



## مقایسه روش‌های بهینه‌سازی تحلیلی و مبتنی بر طراحی آزمایش به منظور تعیین جهت گیری بهینه ساخت در فرآیندهای نمونه‌سازی سریع

امیرحسین گل محمدی<sup>1</sup>، سعید خدایگان<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران  
2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران  
\* khodaygan@sharif.edu، 11155-9567، صندوق پستی

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 22 آبان 1396  
پذیرش: 14 بهمن 1396  
ارائه در سایت: 04 اسفند 1396  
کلید واژگان:  
نمونه‌سازی سریع  
زبان استاندارد مثلثی (STL)  
جهت‌گیری بهینه ساخت قطعه  
روش NSGA-II  
روش جدید و توسعه یافته تاگوچی

### چکیده

جهت‌گیری ساخت قطعه در فرآیندهای نمونه‌سازی سریع بر روی خواص قطعه از جمله استحکام، زمان ساخت، صافی سطح، مقدار مواد تکیه-گاهی مورد استفاده و قیمت ساخت تأثیرگذار است. در این بین زمان ساخت قطعه و زبری سطح از مهمترین مشخصه‌هایی هستند که به طور مستقیم تحت تأثیر جهت‌گیری قطعات قرار دارند. در این مقاله، دو الگوریتم بر اساس روش‌های بهینه‌سازی تحلیلی و مبتنی بر طراحی آزمایش برای تعیین جهت‌گیری بهینه ساخت به منظور کمینه کردن زمان ساخت و زبری سطح ارائه شده است. برای پیاده‌سازی این روش، قطعه مورد نظر کاربر در فرمت زبان استاندارد مثلثی (STL) دریافت می‌شود سپس با استفاده از مشخصات هندسی و نوع جهت‌گیری قطعه زمان تخمینی ساخت و مقدار میانگین زبری سطح قطعه محاسبه می‌شود. به منظور تعیین جهت‌گیری بهینه از دو روش بهینه‌سازی تحلیلی (روش NSGA-II) و مبتنی بر طراحی آزمایش (روش جدید و توسعه یافته تاگوچی) استفاده شده است. پس از معرفی مراحل هر یک از این دو روش به منظور تعیین جهت‌گیری بهینه ساخت قطعه، مراحل این دو الگوریتم پیشنهادی بر روی قطعه‌ای به عنوان مطالعه موردی پیاده‌سازی می‌شود و نتایج حاصل مورد مقایسه و بحث قرار می‌گیرد. نتایج حاصل برای قطعه پیشنهادی نشان می‌دهد که جهت‌گیری بهینه حاصل از هر دو الگوریتم بهینه‌سازی نزدیکی قابل قبولی دارند. همچنین هزینه محاسباتی روش بهینه‌سازی جدید و توسعه یافته تاگوچی به مراتب کمتر از روش تحلیلی می‌باشد.

## Comparison of analytical and experiment design-based optimization methods to determine the optimum part build orientation in rapid prototyping processes

Amir Hossein Golmohammadi, Saeed Khodaygan\*

Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran  
\* P.O.B. 11155-9567 Tehran, Iran, khodaygan@sharif.edu

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 13 November 2017  
Accepted 03 February 2018  
Available Online 23 February 2018

### Keywords:

Rapid prototyping  
Standard triangle language (STL)  
Optimum part build orientation  
NSGA-II method  
New and developed Taguchi method

### ABSTRACT

In the rapid prototyping process, the orientation pattern of the part is one of the most important factors that significantly affect the product properties such as the build time, the surface roughness, the mechanical strength, and the amount of support material. The build time and the surface roughness are the more imperative criteria than others that can be considered to find the optimum orientation of parts. In this paper, two algorithms based on analytical and empirical optimization methods are presented to determine optimum part build orientation in order to minimize build time and surface roughness. To implement this method, the user's part is received in standard triangle language (STL) format. Then, using the geometric characteristics and type of part orientation, the build time and the average of surface roughness is calculated. In order to determine the optimum part build orientation, two analytical (NSGA-II method) and experimental (new and developed Taguchi method) optimization methods have been used. After introducing the steps of these two methods, in order to determine optimum part build orientation, the steps of these two proposed algorithms are implemented on a part as a case study and obtained results are compared and discussed. The results for the proposed part show that optimal orientation from both optimization algorithms is acceptable. also the computational cost of the experimental optimization method is far less than the analytical method.

### 1- مقدمه

روندهای افزودنی انجام می‌شود. در یک روند افزودنی یک قطعه با قرار دادن بی در پی لایه‌هایی از مواد درست می‌شود. قرار دادن لایه‌ها تا زمانی که کل شیء ایجاد شود ادامه می‌یابد. هر کدام از این لایه‌ها در واقع یک مقطع نازک افقی از جسم نهایی هستند [1].

فرآیند نمونه‌سازی سریع<sup>1</sup>، روند ساخت اجسام جامد سه بعدی از یک فایل دیجیتال است. در این فناوری ایجاد یک شیء سه بعدی با استفاده از

1 Rapid Prototyping

### Please cite this article using:

A. H. Golmohammadi, S. Khodaygan, Comparison of analytical and experiment design-based optimization methods to determine the optimum part build orientation in rapid prototyping processes, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 03, pp. 115-125, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

با استفاده از ساختار لایه‌ای، چاپگرهای سه‌بعدی<sup>1</sup> قادر به ساخت اشیاء تو خالی، اجسامی با پیچیدگی‌های درونی و یا اجسامی به سادگی مکعب‌های همگن هستند [2]. به نمونه‌سازی سریع (RP) ساخت افزودنی (AM) یا در حالت کلی‌تر چاپ سه‌بعدی (3DP) هم گفته می‌شود. اصطلاح نمونه‌سازی در صنایع مختلف جهت توصیف یک فرآیند سریع جهت ایجاد یک سیستم یا قسمتی از یک سیستم تا قبل از ساخت نهایی استفاده می‌شود [3].

روش‌های مختلف ساخت افزودنی دارای مبنای و مراحل یکسانی می‌باشند که عبارتند از: مدل‌سازی قطعه مورد نظر توسط یکی از نرم‌افزارهای طراحی، ایجاد یکی از فرمت‌های مورد قبول دستگاه چاپگر، برش‌زنی و تنظیم پارامترهای دستگاه چاپگر، ساخت مدل یا قطعه با استفاده از روش لایه به لایه و در نهایت عملیات پس پردازش به منظور افزایش دقت ابعادی و صافی سطح مدل و یا دستیابی به ویژگی‌های مکانیکی و فیزیکی بهتر [4].

عوامل زیادی بر روی خواص نمونه ساخته شده توسط دستگاه‌های چاپگر سه‌بعدی تأثیر گذارند که در بین آن‌ها الگوی جهت‌گیری ساخت قطعه<sup>4</sup> یکی از مهمترین عواملی است که می‌تواند خواص و ویژگی‌های قطعه را تغییر می‌دهد. جهت‌گیری مناسب برای ایجاد قطعه می‌تواند بر روی ویژگی‌های قطعه از جمله استحکام، چروک خوردگی، زمان ساخت، صافی سطح، مقدار مواد تکیه‌گاهی مصرفی و... تأثیرگذار باشد [5].

در گذشته مطالعاتی در رابطه با تعیین جهت‌گیری بهینه ساخت قطعات در فرآیندهای ساخت افزودنی انجام شده‌است.

مورونی و همکارانش، به بررسی جهت‌گیری بهینه یک مدل مونتاژ شده که توسط فرآیند تولید افزایشی، ساخته می‌شود پرداخته‌اند. مدل مونتاژ شده، یک مدل رایج شامل دو شفت و یک سوراخ است که به وسیله یک مفصل به یکدیگر متصل می‌شوند. ورودی، مدل مونتاژ شده در فرمت STL و خروجی، قطعه با جهت‌گیری بهتر با در نظر گرفتن ویژگی‌های مونتاژ مدل به منظور افزایش دقت ابعادی مدل می‌باشد [6].

در پژوهشی که توسط الکساندر و همکارانش ارائه شده است، روشی برای جهت‌گیری بهینه قطعه به منظور رسیدن به کیفیت سطح بهتر و کاهش مواد تکیه‌گاهی پیشنهاد شده‌است. در این پژوهش جهت رسیدن به کیفیت سطح مطلوب اثر پله‌ای<sup>5</sup> کمینه شده‌است. اثر پله‌ای یکی از پدیده‌های رایج است که معمولاً در تولید قطعات با روش لایه لایه رخ می‌دهد. در این پژوهش همچنین برای کاهش مواد تکیه‌گاهی، جهت‌گیری قطعه طوری انتخاب شده‌است که مساحت سطح رو به پایین قطعه کمینه گردد [7].

در پژوهشی که توسط هانزل و همکارانش انجام شده است، جهت‌گیری قطعه به منظور رسیدن به خواص مکانیکی بهتر مورد بررسی قرار گرفته‌است. در این پژوهش دو جهت‌گیری کلی به صورت افقی و عمودی برای ساخت قطعه‌های فولادی پیشنهاد شده و برای هر یک از این حالات چهار زاویه‌ی ساخت برای حالت افقی و چهار زاویه‌ی ساخت برای حالت عمودی در نظر گرفته شد. پس از ساخت و تست قطعات میانگین استحکام قطعات در دو حالت افقی و عمودی بررسی شد که نتایج نشان داد که میانگین استحکام کششی نهایی قطعات در حالت افقی 624MPa و در حالت عمودی 669MPa می‌باشد. همچنین مشاهده شد که میانگین نرخ کرنش پلاستیک قطعات ساخته شده در حالت عمودی حدود 68 درصد بیشتر از قطعات ساخته شده در حالت افقی است. بنابراین نتایج نشان داد که خواص

مکانیکی قطعات در حالت عمودی بهتر از حالت افقی است [8].

