



تحلیل عددی رفتار جذب انرژی مقاطع جدارنازک فلزی چهارگوش تحت بار جانبی اعمالی توسط یک سنبه صلب استوانه‌ای

حمیدرضا سعادت‌فرد¹، عباس نیک‌نژاد^{2*}، غلامحسین لیاقت³، شهاب‌الدین حاتمی⁴

- 1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه یاسوج، یاسوج
 - 2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یاسوج، یاسوج
 - 3- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران
 - 4- دانشیار، مهندسی عمران، دانشگاه یاسوج، یاسوج
- * یاسوج، صندوق پستی 75914-353 aniknejad@yu.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

در این مقاله فرآیند فرورفتگی مقاطع جدارنازک فلزی با سطح مقطع چهارگوش تحت اثر نیروی فشار جانبی سنبه صلب استوانه‌ای از روش تجربی و شبیه‌سازی عددی توسط نرم‌افزار آباکوس تحلیل شده است. از آزمایش‌ها برای صحت‌سنجی تحلیل‌های عددی استفاده شده است. سپس، براساس شبیه‌سازی‌های عددی با تغییر یکی از پارامترها و ثابت نگه داشتن سایر پارامترها، اثر آن پارامتر بر میزان جذب انرژی کل و مخصوص بررسی شده است. به عبارت دیگر اثر ابعاد هندسی مختلف، مانند ارتفاع، عرض و ضخامت جداره سطح مقطع چهارگوش، اندازه قطر سنبه، سرعت بارگذاری و اثر جنس ماده سازنده، بررسی و در هر قسمت، براساس مفاهیم تئوری و مهندسی، توجیه فیزیکی نتایج ارائه شده است. مقایسه نتایج نشان داد در نمونه‌هایی با محیط سطح مقطع یکسان و نسبت‌های متفاوت اندازه دو ضلع سطح مقطع، بهترین جذب انرژی، دارای بالاترین نسبت ارتفاع به عرض سطح مقطع در محدوده مورد بررسی است، همچنین با تغییر ارتفاع سطح مقطع و ثابت نگهداشتن عرض سطح مقطع و دیگر خصوصیات، نمونه‌ای بیشینه مقدار جذب انرژی کل و مخصوص را دارد که اندازه ارتفاع سطح مقطع آن برابر با قطر سنبه باشد. در شرایطی که عرض سطح مقطع تغییر کرد و سایر خصوصیات ثابت ماند با کاهش عرض، عملکرد جذب انرژی ساختار بهبود یافت. در ضمن شبیه‌سازی‌های عددی نشان داد میزان جذب انرژی کل و مخصوص ساختار چهارگوش، به ترتیب به توان دوم و اول ضخامت جداره سطح مقطع آن وابسته است. در نمونه‌های یکسان، با افزایش قطر سنبه هر دو پارامتر جذب انرژی کل و مخصوص افزایش یافتند.

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 21 مهر 1396
پذیرش: 16 آذر 1396
ارائه در سایت: 15 دی 1396
کلید واژگان:
شبیه‌سازی عددی
فرورفتگی
سنبه صلب استوانه‌ای
مقاطع جدارنازک فلزی
ظرفیت جذب انرژی

Numerical analysis of energy absorption behavior of quadrangular thin-walled metal sections under the applied lateral loading by a cylindrical rigid punch

Hamidreza Saadatfard¹, Abbas Niknejad^{1*}, Gholamhossein Liaghat², Shahab Hatami³

- 1- Department of Mechanical Engineering, Yasouj University, Yasouj, Iran
 - 2- Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran
 - 3- Department of Civil Engineering, Yasouj University, Yasouj, Iran
- *P.O.B 75914-353 Yasouj, Iran, aniknejad@yu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 13 October 2017
Accepted 07 December 2017
Available Online 05 January 2018

Keywords:
Numerical simulation
Indentation
Rigid cylindrical punch
Thin-walled metal section
Energy absorption capacity

ABSTRACT

In this article, indentation process of thin-walled metal sections with quadrangular cross-section was studied under the applied lateral compressive loading by a rigid cylindrical punch through numerical simulations by the ABAQUS. Based on numerical simulations and by changing one of the parameters and fixing the other parameters, effects of that parameter was investigated on total and specific absorbed energy by the structure. In other words, influences of various geometrical dimensions such as height, width and wall thickness of cross-section, punch diameter, loading rate and also, effects of material were investigated. In each part, physical justifications of the obtained results were presented, based on theoretical and engineering concepts. Comparison of the results showed that in the specimens with the same cross-sectional perimeter, but, with different aspect ratios, the highest ratio of height/width of the cross-section, results in the best energy absorber, in the studied domain. Furthermore, by changing the height and fixing the width of cross-section and the other parameters, when height of the cross-section was selected equal to punch diameter, the maximum value of total and specific absorbed energy was achieved. But, when cross-section width changed and height and the other characteristics remained constant, by reducing the width, energy absorption performance of the structure improved. In addition, numerical simulations showed that total and specific absorbed energy of quadrangular sections are dependent on the second and first power of wall thickness of the cross-section, respectively. Also, in same specimens, by increasing punch diameter, both *TAE* and *SAE* increased.

1- مقدمه

امروزه در طراحی مهندسی سازه‌ها و ماشین‌ها به پوسته‌ها و پروفیل‌های جدارنازک با استحکام مناسب، به عنوان جاذب‌های انرژی جنبشی توجه ویژه‌ای می‌شود [1]، همچنین برای افزایش نسبت استحکام به وزن سازه‌های

Please cite this article using:

H. Saadatfard, A. Niknejad, Gh. Liaghat, Sh. Hatami, Numerical analysis of energy absorption behavior of quadrangular thin-walled metal sections under the applied lateral loading by a cylindrical rigid punch, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 01, pp. 153-164, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

برای تکمیل مباحث بررسی شده در مقاله تئوری و تجربی اخیر [17] در مقاله پیش‌رو شبیه‌سازی عددی فرآیند فرورفتگی جانبی سنبه‌های استوانه‌ای شکل صلب بر پروفیل‌های جدارنازک فلزی با سطح مقطع چهارگوش و ابعاد هندسی متنوع و در چهار دسته مختلف شامل یکسان بودن محیط سطح مقطع نمونه‌ها، یکسان بودن عرض یا ارتفاع سطح مقطع آن‌ها و نیز مربع بودن سطح مقطع آن‌ها با طول ضلع‌های متنوع مطالعه می‌شود. اثر تغییر قطر سنبه در بازه قطرهای محدود تا قطر بی‌نهایت (صفحه تخت) و نیز اثر جنس پروفیل چهارگوش شامل دو نوع آلیاژ آلومینیوم، یک نوع فولاد ضدزنگ، یک نمونه برنجی و یک نمونه مسی تحلیل می‌شود. تغییر الگوی تغییر شکل و میزان جذب انرژی ساختار در اثر تغییرات نرخ کرنش با بررسی اثر سرعت بارگذاری در یک بازه محدود به اثبات می‌رسد. برای صحت‌سنجی شبیه‌سازی‌های عددی در ابتدا چند نمونه چهارگوش جدید (نسبت به مرجع [17]) تولید، تست و نتایج آن‌ها با نتایج عددی مقایسه می‌شود.

