



کنترل دوشاخه‌شدگی و آشوب در سیستم انتقال چرخ‌دنده

امین ثقفی¹، انوشیروان فرشیدیان‌فر^{2*}

1- دانشجوی دکترای مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

* مشهد، صندوق پستی 9177948944، farshidi@um.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 30 اردیبهشت 1393
پذیرش: 01 تیر 1393
ارائه در سایت: 19 مهر 1393

کلید واژگان:

ارتعاشات غیرخطی

چرخ‌دنده

کنترل آشوب

چکیده

مطالعه دقیق و بررسی‌های تجربی از پاسخ دینامیکی سیستم چرخ‌دنده، بروز پدیده‌های غیرخطی دوشاخه‌شدگی و آشوب را در برخی از پارامترهای سیستم، نشان داده است. رفتار آشوبناک به صورت رفتار غیرعادی و پیش‌بینی ناپذیر در پاسخ سیستم شناخته شده که همواره به عنوان یک پدیده نامطلوب در ارتعاشات سیستم چرخ‌دنده‌ای مطرح شده است. لذا در طراحی یک سیستم چرخ‌دنده‌ای آرام و بهینه، کنترل و یا حذف این رفتارها حائز اهمیت است. هدف این پژوهش، طراحی و بررسی یک سیستم چرخ‌دنده‌ای به منظور کنترل و تعدیل رفتار آشوبناک سیستم است. یک مدل دینامیکی از سیستم غیرخطی چرخ‌دنده‌ای با در نظر گرفتن برخی از پارامترهای مؤثر در ارتعاشات سیستم از قبیل خطای انتقال استاتیکی و لقی دندانه‌های درگیر، استخراج می‌شود. ایده اصلاح و یا حذف رفتار آشوبی از طریق اعمال و کنترل یک نیروی تحریک بر چرخ‌دنده راننده، محقق می‌شود. فضای پارامتری مجاز برای انتخاب نیروی کنترلی مورد نظر بر اساس آنالیز تحلیلی ملنیکوف تعیین می‌شود. به منظور بررسی صحت نتایج تحلیلی و همچنین ارزیابی عملکرد سیستم کنترلی مطرح شده در مهار و حذف آشوب در ارتعاشات چرخ‌دنده، شبیه‌سازی عددی سیستم شامل نمودارهای دوشاخه‌شدگی، پاسخ زمانی و همچنین نمودار صفحه - فاز سیستم، ارائه می‌شوند.

Bifurcation and chaos control in a gear transmission system

Amin Saghafi¹, Anooshirvan Farshidianfar^{2*}

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

* P.O.B. 9177948944, Mashhad, Iran, farshidi@um.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 20 May 2014
Accepted 22 June 2014
Available Online 11 October 2014

Keywords:
Nonlinear Vibrations
Gear
Chaos Control

ABSTRACT

The accurate evaluation and experimental investigation of the gear dynamic response have indicated some interesting nonlinear phenomena such as bifurcation and chaotic behavior on some system parameters. The chaotic motion is an unusual and unpredictable behavior and has been considered as an undesirable phenomenon in the gear vibration systems. Therefore, in order to design and develop an optimal gear transmission system, it is important to control and eliminate these phenomena. This paper presents the design of a gear system in order to control and suppress the chaos. A generalized nonlinear dynamics model of a spur gear pair including the backlash and static transmission error is formulated. The idea behind the design of this control system is to apply an additional excitation force to the driver gear. The parameter spaces of the control excitation force are obtained analytically by using the Melnikov approach. The numerical simulations including the bifurcation diagram, phase portrait, and time history are used to confirm the analytical predictions and show the effectiveness of the proposed control system for chaos suppression in nonlinear gear systems.

1- مقدمه

بسیاری از پدیده‌های غیرخطی را به نمایش گذارد. با پیشرفت دینامیک غیرخطی، مشخصه‌های غیرخطی سیستم از قبیل پاسخ‌های غیرپریودیک، دوشاخه‌شدگی‌ها و آشوب مورد توجه بیشتری قرار گرفت. در این راستا تحقیقات گسترده‌ای به بررسی دوشاخه‌شدگی و آشوب در سیستم چرخ‌دنده، اختصاص یافت.

از پژوهش‌های انجام شده در این زمینه می‌توان به تحقیقات پادمانابهن و سینک [2] اشاره کرد که یک مدل دو درجه آزادی با پارامتر غیرخطی لقی را بررسی کردند. روش‌های عددی به منظور بررسی پاسخ‌های پریودیک و آشفته سیستم و همچنین روش تحلیلی بالانس هارمونیک برای بررسی پاسخ تقریبی سیستم بکار گرفته شد. تحقیقات کهرمان و بلنکنشیپ [4,3] به

چرخ‌دنده‌ها به عنوان یکی از اجزای مهم در ماشین‌آلات دوار صنعتی و همچنین سیستم‌های انتقال قدرت محسوب می‌شوند. برای یک دوره طولانی، سیستم‌های انتقال چرخ‌دنده‌ای با تئوری ارتعاشات خطی و با نادیده گرفتن عوامل غیرخطی مورد بررسی قرار می‌گرفتند [1]. با بررسی دقیق‌تر دینامیک و پاسخ ارتعاشی سیستم، رفته رفته معلوم شد که ارتعاشات سیستم‌های چرخ‌دنده‌ای می‌بایست به صورت غیرخطی مورد بررسی قرار گیرد. یک سیستم چرخ‌دنده‌ای تحت تأثیر عواملی از قبیل سختی درگیری متغیر با زمان، پس‌زنی، خطاهای انتقال چرخ‌دنده، اصطکاک بین سطوح دندانه‌ها و بسیاری از عوامل دیگر یک سیستم ارتعاشی غیرخطی است که می‌تواند

به دنبال کردن مسیر نبوده و با اعمال تحریک کنترلی در هر زمان دلخواه می‌توان رفتار آشوبی در ناحیه معینی از فضای پارامتری را به رفتار پریودیک تبدیل کرد. در واقع سهولت تغییر رفتار آشوبی و امکان دسترسی آسان به پاسخ پریودیک، انگیزه‌ای برای استفاده از این روش کنترلی در حذف و مهار رفتار آشوبناک سیستم‌های غیرخطی شده است.

در این پژوهش، ایده اصلاح و یا حذف رفتار آشوبی از طریق اعمال و کنترل یک نیروی تحریک ثانویه بر چرخ‌دنده راننده و بر اساس آنالیز تحلیلی ملنیکوف، محقق می‌شود. آنالیز ملنیکوف یکی از روش‌های تحلیلی قوی برای بررسی دوشاخه‌شدگی‌های هموکلنیک و هتروکلنیک است که با توجه به تقاطع مانیفولدهای پایدار و ناپایدار سیستم در نگاشت پوانکاره، شرایط دوشاخه‌شدگی و گذار به آشوب را ارائه می‌کند [19-23]. لذا در این پژوهش تئوری ملنیکوف برای بررسی دوشاخه‌شدگی‌ها و آشوب در سیستم و همچنین تعیین پارامترهای نیروی کنترلی، انتخاب می‌شود.

ساختار کلی این مقاله به این شرح است. در بخش 2، یک مدل دینامیکی از سیستم غیرخطی چرخ‌دنده با در نظر گرفتن خطاهای انتقال استاتیکی و لقی دندان‌های درگیر، ارائه می‌شود. در بخش 3، دوشاخه‌شدگی هموکلنیک و گذار به آشوب در سیستم توسط تحلیل ملنیکوف بررسی می‌شود. سیستم کنترلی پیشنهادی با اعمال یک نیروی تحریک بر چرخ‌دنده راننده و بر اساس آنالیز تحلیلی ملنیکوف در بخش 4 تعریف و پیاده‌سازی می‌شود. در بخش 5، کارایی و عملکرد سیستم کنترلی بررسی می‌شود. نتیجه‌گیری نهایی نیز در بخش 6 ارائه می‌شود.