در پژوهشی که توسط چنگ و همکارانش انجام شده است، روشی برای جهت‌گیری بهینه قطعه به منظور دستیابی به دقت ابعادی قطعه و کاهش زمان ساخت پیشنهاد شده‌است. در ابتدا برای رسیدن به دقت ابعادی قطعه، ضرایب وزنی متفاوتی به هندسه‌های مختلف اختصاص داده شده‌است. منبع ایجاد خطا که منجر به کاهش دقت ابعادی قطعه می‌شد اثر پله‌ای، انقباض و اعوجاج است که معمولاً در تولید لایه به لایه قطعه رخ می‌دهد. 4 نوع سطح و ویژگی در نظر گرفته شده و به هر کدام ضریب وزنی اختصاص داده شده است. همچنین روش محاسبه ضرایب وزنی برای سطوح آزاد و خمیده در این پژوهش بررسی شد. دومین هدف مورد بررسی در این پژوهش کاهش زمان ساخت بود که با کاهش تعداد لایه‌های ساخت بوسیله جهت‌گیری مناسب قطعه انجام شد. همچنین کاهش تعداد لایه‌های ساخت منجر به کاهش اثر پله‌ای نیز شد. در این پژوهش ابتدا چند جهت‌گیری برای رسیدن به دقت ابعادی قطعه انتخاب شد سپس از بین آن‌ها 1 یا 2 جهت‌گیری برای رسیدن به زمان مطلوب ساخت انتخاب شد [9].

فانتک و پند، روشی برای تعیین جهت‌گیری بهینه قطعه با استفاده از الگوریتم ژنتیک ارائه داده‌اند. در این کار ارتفاع مورد نیاز برای ساخت قطعه، مقدار میانگین زبری و مقدار ماده مورد نیاز برای ساخت قطعه به عنوان توابع هدف در نظر گرفته شده که با اختصاص ضرایب وزنی به هر یک از این توابع یک تابع هدف تعریف شده و با استفاده از الگوریتم ژنتیک برای توابع تک هدفه، تابع پیشنهادی کمینه شده‌است [10].

هدف از این پژوهش ارائه یک الگوریتم مناسب به منظور انتخاب جهت‌گیری بهینه قطعات در فرآیندهای ساخت افزودنی می‌باشد. برای این منظور الگوهای متفاوت جهت‌گیری در فرمت STL به عنوان ورودی قرار گرفته و خروجی، قطعه دارای جهت‌گیری بهینه می‌باشد به نحوی که زمان تولید قطعه و زبری سطح کاهش پیدا کند. بدین منظور پس از معرفی اجمالی فرمت داده‌ها در نمونه‌سازی سریع، با استفاده مقالات موجود در ادبیات زمان و زبری سطح بر مبنای جهت‌گیری تخمین زده می‌شود. سپس با استفاده از دو روش الگوریتم ژنتیک (NSGA-II) و توسعه یافته‌ی تاگوچی مراحل تعیین جهت‌گیری بهینه ساخت قطعات در فرآیندهای نمونه‌سازی تشریح و در یک مطالعه موردی پیاده‌سازی می‌شود. در انتها مقایسه نتایج دو روش و نتیجه‌گیری ارائه خواهد شد.

## 2- فرمت داده‌ها در نمونه‌سازی سریع

فرمت‌های انتقال اطلاعات از سیستم‌های رایانه‌ای به دستگاه‌های نمونه‌سازی سریع بسیار متنوع می‌باشد. از این میان می‌توان به فرمت‌های STL, IGES, HPGL, CT, RPI اشاره کرد. در حالت ایده‌آل هر یک از فرمت‌های انتقال اطلاعات می‌بایست ضمن پوشش کامل داده‌ها، کم حجم و عاری از هرگونه خطا و ابهام باشد. اما تا کنون دستیابی به تمامی این شرایط میسر نبوده است. [11]. از میان تمام فرمت‌های موجود، فرمت STL رایج‌ترین و کاربردی‌ترین فرمت مورد استفاده دستگاه‌های چاپگر است که در ادامه به آن پرداخته می‌شود.

### 1-2- فرمت STL

فرمت STL برای اولین بار برای استفاده در فرآیند استریولیتوگرافی<sup>6</sup> گسترش یافت، اما در حال حاضر به عنوان فرمت استاندارد صنعتی در

<sup>2</sup> 3D printer

<sup>3</sup> Additive manufacturing

<sup>1</sup> 3D Printing

<sup>2</sup> Part build orientation

<sup>3</sup> Stair stepping effect

<sup>6</sup> Stereo Lithography

$$T = f(n, S) \quad (2)$$

لازم به ذکر است از آنجا که در فرآیندهای نمونه‌سازی سریع، قطعات به صورت لایه لایه ساخته می‌شوند، لایه‌ها در قسمت‌هایی از قطعه که حالت برآمده، آویزان یا زیر آن‌ها خالی باشد، نیاز به تکیه‌گاه دارند. البته تکیه‌گاه یا پایه در تمام فرآیندهای نمونه‌سازی سریع مورد نیاز نیست. برای تعیین تعداد لایه‌های مورد نظر در ساخت قطعه از نسبت ارتفاع ساخت قطعه ( $h$ ) به ضخامت هر لایه ( $d$ ) استفاده می‌شود.

$$n = \frac{h}{d} \quad (3)$$

ارتفاع ساخت قطعه نیز به صورت تفاضل بیشترین و کمترین مؤلفه سوم مختصات رئوس مثلث‌ها تعریف شده و ضخامت لایه‌ها ثابت در نظر گرفته شده‌است.

$$h = z_{\max} - z_{\min} \quad (4)$$

برای محاسبه مقدار مواد تکیه‌گاهی نیز از رابطه زیر استفاده شده‌است.

$$S = \frac{\sum_{i=1}^m Z_{\text{down}} A_{\text{down}}}{\sum_{i=1}^m A_{\text{down}}} (1 + \sum_{i=1}^m |n_{3i}|) \quad (5)$$

در این رابطه  $A_{\text{down}}$  سطوح رو به پایین فرمت STL (سطوحی که مؤلفه سوم بردار نرمال آنها منفی است) و  $Z_{\text{down}}$  ارتفاع هریک از این سطوح رو به پایین از کف محفظه ساخت است. لازم به ذکر است مجموع قدر مطلق مؤلفه‌های سوم بردارهای عمود بر سطوح به منظور در نظر گرفتن تأثیر میزان انحراف قطعه از راستای عمود بر کف محفظه ساخت بر مقدار مواد تکیه‌گاهی مصرفی در نظر گرفته شده‌است.

در نهایت زمان تخمینی ( $T$ ) ساخت قطعه در جهت‌گیری‌های مختلف از رابطه (6) قابل تخمین است:

$$T \equiv (z_{\max} - z_{\min})(1 + S) \quad (6)$$

#### 4- تخمین زبری سطح میانگین بر مبنای جهت گیری قطعه

برای تخمین زبری سطح در جهت‌گیری‌های مختلف از پژوهش آهن و همکاران استفاده می‌شود [14].

آهن و همکاران علت اصلی زبری را اثر پله‌ای معرفی کرده و رابطه‌ای برای پیش‌بینی مقدار زبری میانگین قطعه در جهت‌گیری‌های مختلف ارائه دادند. این رابطه با در نظر گرفتن میزان انحراف سطح قطعه ساخته شده، ارتفاع وارده بر وتر این سطوح پله‌ای را به عنوان زبری در نظر گرفته است.

$$Ra = \frac{A}{W} = \frac{h}{2} \left| \frac{\cos(\theta - \beta)}{\cos(\beta)} \right| \quad (0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ) \quad (7)$$

همانطور که در شکل 3 مشخص است در این رابطه  $A$  مساحت مثلث

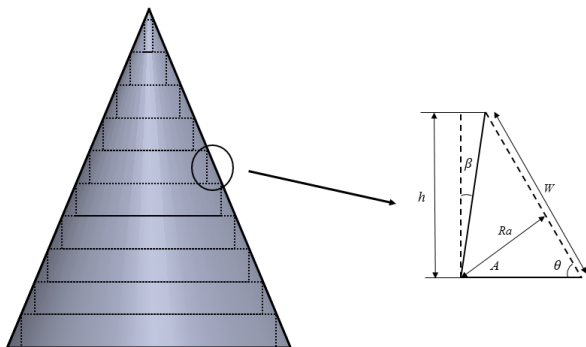


Fig. 3 Stair stepping effect in rapid prototyping

شکل 3 اثر پله‌ای در فرآیند نمونه‌سازی سریع

نمونه‌سازی سریع مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این فرمت سطوح مدل با مثلث‌هایی تقریب می‌خورد و هر مثلث توسط مختصات سه رأس و یک بردار نرمال مشخص می‌گردد [12].

وقتی که قطعه طراحی شده به فرمت STL تبدیل می‌شود تمام مدل به تعداد زیادی مثلث در فضای سه بعدی تقسیم می‌شود. شکل 1 استوانه طراحی شده و فرمت STL آن را نشان می‌دهد. به زبان ساده فرمت STL قطعه، از یک سری مثلث‌های مرتبط برای دوباره ساختن هندسه سطح یک مدل جامد استفاده می‌کند. برای ساخت سطح قطعه هرچه تعداد مثلث‌ها بیشتر باشد سایز فایل بزرگ‌تر شده و قطعه دقیق‌تر می‌شود. از یک فایل STL می‌توان لیست کامل مختصات رئوس مثلث‌ها و بردار عمود بر هریک از این مثلث‌ها را استخراج کرد.

$$\begin{aligned} n^i &= [n_x^i, n_y^i, n_z^i]^t \\ v_1^i &= [v_{1x}^i, v_{1y}^i, v_{1z}^i]^t \\ v_2^i &= [v_{2x}^i, v_{2y}^i, v_{2z}^i]^t \\ v_3^i &= [v_{3x}^i, v_{3y}^i, v_{3z}^i]^t \end{aligned} \quad (1)$$

در رابطه فوق  $(n_x^i, n_y^i, n_z^i)$  مختصات بردار نرمال  $i$  امین مثلث و  $(v_{kx}^i, v_{ky}^i, v_{kz}^i)$  مختصات  $k$  امین رأس  $i$  امین مثلث می‌باشد. شکل 2 نحوه نامگذاری رئوس مثلث‌ها در فرمت STL قطعه را بیان می‌نماید. مطابق شکل 2، اگر انگشت شست دست راست را در جهت بردار نرمال (عمود بر سطح هر مثلث و به سمت خارج مدل) قرار گیرد، آنگاه جهت بسته شدن سایر انگشتان، نحوه نام‌گذاری رئوس را مشخص می‌نماید.

