA: } V_{cn} = \left(1 - \frac{2z}{h}\right) V_{cn}^* \tag{5}$$

$$\text{FGO: } V_{cn} = \left(1 - \frac{2|z|}{h}\right) V_{cn}^* \tag{6}$$

$$\text{FGX: } V_{cn} = 2\left(\frac{2|z|}{h}\right) V_{cn}^* \tag{7}$$

در روابط بالا V_{cn}^* به‌صورت رابطه (8) تعریف می‌شود:

$$V_{cn}^* = \frac{w_{cn}}{w_{cn} + \left(\frac{\rho^{cn}}{\rho^m}\right) - \left(\frac{\rho^{cn}}{\rho^m}\right) w_{cn}} \tag{8}$$

که در رابطه (8)، w_{cn} کسر جرمی نانولوله کربنی در کامپوزیت بوده و ρ^m و ρ^{cn} به‌ترتیب بیانگر چگالی ماده زمینه و نانولوله می‌باشد. چگالی کلی نانوکامپوزیت نیز از رابطه (9) به‌دست می‌آید:

$$\rho = V_{cn}\rho^{cn} + V_m\rho^m \tag{9}$$

ضریب انبساط حرارتی طولی و عرضی نانوکامپوزیت نیز به ترتیب از روابط (10) و (11) به‌دست می‌آید [15]:

$$\alpha_{11} = \frac{V_{cn}E_{11}^{cn}\alpha_{11}^{cn} + V_m E^m \alpha^m}{V_{cn}E_{11}^{cn} + V_m E^m} \tag{10}$$

$$\alpha_{22} = (1 + \nu_{12}^{cn})V_{cn}\alpha_{22}^{cn} + (1 + \nu^m)V_m\alpha^m - \nu_{12}\alpha_{11} \tag{11}$$

که در این روابط، α_{11}^{cn}، α_{22}^{cn} و α^m به‌ترتیب بیانگر ضریب انبساط حرارتی نانولوله و ماده زمینه بوده و ν_{12}^{cn} و ν^m نیز به‌ترتیب ضریب پواسون نانولوله و ماده زمینه می‌باشند. همچنین ضریب پواسون نانو کامپوزیت نیز از رابطه (12) به‌دست می‌آید:

$$\nu_{12} = V_{cn}\nu_{12}^{cn} + V_m\nu^m \tag{12}$$

3- روابط حاکم

پوسته استوانه‌ای ساخته شده از نانوکامپوزیت‌های مدرج تابعی را با شعاع متوسط R، ضخامت h و طول L در نظر بگیرید. سطح خارجی پوسته توسط بستر الاستیک احاطه شده است که اثرات بستر با استفاده از مدل پسترناک بیان می‌شود. دستگاه مختصات (x, y, z) بر روی سطح میانی پوسته در نظر گرفته می‌شود که مختصه x در راستای محوری، مختصه y در راستای محیطی و مختصه z در راستای عمود بر سطح میانی و به سمت خارج پوسته می باشد. با توجه به دستگاه مختصات، تغییر مکان هر نقطه دلخواه از پوسته در راستای x، y و z را می‌توان براساس تئوری تغییرشکل برشی مرتبه اول به صورت رابطه (13) بیان کرد:

$$\begin{Bmatrix} U(x,y,z,t) \\ V(x,y,z,t) \\ W(x,y,z,t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u(x,y,t) + z\varphi_x(x,y,t) \\ v(x,y,t) + z\varphi_y(x,y,t) \\ w(x,y,t) \end{Bmatrix} \tag{13}$$

که در رابطه بالا u، v و w به‌ترتیب معرف تغییر مکان سطح میانی پوسته در راستای محوری، محیطی و عرضی بوده و φ_x و φ_y نیز بیانگر دوران سطح عمود حول محور x و y می‌باشند. روابط کرنش-تغییر مکان غیرخطی براساس تئوری دانل و سندرز به صورت رابطه (14) تعریف می‌شوند [28،29]:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \frac{1}{2}\begin{Bmatrix} \beta_x^2 \\ \beta_y^2 \\ 2\beta_x\beta_y \end{Bmatrix} + z\begin{Bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{Bmatrix},$$

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varphi_y - \beta_y \\ \varphi_x - \beta_x \end{Bmatrix} \tag{14}$$

که در رابطه (14)، روابط (15) حاکم است:

$$\varepsilon_x^0 = u_{,x}, \quad \varepsilon_y^0 = \frac{v_{,y}}{R}, \quad \gamma_{xy}^0 = \frac{u_{,y}}{R} + v_{,x},$$

$$\chi_x = \varphi_{x,x}, \quad \chi_y = \frac{\varphi_{y,y}}{R}, \quad \chi_{xy} = \frac{\varphi_{x,y}}{R} + \varphi_{y,x}$$

$$\beta_x = -w_x, \quad \beta_y = \frac{1}{R}\left(\delta_1 v - w_{,y}\right) \tag{15}$$

در روابط (14) و (15)، ε_x^0، ε_y^0 و γ_{xy}^0 به‌ترتیب بیانگر کرنش غشایی محوری، محیطی و برشی بوده و χ_x، χ_y و χ_{xy} نیز تغییر در انحنا می‌باشند. همچنین γ_{xz} و γ_{yz} نیز معرف کرنش‌های برشی عرضی می‌باشند. همچنین هنگامی که $\delta_1 = 1$ باشد، تئوری سندرز می‌باشد و اگر $\delta_1 = 0$ لحاظ شود، تئوری دانل خواهد بود.

براساس قانون هوک، تنش‌ها براساس مولفه‌های خطی کرنش به‌صورت رابطه (16) به‌دست می‌آیند [30]:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} \end{bmatrix} \times \left(\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} + z\begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{22} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}\Delta T \right) \tag{16}$$

که ضرایب Q_{ij} به‌صورت زیر بیان می‌شوند:

$$Q_{11} = \frac{E_{11}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{22} = \frac{E_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}},$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{21}E_{11}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}},$$

$$Q_{66} = G_{12}, \quad Q_{44} = G_{23}, \quad Q_{55} = G_{13} \tag{17}$$

با توجه به تنش‌های ارائه شده در رابطه (16)، منتجه‌های نیرو و ممان از رابطه (18) حاصل می‌شوند:

$$(N_i, M_i) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_i(1, z)dz, \quad (i = x, y, xy)$$

$$Q_i = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_i dz, \quad (i = xz, yz) \tag{18}$$

در نتیجه منتجه‌های نیرو و ممان به‌صورت زیر بیان می‌گردند:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_{yz} \\ Q_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & B_{12} & B_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 \\ B_{11} & B_{12} & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 & 0 & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & D_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_sA_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_sA_{55} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N_x^T \\ N_y^T \\ 0 \\ M_x^T \\ M_y^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{19}$$

که در رابطه (19)، k_s بیانگر ضریب اصلاح برشی[1] می‌باشد و مقدار آن برابر $k_s = 5/6$ لحاظ می‌شود [28]. همچنین ضرایب A_{ij}، B_{ij} و D_{ij} به‌صورت رابطه (20) ارائه می‌شوند:

1- Shear correction factor

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-26]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.3.28.8]

$$A_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{ij}\, dz, \quad B_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{ij} z\, dz,$$
$$D_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{ij}\, z^2 dz, \quad (ij = 11,12,22,66,55,44) \tag{20}$$

همچنین منتجه‌های نیرو و ممان به واسطه بارگذاری حرارتی به‌صورت رابطه (21) بیان می‌شوند:

$$\begin{Bmatrix} N_x^T \\ N_y^T \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{12} & Q_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{22} \end{Bmatrix} \Delta T\, dz,$$
$$\begin{Bmatrix} M_x^T \\ M_y^T \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{12} & Q_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{22} \end{Bmatrix} \Delta T z\, dz \tag{21}$$

4- معادلات حرکت

معادلات حرکت پوسته استوانه‌ای ساخته شده از نانوکامپوزیت‌های مدرج تابعی که به‌وسیله بستر الاستیک احاطه شده و تحت بارگذاری حرارتی اولیه قرار گرفته است، با استفاده از اصل همیلتون استخراج می‌شود. در صورتی که انرژی کرنشی، انرژی کرنشی به‌واسطه بستر الاستیک، انرژی کرنشی بواسطه بارگذاری حرارتی اولیه و انرژی جنشی به‌ترتیب با U، U_F، U_{in} و T نشان داده شود، اصل همیلتون به‌صورت رابطه (22) بیان می‌گردد:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta(U + U_F + U_{in} - T)dt = 0 \tag{22}$$

انرژی جنبشی و انرژی کرنشی برای پوسته استوانه‌ای براساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول به‌صورت زیر می‌باشند:

$$T = \frac{1}{2}\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\int_A \rho(\dot{U}^2 + \dot{V}^2 + \dot{W}^2)dAdz \tag{23}$$

$$U = \frac{1}{2}\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\int_A \left[\sigma_x\varepsilon_x + \sigma_y\varepsilon_y + \sigma_{xy}\gamma_{xy} + \sigma_{xz}\gamma_{xz} + \sigma_{yz}\gamma_{yz}\right]dAdz \tag{24}$$

که در رابطه (23)، (˙) بیانگر مشتق نسبت به زمان می‌باشد. در صورتی که منتجه نیروهای حرارتی اولیه را N_x^0، N_y^0 و N_{xy}^0 تعریف کنیم، انرژی کرنشی ناشی از آن به‌صورت رابطه (25) می‌باشد:

$$U_{in} = \frac{1}{2}\int_A \left[N_x^0\varepsilon_x + N_y^0\varepsilon_y + N_{xy}^0\gamma_{xy}\right]\mathrm{dA} \tag{25}$$