2- آزمایش‌های تجربی

در این بخش 3 نمونه چهارگوش آلومینیومی با محیط مقطع یکسان و نیز با ضخامت جداره و طول یکسان به صورت آزمایشگاهی تحت فرآیند فرورفتگی جانبی شبه‌استاتیکی توسط یک سنبه صلب استوانه‌ای شکل قرار گرفتند. شکل 1 نحوه انجام آزمایش را به صورت شماتیک و نیز پارامترهای مشخص‌کننده ابعاد هندسی نمونه و سنبه را نمایش می‌دهد. مطابق شکل پارامترهای a ، b ، t و L به ترتیب عرض، ارتفاع و ضخامت سطح مقطع نمونه جدارنازک و طول نمونه را نشان می‌دهند، همچنین d بیانگر قطر سطح مقطع سنبه استوانه‌ای شکل است.

شکل 2 تصویری از سه نمونه آزمایشگاهی ساخته شده از یک نوع ورق آلومینیومی با ضخامت ثابت را نشان می‌دهد. ضخامت جداره و محیط سطح مقطع این سه نمونه و نیز طول آن‌ها یکسان و در نتیجه جرم آن‌ها یکسان است. خصوصیات مادی ورق آلومینیومی استفاده شده در ساخت این سه نمونه شامل تنش تسلیم 176 مگاپاسکال، تنش نهایی 180 مگاپاسکال و ضریب پواسون 0.33 است که با انجام آزمون کشش استاندارد بر دو نمونه دمبلی شکل یکسان براساس استاندارد ASTM B557M تعیین شده است. با انجام آزمون آنالیز شیمیایی به روش اسپکترومتری نشری براساس استاندارد ASTM E1251-11 جنس این سه نمونه آلیاژ آلومینیوم گرید 3105 تعیین گردید. طول نمونه‌ها 30 میلی‌متر، ضخامت جداره آن‌ها 1.5 میلی‌متر و محیط سطح مقطع آن‌ها برابر با 172 میلی‌متر است. ابعاد (ارتفاع×عرض) سطح مقطع دو نمونه مستطیلی و یک نمونه مربعی به ترتیب 53×33 ، 43×43 میلی‌متر است. مطابق شکل 1 ارتفاع سطح مقطع نمونه در راستای بارگذاری قرار دارد. برای اطمینان از تکرارپذیری تست‌ها از هر سه نوع نمونه دو نمونه یکسان تولید و آزمایش شده است. سنبه استوانه‌ای شکلی به قطر 20 میلی‌متر و طول 30 میلی‌متر از فولاد سخت‌کاری شده ساخته شده است تا در مقایسه با ورق آلومینیومی سازنده سه نمونه آزمایشی شبه‌صلب فرض شود. سه نمونه آزمایشگاهی بین یک صفحه صلب تخت ساکن و سنبه فوق قرار گرفته‌اند و سرعت حرکت سنبه 10 میلی‌متر بر دقیقه تنظیم شده است. نتایج تغییر شکل پلاستیک برای هر سه نمونه به صورت نمودار «جذب انرژی- جابه‌جایی جانبی» و «نیرو- جابه‌جایی» رسم شده است.

3- شبیه‌سازی‌های عددی

برای شبیه‌سازی‌های عددی از تحلیل «دینامیکی صریح» در نرم افزار المان

جدارنازک از پرکننده‌های متنوعی مانند فوم آلومینیوم [2] و فوم پلی‌یورتان [3] استفاده می‌شود. به منظور تخمین میزان انرژی جذب شده توسط یک جاذب انرژی، مکانیزم‌های تغییرشکل پلاستیک متعددی ارائه شده است که از متداول‌ترین این مکانیزم‌ها می‌توان به مچالگی محوری [4]، پارگی محوری [5]، وارونگی، پهن‌شدگی جانبی و فرورفتگی اشاره کرد. چنانچه در بارگذاری جانبی قطعه بین دو سطح تخت قرار گیرد، فرآیند تغییر شکل پلاستیک ساختار را پهن‌شدگی جانبی [6] می‌نامند. فرآیند تغییر شکل فرورفتگی نوع دیگری از فرآیند بارگذاری جانبی است که در آن جاذب انرژی بین یک صفحه تخت و یک سنبه و یا بین دو سنبه با هندسه مشخص قرار می‌گیرد.