#### 3- تخمین زمان در فرآیندهای نمونه‌سازی سریع بر مبنای جهت گیری ساخت

به‌منظور تخمین زمان ساخت قطعه در جهت‌گیری‌های مختلف از فرمول ارائه شده توسط گل محمدی و خدایگان استفاده می‌شود [13]. در این فرمول‌بندی زمان ساخت قطعه ( $T$ ) تابعی از تعداد لایه‌ها ( $n$ ) و مقدار مواد تکیه‌گاهی ( $S$ ) در نظر گرفته شده است.

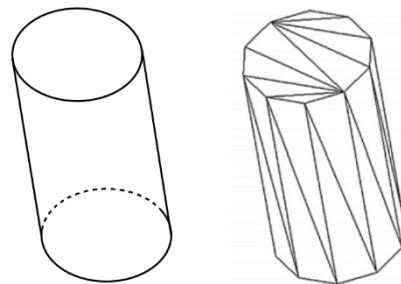


Fig. 1 Designed cylindrical and STL format

شکل 1 استوانه طراحی شده و فرمت STL آن

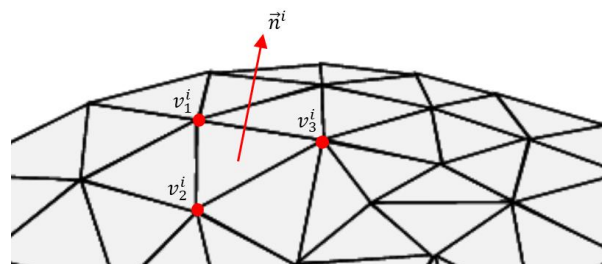


Fig. 2 Vertex coordinates and normal vector derived from the STL file

شکل 2 مختصات رئوس و بردار نرمال استخراج شده از فایل STL

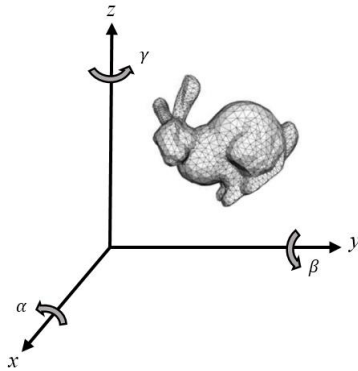


Fig. 4 Determine different build orientations using the rotation angles  
شکل 4 تعیین جهت‌گیری‌های مختلف قطعه با استفاده از زوایای دوران

$$R = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad (10-الف)$$

$$a_{11} = \cos(\beta) \cos(\gamma)$$

$$a_{12} = -\cos(\beta) \sin(\gamma)$$

$$a_{13} = +\sin(\beta)$$

$$a_{21} = \sin(\alpha) \sin(\beta) \cos(\gamma) + \cos(\alpha) \sin(\gamma)$$

$$a_{22} = -\sin(\alpha) \sin(\beta) \sin(\gamma) + \cos(\alpha) \cos(\gamma)$$

$$a_{23} = -\cos(\beta) \sin(\alpha)$$

$$a_{31} = -\cos(\alpha) \sin(\beta) \cos(\gamma) + \sin(\alpha) \sin(\gamma)$$

$$a_{32} = \cos(\alpha) \sin(\beta) \sin(\gamma) + \sin(\alpha) \cos(\gamma)$$

$$a_{33} = \cos(\beta) \cos(\alpha) \quad (10-ب)$$

برای تعیین متغیرهای طراحی (زوایای  $\alpha$ ,  $\beta$  و  $\gamma$ ) در بهینه‌سازی باید این زوایا طوری انتخاب شوند که با کمینه تعداد بتوانند بیشترین پراکندگی ممکن را در بازه متغیرهای طراحی (صفر تا 360 درجه) داشته باشند و به خوبی همه بازه متغیرهای طراحی را پوشش دهند [16].

از روش‌های کارآمد برای این منظور روش هایپرکیوب لاتین<sup>1</sup> است. در این روش ابتدا نمونه‌ها در محدوده جواب با یک پراکندگی اولیه انتخاب می‌شوند سپس فاصله بین نمونه‌ها با الگوریتم‌های تکراری از هم بیشینه می‌شود. این روش منجر به تولید نمونه‌های اولیه با بهترین پوشش و کمینه تعداد می‌شود [17]. در شکل 5 نمایش شماتیک 50 نمونه به روش LHS در فضای سه‌بعدی سبدهی نشان داده شده است.

## 2-5- روش فرا مدل‌سازی کریجینگ

این روش به علت دقت بالای آن در مدل‌سازی رفتار توابع غیرخطی در سال‌های اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته است. در این روش پاسخ به صورت دو قسمتی مدل‌سازی می‌شود، ساختار اصلی (میانی) و ساختار

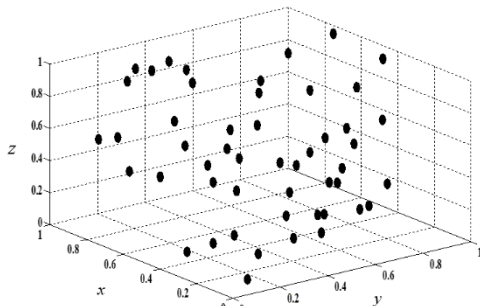


Fig. 5 Schematic representation of 50 sample using LHS method  
شکل 5 نمایش شماتیک 50 نمونه به روش LHS در فضای سه‌بعدی

<sup>1</sup> Latin hypercube sampling

ایجاد شده به خاطر اثر پله‌های،  $W$  وتر مثلث،  $h$  ضخامت لایه،  $\beta$  میزان انحراف لایه‌ها و  $\theta$  جهت ساخت قطعه می‌باشد.

در پژوهش حاضر نیز از این روش برای محاسبه زبری قطعه در جهت‌گیری‌های مختلف استفاده می‌شود. با صرف نظر از میزان انحراف لایه‌ها و با توجه به اینکه هدف این پژوهش کمینه کردن مقدار زبری سطح در جهت‌گیری‌های مختلف می‌باشد رابطه زبری سطوح به صورت زیر حاصل می‌شود.

$$Ra_i = |\cos \theta| = |n_{3i}| \quad (8)$$

در واقع مقدار زبری هر یک از سطوح مثلثی فایل STL قطعه برابر است با کسینوس زاویه بین بردار نرمال بر هر یک از سطوح و راستای ساخت قطعه (قائم) که همان مولفه سوم بردار نرمال هر یک از این سطوح است. در نهایت مقدار زبری متوسط قطعه در جهت‌گیری‌های مختلف به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$R_{av} = \frac{\sum_{i=1}^n Ra_i A_i}{\sum_{i=1}^n A_i} \quad (9)$$

در این رابطه  $Ra_i$  مقدار زبری هر یک از سطوح مثلثی فایل STL با مساحت  $A_i$  و  $n$  تعداد این مثلث‌ها می‌باشد.

## 5- روش پیشنهادی برای تعیین جهت‌گیری بهینه قطعات با استفاده از الگوریتم NSGA-II

در این بخش مراحل اصلی روش پیشنهادی به منظور تعیین جهت‌گیری بهینه قطعات با استفاده از روش الگوریتم NSGA-II معرفی می‌شود. روش پیشنهادی دارای هفت مرحله اصلی است:

- 1- طراحی و ذخیره کردن قطعه با فرمت STL
  - 2- تخمین زمان ساخت قطعه در جهت‌گیری‌های مختلف
  - 3- تخمین زبری سطح میانگین قطعه در جهت‌گیری‌های مختلف
  - 4- تعیین جهت‌گیری‌های مختلف ساخت قطعه
  - 5- استخراج توابع هدف زمان ساخت و زبری سطح قطعه با استفاده از روش کریجینگ
  - 6- بهینه‌سازی توابع هدف با استفاده از الگوریتم NSGA-II
  - 7- تعیین جهت‌گیری بهینه قطعه با استفاده از روش تاپسیس
- در رابطه با گام‌های 1 تا 3 در بخش‌های قبل توضیح داده شد. در ادامه هر یک از گام‌های روش پیشنهادی تشریح می‌شود.

### 1-5- تعیین جهت‌گیری‌های مختلف

به منظور ایجاد جهت‌گیری‌های مختلف از دوران قطعه به صورت پادساعتگرد حول محورهای مختصات استفاده شده و متغیرهای طراحی توابع هدف، زوایای دوران حول محورهای  $x$ ،  $y$  و  $z$  در نظر گرفته شده‌اند. برای دوران قطعه از ماتریس دوران اوپلر استفاده شده به طوری که با ضرب این ماتریس دوران در مختصات رئوس مثلث‌ها و بردارهای نرمال بر این سطوح می‌توان این مقادیر را در جهت‌گیری‌های مختلف بدست آورد. نحوه دوران قطعه حول محورهای مختصات برای قرارگیری در راستای جهت‌های مختلف در شکل 4 آورده شده است.

ماتریس دوران اوپلر و عناصر این ماتریس به ترتیب در روابط (10-الف) و (10-ب) نشان داده شده‌است [15]. در مجموعه روابط (10-ب)،  $\alpha$ ،  $\beta$  و  $\gamma$  به ترتیب زوایای دوران حول محورهای  $x$ ،  $y$  و  $z$  می‌باشند.

می‌شود:

$$\begin{aligned} & \text{Min } \{f_1(X), f_2(X), \dots, f_k(X)\} \\ & \text{S.to:} \\ & h_i(X) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, p \\ & g_j(X) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (19)$$

که در این رابطه  $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$  بردار متغیرهای طراحی  $f$  نشان‌گر توابع هدف،  $h$  و  $g$  نیز بیانگر قیود مسئله بهینه‌سازی هستند که باید ارضا شوند.

در این پژوهش توابع هدف زمان و زبری و متغیرهای طراحی زوایای دوران حول محورهای مختصات  $f(\alpha, \beta, \gamma)$  می‌باشد.

$$\begin{aligned} & \text{Min } T = f(\alpha, \beta, \gamma) \\ & \text{Min } Ra = f(\alpha, \beta, \gamma) \\ & \text{S.to:} \\ & 0 \leq \alpha \leq 2\pi \\ & 0 \leq \beta \leq 2\pi \\ & 0 \leq \gamma \leq 2\pi \end{aligned} \quad (20)$$

یکی از ابزارهای قدرتمند به‌منظور حل یک مسئله بهینه‌سازی چندهدفه استفاده از الگوریتم ژنتیک است. الگوریتم ژنتیک چند هدفه مورد مطالعه، الگوریتم ژنتیک با رتبه بندی نامغلوب 2 (NSGA-II)<sup>1</sup> می‌باشد که توسط دب و همکاران معرفی شده است [19].