همچنین انرژی کرنشی به‌واسطه بستر الاستیک نوع پسترناک به‌صورت رابطه (26) ارائه می‌شود:

$$U_F = \frac{1}{2}\int_A \left[K_w w^2 + K_g\left(w_{,x}^2 + \frac{1}{R^2}w_{,y}^2\right)\right]dA \tag{26}$$

که در آن K_w ضریب وینکلر و K_g ضریب برشی بستر الاستیک می‌باشد. با جای‌گذاری روابط (23-26) در اصل همیلتون، معادلات خطی حرکت به صورت روابط (27-31) حاصل می‌شوند:

$$N_{x,x} + \frac{N_{xy,y}}{R} = I_1\ddot{u} + I_2\ddot{\varphi}_x \tag{27}$$

$$\frac{N_{yy,y}}{R} + N_{xy,x} + \frac{\delta_1}{R}\left(\frac{Q_{yz}}{R} - N_{xy}^0\beta_x - N_{yy}^0\beta_y\right) = I_1\ddot{v} + I_2\ddot{\varphi}_y \tag{28}$$

$$Q_{xz,x} + \frac{Q_{yz,y}}{R} - \frac{N_y}{R} - N_x^0\beta_{x,x} - \frac{N_y^0}{R}\beta_{y,y} - N_{xy}^0\left(\beta_{y,x} + \frac{\beta_{x,y}}{R}\right) - k_w w + k_g\left(w_{,xx} + \frac{w_{,yy}}{R^2}\right) = I_1\ddot{w} \tag{29}$$

$$M_{x,x} + \frac{M_{xy,y}}{R} - Q_{xz} = I_2\ddot{u} + I_3\ddot{\varphi}_x \tag{30}$$

$$M_{xy,x} + \frac{M_{y,y}}{R} - Q_{yz} = I_2\ddot{v} + I_3\ddot{\varphi}_y \tag{31}$$

منتجه نیروهای حرارتی اولیه (N_x^0، N_y^0 و N_{xy}^0) با استفاده از تحلیل غشایی معادلات تعادل و در نظر گرفتن بارگذاری حرارتی به‌صورت رابطه (32) حاصل می‌شوند [31]:

$$N_x^0 = -\frac{(A_{22} + R^2K_w)N_x^T - A_{12}N_y^T}{A_{22} + R^2K_w},$$
$$N_y^0 = -\frac{K_wR^2N_y^T}{A_{22} + K_wR^2},$$
$$N_{xy}^0 = 0 \tag{32}$$

با جای‌گذاری منتجه‌های نیرو و ممان از رابطه (19) در معادلات حرکت، این معادلات برحسب متغیرهای جابجایی به‌صورت روابط (33-37) به‌دست می‌آیند:

$$\left(A_{11}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{A_{66}}{R^2}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)u + \left(\frac{A_{12} + A_{66}}{R}\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}\right)v + \left(\frac{A_{12}}{R}\frac{\partial}{\partial x}\right)w + \left(\mathrm{B}_{11}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{B_{66}}{R^2}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\varphi_x + \left(\frac{B_{12} + B_{66}}{R}\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}\right)\varphi_y = I_1\ddot{u} + I_2\ddot{\varphi}_x \tag{33}$$

$$\left(\frac{A_{12} + A_{66}}{R}\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}\right)u + \left(A_{66}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{A_{22}}{R^2}\frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\delta_1k_sA_{44}}{R^2} - \frac{\delta_1N_y^0}{R}\right)v + \left(\frac{A_{22} + \delta_1k_sA_{44}}{R^2}\frac{\partial}{\partial y} + \frac{\delta_1N_y^0}{R}\frac{\partial}{\partial y}\right)w + \left(\frac{B_{12} + B_{66}}{R}\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}\right)\varphi_x + \left(\mathrm{B}_{66}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{B_{22}}{R^2}\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\delta_1k_sA_{44}}{R}\right)\varphi_y = I_1\ddot{v} + I_2\ddot{\varphi}_y \tag{34}$$

$$\left(-\frac{A_{12}}{R}\frac{\partial}{\partial x}\right)u - \left(\frac{A_{22} + \delta_1k_sA_{44}}{R^2}\frac{\partial}{\partial y} + \frac{\delta_1N_y^0}{R^2}\frac{\partial}{\partial y}\right)v \left(k_sA_{55}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{k_sA_{44}}{R^2}\frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{A_{22}}{R^2} + N_x^0\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{N_y^0}{R^2}\frac{\partial^2}{\partial y^2} - k_w + k_g\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{R^2}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\right)w + \left(\frac{k_sA_{55}R - B_{12}}{R}\frac{\partial}{\partial x}\right)\varphi_x + \left(\frac{k_sA_{44}R - B_{22}}{R^2}\frac{\partial}{\partial y}\right)\varphi_y = I_1\ddot{w} \tag{35}$$

$$\left(B_{11}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{B_{66}}{R^2}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)u + \left(\frac{B_{12} + B_{66}}{R}\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}\right)v - \left(\frac{k_sA_{55}R - B_{12}}{R}\frac{\partial}{\partial x}\right)w + \left(\mathrm{D}_{11}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{D_{66}}{R^2}\frac{\partial^2}{\partial y^2} - k_sA_{55}\right)\varphi_x + \left(\frac{D_{12} + D_{66}}{R}\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}\right)\varphi_y = I_2\ddot{u} + I_3\ddot{\varphi}_x \tag{36}$$

$$\left(\frac{B_{12} + B_{66}}{R}\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}\right)u + \left(B_{66}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{B_{22}}{R^2}\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\delta_1k_sA_{44}}{R}\right)v - \left(\frac{k_sA_{44}R - B_{22}}{R^2}\frac{\partial}{\partial y}\right)w + \left(\frac{D_{12} + D_{66}}{R}\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}\right)\varphi_x + \left(\mathrm{D}_{66}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{D_{22}}{R^2}\frac{\partial^2}{\partial y^2} - k_sA_{44}\right)\varphi_y = I_2\ddot{v} + I_3\ddot{\varphi}_y \tag{37}$$

همچنین سه نوع شرط مرزی تکیه‌گاه ساده (S)، تکیه‌گاه گیردار (C) و تکیه‌گاه آزاد (F) به‌صورت روابط (38-40) ارائه می‌شوند:

- تکیه‌گاه گیردار:

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-26]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.3.28.8]

$$u = v = w = \varphi_x = \varphi_y = 0, \quad 0 \le y \le 2\pi \tag{38}$$

- تکیه‌گاه ساده:

$$u = v = w = \varphi_y = 0, \; M_x = 0, \quad 0 \le y \le 2\pi \tag{39}$$

- تکیه‌گاه آزاد:

$$N_x = N_{xy} = Q_{xz} = M_x = M_{xy} = 0 \quad 0 \le y \le 2\pi \tag{40}$$

5- حل معادلات حرکت

جهت حل معادلات حرکت، مولفه‌های تغییر مکان در دو راستای محوری و محیطی گسسته‌سازی می‌شود. جهت گسسته‌سازی در راستای محوری از روش مربعات تفاضلی تعمیم یافته استفاده می‌شود. در صورتی که در راستای محیطی نیز از روش مربعات تفاضلی تعمیم یافته (GDQ) استفاده شود، باید شرایط سازگاری به معادلات اعمال شود. از اینرو با توجه به این‌که تغییر مکان‌ها در راستای محیطی در بازه [0,2π] متناوب می‌باشند، به‌جای استفاده از روش مربعات تفاضلی تعمیم یافته در راستای محیطی، از یک عملگر مشتق‌گیر متناوب استفاده خواهد شد. در واقع با استفاده از این عملگر متناوب دیگر نیازی به اعمال شرایط سازگاری نخواهد بود. در ادامه مختصری از روش روش مربعات تفاضلی تعمیم یافته و عملگر مشتق‌گیر متناوب ارائه می‌گردد.

5-1- روش مربعات تفاضلی تعمیم یافته

براساس روش مربعات تفاضلی تعمیم یافته، مشتق مرتبه rام تابع $f(x)$ به صورت مجموع خطی از حاصل‌ضرب ضرایب وزنی[1] و مقادیر گره‌ای تابع به دست می‌آید [32]:

$$\left.\frac{\partial^r f(x)}{\partial x^r}\right|_{x=x_i} = \sum_{j=1}^{N_x} \varsigma_{ij}^r f(x_j), \quad i = 1,2,\dots,N_x \tag{41}$$

در رابطه بالا N_x تعداد کل نقاط گره‌ای در راستای محیطی بوده و ς_{ij}^r بیانگر ضرایب وزنی می‌باشد. در صورتی که بردار ستونی F به‌صورت زیر تعریف گردد:

$$F = [F_j] = [f(x_j)] = [f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_{N_x})]^{\mathrm{T}} \tag{42}$$

که در آن $f(x_j)$ مقادیر گرهی تابع $f(x)$ در نقطه $x = x_j$ باشد، عملگر ماتریسی مشتق‌گیر براساس روش GDQ و رابطه (41)، به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\frac{\partial^r}{\partial x^r}(F) = \bar{D}_x^r F = [\bar{D}_x^r]_{i,j}\{F_j\} \tag{43}$$

که در رابطه بالا

$$\bar{D}_x^r = [\bar{D}_x^r]_{i,j} = \varsigma_{ij}^r, \quad i,j = 1{:}N_x \tag{44}$$