رامارتی و کوماران [7] بارگذاری فرورفتگی فوم آلومینیومی را تحت سنبه مخروطی شکل مطالعه کردند. در این مطالعه عملکرد جذب انرژی فوم تحت بارگذاری سنبه مخروطی شکل با زوایای مختلف رأس به روش تجربی مطالعه شده است. پامپلنا و همکاران [8] بارگذاری فرورفتگی پیوسته غشای دایره‌ای شکل هابیرالاستیک تخت را تحت یک سنبه صلب استوانه‌ای با سه روش تئوری، عددی و تجربی بررسی کردند. ژو و همکاران [9] نتایج تحلیل المان محدود بارگذاری فرورفتگی شبه‌استاتیک بر فوم آلومینیوم و صفحات ساندویچی با هسته فوم آلومینیوم را تحت اثر سنبه‌های مختلف ارائه کردند. خصوصیات مکانیکی یک کره تحت بارگذاری فرورفتگی توسط فدیکار و همکاران [10] مطالعه شده است. چاوارا [11] بارگذاری فرورفتگی اعمالی بر روی سطح تخت توسط سنبه‌هایی با دماغه تخت و مخروطی با نوک گرد را بررسی نمود. کانگ و همکاران [12]، با استفاده از نتایج تجربی و شبیه‌سازی المان محدود فرآیند فرورفتگی، خصوصیات الاستیک و پلاستیک ساختار مورد بررسی را محاسبه نمودند. ویرزبیک و سو [13] فرآیند فرورفتگی لوله‌ها را تحت شرایط بارگذاری ترکیبی به صورت تئوری و تجربی بررسی کردند. کاروم و همکاران [14] فرآیند فرورفتگی جانبی استوانه‌های تقویت شده با حلقه‌های داخلی را تحت فشار جانبی سنبه گوه‌ای شکل به روش تجربی بررسی کردند. لینت ورس و سترانگ [15] فرورفتگی سازه لانه زنبوری شکل‌پذیر تحت فشار سنبه تخت را با دو روش تجربی و تئوری مطالعه و نیروی لازم برای انجام فرآیند را برآورد کردند. میزان جذب انرژی صفحات فلزی تحت بارگذاری فرورفتگی جانبی اعمالی توسط یک سنبه صلب کروی شکل توسط سیمونسن و لاریدسن [16] به سه روش تجربی، تئوری و المان محدود تحلیل شده است. سعادت‌فرد و همکاران [17] فرآیند فرورفتگی جانبی بر پروفیل جدارنازک با سطح مقطع چهارگوش را تحت نیروی فشاری شبه‌استاتیکی اعمالی توسط سنبه صلب استوانه‌ای شکل به دو روش تئوری و تجربی مطالعه کردند. در مقاله بیان‌شده رابطه‌ای تئوری برای پیش‌بینی جذب انرژی لحظه‌ای براساس مشاهدات آزمایشگاهی و مدل تئوری ناشی از آن استخراج شده است.

در مرجع [17] به دلیل محدودیت‌های موجود در تحلیل آزمایشگاهی چند نمونه محدود با ابعاد هندسی مشخص ساخته شده از 4 آلیاژ مختلف آلومینیوم و یک نوع آلیاژ برنج آزمایش شده‌اند. به دلیل یکسان نبودن جنس ماده سازنده نمونه‌های مختلف و نیز در دسترس بودن تنها چند ابعاد هندسی خاص امکان مقایسه نتایج نمونه‌های مختلف با یکدیگر و بررسی گسترده اثر پارامترهای مختلف مانند عرض و ارتفاع جداره سطح مقطع نمونه‌های چهارگوش و جنس آن و نیز سرعت بارگذاری بر عملکرد ساختار طی فرآیند فرورفتگی جانبی و یک نتیجه‌گیری کلی در مرجع [17] فراهم نشده است.

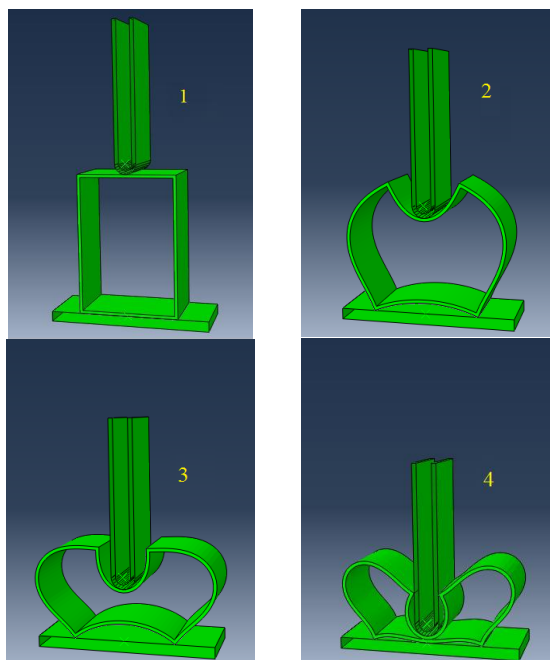


Fig. 3 Plastic deformation trend of a simulated rectangular sample under the indentation process

شکل 3 روند تغییر شکل پلاستیک یک نمونه مستطیلی شبیه‌سازی شده طی فرآیند فرورفتگی

صحت‌سنجی شبیه‌سازی‌های عددی انجام شده با یکدیگر مقایسه شده است. مقایسه نتایج مطابقت بسیار خوبی بین الگوی تغییر شکل به دست آمده از شبیه‌سازی‌های عددی و سه تحلیل آزمایشگاهی را نشان می‌دهد. برای نمونه الگوی تغییر شکل نمونه جدارنازک مستطیلی با ارتفاع و عرض سطح مقطع به ترتیب برابر با 33 و 53 میلی‌متر، حاصل از دو تحلیل عددی و تجربی در شکل 4 با یکدیگر مقایسه شده و مطابقت قابل قبولی را نشان می‌دهد که گواهی بر صحت شبیه‌سازی‌های عددی انجام شده است.

برای صحت‌سنجی بهتر شکل 5 نمودارهای جذب انرژی-جابه‌جایی نمونه جدارنازک مربعی با ابعاد سطح مقطع 43×43 میلی‌متر تحت اثر سنبه‌ی به قطر 20 میلی‌متر را که از دو روش تجربی و عددی به دست آمده‌اند، با یکدیگر مقایسه می‌کند. مقادیر به دست آمده نشان می‌دهند میزان جذب انرژی کل این نمونه که توسط شبیه‌سازی‌های عددی تخمین زده شده برابر با 27.63 ژول و مقدار متناظر به دست آمده از اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی برابر با 26.97 ژول است. خطای نتایج شبیه‌سازی‌های عددی محدود این نمونه حدود 2% است که دقت و صحت شبیه‌سازی‌های عددی انجام شده را نشان می‌دهد.

به همین ترتیب شکل 6 نتایج نیرو-جابه‌جایی را برای یک نمونه جدارنازک با سطح مقطع مستطیلی به ابعاد 33×53 میلی‌متر تحت فشار جانبی سنبه صلبی به قطر 20 میلی‌متر از دو روش تجربی و عددی با یکدیگر مقایسه می‌کند. در این نمونه بارگذاری جانبی در امتداد ضلع 53 میلی‌متری اعمال شده است. مطابق شکل 6 مشخص است که روند تغییرات نمودار به دست آمده از هر دو روش تقریباً شبیه به یکدیگر است و میزان جذب انرژی کل تخمین زده شده از شبیه‌سازی‌های عددی و اندازه‌گیری شده به صورت آزمایشگاهی برای این نمونه به ترتیب برابر با 39.29 و 42.73 ژول است که این مقایسه خطایی معادل 8% را نشان می‌دهد. مقایسه اخیر تأیید دیگری بر صحت شبیه‌سازی‌های عددی انجام شده است.