2- مدل‌سازی و استخراج معادلات حاکم بر سیستم چرخ‌دنده

در این بخش یک مدل کلی برای سیستم چرخ‌دنده ارائه و معادلات دینامیکی حاکم بر آن استخراج می‌شود. مدل ارتعاشی یک جفت چرخ‌دنده در شکل 1 نشان داده شده است [23]. یک سیستم چرخ‌دنده‌ای عموماً توسط دو دیسک که بیانگر اینرسی دو چرخ‌دنده می‌باشند، مدل می‌شود. یک سیستم دمپر و فنر نیز به منظور بیان درگیری دو چرخ‌دنده ارائه می‌شود. در این مدل چرخ‌دنده‌های a و b با شعاع‌های r_a و r_b معرفی می‌شوند. I_a و I_b بیانگر ممان اینرسی دو چرخ‌دنده، k_m و c_m نیز سختی درگیری و ضریب دمپینگ معادل جفت چرخ‌دنده درگیر هستند. گشتاورهای اعمالی بر چرخ‌دنده‌ها، T_a و T_b می‌باشند. تابع پس‌زنی f_h نیز برای بیان لقی و همچنین جابجایی $e(t)$ به منظور ارائه خطای انتقال استاتیکی سیستم، تعریف می‌شوند. با توجه به فرضیات فوق معادله حرکت سیستم چرخ‌دنده‌ای به صورت رابطه (1) استخراج می‌شود:

$$I_a \frac{d^2\theta_a}{dt^2} + c_m \left(r_a \frac{d\theta_a}{dt} - r_b \frac{d\theta_b}{dt} - \frac{de(t)}{dt} \right) r_a + r_a k_m f_h(r_a \theta_a - r_b \theta_b - e(t)) = T_a \quad (1-الف)$$

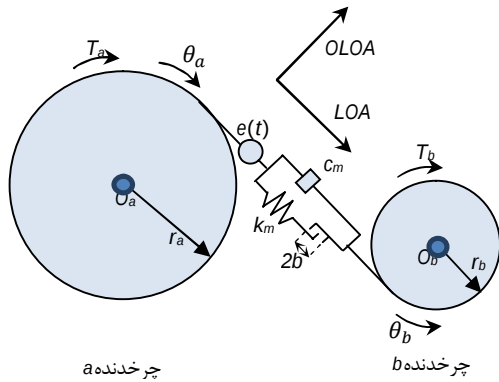
$$I_b \frac{d^2\theta_b}{dt^2} - c_m \left(r_a \frac{d\theta_a}{dt} - r_b \frac{d\theta_b}{dt} - \frac{de(t)}{dt} \right) r_b - r_b k_m f_h(r_a \theta_a - r_b \theta_b - e(t)) = -T_b \quad (1-ب)$$

جفت چرخ‌دنده‌ها ملزم به داشتن مقداری لقی هستند که به منظور روغن‌کاری بهتر و کاهش برهم‌کنش طراحی می‌شوند. همچنین خطاهای نصب و سایش نیز از عوامل ایجاد این لقی می‌باشند. لذا تابع پس‌زنی f_h ، برای بیان لقی جفت چرخ‌دنده به صورت یک تابع خطی تکه‌ای و با رابطه (2) تعریف می‌شود:

بررسی آزمایشی یک سیستم چرخ‌دنده‌ای با در نظر گرفتن پارامتر لقی، معطوف شد. در نتایج بدست‌آمده، پدیده‌هایی شامل عدم پیوستگی در منحنی‌های پاسخ، رزونانس‌های ساب‌هارمونیک و سوپرهارمونیک، انشعابات و حرکت آشفته مشاهده شد. ساتو و همکارانش [5] نیز یک مدل غیرخطی دارای لقی و سختی وابسته به زمان را ارائه و دوشاخه‌شدگی و همچنین پدیده‌های گذار به آشوب را با استفاده از روش عددی بررسی کردند. تدسیادس و همکارانش [7,6] به بررسی پاسخ دینامیکی و پایداری در یک سیستم چرخ‌دنده- یاتاقان پرداخته و بسیاری از رفتارهای غیرپریودیک را نشان دادند. همچنین، جانگ جیان و همکارانش [9,8] به بررسی پدیده‌های دوشاخه‌شدگی و آشوب در سیستم‌های چرخ‌دنده- یاتاقان پرداخته و نتایج تحقیقاتشان به عنوان یک مرجع در طراحی و انتخاب پارامترهای سیستم چرخ‌دنده پیشنهاد شد. با توجه به یافته‌های اشاره شده در مراجع فوق، به دلیل ماهیت غیرخطی سیستم چرخ‌دنده، رفتار دوشاخه‌شدگی و آشوب در پاسخ ارتعاشی سیستم مشاهده می‌شود. در سیستم چرخ‌دنده رفتار آشوبی به عنوان رفتاری غیرعادی و پیش‌بینی‌ناپذیر شناخته شده و لذا در طراحی یک سیستم چرخ‌دنده‌ای بهینه، کنترل و یا حذف این رفتار حائز اهمیت است.

همان‌طور که اشاره شد، آشوب در بسیاری از سیستم‌های غیرخطی مشاهده می‌شود. در سال‌های اخیر کنترل دوشاخه‌شدگی و آشوب به عنوان یکی از موضوعات جالب در تحقیقات و همچنین کاربردهای عملی مطرح شده است. ایده اولیه اصلاح و یا حذف رفتار آشوبی از طریق طراحی مناسب پارامترهای سیستم است. واضح است که با تنظیم پارامترها در هنگام طراحی می‌توان آشوب را از سیستم حذف کرد. از طرفی، برای هر پارامتر مرزها و محدودیت‌هایی وجود دارد که خارج شدن از آن‌ها تأثیر جدی بر عملکرد سیستم داشته و یا از نظر طراحی امکان‌پذیر نیست. در چنین شرایطی روش‌های کنترلی برای حذف و یا مهار آشوب مطرح می‌شوند. به طور کلی روش‌های کنترل آشوب را می‌توان در قالب روش‌های کنترل مبتنی بر کنترل فیدبک و یا کنترل غیرفیدبک بیان کرد. ایده کنترل فیدبک برای کنترل آشوب از طریق پایدار کردن مدارهای پریودیک و ناپایدار واقع در رباینده‌های آشوبی صورت می‌پذیرد [10-13]. بر این اساس، روش کنترل آشوب OGY توسط ات، گربوگی و بوک [10] معرفی گردید. روش کنترلی OGY کارایی مناسبی در تبدیل حرکت آشفته به پریودیک نشان داد و به عنوان یک رویکرد کنترلی مناسب برای فعالیت‌های تحقیقاتی در زمینه‌های نظری و همچنین در زمینه‌های کاربردی، مورد استفاده قرار گرفت. در این روش نیازی به دانستن معادلات سیستم نیست، ولی روشی بسیار کلی بوده و مستلزم دنبال کردن مسیر حرکت است. همچنین در این روش گاهی یک نویز کوچک سبب انحرافی بزرگ از مسیر موردنظر می‌شود. لذا سیستم کنترل فیدبک باید انعطاف‌پذیر و حساس باشد. در نتیجه، پیاده‌سازی چنین کنترلی در سیستم‌های مکانیکی می‌تواند بزرگ و پرهزینه باشد.