در رابطه (44)، بالا نویس r مرتبه مشتق را مشخص کرده و ضرایب وزنی ς_{ij}^r به‌صورت رابطه (45) ارائه می‌شوند.

$$\varsigma_{ij}^r = \begin{cases} I_x, & r = 0 \\ \dfrac{\mathcal{L}(x_i)}{(x_i - x_j)\mathcal{L}(x_j)}, & \begin{cases} i \ne j; \; i,j = 1,\dots,N_x \\ r = 1 \end{cases} \\ r\left[\varsigma_{ij}^1 \varsigma_{ii}^{r-1} - \dfrac{\varsigma_{ij}^{r-1}}{x_i - x_j}\right], & \begin{cases} i \ne j; \; i,j = 1,\dots,N_x \\ r = 2,3,\dots,N_x - 1 \end{cases} \\ -\displaystyle\sum_{j=1;j\ne i}^{N} \varsigma_{ij}^r, & \begin{cases} i = j; \; i,j = 1,\dots,N_x \\ r = 1,2,\dots,N_x - 1 \end{cases} \end{cases} \tag{45}$$

در رابطه بالا I_x ماتریس همانی $N_x \times N_x$ بوده و برای $\mathcal{L}(x_i)$ داریم:

$$\mathcal{L}(x_i) = \prod_{j=1;j\ne i}^{N_x} (x_i - x_j) \tag{46}$$

مطالعات پیشین [28] نشان داده‌اند که نوع توزیع نقاط گره‌ای در پایداری و همگرایی روش GDQ موثر بوده و توزیع چبیشف-گاوس-لوباتو بیشترین همگرایی و پایداری را نتیجه می‌دهد. از این‌رو، در این‌جا نیز از این نوع توزیع نقاط گره‌ای استفاده می‌شود که به‌صورت رابطه (47) می‌باشد:

$$X_i = \frac{1}{2}\left(1 - \cos\frac{i-1}{N_x - 1}\pi\right)L \tag{47}$$

5-2- عملگر مشتق گیر متناوب

ایده اصلی استفاده از عملگر مشتق گیر متناوب بر این اصل استوار است که با توجه به متناوب بودن تغییر مکان‌ها در راستای محیطی، از یک عملگر متناوب استفاده شود تا به طور ذاتی شرایط تناوبی را ارضا کرده و نیازی به اعمال شرایط سازگاری در مرزهای راستای محیطی نباشد. در این روش، عملگر مشتق گیر با استفاده از مشتقات توابع متناوب سینک[2]، که همانا توابع پایه در روش همپوشانی[3] می‌باشند، به‌دست می‌آید. عملگر ماتریسی برای مشتق مرتبه اول و دوم به‌صورت رابطه (48) می‌باشد [33]:

$$\begin{aligned} \bar{D}_y^{(1)} &= [a_{i,j}], \\ \bar{D}_y^{2} &= [b_{i,j}] \end{aligned} \tag{48}$$

که ضرایب $a_{i,j}$ و $b_{i,j}$ به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{cases} a_{11} = 0 \\ a_{i,1} = \dfrac{(-1)^{i-1}}{2}\cot\dfrac{\pi(i-1)}{N_y} \\ a_{1,j} = \dfrac{(-1)^{N_y-j+1}}{2}\cot\dfrac{\pi(N_y - j + 1)}{N_y} \\ a_{i+1,j+1} = a_{i,j} \end{cases} \quad i,j = 2,\dots,N_y \tag{49}$$

$$\begin{cases} b_{11} = -\dfrac{N_y^2}{12} - \dfrac{1}{6} \\ b_{i,1} = \dfrac{(-1)^{i-2}}{2\sin^2\frac{\pi(i-1)}{N_y}} \\ b_{1,j} = \dfrac{(-1)^{N_y-j}}{2\sin^2\frac{\pi(N_y-j+1)}{N_y}} \\ b_{i+1,j+1} = b_{i,j} \end{cases} \quad i,j = 2,\dots,N_y \tag{50}$$

که در رابطه بالا، N_y تعداد نقاط گره‌ای در راستای محیطی می‌باشد.

5-3- گسسته‌سازی معادلات حرکت

در این قسمت با توجه به عملگرهای مشتق گیر که در بخش‌های 5-1 و 5-2 بیان گردید، معادلات حرکت گسسته‌سازی می‌شود. بدین منظور مقادیر متغیرهای تغییر مکان در نقط گره‌ای به صورت رابطه (51) ارائه می‌شود:

$$\begin{aligned} &U^{\mathrm{T}} = \left[U_{11}, U_{12}, \dots, U_{N_xN_y}\right], V^{\mathrm{T}} = \left[V_{11}, V_{12}, \dots, V_{N_xN_y}\right] \\ &W^{\mathrm{T}} = \left[W_{11}, W_{12}, \dots, W_{N_xN_y}\right], \\ &{\Phi_x}^{\mathrm{T}} = \left[\Phi_{x_{11}}, \Phi_{x_{12}}, \dots, \Phi_{x_{N_xN_y}}\right], \\ &{\Phi_y}^{\mathrm{T}} = \left[\Phi_{y_{11}}, \Phi_{y_{12}}, \dots, \Phi_{y_{N_xN_y}}\right], \end{aligned} \tag{51}$$

با توجه به این‌که مقادیر گرهی متغیرهای مکان در دو راستای محوری و محیطی در نظر گرفته شده‌اند، برای بیان معادلات حرکت، عملگرهای مشتق گیر ماتریسی به‌صورت رابطه (52) بیان می‌شوند:

1- Weighting coefficient

2- Periodic Sinc Function

3- Collocation Method

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-26]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.3.28.8]

$$\begin{cases} D_x^r = I_y \otimes \bar{D}_x^r \\ D_y^r = \bar{D}_y^r \otimes I_x \end{cases} \quad (r = 1,2) \tag{52}$$

در رابطه بالا، I_y ماتریس همانی $N_y \times N_y$ می‌باشد. همچنین $\otimes$ بیانگر ضرب کرونکر[1] می‌باشد [6]. با توجه به رابطه (51) و (52)، معادلات حرکت که در روابط (33-37) بیان شده‌اند، به صورت روابط (53-57) ارائه می‌شوند:

$$\begin{aligned} &\left(A_{11}D_x^2 + \frac{A_{66}}{R^2}D_y^2\right)U + \left(\frac{A_{12}+A_{66}}{R}D_x^1D_y^1\right)V \\ &+\left(\frac{A_{12}}{R}D_x^1\right)W + \left(\mathrm{B}_{11}D_x^2 + \frac{B_{66}}{R^2}D_y^2\right)\Phi_x \\ &+\left(\frac{B_{12}+B_{66}}{R}D_x^1D_y^1\right)\Phi_y = \left(I_1D^0\ddot{U} + I_2D^0\ddot{\Phi}_x\right) \end{aligned} \tag{53}$$

$$\begin{aligned} &\left(\frac{A_{12}+A_{66}}{R}D_x^1D_y^1\right)U + \left(A_{66}D_x^2 + \frac{A_{22}}{R^2}D_y^2 \right. \\ &\left. -\frac{\delta_1k_sA_{44}}{R^2}D^0 - \frac{\delta_1N_y^0}{R}D^0\right)V \\ &+\left(\frac{A_{22}+\delta_1k_sA_{44}}{R^2}D_y^1 + \frac{\delta_1N_y^0}{R}D_y^1\right)W \\ &+\left(\frac{B_{12}+B_{66}}{R}D_x^1D_y^1\right)\Phi_x + \left(\mathrm{B}_{66}D_x^2 + \frac{B_{22}}{R^2}D_y^2 \right. \\ &\left. +\frac{\delta_1k_sA_{44}}{R}D^0\right)\Phi_y = \left(I_1D^0\ddot{V} + I_2D^0\ddot{\Phi}_y\right) \end{aligned} \tag{54}$$

$$\begin{aligned} &\left(-\frac{A_{12}}{R}D_x^1\right)U - \left(\frac{A_{22}+\delta_1k_sA_{44}}{R^2}D_y^1 + \frac{\delta_1N_y^0}{R^2}D_y^1\right)V \\ &\left(k_sA_{55}D_x^2 + \frac{k_sA_{44}}{R^2}D_y^2 - \frac{A_{22}}{R^2}D^0 + N_x^0D_x^2 \right. \\ &\left. +\frac{N_y^0}{R^2}D_y^2 - k_wD^0 + k_g\left(D_x^2 + \frac{1}{R^2}D_y^2\right)\right)W \\ &+\left(\frac{k_sA_{55}R - B_{12}}{R}D_x^1\right)\Phi_x \\ &+\left(\frac{k_sA_{44}R - B_{22}}{R^2}D_y^1\right)\Phi_y \\ &= I_1D^0\ddot{W} \end{aligned} \tag{55}$$

$$\begin{aligned} &\left(B_{11}D_x^2 + \frac{B_{66}}{R^2}D_y^2\right)U + \left(\frac{B_{12}+B_{66}}{R}D_x^1D_y^1\right)V \\ &-\left(\frac{k_sA_{55}R - B_{12}}{R}D_x^1\right)W + \left(\mathrm{D}_{11}D_x^2 + \frac{D_{66}}{R^2}D_y^2 \right. \\ &\left. -k_sA_{55}D^0\right)\Phi_x + \left(\frac{D_{12}+D_{66}}{R}D_x^1D_y^1\right)\Phi_y \\ &= \left(I_2D^0\ddot{U} + I_3D^0\ddot{\Phi}_x\right) \end{aligned} \tag{56}$$

$$\begin{aligned} &\left(\frac{B_{12}+B_{66}}{R}D_x^1D_y^1\right)U + \left(B_{66}D_x^2 + \frac{B_{22}}{R^2}D_y^2 \right. \\ &\left. +\frac{\delta_1k_sA_{44}}{R}D^0\right)V - \left(\frac{k_sA_{44}R - B_{22}}{R^2}D_y^1\right)W \\ &+\left(\frac{D_{12}+D_{66}}{R}D_x^1D_y^1\right)\Phi_x + \left(\mathrm{D}_{66}D_x^2 + \frac{D_{22}}{R^2}D_y^2 \right. \\ &\left. -k_sA_{44}D^0\right)\Phi_y = \left(I_2D^0\ddot{V} + I_3D^0\ddot{\Phi}_y\right) \end{aligned} \tag{57}$$