به منظور تشریح این روش یک مسئله کمینه‌سازی را که دارای دو متغیر تصمیم‌گیری  $A$  و  $B$  است، در نظر می‌گیریم. طبق تعریف  $A$  بر  $B$  غلبه دارد در صورتی که برای تمامی توابع هدف  $f_i(A) \leq f_i(B)$  و همچنین برای حداقل یک تابع هدف  $f_i(A) < f_i(B)$ .

با این تعریف به بردار یا بردارهای ورودی که هیچ بردار ورودی دیگری بر آنها غلبه نداشته باشد، بردار ورودی غلبه نشده گفته می‌شود. مجموعه بردارهایی (بردارهای شامل متغیرهای طراحی) که همگی مغلوب نشده باشند جبهه بهینه پارتو<sup>2</sup> نامیده می‌شوند. بنابراین جواب‌های بهینه در یک مسئله بهینه‌سازی چند هدفه، مجموعه جواب‌های مغلوب نشده می‌باشند.

#### 4-5- روش تاپسیس<sup>3</sup> جهت یافتن بهترین جواب از جبهه پارتو

تاپسیس به عنوان یک روش تصمیم‌گیری چند شاخصه، روشی ساده ولی کارآمد در اولویت بندی جواب‌های بهینه محسوب می‌شود. الگوریتم تاپسیس یک تکنیک چند شاخصه جبرانی بسیار قوی برای اولویت بندی گزینه‌ها از طریق شبیه نمودن به جواب ایده‌آل می‌باشد. در روش تاپسیس، گزینه انتخاب شده می‌بایست کوتاه‌ترین فاصله را از جواب ایده‌آل و دورترین فاصله را از ناکارآمدترین جواب داشته باشد.

مراحل انتخاب جواب بهینه بر اساس روش تاپسیس به صورت زیر می‌باشد [21,20]:

1- ایجاد ماتریس تصمیم‌گیری برای رتبه‌بندی شامل  $m$  معیار به عنوان سطر ماتریس و  $n$  گزینه به عنوان ستون آن:

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad (21)$$

2- استاندارد نمودن داده‌ها و تشکیل ماتریس استاندارد:

$$r_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sqrt{\sum_{k=1}^m a_{kj}^2}} \quad (22)$$

3- تعیین وزن هر یک از شاخص‌ها ( $w_i$ ) بر اساس  $\sum_{i=1}^n w_i = 1$

باقیمانده که فرم کلی آن به صورت زیر است [18]:

$$s(x) = f(x) + Z(x) \quad (11)$$

در این رابطه  $s(x)$  تابع پیش‌بینی کریجینگ و  $f(x)$  و  $Z(x)$  به ترتیب بیانگر ساختار اصلی (میانی) و ساختار باقیمانده هستند. در روش کریجینگ متداول فرض می‌شود که این ساختار میانی صفر و یا به طور کل یک مقدار ثابت است. در روش کریجینگ کلی، این ساختار میانی به صورت یک تابع چند جمله‌ای مرتبه 0، 1 یا 2 که دقیقاً همان توابع روش شبیه‌سازی رویه‌ای می‌باشد، در نظر گرفته می‌شود:

$$f(x) = g(x)^T \beta \quad (12)$$

در رابطه (12)،  $g(x) = [g_1(x) \ g_2(x) \ \dots \ g_k(x)]^T$  توابع چند جمله‌ای و  $\beta = [\beta_1 \ \beta_2 \ \dots \ \beta_k]^T$  یک سری پارامترهای نامعلوم هستند که مقادیر آن‌ها با توجه به مسأله قابل محاسبه است. در مورد ساختار باقیمانده می‌توان گفت که این قسمت از نظر ساختاری پیچیده‌تر از ساختار میانی است.  $Z(x)$  توزیع گسترده و نرمال و اتفاقی گوس، با میانگین صفر و واریانس  $\sigma^2$  و کوواریانس غیر صفر می‌باشد. می‌توان گفت  $f(x)$  رفتار کلی تابع را پیش‌بینی کرده و  $Z(x)$  رفتار تابع را به صورت جزئی‌تر و دقیق پیش‌بینی می‌نماید. ماتریس کوواریانس  $Z(x)$  به صورت زیر می‌باشد:

$$\text{Cov}[z(x^{(i)}) \ z(x^{(j)})] = \sigma^2 R ( [R(x^{(i)}, x^{(j)})] ) \quad (13)$$

$R$  ماتریس همبستگی متغیرها با ابعاد  $p \times p$  و  $R(x^{(i)}, x^{(j)})$  تابع همبستگی میان دو داده نمونه  $x^{(i)}$  و  $x^{(j)}$  می‌باشد. تابع همبستگی گوسین دارای انواع مختلفی است که معروف‌ترین این توابع صورت زیر می‌باشد:

$$R(x, y) = \exp \left[ - \sum_{k=1}^n \theta_k |x_k - y_k|^2 \right] \quad (14)$$

در این رابطه  $\theta_k$  پارامترهای غیر مشخص هم بستگی و  $x_k$  و  $y_k$ ،  $k$  امین عضو ماتریس  $x$  و  $y$  هستند. بنابراین اگر بخواهیم تابع پیش‌بینی کریجینگ را به فرم ماتریسی بیان کنیم خواهیم داشت:

$$s(x) = g(x)^T \beta + r^T(x) R^{-1} (f - G\beta) \quad (15)$$

که در این رابطه  $r(x) = [R(x, x^{(1)}) \ \dots \ R(x, x^{(p)})]^T$  و  $f = [f(x^{(1)}) \ f(x^{(2)}) \ \dots \ f(x^{(p)})]$  با ابعاد  $p \times K$  بوده که  $G_{ij} = g_j(x^{(i)})$  می‌باشد. پس از محاسبات ماتریسی، ماتریس  $\beta$  و همچنین مقدار واریانس  $\sigma^2$  به صورت زیر تخمین زده می‌شوند:

$$\beta = (G^T R^{-1} G)^{-1} G^T R^{-1} f \quad (16)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{p} (f - G\beta)^T R^{-1} (f - G\beta) \quad (17)$$

برآزش مدل با احتمال رخ داد بیشترین  $\theta_k$  به پایان می‌رسد. با به دست آمدن این مقادیر  $\theta_k$ ، فیتینگ کریجینگ به پایان رسیده است.

در کار حاضر با استفاده از روش کریجینگ توابع زمان و زبری برای هر قطعه بر حسب زوایای دوران حول محورهای مختصات بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} T &= f(\alpha, \beta, \gamma) \\ Ra &= f(\alpha, \beta, \gamma) \end{aligned} \quad (18)$$

پس از محاسبه ضرایب مدل کریجینگ و ساخت مدل می‌توان با روش‌های مختلف بهینه‌سازی مقدار بهینه متغیرهای طراحی را محاسبه کرد.

#### 3-5- الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه به منظور یافتن جهت‌گیری بهینه قطعه

یک مسئله بهینه‌سازی چندهدفه دارای دو (یا بیشتر) تابع هدف است که باید کمینه یا بیشینه شوند و همانند مسئله بهینه‌سازی تک‌هدفه، معمولاً دارای تعدادی محدودیت (قید) است که جواب‌های بهینه باید این قیدها را ارضا کنند. بطور کلی یک مسئله بهینه‌سازی چندهدفه بصورت زیر تعریف

<sup>1</sup> non-dominated sorting genetic algorithm II

<sup>2</sup> Pareto front

<sup>3</sup> Topsis Method

سطح تعیین می‌شود. قطعه‌ای مانند شکل 7 طراحی و فرمت STL قطعه ایجاد می‌شود.

پس از استخراج مختصات رئوس و مؤلفه‌های بردار نرمال سطوح مثلثی، برای ایجاد جهت‌گیری‌های مختلف از روش هایپرکیوب لاتین استفاده شده است بدین ترتیب که 20 نمونه اولیه با کدنویسی در نرم افزار متلب<sup>1</sup> با استفاده از این روش تولید می‌شود. با ضرب ماتریس دوران اوپلر در مختصات رئوس و مؤلفه‌های بردار نرمال سطوح مثلثی برای هر یک از این 20 نوع

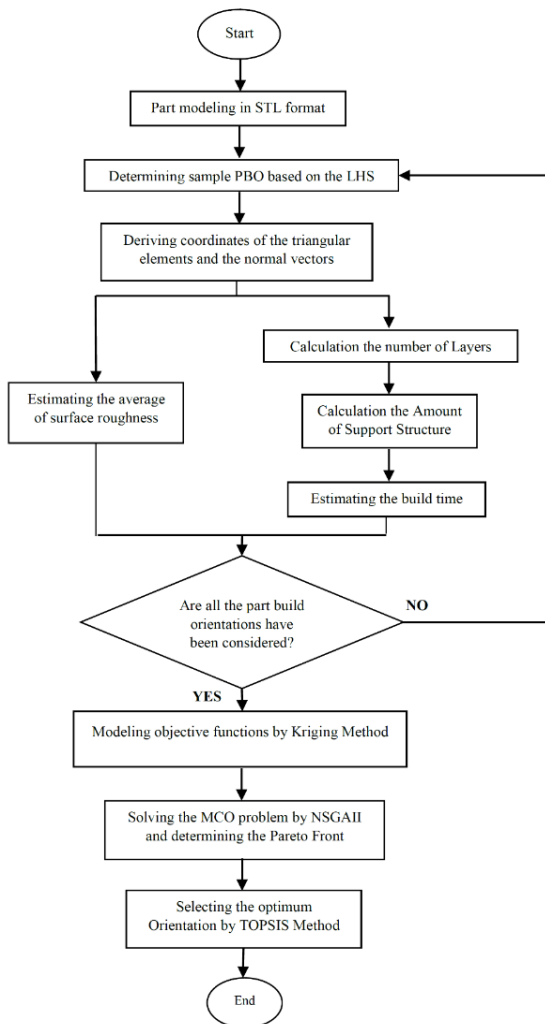


Fig. 6 Proposed Algorithm for Determining Optimum build orientation Using Genetic Algorithm

شکل 6 الگوریتم پیشنهادی برای تعیین جهت‌گیری بهینه قطعات با استفاده از روش الگوریتم ژنتیک