رویکرد مبتنی بر کنترل غیرفیدبک ایده کنترل مناسب دیگری است که نیاز به اطلاعات بیشتری از معادلات حرکت سیستم را دارد. در این روش، کنترل آشوب با اضافه کردن یک تحریک پریودیک کوچک در معادلات سیستم، تحقق می‌یابد. این روش کنترل به عنوان یک روش و راهکاری مناسب در کنترل و یا حذف آشوب، توسط محققان مختلف مورد توجه قرار گرفته است [14-18]. نتایج ارائه شده به این مسأله اشاره دارند که کنترل آشوب با اعمال یک تحریک ثانویه به سیستم، یک روش مؤثر بوده که به آسانی قابلیت اجرا برای سیستم‌های کاربردی را نیز دارد. در این روش نیازی



شکل 1 مدل دینامیکی سیستم چرخ‌دنده

هموکلنیک به هم نزدیک شده و در نهایت یکدیگر را قطع می‌کنند. با تقاطع مانیفولدهای پایدار و ناپایدار سیستم، پدیده نعل اسبی در نگاشت پوانکاره که نشان‌دهنده یک رفتار آشفته است، اتفاق می‌افتد. آنالیز ملنیکوف یکی از روش‌های تحلیلی برای بررسی این دوشاخه‌شدگی و به عنوان معیاری برای پیش‌بینی وقوع رفتار آشفته در یک سیستم غیرخطی است. با اضافه شدن جمله‌های پرتوربیشین به معادله همیلتونین سیستم، مدارهای هموکلنیک سیستم شکسته و در نتیجه، احتمال تقاطع این مانیفولدها و بروز رفتار آشفته است. آنالیز ملنیکوف با محاسبه فاصله بین مانیفولدهای پایدار و ناپایدار سیستم در نگاشت پوانکاره، شرط تقاطع این مانیفولدها را در فضای پارامتری ارائه می‌دهد [20,19].

برای بررسی معادلات ارتعاشی چرخ‌دنده در شکل استاندارد تحلیل ملنیکوف، مدارهای هموکلنیک سیستم همیلتونین محاسبه و سپس تقاطع مانیفولدها بررسی می‌شود. با فرض پارامتر کوچک ε ($0 < \varepsilon \ll 1$)، و با تعریف پارامترهای $\bar{F}_m = \varepsilon f_m$ ، $\bar{F}_e = \varepsilon f_e$ معادله (7) در فضای حالت به صورت رابطه (8) بازنویسی می‌شود.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y \\ \dot{y} &= -2\varepsilon\mu\dot{x} + (0.1667x - 0.1667x^3) \\ &\quad + \varepsilon(f_m + f_e\Omega_e^2 \cos(\Omega_e\tau + \phi_e)) \end{aligned} \quad (8)$$

سیستم غیرپرتورب ($\varepsilon = 0$) به صورت رابطه (9) بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y \\ \dot{y} &= (0.1667x - 0.1667x^3) = (ax - cx^3) \end{aligned} \quad (9)$$

سیستم فوق دارای تابع پتانسیل $U(x) = -ax^2/2 + cx^4/4$ است. همچنین تابع همیلتونین سیستم غیرپرتورب به صورت معادله (10) است که در شکل 2 نیز ترسیم شده است.

$$H(x, y) = \frac{y^2}{2} + U(x) = \frac{1}{2}y^2 - \frac{a}{2}x^2 + \frac{c}{4}x^4 \quad (10)$$

بر اساس آنالیز پایداری خطی¹ سیستم ارائه شده با معادله (9) دارای دو مرکز² در نقاط $(\pm\sqrt{a/c}, 0)$ و یک نقطه زینی³ $(0, 0)$ است. با توجه به شکل 2 سیستم دارای یک مدار هموکلنیک گذرنده از نقطه ثابت و به صورت رابطه (11) است.

$$f_h = \begin{cases} r_a\theta_a - r_b\theta_b - e - (1-\alpha)b & b < r_a\theta_a - r_b\theta_b - e \\ \alpha(r_a\theta_a - r_b\theta_b - e) & -b \leq (r_a\theta_a - r_b\theta_b - e) \leq b \\ r_a\theta_a - r_b\theta_b - e + (1-\alpha)b & b < -(r_a\theta_a - r_b\theta_b - e) \end{cases} \quad (2)$$

با تعریف متغیر جدید $\bar{x} = r_a\theta_a - r_b\theta_b - e(t)$ که جابجایی نسبی خط درگیری و بیانگر خطای انتقال سیستم است، معادله ارتعاشی (1) به صورت معادله (3) ساده‌سازی می‌شود.

$$m \frac{d^2\bar{x}}{dt^2} + c_m \frac{d\bar{x}}{dt} + k_m f_h(\bar{x}) = \hat{F}_m + \hat{F}_e(t) \quad (3)$$

که

$$f_h(\bar{x}) = \begin{cases} \bar{x} - (1-\alpha)b & b < \bar{x} \\ \alpha\bar{x} & -b \leq \bar{x} \leq b \\ \bar{x} + (1-\alpha)b & b < -\bar{x} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} m &= \frac{I_a I_b}{I_b r_a^2 + I_a r_b^2}, \quad \hat{F}_e(t) = -m \frac{d^2 e}{dt^2} \\ \hat{F}_m &= m \left(\frac{T_a r_a}{I_a} + \frac{T_b r_b}{I_b} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

خطای انتقال استاتیکی $e(t)$ ، به عنوان یکی از پارامترهای مؤثر در ارتعاشات سیستم‌های چرخ‌دنده‌ای مطرح می‌شود. خطای انتقال استاتیکی به دلیل خطاهای ساخت و تغییر شکل دندانه‌ها از فرم اینولوت سالم یکی از مهم‌ترین منابع تولید ارتعاش در چرخ‌دنده‌ها است. در مدل‌سازی‌های انجام گرفته، با توجه به تغییر متناوب جفت دندانه‌های درگیر در طول سیکل تماس، خطای انتقال به صورت یک تحریک جابجایی پریودیک در نظر گرفته می‌شود. در نتیجه خطای انتقال استاتیکی تابعی از فرکانس درگیری و به صورت $e(t) = e(t + 2\pi/\omega_e) = e \cos(\omega_e t + \phi_e)$ می‌شود [24].

فرم بی‌بعد معادله حرکت سیستم با تعریف پارامترهای $x = \bar{x}/b$ ، $\bar{F}_e = e/b$ ، $\bar{\mu} = c/2m\omega_n$ ، $\Omega_e = \omega_e/\omega_n$ ، $\tau = \omega_n t$ ، $\omega_n = \sqrt{k_m/m}$ و $\bar{F}_m = \hat{F}_m/bk_m$ ، به صورت رابطه (5) بدست می‌آید.

$$\frac{d^2 x}{d\tau^2} + 2\bar{\mu} \frac{dx}{d\tau} + f_h(x) = \bar{F}_m + \bar{F}_e \Omega_e^2 \cos(\Omega_e \tau + \phi_e) \quad (5)$$

که:

$$f_h(x) = \begin{cases} x - (1-\alpha) & 1 < x \\ \alpha x & -1 \leq x \leq 1 \\ x + (1-\alpha) & 1 < -x \end{cases} \quad (6)$$

با در نظر گرفتن $\alpha = 0$ ، و تقریب تابع f_h با یک تابع درجه سوم به صورت $f_h(x) = -0.1667x + 0.1667x^3$ معادله (5) به شکل رابطه (7) بازنویسی می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x}{d\tau^2} + 2\bar{\mu} \frac{dx}{d\tau} + (-0.1667x + 0.1667x^3) \\ = \bar{F}_m + \bar{F}_e \Omega_e^2 \cos(\Omega_e \tau + \phi_e) \end{aligned} \quad (7)$$

معادله (7)، معادله ارتعاشی سیستم چرخ‌دنده مورد بررسی در این پژوهش است. برای این مدل، پیش‌بینی و کنترل رفتار دوشاخه‌شدگی و آشوب براساس آنالیز تحلیلی ملنیکوف ارائه و مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

3- دوشاخه‌شدگی و انتقال به آشوب در مدل چرخ‌دنده

دوشاخه‌شدگی هموکلنیک یکی از انواع دوشاخه‌شدگی‌های سراسری و معیاری برای پیش‌بینی گذار به آشوب در سیستم است. در این دوشاخه‌شدگی، با تغییر پارامتر کنترل سیستم، مانیفولدهای پایدار و ناپایدار مدار