می‌توان روابط (53-57) را به فرم ماتریسی زیر نوشت:

$$M\ddot{X} + KX = 0, \qquad X^{\mathrm{T}} = \left[U^{\mathrm{T}}, V^{\mathrm{T}}, W^{\mathrm{T}}, \Phi_x^{\mathrm{T}}, \Phi_y^{\mathrm{T}}\right] \tag{58}$$

که در رابطه بالا K و M به ترتیب ماتریس سختی و اینرسی می‌باشند. با در نظر گرفتن حل هارمونیک نسبت به زمان برای مولفه‌های تغییر مکان، می‌توان بردار مقادیر گرهی مولفه‌های تغییر مکان را به صورت $\bar{X} = Xe^{i\omega t}$ بیان نمود و در نتیجه رابطه (58) به صورت زیر ارائه می‌گردد:

$$(K - \omega^2M)\bar{X} = 0, \tag{59}$$

که در رابطه بالا ω فرکانس طبیعی سیستم می‌باشد. با گسسته‌سازی شرایط مرزی که در روابط (38-40) ارائه گردید و جای‌گذاری آن‌ها در ماتریس‌های سختی و اینرسی، رابطه (59) به‌صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\begin{bmatrix} K_{dd} & K_{db} \\ K_{bd} & K_{bb} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \bar{X}_d \\ \bar{X}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega^2M_{dd}\bar{X}_d \\ 0 \end{bmatrix} \tag{60}$$

که در رابطه بالا زیرنویس‌های d و b به‌ترتیب بیانگر نقاط گرهی دامنه و مرز می‌باشد. می‌توان رابطه (60) را به‌صورت زیر نوشت:

$$\begin{cases} \bar{X}_b = (K_{bb})^{-1}K_{bd}\bar{X}_d \\ (K_{dd} - K_{db}(K_{bb})^{-1}K_{bd})\bar{X}_d = \omega^2M_{dd}\bar{X}_d \end{cases} \tag{61}$$

با حل دستگاه معادلات خطی ارائه شده در رابطه (61)، فرکانس‌های طبیع سازه ω بدست می‌آیند.

6- بحث و نتایج عددی

در این بخش نتایج عددی برای بررسی ارتعاشات پوسته‌های استوانه‌ای ساخته شده از نانوکامپوزیت‌های مدرج تابعی که تحت بارگذاری حرارتی بوده و توسط بستر الاستیک احاطه شده است، ارائه می‌شود. بدین منظور در ابتدا خواص مکانیکی موثر نانوکامپوزیت بیان می‌گردد. ماده پلی‌متیل متاکریلیت[2] (PMMA) به‌عنوان ماده زمینه انتخاب می‌شود که خواص مکانیکی آن به‌صورت زیر می‌باشد [6]:

$$E^m = 2.5\ \mathrm{GPa}\,,\ \rho^m = 1150\ \mathrm{kg/m^3}\ ,\nu^m = 0.34$$

همچنین نانولوله‌های کربنی تک لایه نوع Armchair (10،10) به‌عنوان تقویت کننده کامپوزیت لحاظ می‌شود که با در نظر گرفتن ضخامت موثر $h = 0.067$ nm، خواص آن به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [15]:

$$E_{11}^{cn} = 5.6466\ \mathrm{TPa}\,, \quad E_{22}^{cn} = 7.0800\ \mathrm{TPa}\,,$$
$$\mathrm{G}_{12}^{\mathrm{cn}} = 1.9445\ \mathrm{TPa}\,, \quad \nu_{12}^{cn} = 0.175\,,$$
$$\rho^{cn} = 1400\ \mathrm{kg/m^3}$$

همان‌طور که پیش‌تر ذکر گردید، ضرایب پارامتر کارایی نانوکامپوزیت‌ها از طریق مطابقت نتایج حاصل از قانون ترکیب تعمیم یافته و روش دینامیک مولکولی محاسبه می‌گردد. در این‌جا ضرایب η_1، η_2 و η_3 برای سه مقدار مختلف کسر حجمی نانولوله‌ها، به‌صورت زیر ارائه می‌شود [15]:

$$V_{cn}^* = 0.12: \quad \eta_1 = 0.137, \eta_2 = 1.022, \eta_3 = 0.715$$
$$V_{cn}^* = 0.17 \quad \eta_1 = 0.142, \eta_2 = 1.626, \eta_3 = 1.138$$
$$V_{cn}^* = 0.28 \quad \eta_1 = 0.141, \eta_2 = 1.585, \eta_3 = 1.109$$

همچنین توزیع درجه حرارت در راستای ضخامت پوسته یکنواخت در نظر گرفته شده است. نتایج برحسب تئوری سندرز ارائه شده است، مگر آن‌که ذکر شود از تئوری دانل استفاده شده است.

6-1- اعتبار سنجی نتایج

در این بخش نتایج حاصل از این پژوهش جهت اعتبارسنجی با نتایج موجود در سایر مقالات مقایسه می‌شود. بدین منظور در جدول 1، نتایج حاصل برای فرکانس‌های طبیعی پوسته استوانه‌ای ایزوتروپیک با نتایج ارائه شده در مقاله شن و ژیانگ مقایسه شده است. شرایط مرزی مسئله در دو انتها تکیه‌گاه ساده بوده و پنج مود اول فرکانس طبیعی ارائه گردیده است. همان‌طور که ملاحظه می‌گردد، مطابقت قابل قبولی در نتایج وجود دارد.

سپس ده فرکانس طبیعی اول پوسته استوانه‌ای ساخته شده از مواد مدرج تابعی، با نتایج ارائه شده توسط تورنابنه و همکارانش [28] در جدول 2 مقایسه گردیده است. شرایط مرزی پوسته در یک انتها تکیه‌گاه گیردار و در انتهای دیگر تکیه‌گاه آزاد بوده و مواد مدرج تابعی به صورت ترکیبی از فلز و سرامیک در نظر گرفته شده است که خواص آن در مرجع [28] ذکرگردیده است.

همچنین k در جدول 2 اندیس قانون توانی می‌باشد که برای چگونگی

1- Kronecker product

2- Weighting coefficient

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-26]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.3.28.8]

جدول 1 مقایسه پنج فرکانس طبیعی اول $f = \frac{\omega}{2\pi}$(Hz) برای پوسته استوانه ایزوتروپیک ($L = 410$ mm، $R = 301.5$ mm، $h = 1$ mm، $E = 210$ GPa، $\nu = 0.3$، $\rho = 7850$ kg/m^3)

شماره مود	شن[15]	دیم[34]	نتایج حاضر
1	283/30	281/37	280/92
2	290/59	288/28	288/68
3	306/73	305/32	303/34
4	320/04	317/51	318/35
5	364/83	362/22	364/66

جدول 2 مقایسه ده فرکانس طبیعی اول $f = \omega/2\pi$ (Hz) برای پوسته استوانه ای ساخته شده از مواد مدرج تابعی ($L = 2$ m، $R = 1$ m، $h = 0.1$ m)

شماره مود	$k = 0$		$k = 1$		k=5	
	تورنابنه [28]	نتایج حاضر	تورنابنه [28]	نتایج حاضر	تورنابنه [28]	نتایج حاضر
1	152/98	152/88	149/29	148/80	148/75	148/27
2	152/98	152/88	149/29	148/80	148/75	148/27
3	220/06	219/94	212/22	211/48	219/49	218/75
4	220/06	219/94	212/22	211/48	219/49	218/75
5	253/78	253/79	249/31	248/58	243/43	242/77
6	253/78	253/79	249/31	248/58	243/43	242/77
7	383/55	383/36	369/46	368/21	383/71	382/45
8	383/55	383/36	369/46	368/21	383/71	382/45
9	420/51	420/86	412/97	412/08	402/56	401/81
10	431/45	431/32	418/46	417/11	423/57	422/27

ترکیب فلز و سرامیک در مواد مدرج تابعی استفاده شده است. همان‌طور که از جدول 2 مشاهده می‌شود تطابق خوبی میان نتایج وجود دارد.

در انتها نیز فرکانس طبیعی بی‌بعد شده پایه برای پوسته استوانه‌ای ساخته شده از نانوکامپوزیت‌های مدرج تابعی با نتایج ارائه شده توسط شن، در جدول 3 مقایسه گردیده است که نتایج از مطابقت قابل قبولی برخوردار هستند. شرایط مرزی نیز به‌صورت تکیه‌گاه ساده در دو انتها می‌باشد.