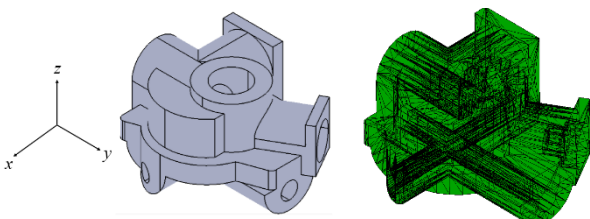


Fig. 7 The part under study in the CAD model and the STL format  
شکل 7 قطعه پیشنهادی مدل CAD و فرمت STL

<sup>1</sup> MATLAB

در این راستا شاخص‌های دارای اهمیت بیشتر از وزن بالاتری برخوردارند. در واقع ماتریس (V) حاصل ضرب مقادیر استاندارد هر شاخص در اوزان مربوط به خود می‌باشد.

$$v_{ij} = \begin{bmatrix} w_1 r_{11} & w_2 r_{12} & \dots & w_n r_{1n} \\ w_1 r_{21} & w_2 r_{22} & \dots & w_n r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_1 r_{m1} & w_2 r_{m2} & \dots & w_n r_{mn} \end{bmatrix} \quad (23)$$

4- تعیین آلترناتیو ایده آل (بالاترین عملکرد هر شاخص) که آن را با  $(A^*)$  نشان می‌دهند.

$$A^* = \{v_1^*, v_2^*, \dots, v_n^*\} \quad (24)$$

تعیین آلترناتیو حداقل (پایین ترین عملکرد هر شاخص) که آن را با  $(A^-)$  نشان می‌دهند.

$$A^- = \{v_1^-, v_2^-, \dots, v_n^-\} \quad (25)$$

5- بدست آوردن میزان فاصله هر گزینه تا ایده آل مثبت  $(S_i^*)$  و ایده آل منفی  $(S_i^-)$

$$S_i^* = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_j^*)^2}$$

$$S_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_j^-)^2} \quad (26)$$

6- تعیین ضریب نزدیکی به هریک از گزینه‌ها  $(C_i^*)$

$$C_i^* = \frac{S_i^-}{S_i^* + S_i^-} \quad (27)$$

7- میزان فوق بین  $0 \leq C_i^* \leq 1$  در نوسان است  $C_i^* = 1$  نشان دهنده‌ی بالاترین رتبه و  $C_i^* = 0$  نشان دهنده کمترین رتبه.

در کار حاضر پس از تعیین جبهه پارتو توسط الگوریتم NSGA-II، با اختصاص ضرایب وزنی به هریک از توابع زبری و زمان، با استفاده از روش تاپسیس مقادیر متغیرهای طراحی  $(\alpha, \beta, \gamma)$  برای تعیین جهت‌گیری بهینه بدست می‌آید.

### 5-5- فلوچارت روش NSGA-II برای تعیین جهت‌گیری بهینه ساخت قطعه

مطابق الگوریتم پیشنهادی، پس از دریافت فرمت STL قطعه و تعیین روند استراتژی تغییر جهت‌گیری قطعه، مختصات رئوس و مؤلفه‌های بردار نرمال بر هریک از سطوح مثلثی تعیین می‌شود. زمان تخمینی ساخت قطعه پس از محاسبه تعداد لایه‌ها و مقدار مواد تکیه‌گاهی مورد نیاز برای ساخت قطعه بر اساس یک رابطه تحلیلی و مقدار میانگین زبری سطح قطعه نیز براساس مؤلفه سوم بردارهای نرمال سطوح مثلثی محاسبه می‌شود. سپس توابع هدف (زمان و زبری) را بر حسب نوع جهت‌گیری با روش کریجینگ استخراج کرده و پس از آن این توابع با استفاده از روش NSGA-II بهینه شده و در نهایت با استفاده از روش تاپسیس جهت‌گیری بهینه قطعه تعیین می‌شود. فلوچارتی از الگوریتم پیشنهادی شامل مراحل تعیین جهت‌گیری بهینه ساخت قطعه در شکل 6 نشان داده شده است.

### 6-5- مطالعه موردی به منظور تعیین جهت‌گیری بهینه قطعه با روش NSGA-II

به منظور انجام مراحل ذکر شده در الگوریتم پیشنهادی در این قسمت برای قطعه‌ای دلخواه جهت‌گیری بهینه برای کمینه کردن زمان ساخت و زبری

## 6- روش پیشنهادی برای تعیین جهت گیری بهینه قطعات با استفاده از روش جدید و توسعه یافته تاگوچی

در این بخش مراحل اصلی روش پیشنهادی به منظور تعیین جهت گیری بهینه قطعات با استفاده از روش جدید و توسعه یافته تاگوچی معرفی می‌شود. روش پیشنهادی دارای پنج مرحله اصلی است:

- 1- طراحی و ذخیره کردن قطعه با فرمت STL
  - 2- تخمین زمان ساخت قطعه در جهت گیری های مختلف
  - 3- تخمین زبری سطح میانگین قطعه در جهت گیری های مختلف
  - 4- تعیین جهت گیری های مختلف ساخت قطعه
  - 5- استفاده از روش جدید و توسعه یافته تاگوچی به منظور تعیین جهت گیری بهینه ساخت
- در رابطه با گام‌های 1 تا 3 در بخش‌های قبل بحث شد. در ادامه هریک از گام‌های روش پیشنهادی تشریح می‌شود. همچنین لازم به ذکر است که تعیین جهت گیری‌های مختلف قطعه همانند بخش قبل با ضرب ماتریس‌های دوران در مختصات رئوس و مؤلفه‌های بردار نرمال حاصل می‌شود با این تفاوت که به دلیل سطح‌بندی متغیرهای طراحی در روش تاگوچی، از ماتریس دوران اویلر استفاده نخواهد شد و خود ماتریس‌های دوران با توجه به سطح تغییر متغیرهای طراحی در مختصات رئوس و مؤلفه‌های بردار نرمال ضرب می‌شوند. این بخش به‌طور مختصر بعد از تبیین روش جدید و توسعه یافته تاگوچی توضیح داده می‌شود.

### 1-6 روش طراحی آزمایشات تاگوچی

روش تاگوچی یکی از روش‌های بهینه‌سازی با کمینه کردن تعداد

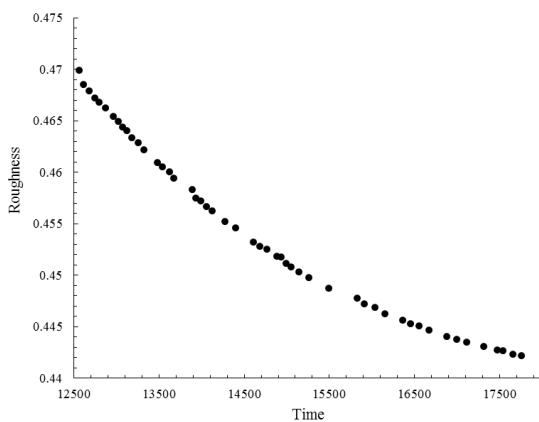


Fig. 8 The obtained Pareto front of the optimum build orientation

شکل 8 مجموعه جواب‌های بهینه (جبهه پارتو) جهت گیری ساخت

جدول 1 تعیین جهت گیری بهینه قطعه با استفاده از روش تاپسیس

Table 1 Optimum build orientation using Topsis method

$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	زبری سطح	زمان	ضرایب وزنی
119	8	62	0.44	15912	$W_T = 0.1$ $W_{Ra} = 0.9$
160	4	85	0.45	13180	$W_T = 0.3$ $W_{Ra} = 0.7$
182	6	82	0.46	12673	$W_T = 0.5$ $W_{Ra} = 0.5$
210	4	67	0.47	12612	$W_T = 0.7$ $W_{Ra} = 0.3$
15	75	173	0.47	12557	$W_T = 0.9$ $W_{Ra} = 0.1$

جهت گیری مقادیر زمان ساخت و زبری میانگین بدست می‌آید. پس از آن توابع زمان و زبری برای قطعه مورد نظر با توجه به 20 زاویه ورودی و 20 مقدار خروجی (زمان و زبری) با استفاده از روش کریجینگ محاسبه می‌شود. توابع زمان و زبری بر حسب زوایای دوران برای قطعه پیشنهادی به صورت زیر استخراج شده و مسئله بهینه‌سازی برای قطعه پیشنهادی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} \text{Min } T(\alpha, \beta, \gamma) &= 5434 e^{-(\beta + 0.72)^2 - (\gamma - 0.98)^2 - (\alpha - 1.64)^2} \\ &- 13879 e^{-(\gamma + 0.67)^2 - (\beta + 0.05)^2 - (\alpha - 0.8)^2} \\ &- 2681 e^{-(\beta + 0.62)^2 - (\alpha + 1.38)^2 - (\gamma - 0.29)^2} \\ &- 4287 e^{-(\alpha + 0.58)^2 - (\gamma + 1.43)^2 - (\beta - 0.67)^2} \\ &+ 4693 e^{-(\gamma + 1.56)^2 - (\beta - 0.88)^2 - (\alpha - 0.42)^2} \\ &+ 1787 e^{-(\gamma + 1.13)^2 - (\alpha - 0.05)^2 - (\beta - 1.23)^2} \\ &- 4349 e^{-(\beta + 1.07)^2 - (\alpha - 0.87)^2 - (\gamma - 1.11)^2} \\ &+ 217 e^{-(\alpha + 1.24)^2 - (\beta - 1.42)^2 - (\gamma - 1.39)^2} \\ &- 3173 e^{-(\alpha + 1.62)^2 - (\gamma - 1.54)^2 - (\beta - 0.74)^2} \\ &+ 13242 e^{-(\gamma + 0.03)^2 - (\beta - 0.13)^2 - (\alpha - 1.05)^2} \\ &+ 1227 e^{-(\gamma + 0.78)^2 - (\beta - 0.39)^2 - (\alpha - 0.26)^2} \\ &+ 293 e^{-(\alpha + 0.48)^2 - (\beta - 0.22)^2 - (\gamma - 0.57)^2} \\ &+ 1062 e^{-(\beta + 0.22)^2 - (\gamma - 1.23)^2 - (\alpha - 0.58)^2} \\ &- 1744 e^{-(\alpha + 0.98)^2 - (\beta - 1.10)^2 - (\gamma - 0.13)^2} \\ &+ 2157 e^{-(\alpha + 0.30)^2 - (\gamma + 1.34)^2 - (\beta + 0.38)^2} \\ &+ 12559; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Min } Ra(\alpha, \beta, \gamma) &= 0.00029 e^{-(\beta + 0.62)^2 - (\alpha + 1.38)^2 - (\gamma - 0.29)^2} \\ &- 0.0699 e^{-(\gamma + 0.67)^2 - (\beta + 0.05)^2 - (\alpha - 0.8)^2} \\ &- 0.0286 e^{-(\alpha + 0.58)^2 - (\gamma + 1.43)^2 - (\beta - 0.67)^2} \\ &- 0.0551 e^{-(\beta + 0.72)^2 - (\gamma - 0.98)^2 - (\alpha - 1.64)^2} \\ &+ 0.14 e^{-(\gamma + 1.56)^2 - (\beta - 0.88)^2 - (\alpha - 0.42)^2} \\ &+ 0.1174 e^{-(\gamma + 1.13)^2 - (\alpha - 0.05)^2 - (\beta - 1.23)^2} \\ &- 0.0018 e^{-(\beta + 1.07)^2 - (\alpha - 0.87)^2 - (\gamma - 1.11)^2} \\ &+ 0.1271 e^{-(\alpha + 1.24)^2 - (\beta - 1.42)^2 - (\gamma - 1.39)^2} \\ &- 0.0688 e^{-(\alpha + 1.62)^2 - (\gamma - 1.54)^2 - (\beta - 0.74)^2} \\ &+ 0.0192 e^{-(\gamma + 0.03)^2 - (\beta - 0.13)^2 - (\alpha - 1.05)^2} \\ &+ 0.13 e^{-(\gamma + 0.78)^2 - (\beta - 0.39)^2 - (\alpha - 0.26)^2} \\ &+ 0.0913 e^{-(\alpha + 0.48)^2 - (\beta - 0.22)^2 - (\gamma - 0.57)^2} \\ &+ 0.40 e^{-(\beta + 0.22)^2 - (\gamma - 1.23)^2 - (\alpha - 0.58)^2} \\ &- 0.15 e^{-(\alpha + 0.98)^2 - (\beta - 1.10)^2 - (\gamma - 0.13)^2} \\ &+ 0.0355 e^{-(\alpha + 0.30)^2 - (\gamma + 1.34)^2 - (\beta + 0.38)^2} \\ &+ 0.46; \end{aligned}$$