1- Linear stability analysis

2- center

3- saddle

$$M^{\pm}(\tau_0) = -\frac{8\mu(a)^2}{3c\sqrt{a}} \pm \sqrt{\frac{2}{c}} f_e \Omega_e^3 \pi \operatorname{sech}\left(\frac{\pi\Omega_e}{2\sqrt{a}}\right) \sin(\Omega_e \tau_0 + \phi_e) \quad (16)$$

با توجه به آنالیز ملنیکوف، تغییر علامت $M(\tau_0)^{\pm}$ شرط تقاطع مانیفولدهای پایدار ($W_s^{\pm}$) و ناپایدار ($W_u^{\pm}$) سیستم است. بنابراین، در یک فضای پارامتری احتمال تقاطع مانیفولدهای پایدار و ناپایدار سیستم و به تبع آن بروز رفتار آشفته است. ایده اولیه اصلاح و یا حذف رفتار آشوبی، طراحی مناسب پارامترهای سیستم است [23]. واضح است که با تنظیم پارامترها می‌توان آشوب را از سیستم حذف کرد. باید به این مسأله اشاره کرد که با توجه به دینامیک چرخ‌دنده، محدودیت‌هایی در طراحی و انتخاب برخی از پارامترهای سیستم وجود دارد. لذا در چنین شرایطی، روش‌های کنترلی برای حذف و یا مهار آشوب به عنوان راهکاری مناسب، پیشنهاد می‌شوند.

4- مدل‌سازی و تعریف سیستم کنترلی چرخ‌دنده

در این بخش یک مدل کاربردی برای کنترل دوشاخه‌شدگی هموکلنیک و در نتیجه حذف آشوب در یک سیستم چرخ‌دنده‌ای ارائه می‌شود. ایده اصلی در طراحی این سیستم، استفاده از یک مکانیزم محرک برای ایجاد یک گشتاور تحریک ثانویه بر چرخ‌دنده (a)، است. مدل شبیه‌سازی شده در این پژوهش در شکل 3 نشان داده شده است. تحریک کنترلی معمولاً به واسطه عملکردهای هیدرولیکی یا مغناطیسی برای کنترل عملکرد سیستم به آن اعمال می‌شود. محرک نصب شده بین چرخ‌دنده و محور انتقالی سیستم قادر به انتقال گشتاور T_a و همچنین اعمال یک گشتاور ثانویه قابل کنترل $U_p(t)$ به چرخ‌دنده است. به منظور طراحی و انتخاب فضای پارامتری مناسب برای ترم گشتاور کنترلی تحریک، آنالیز ملنیکوف مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای سیستم کنترلی شکل 3 و با در نظر گرفتن گشتاور تحریک $U_p(t)$ ، معادله (1) به صورت رابطه (17) بازنویسی می‌شود:

$$I_a \frac{d^2 \theta_a}{dt^2} + c_m (r_a \frac{d\theta_a}{dt} - r_b \frac{d\theta_b}{dt} - \frac{de(t)}{dt}) r_a + r_a k_m f_h (r_a \theta_a - r_b \theta_b - e(t)) = T_a + U_p(t) \quad (17\text{-الف})$$

$$I_b \frac{d^2 \theta_b}{dt^2} - c_m (r_a \frac{d\theta_a}{dt} - r_b \frac{d\theta_b}{dt} - \frac{de(t)}{dt}) r_b - r_b k_m f_h (r_a \theta_a - r_b \theta_b - e(t)) = -T_b \quad (17\text{-ب})$$

$U_p(t) = U_p \cos(\omega_p t + \phi_p)$ گشتاور تحریک اعمالی به سیستم بوده و به صورت یک جمله پریودیک انتخاب می‌شود. مشابه رابطه (3)، معادله ارتعاشی (17) به صورت رابطه (18) ساده‌سازی می‌شود.

$$m \frac{d^2 \bar{x}}{dt^2} + c_m \frac{d\bar{x}}{dt} + k_m f_h(\bar{x}) = \hat{F}_m + \hat{F}_e(t) + \hat{F}_p \cos(\omega_p t + \phi_p) \quad (18)$$

که $\hat{F}_p = m U_p (r_a / I_a)$ با انتخاب پارامترهای بی بعد استفاده شده در رابطه (5) و همچنین تعریف $\Omega_p = \omega_p / \omega_n$ و $\bar{F}_p = \hat{F}_p / b k_m$ ، معادله ارتعاشی حاکم بر سیستم به صورت رابطه (19) ارائه می‌شود.

$$\frac{d^2 \bar{x}}{d\tau^2} + 2\tilde{\mu} \frac{d\bar{x}}{d\tau} + (-0.1667\bar{x} + 0.1667\bar{x}^3) = \tilde{F}_m + \tilde{F}_e \Omega_e^2 \cos(\Omega_e \tau + \phi_e) + \tilde{F}_p \cos(\Omega_p \tau + \phi_p) \quad (19)$$

در رابطه فوق و با تعریف $\tilde{F}_p = \varepsilon f_p$ ، ترم پرتوربیشن $f_p \cos(\Omega_p \tau + \phi_p)$ در معادله (8) اضافه می‌شود. در نتیجه، تابع ملنیکوف (رابطه 14) به صورت

$$(x_h(\bar{\tau}), y_h(\bar{\tau})) = (\pm \sqrt{\frac{2a}{c}} \operatorname{sech}(\sqrt{a}(\bar{\tau})), \mp \sqrt{\frac{2}{c}} a \operatorname{sech}(\sqrt{a}(\bar{\tau})) \tanh(\sqrt{a}(\bar{\tau}))) \quad (11)$$

که $\tau - \tau_0 = \bar{\tau}$. مانیفولدهای پایدار ($W_s^{\pm}$) و ناپایدار ($W_u^{\pm}$) مدار هموکلنیک در شکل 2 نشان داده شده‌اند.

$$\begin{aligned} \dot{X} &= p_1(X, Y) + \varepsilon q_1(X, Y, \tau) \\ \dot{Y} &= p_2(X, Y) + \varepsilon q_2(X, Y, \tau) \end{aligned} \quad (12)$$

که:

$$\begin{aligned} p_1(X, Y) &= Y, \quad p_2(X, Y) = (aX - cX^3), \quad q_1(X, Y, \tau) = 0 \\ q_2(X, Y, \tau) &= -2\mu\dot{X} + f_m + \Omega_e^2 f_e \cos(\Omega_e \tau + \phi_e) \end{aligned} \quad (13)$$

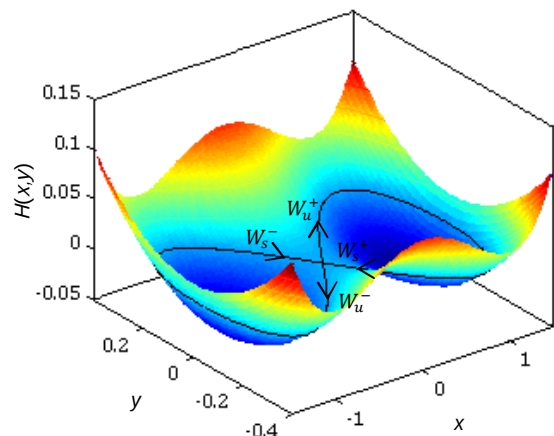
برای سیستم تعریف شده با معادله (12)، با توجه به آنالیز ملنیکوف، فاصله مانیفولدهای پایدار و ناپایدار سیستم در نگاشت پوانکاره طبق رابطه (14) محاسبه می‌شوند [20]:

$$\begin{aligned} M(\tau_0) &= \int_{-\infty}^{+\infty} p(X_h(\tau - \tau_0)) \wedge q(X_h(\tau - \tau_0), \tau) \dots \\ &\dots \times \exp \left[-\int_0^{\tau} \operatorname{trace}[D_X(p(X_h(s)))] ds \right] d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} p(X_h(\tau)) \wedge q(X_h(\tau), \tau + \tau_0) \dots \\ &\dots \times \exp \left[-\int_0^{\tau} \operatorname{trace}[D_X(p(X_h(s)))] ds \right] d\tau \end{aligned} \quad (14)$$