6-2- بررسی همگرایی پاسخ

در این بخش تأثیر تعداد نقاط گرهی در راستای محوری و محیطی بر همگرایی نتایج مورد بررسی قرار می‌گیرد. لازم به ذکر است که در این بخش اثرات مربوط به بارگذاری حرارتی اولیه و بستر الاستیک لحاظ نشده است.

جدول 3 مقایسه فرکانس طبیعی پایه بی بعد شده ($\Omega = \omega(R^2/h)\sqrt{\rho^m/E^m}$) برای پوسته استوانه ای ساخته شده از نانو کامپوزیت مدرج تابعی ($h = 5$ mm، $R/h = 10$)

V_{cn}^*	نوع مدرج تابعی	$L^2/Rh = 100$		$L^2/Rh = 500$	
		نتایج حاضر	شن [15]	نتایج حاضر	شن [15]
0/12	UD	3/3656	3/3704	1/7020	1/7231
	FGA	3/2019	3/2568	1/6614	1/6652
	FGX	3/5674	3/6150	1/6977	1/7814
0/17	UD	4/2870	4/2866	2/1901	2/2106
	FGA	4/1155	4/0412	2/1486	2/1477
	FGX	4/5410	4/6106	2/1913	2/3121
0/28	UD	4/6543	4/6766	2/3178	2/3548
	FGA	4/5410	4/4886	2/3228	2/3306
	FGX	5/2014	5/2173	2/3675	2/5651

بدین منظور فرکانس طبیعی بی‌بعد پوسته استوانه‌ای ساخته شده از نانوکامپوزیت‌ها به ازای مقادیر مختلف نقاط گرهی در راستای محیطی، در جدول 4 ارائه شده است. شرایط مرزی پوسته در یک انتها گیردار و در انتهای دیگر آزاد در نظر گرفته شده است (CF).

توزیع نانولوله‌های کربنی در راستای ضخامت سازه به‌صورت یکنواخت فرض شده و نسبت‌های مختلف طول به شعاع و ضخامت به شعاع بررسی شده است. همچنین تعداد نقاط گرهی در راستای محوری $N_x = 16$ در نظر گرفته شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، به ازای تعداد 8 نقطه گرهی در راستای محیطی، پاسخ‌ها تا چهار رقم اعشار همگرا می‌شوند.

علاوه بر این در جدول 5، فرکانس طبیعی پوسته استوانه‌ای به ازای تعداد نقاط گرهی مختلف در راستای محوری ارائه گردیده است. شرایط مرزی و نوع توزیع نانولوله‌ها همانند جدول 4 می‌باشد و تعداد نقاط گرهی در راستای محیطی $N_y = 10$ در نظر گرفته شده است. همان‌طور که مشاهده می‌گردد با افزایش نسبت طول به شعاع، تعداد نقاط گرهی مورد نیاز در راستای محوری برای رسیدن به همگرایی به گونه‌ای که نتایج تا چهار رقم اعشار یکسان گردند، افزایش می‌یابد. با توجه به نتایج ارائه شده در جدول 4 و 5، تعداد نقاط گرهی در راستای محوری و محیطی برای ارائه نتایج در ادامه مقاله به‌صورت $N_x = 16$ و $N_y = 10$ در نظر گرفته می‌شود.

جدول 4 بررسی همگرایی نتایج مربوط به فرکانس طبیعی بی‌بعد پوسته استوانه‌ای ساخته شده از نانوکامپوزیت‌ها به‌ازای تعداد نقاط گرهی مختلف در راستای محیطی

N_y	$h/R = 0.05$			$h/R = 0.1$		
	$\frac{L}{R} = 2$	$\frac{L}{R} = 4$	$\frac{L}{R} = 6$	$\frac{L}{R} = 2$	$\frac{L}{R} = 4$	$\frac{L}{R} = 8$
4	6/2109	3/0410	1/4567	3/2719	1/5678	0/7389
6	4/4092	2/1289	1/1772	2/6173	1/3532	0/7389
8	4/1235	2/1289	1/1772	2/6173	1/3532	0/7389
10	4/1235	2/1289	1/1772	2/6173	1/3532	0/7389
10	4/1235	2/1289	1/1772	2/6173	1/3532	0/7389
14	4/1235	2/1289	1/1772	2/6173	1/3532	0/7389
16	4/1235	2/1289	1/1772	2/6173	1/3532	0/7389

جدول 5 بررسی همگرایی نتایج مربوط به فرکانس طبیعی بی بعد پوسته استوانه‌ای ساخته شده از نانو کامپوزیت‌ها به ازای تعداد نقاط گرهی مختلف در راستای محوری

N_x	$h/R = 0.05$			$h/R = 0.1$		
	$\frac{L}{R} = 2$	$\frac{L}{R} = 4$	$\frac{L}{R} = 6$	$\frac{L}{R} = 2$	$\frac{L}{R} = 4$	$\frac{L}{R} = 8$
4	3/7276	1/9439	1/1014	2/4214	1/2561	0/6994
5	4/1717	2/2092	1/2174	2/6173	1/3707	0/7608
6	4/1284	2/0893	1/1476	2/6193	1/3488	0/7260
7	4/1325	2/1443	1/1951	2/6181	1/3560	0/7448
8	4/1304	2/1336	1/1690	2/6177	1/3550	0/7376
9	4/1244	2/1287	1/1818	2/6171	1/3535	0/7392
10	4/1243	2/1324	1/1778	2/6172	1/3536	0/7390
11	4/1253	2/1285	1/1774	2/6172	1/3532	0/7386
12	4/1235	2/1296	1/1787	2/6172	1/3532	0/7392
13	4/1234	2/1289	1/1768	2/6172	1/3531	0/7388
14	4/1235	2/1290	1/1778	2/6172	1/3532	0/7390
15	4/1235	2/1289	1/1769	2/6172	1/3531	0/7389
16	4/1235	2/1289	1/1772	2/6172	1/3532	0/7389
17	4/1235	2/1289	1/1770	2/6172	1/3531	0/7389
18	4/1235	2/1289	1/1771	2/6172	1/3532	0/7389
19	4/1235	2/1289	1/1771	2/6172	1/3532	0/7389
20	4/1235	2/1289	1/1771	2/6172	1/3532	0/7389

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-26]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.3.28.8]

3-6- تاثیر پارامترهای مختلف بر فرکانس طبیعی

در این بخش اثر عوامل مختلف از جمله بستر الاستیک، بارگذاری حرارتی، چگونگی توزیع نانو لوله‌های کربنی در راستای ضخامت سازه، شرایط مرزی و شرایط هندسی پوسته استوانه‌ای بر فرکانس طبیعی آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. تغییرات فرکانس طبیعی پایه بی بعد پوسته استوانه‌ای ساخته شده از نانو کامپوزیت‌های مدرج تابعی به ازای ضرایب مختلف بستر الاستیک و نسبت طول به شعاع، در جدول 6 ارائه شده است. توزیع نانو لوله کربنی در راستای ضخامت سازه به‌صورت یکنواخت (UD) و مدرج تابعی (FGA، FGO و FGX) در نظر گرفته شده است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود، افزایش ضرایب بستر الاستیک و نسبت طول به شعاع به‌ترتیب باعث افزایش و کاهش فرکانس طبیعی بی‌بعد سازه می‌گردد. همچنین افزایش کسر حجمی نانولوله‌های کربنی در ترکیب نانوکامپوزیت موجب افزایش فرکانس طبیعی بی‌بعد می‌گردد و بیشترین فرکانس طبیعی بی‌بعد نیز مربوط به توزیع نوع FGX می‌باشد. همچنین ضرایب بی‌بعد شده بستر الاستیک به‌صورت رابطه (62) ارائه می‌شوند:

$$k_w = \frac{K_w E^m h^3}{12R^2(1-\nu^{m2})}$$
$$k_g = \frac{K_g E^m h^3}{12R^4(1-\nu^{m2})} \qquad (62)$$

جدول 6 تأثیر ضرایب مختلف بستر الاستیک بر فرکانس طبیعی پایه بی بعد شده $(\Omega = \omega(R^2/h)\sqrt{\rho^m/E^m})$ پوسته استوانه‌ای ساخته شده از نانوکامپوزیت مدرج تابعی به ازای نسبت طول به شعاع مختلف $(R/h = 20,\ \Delta T = 0, \mathrm{SS})$

L/R	V_{cn}^*	نوع مدرج تابعی	(k_w, k_g)			
			(0 ،0)	(100،0)	(0 ،10)	(100،10)
2	0/12	UD	7/173	7/732	7/811	8/327
		FGA	7/093	7/658	7/738	8/259
		FGO	6/627	7/228	7/312	7/862
		FGX	7/684	8/208	8/282	8/771
	0/17	UD	9/082	9/525	9/589	10/010
		FGA	9/042	9/488	9/552	9/975
		FGO	8/447	8/922	8/990	9/438
		FGX	9/741	10/155	10/215	10/611
	0/28	UD	10/034	10/428	10/484	10/862
		FGA	10/168	10/558	10/615	10/989
		FGO	9/218	9/645	9/707	10/113
		FGX	11/085	11/443	11/494	11/839
3	0/12	UD	4/733	5/540	5/547	6/249
		FGA	4/708	5/520	5/527	6/233
		FGO	4/540	5/376	5/384	6/105
		FGX	9/944	5/721	5/728	6/411
	0/17	UD	6/052	6/696	6/702	7/288
		FGA	6/066	6/709	6/715	7/301
		FGO	5/820	6/486	6/493	7/096
		FGX	6/356	6/972	6/977	7/542
	0/28	UD	6/513	7/102	7/108	7/651
		FGA	6/674	7/253	8/257	7/793
		FGO	6/208	6/823	6/829	7/392
		FGX	7/098	7/641	7/647	8/154

تاثیر شرایط مرزی و وجود بستر الاستیک بر فرکانس طبیعی بی‌بعد پوسته استوانه‌ای در جدول 7 مورد بررسی قرار گرفته است. مشاهده می‌شود که در نسبت طول به شعاع $L/R = 2$، شرایط مرزی تاثیر بسزایی بر رفتار ارتعاشی سازه داشته، به‌گونه‌ای که با شرایط مرزی تکیه‌گاه گیردار در دو انتها (CC)، پوسته بیشترین پایداری را داشته و در نتیجه بیشترین فرکانس طبیعی بی‌بعد را دارا می‌باشد. همچنین شرایط مرزی تکیه‌گاه گیردار در یک انتها و تکیه‌گاه آزاد در انتهای دیگر (CF)، کمترین فرکانس طبیعی بی‌بعد را دارد. از طرفی مشاهده می‌گردد که وجود بستر الاستیک، تا اندازه‌ای تاثیر شرایط مرزی را کاهش می‌دهد. علاوه‌براین ملاحظه می‌گردد که نوع توزیع نانو لوله‌های کربنی در راستای ضخامت در تمامی حالات روند یکسانی داشته، به گونه‌ای که نوع FGX و FGA به ترتیب بیشترین و کمترین فرکانس طبیعی بی‌بعد را دارند.