Subject to:

$$0 \leq \alpha \leq 2\pi$$

$$0 \leq \beta \leq 2\pi$$

$$0 \leq \gamma \leq 2\pi$$

(28)

با استخراج این توابع با استفاده از روش NSGA-II برای توابع چندهدفه

مجموعه جواب‌های بهینه بدست می‌آید. شکل 8 جبهه پارتو مربوط به این جواب‌ها را نشان می‌دهد.

در نهایت با استفاده از روش تاپسیس و اختصاص ضرایب وزنی به

جواب‌ها می‌توان جهت گیری بهینه مربوط به قطعه را تعیین کرد. جدول 1 جهت گیری‌های بهینه در 5 ضرایب وزنی مختلف را نشان می‌دهد.

لازم به ذکر است مقادیر زمان و زبری بدست آمده دارای واحد نیستند و

تخمین کمی از این توابع هدف هستند که می‌توان در مسائل بهینه‌سازی از آن استفاده کرد.

آزمایش‌های مورد نیاز است.

در کار حاضر به منظور تعیین جهت‌گیری بهینه قطعه، با در نظر گرفتن سه متغیر طراحی (زوایای دوران حول محورهای مختصات) از آرایه متعامد L25 (جدول 2) با پنج سطح تغییر برای متغیرها و بیست و پنج آزمایش استفاده می‌شود. با استفاده از این آرایه متعامد فاصله بین سطوح متغیرها 72 درجه در نظر گرفته می‌شود.

مطابق جدول 3 از آن‌جا که با انتخاب آرایه متعامد L25 فاصله بین سطوح متغیرهای طراحی زیاد می‌باشد (72 درجه) لذا به منظور یافتن جواب بهینه مناسب، روشی جدید ارائه می‌شود.

## 2-6- روش جدید و توسعه یافته تاگوچی

در این بخش مراحل روش جدید و توسعه یافته تاگوچی بیان می‌شود. مرحله 1: بعد از تعیین آرایه متعامد متناسب با مسئله، مطابق با روش معمول و رایج تاگوچی سطوح بهینه مربوط به متغیرهای طراحی تعیین می‌شود. مراحل حل مسئله بهینه‌سازی چندهدفه با استفاده از روش تاگوچی در زیر آورده شده است [22]:

1- محاسبه تابع اتلاف برای آزمون آزمایش و هر کدام از توابع هدف

$$L_{i1} = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} T_i^2$$

$$L_{i2} = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} Ra_i^2 \quad (29)$$

2- محاسبه تابع اتلاف نرمال شده  $S_i$  برای  $i$  آزمون آزمایش و هر کدام از خروجی‌ها

جدول 2 آرایه متعامد L25

Table 2 L25 orthogonal array			
شماره آزمایش	متغیر $\alpha$	متغیر $\beta$	متغیر $\gamma$
1	1	1	1
2	2	2	1
3	3	3	1
4	4	4	1
5	5	5	1
6	2	1	2
7	3	2	2
8	4	3	2
9	5	4	2
10	1	5	2
11	3	1	3
12	4	2	3
13	5	3	3
14	1	4	3
15	2	5	3
16	4	1	4
17	5	2	4
18	1	3	4
19	2	4	4
20	3	5	4
21	5	1	5
22	1	2	5
23	2	3	5
24	3	4	5
25	4	5	5

جدول 3 اولین سطوح تغییر هر یک از پارامترها

Table 3 First level of each of the parameters					
متغیرهای طراحی	سطح 1	سطح 2	سطح 3	سطح 4	سطح 5
$\alpha$	0	72	144	216	288
$\beta$	0	72	144	216	288
$\gamma$	0	72	144	216	288

$$S_{i1} = \frac{L_{i1}}{\bar{L}_1}$$

$$S_{i2} = \frac{L_{i2}}{\bar{L}_2} \quad (30)$$

که در این روابط  $\bar{L}$  میانگین توابع اتلاف می‌باشد.

3- معرفی تابع هدف کل برای هر آزمایش بصورت:

$$TL_i = (W_1 \times S_{i1}) + (W_2 \times S_{i2}) \quad (31)$$

که در این رابطه  $W_1$  و  $W_2$  ضرایب وزنی بوده که متناسب با اهمیت هر یک از توابع هدف تعیین می‌شوند.

4- معرفی سیگنال به نوبز برای هر آزمایش:

$$\eta_i = -10 \log(TL_i) \quad (32)$$

5- تعیین مقادیر بهینه با انتخاب بیشینه مقادیر سیگنال بر روی نوبز

مرحله 2: برای دستیابی به جواب بهینه با دقت مناسب، بازه بین سطح بالا و پایین سطح بهینه دوباره به تعداد سطح مشخصی حول جواب بهینه تقسیم‌بندی می‌شود. برای روشن شدن بهتر موضوع، همان‌طور که در شکل 9 مشخص است، در ابتدا سه متغیر طراحی در  $n$  سطح تغییر می‌کنند که با انجام مراحل روش تاگوچی سطح  $i^*$  به عنوان سطح بهینه انتخاب می‌شود. در مرحله بعد فاصله بین سطوح  $i^* + 1$  و  $i^* - 1$  خود به  $n$  قسمت به مرکزیت سطح  $i^*$  تقسیم می‌شود. پس از این تقسیم‌بندی دوباره از روش تاگوچی برای تعیین سطح بهینه جدید ( $J^*$ ) استفاده می‌شود. مراحل تقسیم‌بندی می‌تواند برای چندین بار تا رسیدن به دقت مناسب انجام شود.

## 3-6- تعیین جهت‌گیری‌های مختلف ساخت قطعه

همان‌طور که در بخش قبل نیز بیان شد برای تعیین جهت‌گیری‌های مختلف ساخت قطعه از دوران قطعه حول محورهای مختصات استفاده می‌شود با این تفاوت که دیگر از ماتریس دوران اویلر برای چرخش قطعه استفاده نمی‌شود بلکه برای تعیین سطوح مختلف متغیرهای طراحی (زوایای دوران حول محورهای  $x$ ,  $y$  و  $z$ ) از ماتریس‌های دوران حول محورهای مختصات استفاده می‌شود.

$$R_x(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

$$R_y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix}$$

$$R_z(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (33)$$

با ضرب ماتریس‌های  $R_x(\alpha)$ ،  $R_y(\beta)$  و  $R_z(\gamma)$  در مختصات رئوس و مؤلفه‌های بردار نرمال خروجی از فرمت STL جهت‌گیری جدید قطعه حاصل می‌شود.

$$v' \& \vec{n}' = R_x(\alpha) \times R_y(\beta) \times R_z(\gamma) \times (v \& \vec{n}) \quad (34)$$

## 4-6- فلوجارت روش تاگوچی برای تعیین جهت‌گیری بهینه ساخت قطعه

پس از تعیین آرایه متعامد متناسب با مسئله مطابق آنچه در قسمت قبل



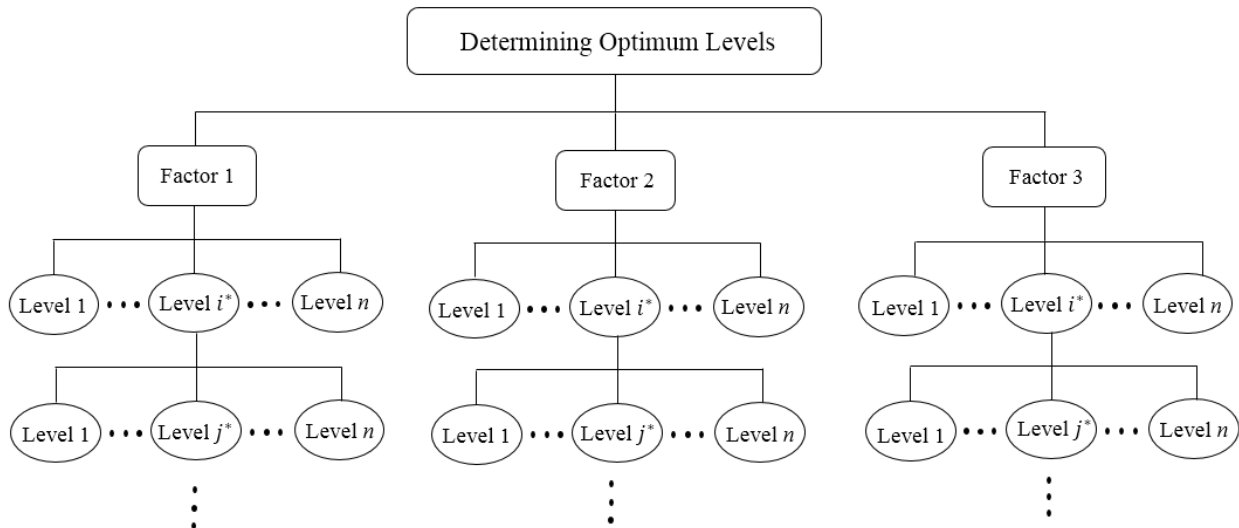


Fig. 9 Determining of the optimum levels of design variables in the new and developed Taguchi method