که $X_h = (x_h, y_h)$ مدار هموکلنیک سیستم، D_X مشتق نسبت به $X = (x, y)$ و $p \wedge q = p_1 q_2 - p_2 q_1$ است. معادله (14) پس از جایگذاری روابط (11) و (13) به صورت رابطه (15) بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} M^{\pm}(\tau_0) &= \int_{-\infty}^{+\infty} (\mp \sqrt{\frac{2}{c}} a \operatorname{sech}(\sqrt{a}\tau) \tanh(\sqrt{a}\tau)) \dots \\ &\dots \times (-2\mu(\mp \sqrt{\frac{2}{c}} a \operatorname{sech}(\sqrt{a}\tau) \tanh(\sqrt{a}\tau)) \dots \\ &\dots + f_m + f_e \Omega_e^2 \cos(\Omega_e(\tau + \tau_0) + \phi_e)) d\tau \end{aligned} \quad (15)$$

با محاسبه انتگرال فوق، تابع ملنیکوف به صورت رابطه (16) استخراج می‌شود:



شکل 2 تابع همیلتونین و مدار هموکلنیک سیستم غیرپرتورب

رابطه (20) حاصل می‌شود:

$$M^{\pm}(\tau_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\mp \sqrt{\frac{2}{c}} a \operatorname{sech}(\sqrt{a}\tau) \tanh(\sqrt{a}\tau) \right) \dots \\ \dots \times \left(-2\mu \left(\mp \sqrt{\frac{2}{c}} a \operatorname{sech}(\sqrt{a}\tau) \tanh(\sqrt{a}\tau) \right) \dots \right. \\ \left. \dots + f_m + f_e \Omega_e^2 \cos(\Omega_e(\tau + \tau_0) + \phi_e) \dots \right. \\ \left. \dots + f_p \cos(\Omega_p(\tau + \tau_0) + \phi_p) \right) d\tau \quad (20)$$

پس از ساده‌سازی، تابع ملنیکوف به شکل نهایی (21) بدست می‌آید:

$$M^{\pm}(\tau_0) = A \pm E \sin(\Omega_e \tau_0 + \phi_e) \pm P \sin(\Omega_p \tau_0 + \phi_p) \quad (21)$$

که:

$$A = -\frac{8}{3} \frac{\mu(a)^2}{c \sqrt{a}}, \quad E = \sqrt{\frac{2}{c}} f_e \Omega_e^3 \pi \operatorname{sech}\left(\frac{\pi \Omega_e}{2\sqrt{a}}\right) \\ P = \sqrt{\frac{2}{c}} f_p \Omega_p \pi \operatorname{sech}\left(\frac{\pi \Omega_p}{2\sqrt{a}}\right)$$

در مقایسه با رابطه (16)، جمله کنترلی $\pm P \sin(\Omega_p \tau_0 + \phi_p)$ به رابطه ملنیکوف اضافه شده است. هدف نهایی، گزینش مناسب پارامترهای این جمله کنترلی به نحوی است که سیستم آشوبناک اولیه را پایدار و سبب حذف آشوب شود. طبق تئوری ملنیکوف تغییر علامت $M(\tau_0)^{\pm}$ شرط تقاطع مانیفولدهای پایدار و ناپایدار سیستم است. در نتیجه برای سیستمی بدون اعمال تحریک کنترلی (با توجه به رابطه (16))، مقدار بحرانی برای وقوع دوشاخه‌شدگی هموکلنیک به صورت رابطه (22) بدست می‌آید:

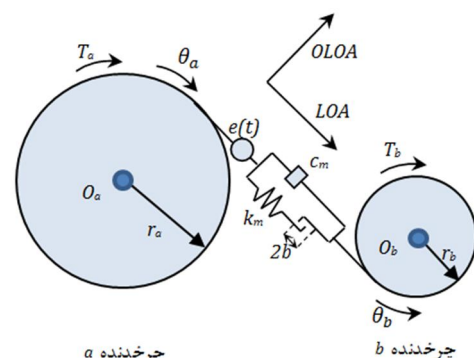
$$|A| = |E| \Rightarrow \left| -\frac{8}{3} \frac{\mu(a)^2}{c \sqrt{a}} \right| = \left| \sqrt{\frac{2}{c}} f_e \Omega_e^3 \pi \operatorname{sech}\left(\frac{\pi \Omega_e}{2\sqrt{a}}\right) \right| \quad (22)$$

در نتیجه فضای پارامتری برای وقوع آشوب در سیستم به صورت رابطه (23) پیش‌بینی می‌شود:

$$|A| < |E| \Rightarrow \left| -\frac{8}{3} \frac{\mu(a)^2}{c \sqrt{a}} \right| < \left| \sqrt{\frac{2}{c}} f_e \Omega_e^3 \pi \operatorname{sech}\left(\frac{\pi \Omega_e}{2\sqrt{a}}\right) \right| \quad (23)$$

با اضافه شدن ترم کنترلی تحریک به سیستم آشفته، شرط کافی برای تغییر علامت تابع ملنیکوف، $|P| < |E| - |A|$ است [14]. لذا، شرط لازم برای عدم تغییر علامت تابع ملنیکوف به صورت رابطه (24) تعریف می‌شود:

$$|P| \geq |E| - |A| = P_{\min} \\ \left| \sqrt{\frac{2}{c}} f_p \Omega_p \pi \operatorname{sech}\left(\frac{\pi \Omega_p}{2\sqrt{a}}\right) \right| \geq \dots \\ \dots \left| \sqrt{\frac{2}{c}} f_e \Omega_e^3 \pi \operatorname{sech}\left(\frac{\pi \Omega_e}{2\sqrt{a}}\right) \right| - \left| -\frac{8}{3} \frac{\mu(a)^2}{c \sqrt{a}} \right| \quad (24)$$



شکل 3 مدل دینامیکی سیستم کنترلی

در صورت منفی (مثبت) بودن A ، فاز بهینه تحریک $\phi_p = \phi_{\text{optimum}}$ برای برقراری شرط عدم تغییر علامت تابع ملنیکوف، به گونه‌ای تعیین می‌شود که ماکزیمم (مینیمم) توابع $\mp P_{\min} \sin(\Omega_p \tau_0 + \phi_{\text{optimum}})$ در یک زمان یکسان τ_0^* واقع شوند. با فرض $M^{\pm}(\tau_0) = A \pm E \sin(\Omega_e \tau_0 + \phi_e)$ و همچنین هم علامت بودن P و E برای فاز بهینه رابطه (25) بدست می‌آید:

$$\text{for } M^{\pm} \text{ and } (A < 0 \text{ or } A > 0) \Rightarrow \phi_{\text{optimum}} = \pi + \phi_e \quad (25)$$

در صورت مختلف‌العلامت بودن پارامترهای P و E ، با تغییر متغیر $\phi_e = \phi_e^* + \pi$ ، رابطه (21) به شکل کلی بررسی شده در رابطه (25) تبدیل می‌شود. همچنین، مقدار ماکزیمم دامنه تحریک $P_{\max}$ برای $M^{\pm}(\tau_0)$ و در شرایط $\phi_{\text{optimum}} = \pi + \phi_e$ با رابطه (26) محاسبه می‌شود:

$$P_{\max} = |E| + |A| = \left| \sqrt{\frac{2}{c}} f_e \Omega_e^3 \pi \operatorname{sech}\left(\frac{\pi \Omega_e}{2\sqrt{a}}\right) \right| + \left| -\frac{8}{3} \frac{\mu(a)^2}{c \sqrt{a}} \right| \quad (26)$$

فاز تحریک سیستم دارای یک بازه مجاز تغییرات نسبت به فاز بهینه و به صورت $\phi_p = [\phi_{\text{optimum}} - \Delta\phi_{\max}, \phi_{\text{optimum}} + \Delta\phi_{\max}]$ است. تغییرات مجاز فاز تحریک می‌بایست به گونه‌ای انتخاب شود که تابع ملنیکوف همچنان بدون تغییر علامت باشد.