در شکل 1 تغییرات فرکانس طبیعی بی‌بعد برحسب نسبت طول به شعاع به ازای شرایط مرزی متفاوت رسم شده است. توزیع نانو لوله‌های کربنی در راستای ضخامت سازه از نوع FGX بوده و فرض شده است که پوسته توسط بستر الاستیک احاطه شده است. همان‌طور که انتظار می‌رود و از شکل نیز استنباط می‌گردد، با افزایش نسبت طول به شعاع، تاثیر شرایط مرزی کاهش می‌یابد، به گونه‌ای که در نسبت $L/R = 8$، شرایط مرزی CC، CS و SS تقریبا نتایج مشابهی را گزارش می‌کنند.

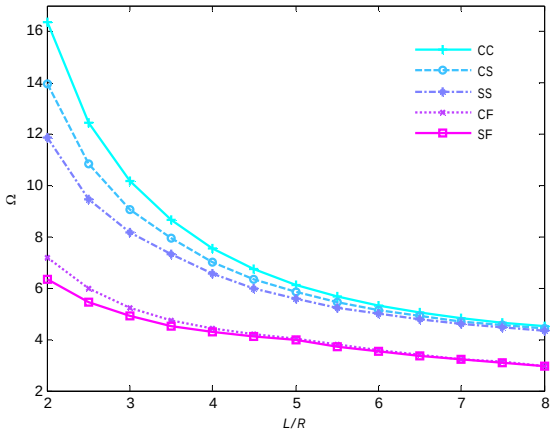
جدول 7 تاثیر شرایط مرزی و بستر الاستیک بر فرکانس طبیعی پایه بی بعد شده $(\Omega = \omega(R^2/h)\sqrt{\rho^m/E^m})$ پوسته استوانه ای ساخته شده از نانوکامپوزیت $(R/h = 20, L/R = 2, \Delta T = 0)$

(k_w, k_g)	V_{cn}^*	نوع مدرج تابعی	شرایط مرزی			
			CC	CS	SS	CF
(0 ، 0)	0/12	UD	10/018	8/478	7/173	4/123
		FGA	9/130	7/951	7/093	3/927
		FGO	8/695	7/556	6/627	3/921
		FGX	10/950	9/214	7/684	4/314
	0/17	UD	12/535	10/656	9/082	5/258
		FGA	11/451	10/054	10/042	5/045
		FGO	10/902	9/542	8/447	4/996
		FGX	13/768	11/611	9/741	5/544
	0/28	UD	14/224	11/978	10/034	5/698
		FGA	13/176	11/435	10/167	5/565
		FGO	12/367	10/637	9/218	5/366
		FGX	15/810	13/321	11/085	6/228
(100، 10)	0/12	UD	10/883	9/483	8/327	5/474
		FGA	10/074	9/016	8/259	5/333
		FGO	9/682	8/670	7/862	5/343
		FGX	11/744	10/145	8/771	5/592
	0/17	UD	13/230	11/464	10/010	6/491
		FGA	12/210	10/908	9/975	6/324
		FGO	11/697	10/443	9/438	6/329
		FGX	14/402	12/355	10/611	6/607
	0/28	UD	14/825	12/686	10/862	6/805
		FGA	13/827	12/177	10/989	6/781
		FGO	13/057	11/430	10/113	6/641
		FGX	16/351	13/960	11/839	7/189

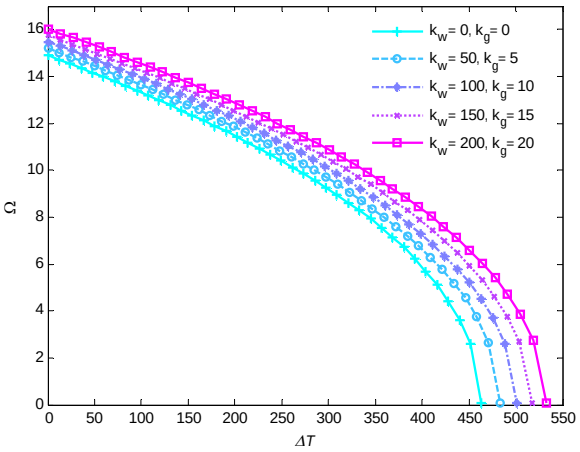
[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-26]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.3.28.8]

جدول 8، تاثیر بارگذاری حرارتی اولیه بر فرکانس طبیعی پایه بی بعد پوسته استوانه ای ساخته شده از نانو کامپوزیت مدرج تابعی را به ازای ضرایب مختلف بستر الاستیک بیان می‌دارد. شرایط مرزی پوسته در دو انتها به صورت شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده در نظر گرفته شده است. همان‌طور که مشاهده می‌گردد، با افزایش بارگذاری حرارتی اولیه، به‌دلیل بوجود آمدن تنش‌های حرارتی اولیه، فرکانس طبیعی بی‌بعد کاهش می‌یابد. همان‌طور که پیش‌تر نیز ذکر گردید، با افزایش ضریب بستر الاستیک، فرکانس طبیعی بی‌بعد نیز افزایش می‌یابد.

تغییرات فرکانس طبیعی بی‌بعد پوسته استوانه‌ای ساخته شده از نانوکامپوزیت‌های مدرج تابعی برحسب بارگذاری حرارتی اولیه به ازای ضرایب مختلف بستر الاستیک در شکل 2 نشان داده شده است. شرایط مرزی پوسته در یک انتها تکیه‌گاه گیردار و در انتهای دیگر تکیه‌گاه گیردار می‌باشد. همان‌طور که ذکر گردید با افزایش بارگذاری حرارتی اولیه، فرکانس طبیعی بی‌بعد کاهش می‌یابد، به گونه‌ای که در یک درجه حرارت خاص که همان دمای بحرانی کمانش سازه می‌باشد، فرکانس طبیعی صفر می‌گردد. با توجه به این مطلب مشاهده می‌گردد که با افزایش ضریب بستر الاستیک علاوه بر افزایش فرکانس طبیعی، دمای بحرانی کمانش سازه نیز افزایش می‌یابد.



شکل 1 تغییرات فرکانس طبیعی پایه بی بعد شده پوسته استوانه ای ساخته شده از نانو کامپوزیت مدرج تابعی برحسب نسبت طول به شعاع به ازای شرایط مرزی مختلف $(h/R = 0.05, (k_w, k_g) = (100,10), V_{cn}^* = 0.28, \text{FGX})$.



شکل 2 تغییرات فرکانس طبیعی پایه بی بعد شده پوسته استوانه ای ساخته شده از نانو کامپوزیت مدرج تابعی برحسب بارگذاری حرارتی اولیه به ازای ضرایب مختلف بستر الاستیک $(h/R = 0.05, L/R = 2, V_{cn}^* = 0.28, \text{CS}, \text{FGX})$.