محدود آباکوس استفاده شده است. پس از مدل‌سازی هندسی طی شبیه‌سازی‌های مختلف برای یک نمونه مشخص اندازه‌های مان‌ها به تدریج کوچک‌تر انتخاب شدند تا نتایج عددی نسبت به نتایج آزمایشگاهی متناظر همگرایی با دقت مناسب داشته باشند. برای المان‌بندی مناسب نمونه به چندین حجم مختلف تقسیم شده است. سنبه و صفحه تخت زیرین صلب در نظر گرفته شده و خصوصیات مادی نمونه‌های جدارنازک شامل چگالی، مدول یانگ، استحکام تسلیم، استحکام نهایی، ضریب پواسون و نمودار تنش-کرنش به دست آمده از تست کشش ساده برای پنج آلیاژ مورد بررسی در نرم‌افزار وارد شده است. تماس بین سطح خارجی سنبه و نمونه جدارنازک تماس بین صفحه صلب تخت و نمونه شبیه‌سازی شده و نیز تماس بین سطوح داخلی مختلف نمونه چهارگوش از طریق اعمال ضریب اصطکاک 0.2 در روش پنالتی تعریف شده است. ضریب اصطکاک استفاده شده در تحلیل‌های عددی با انجام آزمون سطح شیب‌دار به صورت تجربی تعیین شده است. صفحه صلب زیرین، ساکن و سنبه، متحرک با سرعت ثابت 0.167 میلی‌متر بر ثانیه (10 میلی‌متر بر دقیقه) مشخص شده است. شکل 3 روند تغییر شکل یک نمونه با سطح مقطع مستطیلی شکل را تحت بارگذاری سنبه صلب استوانه‌ای شکل طی فرآیند فرورفتگی جانبی شبه‌استاتیکی نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل 3 مشاهده می‌شود، مکانیزم‌های تغییر شکل نمونه شامل خمش و تشکیل لولای پلاستیک است که به ترتیب در طول اضلاع نمونه و گوشه‌های آن اتفاق می‌افتد. پس از اثبات صحت تحلیل عددی انجام شده که جزئیات آن در بخش بعد ارائه می‌شود، در مجموع با انجام شبیه‌سازی عددی 120 نمونه جدارنازک چهارگوش اثر ابعاد مختلف هندسی و خصوصیات مادی نمونه‌های جدارنازک و نیز قطر سنبه بر عملکرد جذب انرژی ساختار بحث و بررسی شده است. با تغییر سرعت بارگذاری در محدوده 0.167 تا 10 میلی‌متر بر ثانیه اثر سرعت حرکت سنبه بر الگوی تغییرشکل ساختار و میزان جذب انرژی آن مطالعه شده است.

4- صحت‌سنجی تحلیل عددی

نتایج آزمایش‌های انجام شده بر سه نمونه مقطع جدارنازک آلومینیومی با نتایج شبیه‌سازی‌های عددی متناظر انجام شده بر این سه نمونه برای

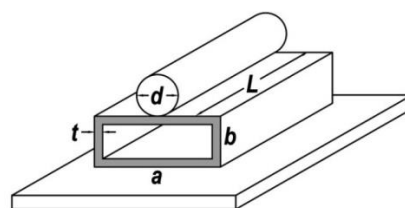


Fig. 1 A schematic of an experimental specimen before the indentation test

شکل 1 نمایش شماتیک یک نمونه آزمایشگاهی پیش از انجام آزمایش فرورفتگی



Fig. 2 Three manufactured Aluminum alloy samples with the same perimeter of quadrangular cross-section

شکل 2 سه نمونه ساخته شده از آلیاژ آلومینیوم با محیط یکسان سطح مقطع چهارگوش

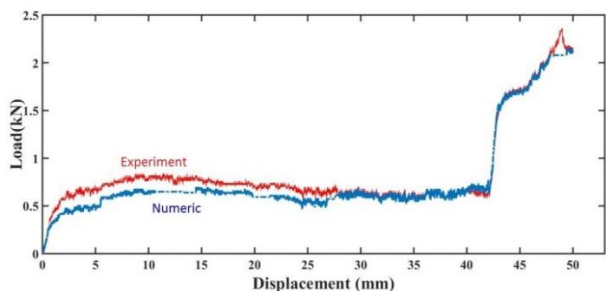


Fig. 6 Comparison of experimental and numerical load-displacement curves of the rectangular sample (33×53 mm) during the indentation process.

شکل 6 مقایسه نمودارهای تجربی و عددی نیرو-جابجایی نمونه مستطیلی (53×33 میلی‌متر) طی فرآیند فرورفتگی

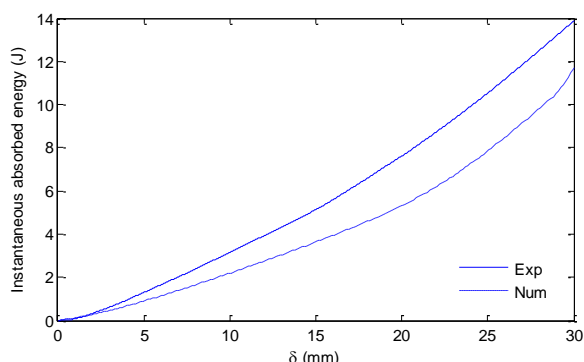


Fig. 7 Comparison of experimental and numerical absorbed energy-displacement curves of the rectangular sample (53×33 mm) during the indentation process

شکل 7 مقایسه نمودارهای تجربی و عددی جذب انرژی-جابجایی نمونه مستطیلی (33×53 میلی‌متر) طی فرآیند فرورفتگی

تغییر قطر سنبه، اثر قطر سنبه بررسی و با یکسان نگهداشتن ابعاد نمونه و سنبه و تغییر سرعت بارگذاری در یک بازه محدود یا آلیاژ سازنده نمونه، اثر نرخ بارگذاری و جنس نمونه‌ها بحث و بررسی می‌شود.

5- نتایج و بحث

در این بخش اثر تغییر عرض، ارتفاع، ضخامت جداره و نسبت اضلاع سطح مقطع نمونه‌های چهارگوش و نیز اثر جنس نمونه‌ها، قطر پانچ و نرخ بارگذاری بر اساس شبیه‌سازی‌های عددی بررسی می‌شود.