حداکثر این تغییرات فاز، منطبق با اختلاف فاصله زمانی صفرهای تابع $\pm P \sin(\Omega_p \tau_0 + \phi_{\text{optimum}})$ و $M^{\pm}(\tau_0) = A \pm E \sin(\Omega_e \tau_0 + \phi_e)$ است. در نتیجه مقدار $\Delta\phi_{\max}$ برای تحریک کنترلی به صورت رابطه (27) محاسبه می‌شود:

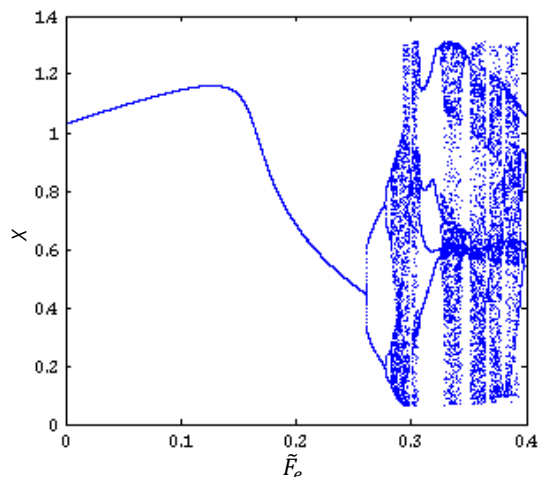
$$\Delta\phi_{\max} = \Omega_p (\tau_0^2 - \tau_0^1) = (\arcsin \frac{A}{E} - \phi_e) - k\pi + \phi_{\text{optimum}} \quad (27)$$

با انتخاب فاز تحریک $\phi_p = \phi_{\text{optimum}} \pm \Delta\phi$ در بازه مجاز، مقادیر جدید دامنه تحریک $\bar{P}_{\max}$ و $\bar{P}_{\min}$ ($\bar{P}_{\max} = P_{\max} \cos(\Delta\phi) < P_{\max}$) و همچنین $\bar{P}_{\min}$ ($\bar{P}_{\min} = P_{\min} / \cos(\Delta\phi) > P_{\min}$) می‌بایست لحاظ شوند. لذا با گزینش مناسب پارامترهای ترم تحریک در بازه $P = [P_{\min}, P_{\max}]$ و $\phi_p = [\phi_{\text{optimum}} - \Delta\phi_{\max}, \phi_{\text{optimum}} + \Delta\phi_{\max}]$ تابع ملنیکوف برای سیستم آشوبناک اولیه هیچ‌گونه تغییر علامتی نداشته و در نتیجه حذف آشوب و بروز رفتار پریودیک پیش‌بینی می‌شود.

5- شبیه‌سازی و بررسی نتایج

در این بخش شبیه‌سازی عددی به منظور بررسی نتایج تحلیلی بدست‌آمده برای پیش‌بینی و کنترل آشوب، ارائه می‌شود. براساس آنالیز ملنیکوف، شرط تقاطع مانیفولدهای پایدار و ناپایدار سیستم کنترل نشده با رابطه (23) تعیین شد. با انتخاب نیروی f_e به عنوان پارامتر کنترل، سطح بحرانی برای وقوع دوشاخه‌شدگی و گذار به آشوب در فضای پارامتری $(\mu - \Omega_e - f_e)$ در شکل 4 ترسیم شده است. با تغییر پارامترهای سیستم و عبور از سطح بحرانی، دوشاخه‌شدگی هموکلنیک در سیستم اتفاق می‌افتد. لذا شرط وقوع آشوب، گذار پارامترهای سیستم از سطح بحرانی و فرارگیری در فضای بالای این سطح است.

با توجه به شکل 4 نقاط با پارامترهای $\mu = 9$ ، $\Omega_e = 0.5$ و $f_e \leq 25.15$ در زیر سطح بحرانی واقع می‌شوند. تابع ملنیکوف متناظر با این نقاط هیچ‌گونه تغییر علامتی نداشته و سیستم دارای حرکت پریودیک است. با



شکل 5 نمودار دوشاخه‌شدگی با انتخاب پارامتر کنترل $\bar{F}_e = \varepsilon f_e$

$$P_{\max} = \sqrt{\frac{2}{c}} f_{p(\max)} \Omega_p \pi \operatorname{sech}\left(\frac{\pi \Omega_p}{2\sqrt{a}}\right) = 21.47 \Rightarrow f_{p(\max)} = 13.8 \quad (29)$$

رابطه (27) حداکثر تغییرات فاز کنترلی را به صورت رابطه (30) ارائه می‌دهد:

$$\Delta\phi_{\max} = \arcsin \frac{A}{E} = \pm 0.9963 \quad (30)$$

با توجه به تابع ملنیکوف، فضای پارامتری مجاز برای انتخاب f_p و $\Delta\phi$ در شکل 7 ترسیم شده است. با انتخاب پارامترهای تحریک کنترلی در منطقه سفید، تابع ملنیکوف سیستم کنترلی بدون تغییر علامت بوده و به تبع آن حذف آشوب در سیستم پیش‌بینی می‌شود. به منظور بررسی صحت نتایج تحلیلی، شبیه‌سازی عددی برای کنترل سیستم آشوبناک در $f_e=30$ ارائه می‌شود. با توجه به شکل 7، یک تحریک کنترلی با پارامترهای $\phi_e=0$ ، $f_p=8$ و $\phi_p=\phi_{\text{optimum}}+\Delta\phi=\pi+0.6$ به سیستم اعمال می‌شود. با اعمال این تحریک کنترلی به سیستم آشفته، توابع ملنیکوف جدید $M(\tau_0)^+$ و $M(\tau_0)^-$ تغییر علامتی نداشته و در نتیجه حذف آشوب و رسیدن به یک پاسخ پریودیک را پیش‌بینی می‌کنند.

پاسخ زمانی و همچنین نمودار صفحه فاز سیستم قبل و بعد از اعمال تحریک کنترلی در شکل‌های 8 و 9 نشان داده شده است. با توجه به پاسخ زمانی سیستم در شکل 8، پس از اعمال تحریک کنترلی در زمان $\tau=1000$ ، رفتار آشوبناک اولیه حذف و سیستم مطابق انتظار رفتار پریودیک را به نمایش می‌گذارد. پاسخ پریودیک سیستم کنترل شده نیز به صورت یک چرخه حدی ثابت در شکل 9 مشخص است. نتایج عددی عملکرد مطلوب سیستم کنترلی در مهار و حذف آشوب را تصدیق می‌کنند.

نمودار دوشاخه‌شدگی سیستم کنترل شده با انتخاب پارامتر دوشاخه‌شدگی $\bar{F}_p = \varepsilon f_p$ در شکل 10 ترسیم شده است. پارامترهای ثابت سیستم به صورت $\varepsilon=0.01$ ، $f_m=1$ ، $\mu=9$ ، $\Omega_e=\Omega_p=0.5$ ، $\phi_e=0$ و $\phi_p=\pi$ فرض شده است. با توجه به نمودار دوشاخه‌شدگی، بازه $\bar{F}_p=[0.012 \ 0.14]$ به عنوان بازه مجاز تحریک کنترلی برای حذف آشوب در سیستم اولیه بدست می‌آید.