جدول 8 تاثیر بارگذاری حرارتی اولیه بر فرکانس طبیعی پایه بی‌بعد شده $(\Omega = \omega(R^2/h)\sqrt{\rho^m/E^m})$ پوسته استوانه‌ای ساخته شده از نانوکامپوزیت مدرج تابعی و به ازای ضرایب مختلف بستر الاستیک $(R/h = 20, L/R = 3, \text{SS})$

ΔT(°C)	V_{cn}^*	نوع مدرج تابعی	(k_w, k_g) (0 ،0)	(100 ،10)	(200 ،20)
0	0/12	UD	4/733	6/249	7/162
		FGA	4/708	6/232	7/152
		FGO	4/540	6/105	7/072
		FGX	4/944	6/411	7/272
	0/17	UD	6/052	7/288	8/342
		FGA	6/066	7/301	8/359
		FGO	5/820	7/096	8/175
		FGX	6/356	7/542	8/510
150	0/12	UD	3/807	5/547	6/628
		FGA	3/783	5/532	6/621
		FGO	3/576	5/391	6/536
		FGX	4/077	8/735	6/752
	0/17	UD	5/038	6/442	7/591
		FGA	5/056	6/459	7/606
		FGO	4/764	6/231	7/413
		FGX	5/407	6/735	7/841
300	0/12	UD	2/566	4/741	6/047
		FGA	2/533	4/727	6/043
		FGO	2/227	4/567	5/952
		FGX	2/965	4/969	6/189
	0/17	UD	3/758	5/466	6/756
		FGA	3/779	5/485	6/775
		FGO	3/394	5/224	6/562
		FGX	4/250	5/816	7/042

تفاوت نتایج حاصل از تئوری دانل و سندرز برای فرکانس طبیعی پایه بی بعد پوسته استوانه‌ای ساخته شده از نانو کامپوزیت مدرج تابعی به ازای نسبت‌های مختلف طول به شعاع و ضخامت به شعاع در جدول 9 ارائه شده است. مشاهده می‌گردد که برای نسبت $L/R = 4$، با افزایش نسبت ضخامت به شعاع، تئوری سندرز مقادیری کمتری را گزارش کرده و اختلاف دو تئوری قابل ملاحظه می‌باشد. هنگامی که نسبت طول به شعاع کوچکتر می‌باشد $(\frac{L}{R} = 2)$ ، اختلاف دو تئوری کمتر می‌باشد. نکته قابل توجه دیگر این است که به ازای انواع مختلف توزیع نانو لوله کربنی در راستای ضخامت، در توزیع نوع FGA، بیشترین اختلاف میان دو تئوری وجود دارد که به‌واسطه کوپلینگ میان خمش و کشش می‌باشد. حال آن‌که به‌واسطه تقارن در راستای ضخامت در سایر انواع (UD، FGO و FGX)، این کوپلینگ وجود ندارد.

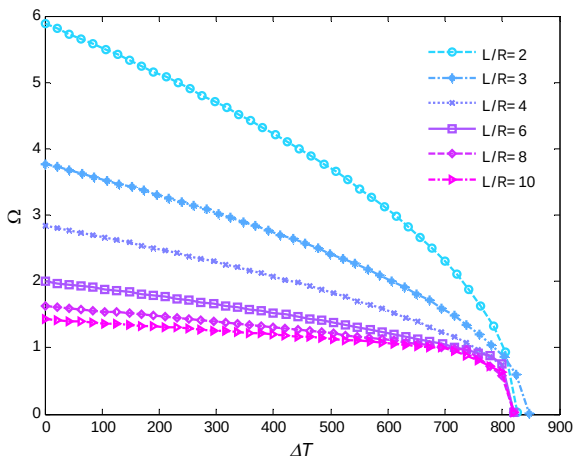
شکل 3 تغییرات فرکانس طبیعی پایه بی بعد پوسته استوانه‌ای ساخته شده از نانوکامپوزیت مدرج تابعی برحسب بارگذاری حرارتی اولیه به ازای نسبت‌های مختلف طول به شعاع نشان می‌دهد. همان‌طور که از شکل استنباط می‌گردد، با افزایش بارگذاری حرارتی اولیه، فرکانس طبیعی کاهش می‌یابد. اما نکته قابل توجه اینجاست که هرچه نسبت طول به شعاع کوچکتر باشد، تغییرات فرکانس بیشتر تحت تاثیر بارگذاری حرارتی اولیه قرار می‌گیرد و حتی در درجه حرارت‌های پایین نیز بارگذاری حرارتی اثر قابل توجهی بر فرکانس طبیعی دارد. همچنین با توجه به توضیحات ارائه شده در رابطه به

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-26]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.3.28.8]

شکل 2، مشاهده می‌گردد که افزایش نسبت طول به ضخامت، تاثیر چندانی در دمای بحرانی کمانش ندارد. البته قابل ذکر است که این نتیجه مربوط به نسبت‌های $L/R \geq 2$ می‌باشد.

جدول 9 تفاوت نتایج حاصل از تئوری دانل و سندرز برای فرکانس طبیعی پایه بی بعد شده $(\Omega = \omega(R^2/h)\sqrt{\rho^m/E^m})$ پوسته استوانه ای ساخته شده از نانوکامپوزیت مدرج تابعی به ازای نسبت‌های مختلف طول به شعاع و ضخامت به شعاع $((k_w, k_g) = (0,0),\ \Delta T = 0, \mathrm{CF})$

L/R	V_{cn}^*	نوع مدرج تابعی	$h/R = 0.05$ تئوری دانل	تئوری سندرز	خطا	$h/R = 0.1$ تئوری دانل	تئوری سندرز	خطا
2	0/12	UD	4/299	4/123	4/2	2/720	2/617	3/9
		FGA	4/113	3/927	4/7	2/574	2/462	4/5
		FGO	4/096	3/921	4/4	2/568	2/463	4/2
		FGX	4/494	4/314	4/1	2/853	2/748	3/8
	0/17	UD	5/487	5/258	3/4	3/464	3/329	4/1
		FGA	5/288	5/045	4/8	3/300	3/152	4/7
		FGO	5/220	4/996	4/4	3/276	3/143	4/2
		FGX	5/788	5/544	4/4	3/651	3/508	4/1
	0/28	UD	5/930	5/698	4/1	3/768	3/633	3/7
		FGA	5/812	5/565	4/4	3/661	3/510	3/4
		FGO	5/579	5/366	3/9	3/559	3/435	3/6
		FGX	6/499	6/228	4/3	4/085	3/925	4/1
4	0/12	UD	2/252	2/129	5/8	1/537	1/353	13/6
		FGA	2/199	2/070	6/2	1/499	1/306	14/7
		FGO	2/205	2/085	5/7	1/488	1/307	13/8
		FGX	2/307	2/178	5/9	1/591	1/401	13/6
	0/17	UD	2/882	2/721	5/9	1/969	1/729	13/9
		FGA	2/831	2/662	6/3	1/933	1/682	14/9
		FGO	2/823	2/671	5/7	1/898	1/667	13/8
		FGX	2/973	2/798	6/2	2/063	1/807	14/2
	0/28	UD	3/092	2/928	5/6	2/107	1/862	13/2
		FGA	3/095	2/922	5/9	2/107	1/848	14/0
		FGO	3/033	2/890	4/9	2/004	1/782	12/4
		FGX	3/293	3/095	6/4	2/255	2/019	11/7



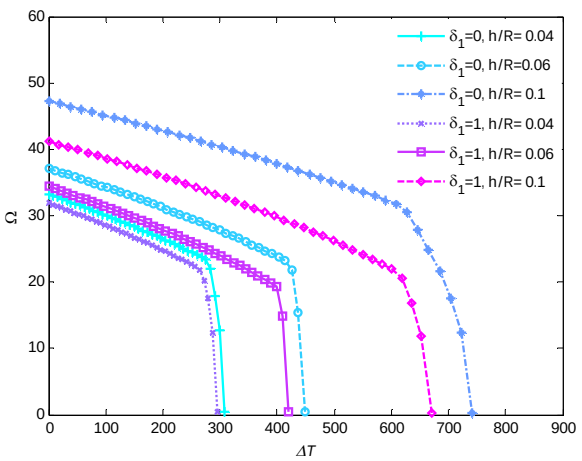
شکل 3 تغییرات فرکانس طبیعی پایه بی بعد شده پوسته استوانه‌ای ساخته شده از نانو کامپوزیت مدرج تابعی برحسب بارگذاری حرارتی اولیه به ازای نسبت‌های مختلف طول به شعاع $(h/R = 0.05, (k_w, k_g) = (0,0), V_{cn}^* = 0.17, \mathrm{SS}, \mathrm{FGO})$

نتایج مربوط به تغییرات فرکانس طبیعی پایه پوسته استوانه‌ای ساخته شده از نانوکامپوزیت مدرج تابعی برحسب بارگذاری حرارتی اولیه به ازای نسبت‌های مختلف ضخامت به شعاع براساس تئوری‌های دانل و سندرز در شکل 4 ارائه گردیده است. باید توجه داشت که $\delta_1 = 0$ بیانگر تئوری دانل و $\delta_1 = 1$ بیانگر تئوری سندرز می‌باشد. با توجه به شکل، با افزایش نسبت ضخامت به شعاع، اختلاف نتایج حاصل از دو تئوری بیشتر می‌شود. همچنین مشاهده می‌شود که در یک نسبت ضخامت به شعاع ثابت، تئوری سندرز که دقت بیشتری دارد، فرکانس طبیعی بی‌بعد و دمای بحرانی کمانش کمتری را پیش‌بینی می‌کند. علاوه‌براین، در یک بارگذاری حرارتی اولیه یکسان، با افزایش نسبت ضخامت به شعاع، فرکانس طبیعی بی‌بعد سازه افزایش می‌یابد.

7- نتیجه گیری

ارتعاشات آزاد پوسته‌های ساخته شده از کامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله‌های کربنی که توسط بستر الاستیک احاطه شده و تحت بارگذاری حرارتی اولیه قرار گرفته است، بررسی شده است. توزیع نانو لوله‌ها در راستای ضخامت پوسته به دو صورت یکنواخت (UD) و مدرج تابعی (FGA، FGO و FGX) در نظر گرفته شده است. تاثیر پارامترهای مختلف اعم از ضرایب بستر الاستیک، بارگذاری حرارتی اولیه، نوع توزیع نانو لوله‌های کربنی در راستای ضخامت، شرایط مرزی مختلف و شرایط هندسی متفاوت بر رفتار ارتعاشی پوسته استوانه‌ای مطالعه گردید. انواع مختلف توزیع نانولوله‌های کربنی به عنوان تقویت کننده در راستای ضخامت پوسته بر فرکانس طبیعی پوسته تاثیرگذار بوده، به گونه‌ای که نوع توزیع FGX همواره بیشترین فرکانس طبیعی را نتیجه می‌دهد. همچنین افزایش کسر حجمی نانولوله در ترکیب کامپوزیت باعث بالا رفتن فرکانس طبیعی بی‌بعد می‌شود.