شکل 9 تعیین سطوح بهینه متغیرهای طراحی در روش جدید و توسعه یافته تاگوچی

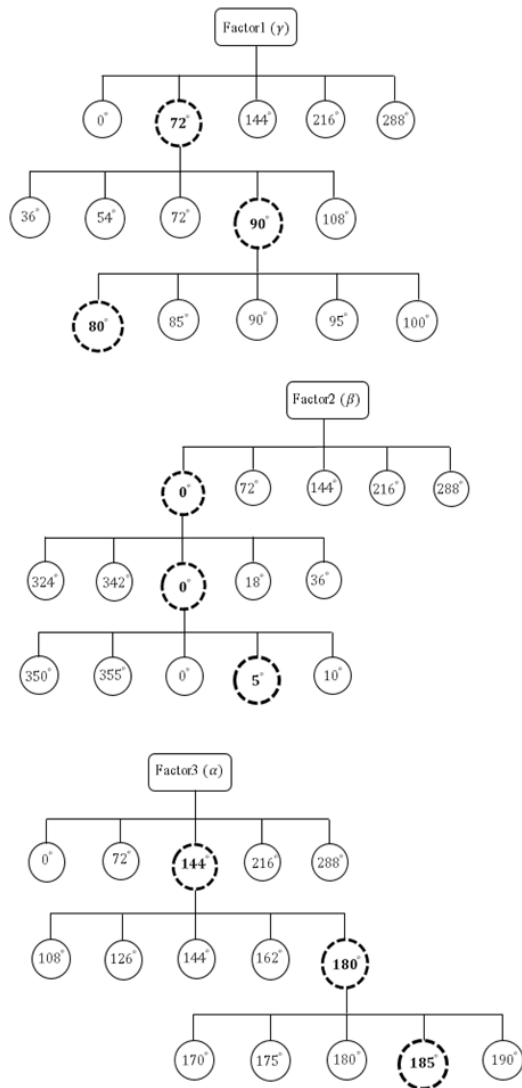


Fig. 11 Optimum levels of each design variables in three times of using Taguchi method

شکل 11 سطوح بهینه هر یک از متغیرهای طراحی در سه بار استفاده از روش تاگوچی

توضیح داده شد زمان ساخت و زبری سطح میانگین قطعه متناسب با سطوح متغیرهای طراحی در هر یک از آزمایش‌ها تعیین می‌شود و با استفاده از روش تاگوچی سطوح بهینه تعیین می‌شوند. پس از آن متناسب با دقت جواب نهایی پس از تقسیم‌بندی بازه‌ها مجدداً از روش تاگوچی برای بهینه‌سازی استفاده می‌شود. شکل 10 فلوچارتی از الگوریتم پیشنهادی شامل مراحل تعیین جهت‌گیری بهینه ساخت با استفاده از روش جدید و توسعه یافته

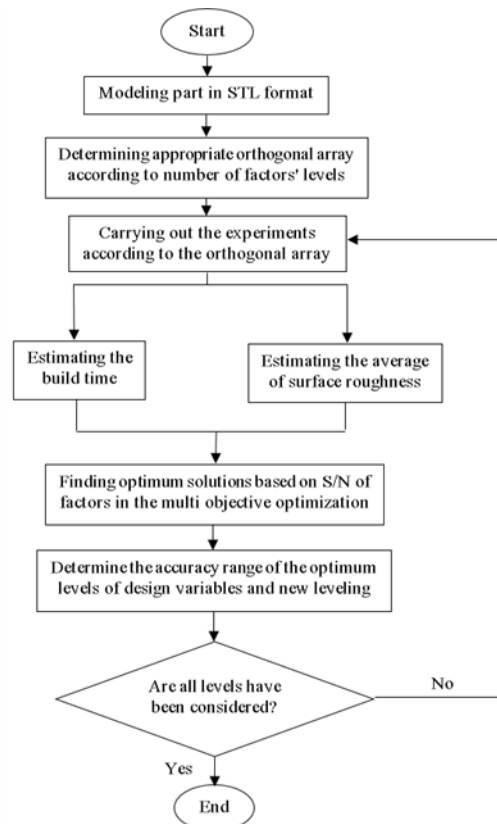


Fig. 10 Proposed Algorithm for Determining Optimum build orientation Using new and developed Taguchi method

شکل 10 الگوریتم پیشنهادی برای تعیین جهت‌گیری بهینه قطعات با استفاده از روش جدید و توسعه یافته تاگوچی

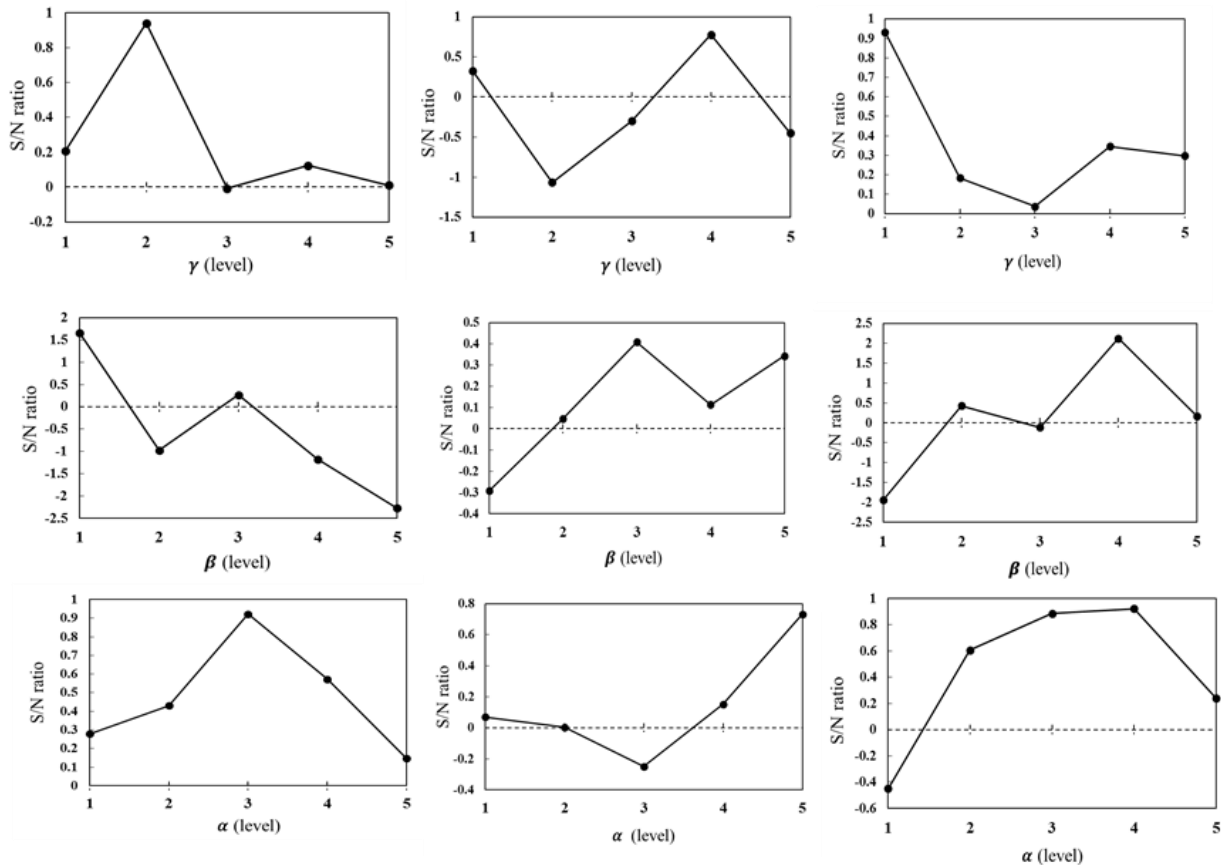


Fig. 12 Signal to Noise ratios of parameters in three times of using Taguchi method

شکل 12 مقادیر سیگنال بر روی نویز برای متغیرهای طراحی در سه بار استفاده از روش تاگوچی

جدول 4 مقایسه روش توسعه یافته تاگوچی و روش NSGA-II با در نظر گرفتن برابر بودن اهمیت توابع هدف

Table 4 Comparison of the developed Taguchi and the NSGA-II method, according to equal importance of objective functions

روش بهینه‌سازی	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	زمان ساخت	زبری سطح
روش NSGA-II	182	6	82	12673	0.46
روش توسعه یافته تاگوچی	185	5	80	12679	0.46

حد امکان موازی با محور قائم (محور z) قرار گرفته اند. همچنین برای استفاده کمتر از مقدار مواد تکیه‌گاهی کمتر می‌بایست ارتفاع سطوح مثلثی قطعه از کف محفظه ساخت کمینه شوند، که این خود منجر به کاهش زمان ساخت قطعه پیشنهادی می‌شود.

همچنین هزینه محاسباتی روش تاگوچی معرفی شده به مراتب کمتر از روش NSGA-II است. مقایسه زمان محاسبه نتایج در جدول 5 قابل مشاهده است. البته لازم به ذکر است که روش NSGA-II مجموعه‌ای از جواب‌های بهینه در تمام ضرایب وزنی برای توابع هدف را ارائه می‌کند، حال آن‌که روش توسعه یافته تاگوچی بر اساس ضریب وزنی برای توابع هدف، نتایج را حاصل می‌کند [23].