5-1- اثر تغییر عرض سطح مقطع

برای بررسی اثر تغییر عرض سطح مقطع بر میزان جذب انرژی کل و جذب انرژی مخصوص ساختار چهارگوش فلزی دو گروه از نمونه‌های جدارنازک آلومینیومی شبیه‌سازی شده‌اند، به گونه‌ای که در هر گروه ضخامت و ارتفاع سطح مقطع و طول نمونه‌ها و همچنین جنس نمونه‌ها و قطر سنبه ثابت در نظر گرفته شده است. در یک گروه شامل 6 نمونه، ارتفاع نمونه‌ها، ثابت و برابر با 15 میلی‌متر و در گروه دیگر شامل 7 نمونه، ارتفاع تمام نمونه‌ها 20 میلی‌متر انتخاب شده است. جدول 1 خصوصیات جذب انرژی یک گروه از این نمونه‌ها با ارتفاع سطح مقطع 15 میلی‌متر، ضخامت 1.5 میلی‌متر و طول 30 میلی‌متر را تحت بارگذاری سنبه‌ی به قطر 20 میلی‌متر گزارش می‌کند. در این جدول عرض نمونه‌ها از بالا به پایین افزایش یافته است. به عبارت دیگر سطح مقطع نمونه‌ها از بالا به پایین به تدریج از مستطیل قائم به مستطیل

برای صحت‌سنجی بیشتر نتایج عددی شکل 7 دو نمودار تجربی و عددی جذب انرژی نمونه مستطیلی با ابعاد 53×33 میلی‌متر را تحت نیروی جانبی اعمالی توسط سنبه صلبی به قطر 20 میلی‌متر با یکدیگر مقایسه می‌کند. این نمونه در امتداد ضلع 33 میلی‌متر آن تحت بارگذاری جانبی قرار گرفته است. روند تغییرات نمودار انرژی-جابجایی در دو روش با خطای قابل قبولی مشابه یکدیگر است و میزان جذب انرژی کل برآورد شده از روش عددی برابر با 11.68 ژول، یعنی حدود 15% کمتر از مقدار به دست آمده از تحلیل آزمایشگاهی (13.85 ژول) برای نمونه متناظر است.

از آنجایی که هدف از این پژوهش تعیین الگوی تغییر شکل پلاستیک و توانایی جذب انرژی مقاطع جدارنازک با سطح مقطع چهارگوش طی فرآیند فرورفتگی جانبی بین یک صفحه صلب تخت و یک سنبه استوانه‌ای صلب است، در این بخش الگوی تغییر شکل و نمودار جذب انرژی-جابجایی هر سه نمونه آزمایش شده با نتایج متناظر به دست آمده از شبیه‌سازی‌های عددی مقایسه شد که این مقایسه‌ها درستی و دقت بودن نسبی نتایج تحلیل‌های عددی انجام شده را نشان می‌دهد.

در ادامه برای بررسی عوامل مؤثر بر جذب انرژی نمونه چهارگوش، اثر ارتفاع، عرض و ضخامت جداره سطح مقطع نمونه جدارنازک، اثر نوع آلیاژ سازنده نمونه، اثر قطر سنبه و سرعت بارگذاری بر عملکرد جذب انرژی ساختار بررسی می‌شود. بدین منظور در چهار شرایط مقایسه‌ای مختلف شامل یکسان بودن ضخامت و ارتفاع و تغییر عرض، یکسان بودن عرض و تغییر ارتفاع، یکسان بودن ضخامت و محیط پیرامون سطح مقطع و تغییر هم‌زمان ارتفاع و عرض، یکسان بودن شکل هندسی سطح مقطع مربعی و تغییر اندازه ضلع آن، بررسی‌ها انجام می‌شود. به علاوه با یکسان نگهداشتن ابعاد نمونه جدارنازک و

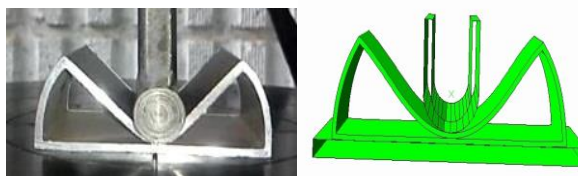


Fig. 4 Comparison of the obtained deformation modes of a rectangular sample by the experimental and numerical analyses

شکل 4 مقایسه الگوی تغییر شکل به دست آمده برای یک نمونه مستطیلی با استفاده از دو تحلیل عددی و تجربی

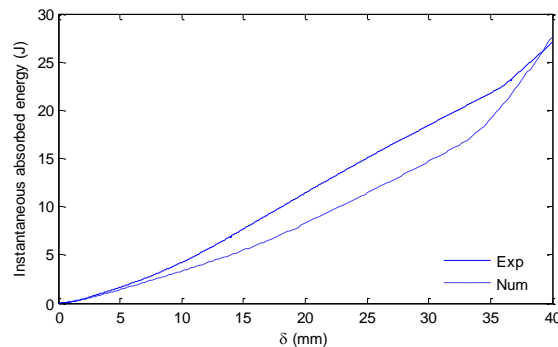


Fig. 5 Comparison of experimental and numerical absorbed energy-displacement curves of the square specimen during the indentation process

شکل 5 مقایسه نمودارهای عددی و تجربی جذب انرژی-جابجایی نمونه مربعی شکل طی فرآیند فرورفتگی

بودن ارتفاع یکسان است و بنابراین میزان جذب انرژی کل توسط ساختار کاهش می‌یابد. از طرفی جرم ساختار نیز با افزایش عرض سطح مقطع افزایش می‌یابد؛ بنابراین روند کاهش جذب انرژی مخصوص نسبت به روند کاهش جذب انرژی کل با افزایش عرض سطح مقطع و یکسان بودن سایر خصوصیات با نرخ بیشتری رخ می‌دهد.