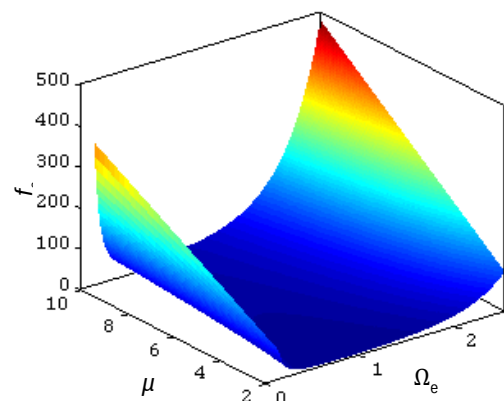
افزایش f_e و عبور از مقدار بحرانی $f_e=25.15$ تقاطع مانیفولدهای پایدار و ناپایدار سیستم و در نتیجه دوشاخه‌شدگی هموکلنیک و به دنبال آن گذار به منطقه آشوب پیش‌بینی می‌شود. به منظور بررسی صحت نتایج تحلیلی، نمودار دوشاخه‌شدگی سیستم (معادله 7) با انتخاب پارامتر کنترل $\bar{F}_e = \varepsilon f_e$ در شکل 5 ترسیم شده است. نمودار دوشاخه‌شدگی مربوطه در شرایط اولیه $x=0.01$ و $\dot{x}=0.01$ و نیز انتخاب پارامترهای ثابت $\varepsilon=0.01$ ، $f_m=1$ ، $\mu=9$ و $\Omega_e=0.5$ ارائه شده است. با افزایش پارامتر $\bar{F}_e$ در بازه $\bar{F}_e=[0, 0.4]$ بروز دوشاخه‌شدگی‌ها و گذار به آشوب برای $\bar{F}_e > 0.26$ قابل تشخیص است.

نتایج عددی بدست آمده، صحت تحلیل ملنیکوف برای پیش‌بینی آشوب در سیستم چرخ‌دنده را تأیید می‌کنند. در ادامه تحلیل ملنیکوف به منظور کنترل و حذف آشوب ایجاد شده در سیستم، مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. به این منظور پاسخ ارتعاشی آشوبناک سیستم در $\mu=9$ ، $\Omega_e=0.5$ و $f_e=30$ (با توجه به شکل 5)، برای کنترل آشوب در نظر گرفته می‌شود. با توجه به شکل 4 این نقطه در بالای سطح بحرانی و در منطقه آشوب قرار دارد. تابع ملنیکوف مربوطه در شکل 6- الف ترسیم شده است. تغییر علامت توابع ملنیکوف $M(\tau_0)^+$ و $M(\tau_0)^-$ ، بیانگر تقاطع مانیفولدهای پایدار و ناپایدار سیستم و در نتیجه وقوع رفتار آشوبی است. نمودارهای پاسخ زمانی و فضای فاز سیستم برای $f_e=30$ در شکل‌های 6- ب و 6- ج نیز وجود رفتار آشوبناک را تأیید می‌کنند.

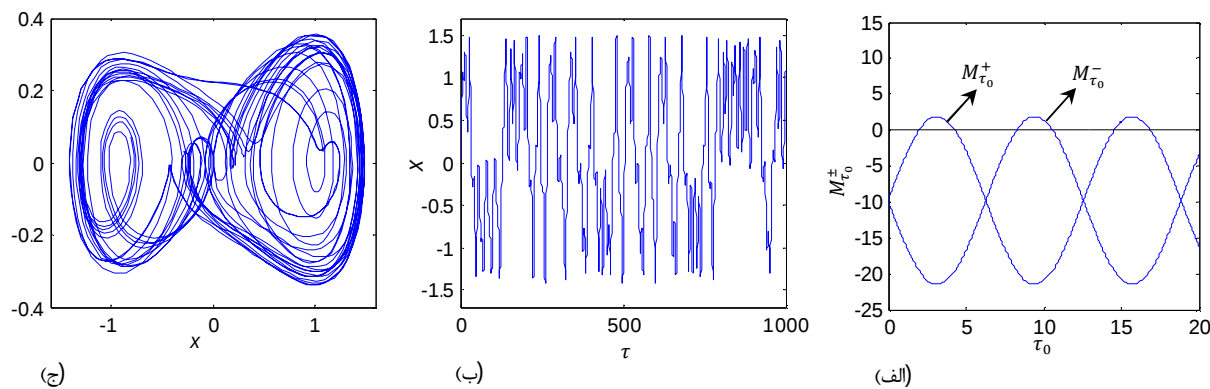
همان‌گونه که اشاره شد، اعمال تحریک $U_p(t)$ بر چرخ‌دنده راننده، سبب اضافه شدن عبارت کنترلی $\pm P \sin(\Omega_p \tau_0 + \phi_p)$ در رابطه ملنیکوف شد. هدف نهایی گزینش مناسب پارامترهای این جمله کنترلی برای حذف آشوب ایجاد شده در سیستم است. با استفاده از رابطه (24)، مقدار مینیمم f_p برای سیستم مزبور به صورت زیر بدست می‌آید:

$$P_{\min} = \sqrt{\frac{2}{c}} f_{p(\min)} \Omega_p \pi \operatorname{sech}\left(\frac{\pi \Omega_p}{2\sqrt{a}}\right) = 1.874 \Rightarrow f_{p(\min)} = 1.204 \quad (28)$$

با استفاده از رابطه (26) برای مقدار ماکزیمم f_p نیز رابطه (29) بدست می‌آید:

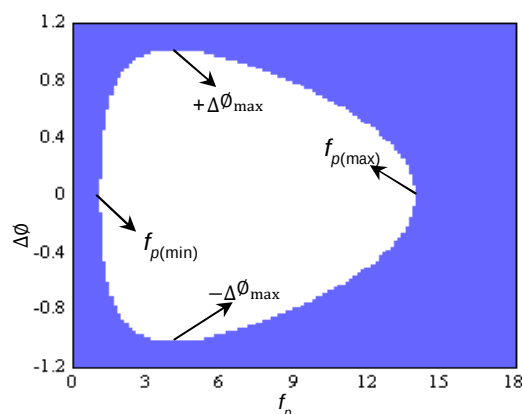


شکل 4 منحنی آستانه انتقال به آشوب در فضای پارامتری $(\mu - \Omega_e - f_e)$

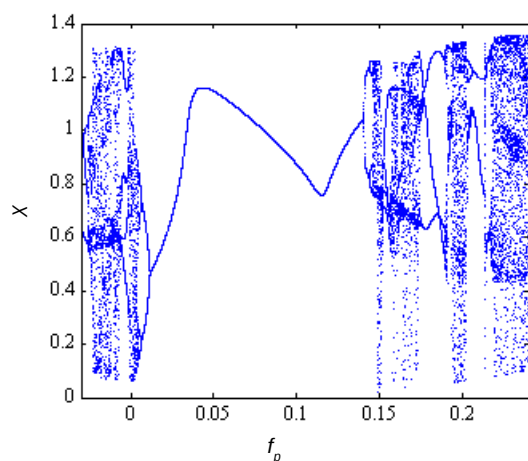


شکل 6 الف) تابع ملنیکوف، ب) پاسخ زمانی و ج) فضای فاز به ازای $fe=30$

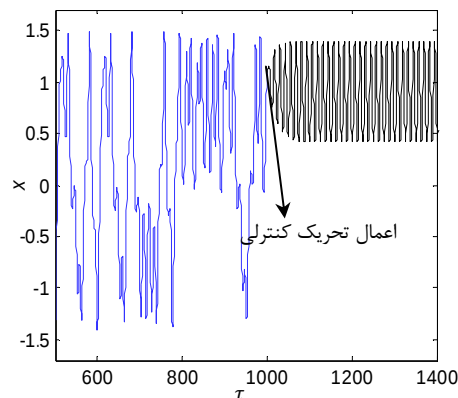
با توجه به شکل 7، بازه مجاز پیش‌بینی شده توسط تحلیل ملنیکوف با نتایج عددی بدست آمده از نمودار دوشاخه‌شدگی مطابقت دارد. نمودار دوشاخه‌شدگی سیستم با انتخاب پارامتر دوشاخه‌شدگی فاز تحریک ($\Delta\phi$) و با در نظر گرفتن $f_p=4$ در شکل 11 ترسیم شده است. بازه مجاز بدست‌آمده برای تغییرات فاز، نتایج تحلیلی بدست آمده از آنالیز ملنیکوف ($\Delta\phi_{\max} = \pm 0.996$) را تصدیق می‌کند. نتایج شبیه‌سازی بیانگر تحقق اهداف سیستم کنترلی در مهار و حذف رفتار آشوبی در ارتعاشات سیستم غیرخطی چرخ‌دنده هستند.