از طرفی وجود بستر الاستیک باعث پایداری بیشتر پوسته استوانه‌ای شده و با افزایش ضرایب بستر الاستیک، فرکانس طبیعی بی‌بعد افزایش می‌یابد. همچنین مشاهده گردید که شرایط مرزی در دو انتهای پوسته، تاثیر بسزایی در فرکانس طبیعی بی‌بعد داشته، اما با افزایش نسبت طول به شعاع استوانه، تاثیر شرایط مرزی کاهش می‌یابد. علاوه بر این، وجود بارگذاری حرارتی اولیه، بواسطه ایجاد تنش‌های حرارتی، موجب کاهش فرکانس‌های طبیعی سازه می‌شود.



شکل 4 تغییرات فرکانس طبیعی پایه پوسته استوانه‌ای ساخته شده از نانوکامپوزیت مدرج تابعی برحسب بارگذاری حرارتی اولیه به ازای نسبت‌های مختلف ضخامت به شعاع برای تئوری‌های دانل و سندرز $(L/R = 8, (k_w, k_g) = (0,0),)$ $(V_{cn}^* = 0.28, \mathrm{SS}, \mathrm{UD})$

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-26]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.3.28.8]

همچنین نتایج مربوط به تئوری‌های سندرز و دانل تحت شرایط هندسی مختلف با یکدیگر مقایسه گردید و استنباط گردید که در نسبت ضخامت به شعاع پایین، با افزایش نسبت طول به شعاع، اختلاف دو تئوری افزایش می‌یابد. حال آن‌که در نسبت‌های بالاتر ضخامت به شعاع، اختلاف دو تئوری در نسبت‌های طول به شعاع پایین‌تر بیشتر بوده و با افزایش این نسبت، نتایج حاصل از دو تئوری به یکدیگر نزدیک می‌گردد.

8- مراجع

[1] H.S. Shen, Nonlinear bending of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates in thermal environments, Composite Structures, Vol. 91, pp. 9-19, 2009.

[2] L.L. Ke, J. Yang, S. Kitipornchai, Nonlinear free vibration of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite beams, Composite Structures, Vol. 92, pp. 676-683, 2010.

[3] L.L. Ke, J. Yang, S. Kitipornchai, Dynamic stability of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite beams, Mechanics of Advanced Materials and Structures, Vol. 20, pp. 28-37, 2013.

[4] M.H. Yas, N. Samadi, Free vibrations and buckling analysis of carbon nanotube-reinforced composite Timoshenko beams on elastic foundation, International Journal of Pressure Vessels and Piping., Vol. 98, pp. 119-128, 2012.

[5] H.S. Shen, Y. Xiang, Nonlinear analysis of nanotube-reinforced composite beams resting on elastic foundations in thermal environments, Engineering Structures., Vol. 56, pp. 698-708, 2013.

[6] R. Ansari, M. Faghih Shojaei, V. Mohammadi, R. Gholami, F. Sadeghi, Nonlinear forced vibration analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite Timoshenko beams, Composite Structures., Vol. 113, pp. 316-327, 2014.

[7] H.S. Shen, C.L. Zhang, Thermal buckling and postbuckling behavior of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates, Material Design, Vol. 31, pp. 3403–3411, 2010.

[8] H.S. Shen, Z.H. Zhu, Buckling and postbuckling behavior of functionally graded nanotube-reinforced composite plates in thermal environments, CMC-Computer Material and Continua, Vol. 18, pp. 155-182, 2010.

[9] Z.X. Wang, H.S. Shen, Nonlinear vibration of nanotube-reinforced composite plates in thermal environments, Composite Materials and Science, Vol. 50, pp. 2319-2330, 2011.

[10] Z.X. Wang, H.S. Shen, Nonlinear dynamic response of nanotube-reinforced composite plates resting on elastic foundations in thermal environments, Nonlinear Dynamics, Vol. 70, pp. 735-754, 2012.

[11] S.J. Mehrabadi, A.B. Sobhani, V. Khoshkhahesh, A. Taherpour, Mechanical buckling of nanocomposite rectangular plate reinforced by aligned and straight single-walled carbon nanotubes, Composite Part B-Engineering, Vol. 43, pp. 2031-2040, 2012.

[12] Z.X. Lei, K.M. Liew, J.L. Yu, Free vibration analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates using the element-free kp-Ritz method in thermal environment, Composite Structures, Vol. 106, pp. 128-138, 2013.

[13] Z.X. Lei, K.M. Liew, J.L. Yu, Buckling analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates using the element-free kp-Ritz method, Composite Structures, Vol. 98, pp. 160-168, 2013.

[14] Z.X. Lei, K.M. Liew, J.L. Yu, Large deflection analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates by the element-free kp-Ritz method, Computer Methods in Applied Mechanics, Vol. 256, pp. 189-199, 2013.

[15] H.S. Shen, Thermal buckling and postbuckling behavior of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite cylindrical shells. Composite Part B Engineering, Vol. 43, pp. 1030-1038, 2012.

[16] H.S. Shen, Y. Xiang, Nonlinear vibration of nanotube-reinforced composite cylindrical shells in thermal environments, Computer Methods in Applied Mechanics, Vol. 213, pp. 196–205, 2012.

[17] H.S. Shen, Y. Xiang, Postbuckling of nanotube-reinforced composite cylindrical shells under combined axial and radial mechanical loads in thermal environment, Composite Part B Engineering, Vol. 52, pp. 311-322, 2013.

[18] H.S. Shen, Torsional postbuckling of nanotube-reinforced composite cylindrical shells in thermal environments. Composite Structures., Vol. 116, pp. 477-488, 2014.

[19] R. Moradi-Dastjerdi, M. Foroutan, A. Pourasghar, Dynamic analysis of functionally graded nanocomposite cylinders reinforced by carbon nanotube by a mesh-free method, Material Design, Vol. 44, pp. 256-266, 2013.

[20] S.M. Hosseini, Application of a hybrid mesh-free method based on generalized finite difference (GFD) method for natural frequency analysis of functionally graded nanocomposite cylinders reinforced by carbon nanotubes. CMES-Computer Modeling Engineering Science., Vol. 95, pp. 1-29, 2013.

[21] B.S. Aragh, A.H. Nasrollah Barati, H. Hedayati, Eshelby-Mori-Tanaka approach for vibrational behavior of continuously graded carbon nanotube-reinforced cylindrical panels, Compos B Eng., Vol. 43, pp. 1943–1954, 2012.

[22] J.E. Jam, A. Pourasghar, S. Kamarian, Effect of the aspect ratio and waviness of carbon nanotubes on the vibrational behavior of functionally graded nanocomposite cylindrical panels, Polymer Composite, Vol. 33, pp. 2036-2044, 2012.

[23] M.H. Yas, A. Pourasghar, S. Kamarian, M. Heshmatian, Three-dimensional free vibrationanalysis of functionally graded nanocomposite cylindrical panels reinforced by carbon nanotube, Material Design, Vol. 49, pp. 583–590, 2013.

[24] S.J. Mehrabadi, B. Sobhani Aragh, Stress analysis of functionally graded open cylindrical shell reinforced by agglomerated carbon nanotubes, Thin Wall Structures., Vol. 80, pp. 130-141, 2014.

[25] A. Alibeigloo, Free vibration analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite cylindrical panel embedded in piezoelectric layers by using theory of elasticity, European Journal of Mechanics A/Solid, Vol. 44, pp. 104-15, 2014.

[26] H.S. Shen, Y. Xiang, Nonlinear vibration of nanotube-reinforced composite cylindrical panels resting on elastic foundations in thermal environments, Composite Structures., Vol. 111, pp. 291-300, 2014.

[27] Z.X. Lei, K.M. Liew, J.L. Yu, Free Vibration Analysis of Functionally Graded Carbon Nanotube-Reinforced Composite Cylindrical Panels, International Journal of Material Science, Vol. 1, pp. 36-40, 2013.

[28] F. Tornabene, E.Viola, D.J. Inman, 2-D differential quadrature solution for vibration analysis of functionally graded conical, cylindrical shell and annular plate structures, Journal of Sound and Vibration, Vol. 328, pp. 259-290, 2009.

[29] M.R. Eslami, R.Javaheri, Buckling of composite cylindrical shell under thermal and mechanical loading, Journal of Thermal Stresses, Vol. 22, pp. 527-545, 2010.

[30] R.B. Hetnarski, M.R. Eslami, Thermal stresses advanced theory and applications, Berlin: Springer, 2009.

[31] E. Bagherizadeh, Y. Kiani, M.R. Eslami, Thermal buckling of functionally graded material cylindrical shells on elastic foundation, AIAA Journal, Vol. 50, pp. 500-503, 2012.

[32] C. Shu, Differential Quadrature and its Application in Engineering, London: Springer, 2000.

[33] R. Ansari, V. Mohammadi, M. Faghih Shojaei, R. Gholami, H. Rouhi, Nonlinear vibration analysis of Timoshenko nanobeams based on surface stress elasticity theory, European Journal of Mechanics A/Solids, Vol.45, pp. 143-152, 2014.

[34] C.L. Dym, Some new results for the vibrations of circular cylinders, Journal of sound and Vibration, Vol. 29, pp. 189–205, 1973.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-26]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.3.28.8]