2-5- اثر تغییر ارتفاع سطح مقطع

برای بررسی اثر تغییر ارتفاع سطح مقطع نمونه‌های چهارگوش بر عملکرد جذب انرژی آن‌ها طی فرآیند فرورفتگی، دو گروه از نمونه‌های جدارنازک آلومینیومی به گونه‌ای شبیه سازی شده‌اند که در هر گروه شامل 10 نمونه، ضخامت و عرض سطح مقطع و طول نمونه‌ها و همچنین جنس نمونه‌ها و قطر سنبه ثابت است. 10 نمونه موجود در گروه اول عرض ثابت 20 میلی‌متر و 10 نمونه گروه دوم عرض یکسان 30 میلی‌متر دارند. جدول 2 خصوصیات جذب انرژی نمونه‌های گروه اول با عرض سطح مقطع 20 میلی‌متر، ضخامت 1.5 میلی‌متر و طول 30 میلی‌متر را تحت نیروی سنبه استوانه‌ای به قطر 20 میلی‌متر ارائه می‌کند. در این جدول ارتفاع سطح مقطع نمونه‌ها از بالا به پایین به تدریج کاهش یافته است. به عبارت دیگر سطح مقطع نمونه‌ها از بالا به پایین به تدریج از مستطیل قائم به مستطیل افقی تبدیل شده است. به همین ترتیب نمودارهای جذب انرژی کل و جذب انرژی مخصوص برحسب

افقی تبدیل شده است. مقایسه داده‌های این جدول نشان می‌دهد که با افزایش عرض سطح مقطع و ثابت باقی ماندن سایر خصوصیات هندسی و مادی، هم جذب انرژی کل و هم جذب انرژی مخصوص (جذب انرژی کل بر واحد جرم نمونه) ساختار کاهش می‌یابد. نتایج این گروه از نمونه‌ها با ارتفاع ثابت 15 میلی‌متر به عنوان یک مقایسه کمی نشان می‌دهد، وقتی عرض نمونه از 5 میلی‌متر به 60 میلی‌متر افزایش می‌یابد (12 برابر می‌شود)، جذب انرژی کل ساختار با نسبت «1 به 74.4» و جذب انرژی مخصوص با نسبت «1 به 327.8» کاهش می‌یابد.

برای بررسی بیشتر گروه دیگری از نمونه‌ها با ارتفاع ثابت سطح مقطع برابر 20 میلی‌متر، ضخامت ثابت 1.5 میلی‌متر و طول ثابت 30 میلی‌متر تحت نیروی عرضی سنبه‌ای به قطر 20 میلی‌متر قرار گرفتند که نتایج جذب انرژی کل و جذب انرژی مخصوص حاصل از تحلیل عددی آن‌ها برحسب عرض سطح مقطع نمونه‌ها به ترتیب در شکل‌های 8 و 9 رسم شده است. در شکل‌های 8 و 9 مقایسه جذب انرژی کل و جذب انرژی مخصوص این گروه از نمونه‌ها با ارتفاع ثابت 20 میلی‌متر روندی مشابه نتایج گزارش شده در جدول 1 برای نمونه‌هایی با ارتفاع 15 میلی‌متر را نشان می‌دهد. به عبارت دیگر در نمونه‌های چهارگوش با ارتفاع سطح مقطع 20 میلی‌متر با افزایش عرض سطح مقطع از 10 به 80 میلی‌متر (8 برابر) جذب انرژی کل و جذب انرژی مخصوص ساختار با نسبت «1 به 86.3» و «1 به 311.6» کاهش می‌یابد.

توجه فیزیکی روند تغییرات جذب انرژی کل و جذب انرژی مخصوص ساختارهای فلزی چهارگوش برحسب تغییر عرض سطح مقطع آن‌ها بدین صورت است. مطابق الگوی تغییرشکل پلاستیک نشان داده شده در شکل‌های 3 و 4 با اعمال بارگذاری دو ضلع قائم سطح مقطع چهارگوش دچار خمش می‌شوند که گشتاور خمشی لازم برای انجام این پدیده، از حاصل ضرب نیروی اعمالی پنج در بازوی گشتاور (نصف اندازه ضلع افقی سطح مقطع نمونه) تأمین می‌شود. با ثابت ماندن ارتفاع سطح مقطع نمونه‌ها در هر یک از دو گروه بررسی شده، گشتاور خمشی لازم برای ایجاد خمش پلاستیک در دو ضلع قائم سطح مقطع مستطیلی، مقدار ثابتی است. برای اعمال این گشتاور خمشی مشخص (ثابت) هرچه عرض سطح مقطع ساختار فلزی چهارگوش (طول بازوی گشتاور) بزرگ‌تر شود، نیروی عرضی کمتری نیاز است. از طرفی میزان جابه‌جایی کل طی فرآیند به طور مستقیم به ارتفاع سطح مقطع نمونه‌ها وابسته است. به عبارت دیگر با افزایش عرض سطح مقطع نمونه‌ها و ثابت باقی ماندن سایر خصوصیات هندسی، نیروی جانبی کمتری برای ایجاد تغییرشکل پلاستیک لازم است؛ در حالی که جابه‌جایی نهایی به دلیل ثابت

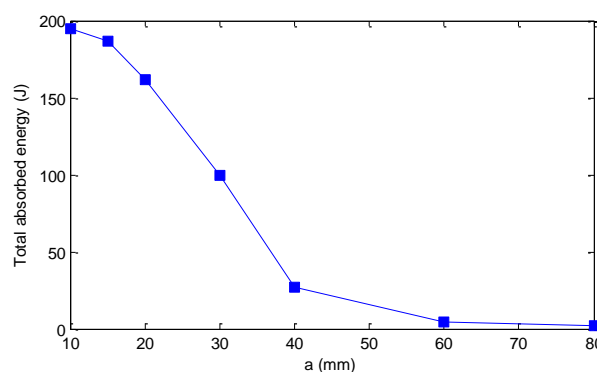


Fig. 8 Diagram of total absorbed energy versus cross-section width of some specimens with different cross-section widths and the same other characteristics

شکل 8 نمودار جذب انرژی کل برحسب عرض سطح مقطع برای نمونه‌هایی با عرض سطح مقطع متفاوت و دیگر خصوصیات یکسان

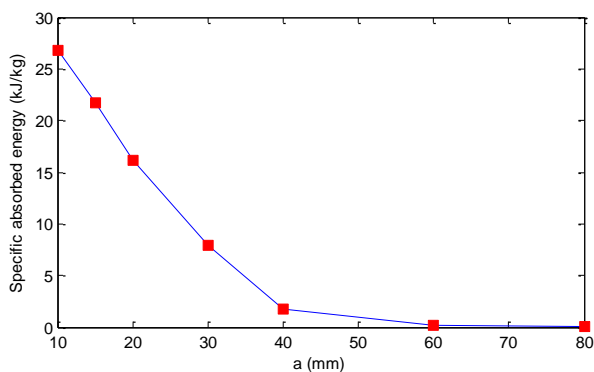


Fig. 9 Diagram of specific absorbed energy versus cross-section width of some specimens with different cross-section widths and the same other characteristics