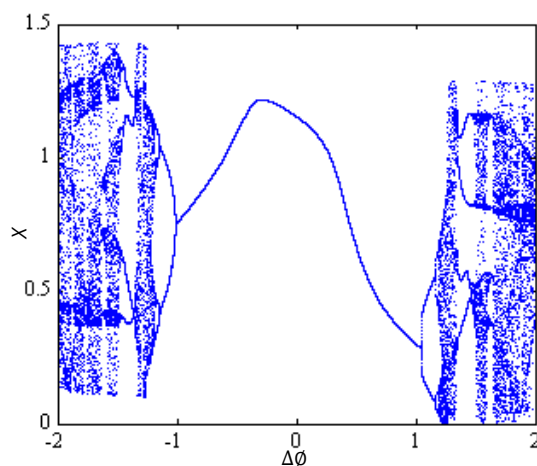
شکل 7 فضای پارامتری مجاز برای انتخاب پارامترهای ترم کنترلی



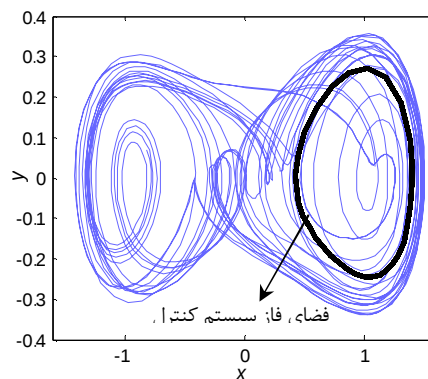
شکل 10 نمودار دوشاخه‌شدگی سیستم کنترل شده در فضای پارامتری f_p



شکل 8 پاسخ زمانی سیستم قبل و بعد از اعمال تحریک کنترلی در $\tau=1000$



شکل 11 نمودار دوشاخه‌شدگی سیستم کنترل شده در فضای پارامتری $\Delta\phi$



شکل 9 نمودار صفحه فاز سیستم قبل و بعد از اعمال تحریک کنترلی

6- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، کنترل و مهار رفتار آشوبناک در پاسخ ارتعاشی سیستم غیرخطی چرخ‌دنده، مورد بحث و بررسی قرار گرفت. کنترل و حذف رفتار آشوبی از طریق اعمال یک تحریک ثانویه بر چرخ‌دنده راننده و بر اساس آنالیز تحلیلی ملنیکوف، محقق گردید. با ارائه شبیه‌سازی‌های عددی، کارایی و عملکرد مطلوب سیستم کنترلی تصدیق شد. باید به این مسأله اشاره کرد که روش کنترلی مطرح شده یک روش مؤثر بوده که به آسانی قابلیت اجرا برای سیستم‌های چرخ‌دنده‌ای را دارد. در این روش با اعمال تحریک کنترلی در هر زمان دلخواه می‌توان رفتار آشوبی در ناحیه معینی از فضای پارامتری را به رفتار پریودیک تبدیل کرد. لذا این روش کنترلی به عنوان یک روش و راهکار مناسب در کنترل دوشاخه‌شدگی هموکلنیک و آشوب در سیستم چرخ‌دنده، پیشنهاد می‌شود.

7- مراجع

- [8] C.W. Chang-Jian, C.K. Chen, Bifurcation and chaos of a flexible rotor supported by turbulent journal bearings with non-linear suspension, *Trans. IMechE, Part J-J. Engrg. Tribol.*, Vol.220, pp. 549–561, 2006.
- [9] C.W. Chang-Jian, Sh.M. Chang, Bifurcation and chaos analysis of spur gear pair with and without nonlinear suspension, *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, Vol. 12, pp. 979–989, 2011.
- [10] E. Ott, N. Grebogi, J. Yorke, Controlling chaos, *Phys Rev Lett.*, Vol. 64, No. 11, pp. 1196–1199, 1990.
- [11] C. C. Hwang, J. Y. Hsieh, R. S. Lin, A linear continuous feedback control of Chua's circuit, *Chaos Solitons & Fractals*, Vol. 8, No. 9, pp. 1507–1515, 1997.
- [12] A. Hegazi, H. N. Agiza, M. M. E. Dessoly, Controlling chaotic behavior for spin generator and Rossler dynamical systems with feedback control, *Chaos Solitons & Fractals*, Vol. 12, pp. 631–658, 2001.
- [13] A. Uchida, S. Kinugawa, Yoshimori, Synchronization of chaos in two microchip lasers by using incoherent feedback method, *Chaos Solitons & Fractals*, Vol. 17, pp. 363–368, 2003.
- [14] R. Chacon, General results on chaos suppression for biharmonically driven dissipative systems, *Phys Lett. A*, Vol. 257, pp. 293–300, 1999.
- [15] R. Chacon, F. Palmero, F. Balibrea, Taming chaos in a driven Josephson junction, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, Vol. 11, No. 7, 1897–1909, 2001.
- [16] R. Wang, J. Deng, Z. Jing, Chaos control in duffing system, *Chaos Solitons & Fractals*, Vol. 27, pp. 249–257, 2006.
- [17] J. Yang, Z. Jing, Controlling chaos in a pendulum equation with ultra-subharmonic resonances, *Chaos Solitons & Fractals*, Vol. 42, pp. 1214–1226, 2009.
- [18] R. Chacon, A. M. Lacasta, Controlling chaotic transport in two-dimensional periodic potentials, *Phys. Rev. E*, Vol. 82, 046207, 2010.
- [19] S. Wiggins, *Global bifurcations and Chaos*, New York: Springer, 1988.
- [20] J. Guckenheimer, P. Holmes, *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields*, New York: Springer, 1983.
- [21] K. Yagasaki, Bifurcations and chaos in vibrating micro cantilevers of tapping mode atomic force microscopy, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 42, pp. 658–672, 2007.
- [22] L. Zhou, Y. Chen, F. Chen, Global bifurcation analysis and chaos of an arch structure with parametric and forced excitation, *Mechanics Research Communications*, Vol. 37, No. 1, pp. 67–71, 2010.
- [23] A. Farshidianfar, A. Saghafi, Global bifurcation and chaos analysis in nonlinear vibration of spur gear systems, *Nonlinear Dyn.*, Vol. 75, No. 4, pp. 783–806, 2014.
- [24] A. Kahraman, R. Singh, nonlinear dynamics of a geared rotor- bearing system with multiple clearances, *J. Sound Vib.*, Vol. 144, No. 3, pp. 469–506, 1991.
- [1] H. N. Ozguven, D. R. Houser, Mathematical models used in gear dynamics-a review, *J. Sound Vib.*, Vol. 121, No. 3, pp. 383–411, 1988.
- [2] C. Padmanabhan, R. Singh, Spectral coupling issues in a two-degree-of freedom system with clearance non-linearities, *J. Sound Vib.*, Vol. 155, No.2, pp. 209–230, 1992.
- [3] G.W. Blankenship, A. Kahraman, Steady state forced response of a mechanical oscillator with combined parametric excitation and clearance type non-linearity, *J. Sound Vib.*, Vol. 185, No. 5, pp. 743–765, 1995.
- [4] A. Kahraman, G.W. Blankenship, Experiments on nonlinear dynamic behavior of an oscillator with clearance and periodically time varying parameters, *J. Appl. Mech.*, Vol. 64, pp. 217–226, 1997.
- [5] K. Sato, S. Yamamoto, T. Kawakami, Bifurcation sets and chaotic states of a geared system subjected to harmonic excitation, *Computational Mech.*, Vol.7, pp. 173–182, 1991.
- [6] S. Theodossiades, S. Natsiavas, On geared rotor dynamic systems with oil journal bearings, *J. Sound Vib.*, Vol. 243, No. 4, pp. 721–745, 2001.
- [7] S. Theodossiades, S. Natsiavas, Periodic and chaotic dynamics of motor-driven gear-pair systems with backlash, *Chaos Solitons & Fractals*, Vol. 12, pp. 2427–2440, 2001.