#### 7- نتیجه گیری

جهت‌گیری در فرآیندهای ساخت افزودنی یکی از مهمترین عواملی است که بر روی خواص قطعه ساخته شده مانند زبری سطح و زمان ساخت تاثیر گذار

تاگوچی را نشان می‌دهد.

#### 5-6 مطالعه موردی به منظور تعیین جهت‌گیری بهینه قطعه با روش

##### جدید تاگوچی توسعه یافته

به منظور مقایسه روش توسعه یافته تاگوچی و روش NSGA-II جهت‌گیری بهینه قطعه معرفی شده در شکل 7 با استفاده از روش توسعه یافته تاگوچی تعیین شده است. بدین منظور مقادیر بهینه متغیرهای طراحی با در نظر گرفتن ضرایب وزنی برابر برای توابع هدف ( $W_1=W_2=0.5$ ) با سه بار استفاده از روش تاگوچی تعیین شده‌اند.

نتایج مربوط به هر بار استفاده از روش تاگوچی و نمودارهای سیگنال به نویز برای هر متغیر طراحی (زوایای  $\alpha$ ،  $\beta$  و  $\gamma$ ) در شکل‌های 11 و 12 نشان داده شده است.

مقادیر نمودارهای سیگنال به نویز نشان می‌دهند به منظور کمینه‌سازی مقادیر زمان ساخت و زبری سطح میانگین قطعه زوایای  $\alpha$ ،  $\beta$  و  $\gamma$  باید به ترتیب به اندازه 185، 5 و 80 درجه به صورت پادساعتگرد حول محورهای مختصات دوران داده بشوند.

همانطور که از نتایج مشخص است روش توسعه یافته تاگوچی با جستجو کردن جواب بهینه نتایجی مشابه با روش NSGA-II ارائه می‌دهد. مقایسه نتایج متغیرهای طراحی بدست آمده و همچنین توابع هدف در جدول 4 نشان داده شده که تطابق قابل قبولی را نشان می‌دهد. شکل 13 نیز جهت‌گیری بهینه ساخت قطعه پیشنهادی را نشان می‌دهد. همانطور که در شکل مشاهده می‌شود به منظور کمینه‌شدن زبری سطح سطوح صاف قطعه تا

## 8- مراجع

- [1] P. M. Pandey, P. V. Reddy, S. G. Dhande, Slicing procedures in layered manufacturing: A review, *Rapid Prototyping Journal*, Vol. 9, No. 5, pp. 274-288, 2003.
- [2] E. Sachs, M. Cima, P. Williams, D. Brancazio, J. Cornie, 3-dimensional printing -rapid tooling and prototypes directly from a cad model, *Transactions of the North American Manufacturing Research Institution of Sme 1991*, Vol. 114, No. 4, pp. 481-489, 1992.
- [3] J. P. Kruth, M. C. Leu, T. Nakagawa, Progress in additive manufacturing and rapid prototyping, *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, Vol. 47, No. 2, pp. 525-540, 1998.
- [4] H. Bikas, P. Stavropoulos, G. Chryssoulouris, Additive manufacturing methods and modelling approaches: A critical review, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 83, No. 1, pp. 389-405, 2016.
- [5] P. Das, R. Chandran, R. Samant, S. Anand, Optimum part build orientation in additive manufacturing for minimizing part errors and support structures, *Procedia Manufacturing*, Vol. 1, No. 1, pp. 343-354, 2015.
- [6] G. Moroni, W. Syam, S. Petrò, Functionality-based part orientation for additive manufacturing, *Procedia CIRP*, Vol. 36, No. 1, pp. 217-222, 2015.
- [7] P. Alexander, S. Allen, D. Dutta, Part orientation and build cost determination in layered manufacturing, *Computer-Aided Design*, Vol. 30, No. 5, pp. 343-356, 1998.
- [8] P. Hanzl, M. Zetek, T. Bakša, T. Kroupa, The influence of processing parameters on the mechanical properties of SLM Parts, *Procedia Engineering*, Vol. 100, pp. 1405-1413, 2015.
- [9] W. Cheng, J. Y. H. Fuh, A. Y. C. Nee, Y. S. Wong, H. T. Loh, T. Miyazawa, Multi-objective optimization of part-building orientation in stereolithography, *Rapid Prototyping Journal*, Vol. 1, No. 4, pp. 12-23, 1995.
- [10] A. M. Phatak, S. S. Pande, Optimum part orientation in rapid prototyping using genetic algorithm, *Journal of Manufacturing Systems*, Vol. 31, No. 4, pp. 395-402, 2012.
- [11] R. Jamieson, H. Hacker, Direct slicing of CAD models for rapid prototyping, *Rapid Prototyping Journal*, Vol. 1, No. 2, pp. 4-12, 1995.
- [12] A. Dolenc, I. Mäkelä, Rapid prototyping from a computer scientist's point of view, *Rapid Prototyping Journal*, Vol. 2, No. 2, pp. 18-25, 1995.
- [13] A. H. Golmohammadi, S. Khodaygan, Build time estimation in additive manufacturing processes based on part orientations, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 7, pp. 9-16, 2017. (in Persian فارسی)
- [14] D. Ahn, H. Kim, S. Lee, Surface roughness prediction using measured data and interpolation in layered manufacturing, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 209, No. 2, pp. 664-671, 2009.
- [15] J. Angeles, The role of the rotation matrix in the teaching of planar kinematics, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 89, No. 1, pp. 28-37, 2015.
- [16] S. Leary, A. Bhaskar, A. Keane, Optimal orthogonal-array-based latin hypercubes, *Journal of Applied Statistics*, Vol. 30, No. 5, pp. 585-598, 2003.
- [17] J. Payandehpeyman, Gh. Majzoubi, R. Bagheri, Deriving parameters of pressure-dependent yield surface for polymeric composites using kriging-based optimization method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 1, pp. 280-290, 2016. (in Persian فارسی)
- [18] J. Sacks, W. J. Welch, T. J. Mitchell, H. P. Wynn, Design and analysis of computer experiments, *Statistical Science*, Vol. 16, No. 1, pp. 409-423, 1989.
- [19] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, T. Meyarivan, A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 6, No. 2, pp. 182-197, 2002.
- [20] A. N. Oskouei, H. Khodarahmi, M. Sohrabi, Experimental and numerical study of conical thin shells collapse under dynamic axial loadings, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 7, pp. 392-402, 2015. (in Persian فارسی)
- [21] M. H. Shojaeefard, A. Khalkhali, M. Tahani, B. Salimian rizi, Multi objective optimization of the centrifugal oil pump impeller, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 11, No. 13, pp. 139-149, 2014. (in Persian فارسی)
- [22] M. N. O. Stru, E. Z. Uporabo, T. M. N. G. Podlagi, Multi-objective optimization of the cutting forces in turning operations using the grey-based Taguchi method, *Materiali in Tehnologije*, Vol. 45, No. 2, pp. 105-110, 2011.
- [23] D. Moradkhani, F. Taghavi, *Introduction to Design of Experiments Via Taguchi Methods*, pp. 45-48, Zanjan: Zanjan University, 2008. (in Persian فارسی)

جدول 5 زمان محاسبه روش‌های مورد مطالعه

Table 5 The calculation time of studied methods

سرعت محاسبه نتایج	روش بهینه‌سازی
2700 (s)	روش NSGA-II
300 (s)	روش توسعه یافته تاگوچی

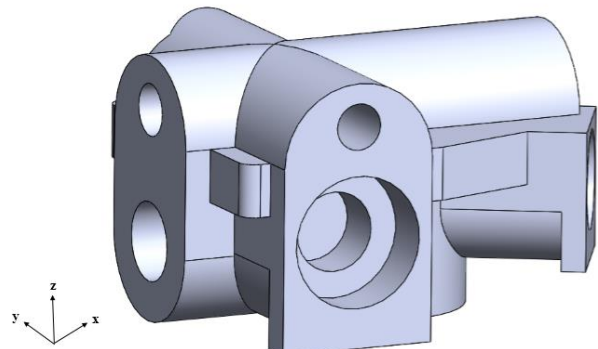


Fig. 13 The optimal build part orientation

شکل 13 جهت‌گیری بهینه ساخت قطعه پیشنهادی

است. در این مقاله دو الگوریتم جدید برای تعیین جهت‌گیری بهینه قطعه به منظور کمینه کردن زبری سطح و زمان ساخت ارائه گردید. بدین منظور در ابتدا برای محاسبه زمان ساخت زبری میانگین سطوح در جهت‌گیری‌های مختلف از روش‌های ارائه شده در مرور ادبیات استفاده شده است. در پژوهش حاضر برای کمینه‌سازی توابع هدف (زمان ساخت و زبری سطح) از الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه NSGA-II برای توابع چند هدفه و روش تاگوچی توسعه یافته استفاده شده است. مزیت الگوریتم‌های پیشنهادی نسبت به کارهای گذشته این است که می‌تواند تمام جهت‌گیری‌های ممکن را در نظر گرفته و از بین آنان جهت‌گیری مطلوب (با توجه به اهمیت توابع هدف) را انتخاب کند. روش تاگوچی پیشنهادی نیز بر خلاف روش تاگوچی مرسوم که از بین سطوح موجود مقادیر بهینه متغیرهای طراحی را انتخاب می‌کند، با استفاده از روش تقسیم‌بندی بازها جواب بهینه اصلی را جستجو می‌کند. مراحل هر یک از این روش‌ها برای قطعه‌ای دلخواه پیاده‌سازی گردید و جهت‌گیری بهینه قطعه به منظور رسیدن به کمترین زمان ساخت و زبری سطح تعیین گردید. نتایج حاصل نشان‌دهنده نزدیکی جواب‌های حاصل از دو روش به‌منظور تعیین جهت‌گیری بهینه ساخت قطعه پیشنهادی است. به نحوی که بیشترین اختلاف بین زوایای دوران 3 درجه می‌باشد. همچنین سرعت محاسبه نتایج روش جدید و توسعه یافته تاگوچی 9 برابر روش NSGA-II می‌باشد. البته باید توجه داشت که روش تاگوچی پیشنهادی تنها در یک دسته از ضرایب وزنی برای توابع هدف، جواب بهینه را پیدا می‌کند حال آن‌که روش NSGA-II جبهه پارتو که مجموعه‌ای از جواب‌های بهینه است را ارائه می‌دهد.