شکل 9 نمودار جذب انرژی مخصوص برحسب عرض سطح مقطع برای نمونه‌هایی با عرض سطح مقطع متفاوت و دیگر خصوصیات یکسان

جدول 1 عرض، ارتفاع، جذب انرژی کل و جذب انرژی مخصوص گروهی از نمونه‌ها با ارتفاع سطح مقطع یکسان

Table 1 Width, height, total absorbed energy (TAE) and specific absorbed energy (SAE) of a group of samples with the same cross-section height

عرض سطح مقطع (میلی‌متر)	ارتفاع سطح مقطع (میلی‌متر)	جذب انرژی کل (ژول)	جذب انرژی مخصوص (کیلوژول بر کیلوگرم)
5	15	195.63	42.62
15	15	163.34	22.40
20	15	134.51	15.56
30	15	61.38	5.41
45	15	2.64	0.17
60	15	2.63	0.13

یعنی وقتی $b < d$ است، جابه‌جایی نهایی سنبه طی فرآیند کوچک است. فقط بخش کوچکی از طول ضلع افقی بالای نمونه خمیده می‌شود. لولای پلاستیک در چهارگوشه ساختار چهارگوش تشکیل می‌شود که میزان چرخش اضلاع سطح مقطع در محل این چهار لولا به دلیل کوچک بودن ارتفاع سطح مقطع اندک است. دو ضلع قائم ساختار چهارگوش به دلیل کوچک بودن ارتفاع نسبت به سایر ابعاد و قطر سنبه تنها اندکی خمیده می‌شود و یا به عبارت دیگر خمشی با شعاع انحنا (ρ) خیلی بزرگ در آن رخ می‌دهد که طبق رابطه ساده (1) نیاز به گشتاور خمشی (M) کوچکی دارد.

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \quad (1)$$

در این رابطه E و I به ترتیب مدول الاستیک و ممان اینرسی سطح مقطع دو لبه قائم ساختار در اثر برش موازی با سطح افق است؛ بنابراین هر چهار عامل بالا باعث کوچک بودن ظرفیت جذب انرژی ساختار چهارگوشی می‌شود که ارتفاع سطح مقطع آن در مقایسه با قطر سنبه کوچک است. اکنون با انتخاب نمونه مورد بررسی اخیر با ارتفاع کوچکتر از قطر سنبه ($b < d$) به عنوان «نمونه مینا» روند جذب انرژی دو حالت دیگر در ادامه توجیه می‌شود. با بزرگتر شدن تدریجی ارتفاع سطح مقطع (b) ساختار نسبت به نمونه «مینا» و تا زمانی که $b = d$ شود، جابه‌جایی نهایی سنبه، خمیدگی دو ضلع قائم سطح مقطع، طول بخشی از ضلع افقی بالایی که دچار خمش می‌شود و نیز تغییر زوایای 4 لولای پلاستیک تشکیل شده در چهارگوشه افزایش می‌یابند. در اثر این چهار عامل با افزایش تدریجی ارتفاع سطح مقطع از حالت $b < d$ تا رسیدن به حالت بهینه $b = d$ میزان جذب انرژی کل و مخصوص ساختار روند افزایشی را نشان می‌دهد. در ادامه با افزایش ارتفاع سطح مقطع ساختار از حالت $b = d$ تا حالت $b > d$ عوامل زیر باعث بروز روند کاهشی در ظرفیت جذب انرژی می‌شود.

الگوهای تغییر شکل نشان داده شده در شکل 12 نشان می‌دهند وقتی $b = d$ است، تمام طول ضلع افقی ساختار دچار خمشی با شعاع انحنایی برابر با شعاع سنبه شده است که این میزان بیشترین میزان جذب انرژی ممکن توسط لبه افقی بالای چهارگوش است. در هر دو حالت $b = d$ و $b > d$ ، میزان انرژی جذب شده توسط لبه افقی بالایی یکسان است. با افزایش ارتفاع (b) از حالت $b = d$ تا حالت $b > d$ جابه‌جایی نهایی به تدریج افزایش می‌یابد که عامل افزایش ظرفیت جذب انرژی است، ولی در مقابل 3 عامل دیگر بروز می‌کند که عامل کاهش ظرفیت جذب انرژی هستند. این 3 عامل افزایش طول بازوی گشتاور خمشی، افزایش شعاع انحنا خمشی ایجاد شده در دو ضلع قائم (و در نتیجه براساس رابطه (1)، کاهش گشتاور خمشی مورد نیاز) و کاهش میزان چرخش اضلاع چهارگوش حول چهار لولای پلاستیک ایجاد شده در گوشه‌هاست. نتایج ارائه شده در جدول 2 و شکل‌های 10 و 11 نشان می‌دهند که اثر این 3 عامل کاهش‌دهنده ظرفیت جذب انرژی بر اثر تنها عامل افزایش‌دهنده آن در بازه $b = d$ تا $b > d$ بیشتر است. با افزایش ارتفاع سطح مقطع ساختار از حالت $b = d$ تا $b > d$ ظرفیت جذب انرژی ساختار کاهش می‌یابد و در مجموع از دیدگاه ظرفیت جذب انرژی، ارتفاع بهینه سطح مقطع ساختار که باعث دستیابی به مقدار بیشینه جذب انرژی می‌شود، برابر با قطر سنبه است.

5-3- اثر تغییر نسبت اضلاع سطح مقطع، با محیط یکسان

در این بخش اثر تغییر هم‌زمان ارتفاع و عرض سطح مقطع ساختار بررسی

ارتفاع سطح مقطع برای 10 نمونه گروه دوم با عرض ثابت 30 میلی‌متر، ضخامت جداره 1.5 میلی‌متر، طول 30 میلی‌متر و قطر سنبه 20 میلی‌متر به ترتیب در شکل‌های 10 و 11 نشان داده شده است.

بررسی نتایج گزارش شده در جدول 2 برای نمونه‌های اول و نیز نتایج نمایش داده شده برای نمونه‌های گروه دوم در دو شکل 10 و 11 این نکته را نشان می‌دهند که در هر دو گروه مشتمل بر 10 نمونه چهارگوش، مقدار بیشینه جذب انرژی کل و جذب انرژی مخصوص متعلق به نمونه‌ای است که ارتفاع سطح مقطع آن با قطر سنبه استوانه‌ای برابر است. به عبارت دیگر رابطه بین ارتفاع سطح مقطع نمونه‌های چهارگوش و ظرفیت جذب انرژی آن‌ها مستقیم نیست و با افزایش ارتفاع سطح مقطع هر دو پارامتر جذب انرژی کل و جذب انرژی مخصوص ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد و پیک نمودار به ازای ارتفاع سطح مقطع برابر با قطر سنبه اتفاق می‌افتد. به عبارت دیگر در مواردی که یک نمونه چهارگوش تحت فرآیند فرورفتگی جانبی ناشی از اعمال نیرو توسط یک سنبه استوانه‌ای قرار می‌گیرد، اگر ارتفاع سطح مقطع نمونه مینا کوچکتر یا بزرگتر از قطر سنبه انتخاب شود به ترتیب با افزایش و کاهش این ارتفاع میزان جذب انرژی کل و جذب انرژی مخصوص ساختار افزایش می‌یابد. یعنی نتایج ارائه شده در این بخش ثابت می‌کند که یک مقدار بهینه برای ارتفاع سطح مقطع نمونه‌های چهارگوش وجود دارد که این مقدار بهینه برابر با قطر سنبه است و با انتخاب ارتفاع سطح مقطع نمونه چهارگوش برابر با این مقدار بهینه (قطر سنبه) بیشینه جذب انرژی کل و مخصوص حاصل می‌شود که از لحاظ کاربردی حائز اهمیت است.

توجیه فیزیکی روند تغییرات ظرفیت جذب انرژی ساختارهای چهارگوش برحسب تغییر ارتفاع سطح مقطع بدین صورت است. دلیل اصلی این روند تغییرات که پیش از بررسی غیر قابل پیش‌بینی است، تفاوت در الگوی تغییر شکل نمونه‌ها با ارتفاع‌های مختلف است.

جدول 2 عرض، ارتفاع، جذب انرژی کل و جذب انرژی مخصوص گروهی از نمونه‌ها با عرض سطح مقطع یکسان

Table 2 Width, height, total absorbed energy (TAE) and specific absorbed energy (SAE) of a group of samples with the same cross-section width

عرض سطح مقطع (میلی‌متر)	ارتفاع سطح مقطع (میلی‌متر)	جذب انرژی کل (ژول)	جذب انرژی بر واحد جرم (کیلوژول بر کیلوگرم)
20	200	50.45	0.86
20	120	56.20	1.51
20	80	65.24	2.49
20	60	81.23	3.90
20	40	120.04	7.80
20	30	149.72	11.79
20	20	159.58	15.97
20	15	134.51	15.56
20	10	76.18	10.45
20	5	6.72	1.13

با بررسی الگوهای تغییرشکل پلاستیک نشان داده شده در شکل 12 این نکات مشخص می‌شود. مطابق این شکل وقتی ارتفاع سطح مقطع (b) نمونه‌های چهارگوش کوچک و حتی کمتر از قطر سنبه (d) انتخاب می‌شود،

سنبه صلب استوانه‌ای شکلی با قطر 10 میلی‌متر قرار گرفته‌اند. نسبت ارتفاع به عرض این 7 نمونه به تدریج از یک سوم به 3 افزایش یافته است؛ در حالی که محیط ثابت باقی مانده است. شکل 13 میزان جذب انرژی کل این 7 نمونه را برحسب نسبت ارتفاع به عرض سطح مقطع نشان می‌دهد. همان طور که در این شکل مشاهده می‌شود با افزایش نسبت ارتفاع به عرض سطح مقطع، ظرفیت جذب انرژی ساختار به تدریج افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر در شرایطی که جرم و محیط پیرامون سطح مقطع ساختار ثابت است، نمونه‌های مستطیلی شکل عمودی در مقایسه با نمونه مربع شکل و نمونه‌های مستطیلی شکل افقی، جذب انرژی مناسب‌تری هستند. با توجه به این‌که جذب انرژی مخصوص نسبت جذب انرژی کل به جرم نمونه را نشان می‌دهد، در این نمونه‌ها تغییرات جذب انرژی مخصوص نیز روند مشابهی دارد. به عنوان یک مقایسه کمی، با ثابت ماندن جرم، ضخامت جداره، محیط سطح مقطع و طول نمونه‌ها و با 9 برابر کردن مقدار نسبت ارتفاع به عرض سطح مقطع آن‌ها (از یک سوم تا 3)، ظرفیت جذب انرژی ساختار 22.7 درصد افزایش می‌یابد. یعنی با ثابت ماندن نوع و مقدار ماده مصرف شده در ساخت نمونه‌ها ظرفیت جذب انرژی آن‌ها تا حدود 23% افزایش یافته است. علت فیزیکی این پدیده کاهش طول بازوی گشتاور و در نتیجه افزایش مقدار نیروی لازم برای ایجاد گشتاور خمشی پلاستیک و نیز افزایش جابه‌جایی نهایی سنبه است که به افزایش ظرفیت جذب انرژی ساختار در اثر افزایش نسبت ارتفاع به عرض منجر می‌شود.

4-5- اثر تغییر طول ضلع سطح مقطع در نمونه‌های مربع شکل

برای بررسی اثر اندازه ضلع سطح مقطع در نمونه‌های مربع شکل، 6 نمونه با سطح مقطع مربعی به ضخامت جداره 1.5 میلی‌متر و طول 30 میلی‌متر تحت اثر سنبه‌ی به قطر 20 میلی‌متر قرار گرفته‌اند و نمودار جذب انرژی کل و جذب انرژی مخصوص آن‌ها به ترتیب در دو شکل 14 و 15 نمایش داده شده است. طول هر ضلع این 6 نمونه مربعی مختلف 5، 10، 15، 20، 30 و 60 میلی‌متر است. شکل 14 نشان می‌دهد در حالی که سطح مقطع نمونه‌های چهارگوش، مربع شکل و ضخامت جداره و طول نمونه‌ها ثابت است با افزایش تدریجی اندازه ضلع مربع از 5 تا 60 میلی‌متر، ظرفیت جذب انرژی ساختار، ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد و نمودار از لحاظ جذب انرژی کل دارای یک حالت بهینه است که در سطح مقطع مربعی با اندازه اضلاع بین 15 تا 20 میلی‌متر رخ می‌دهد. سپس با استفاده از میان‌یابی عددی درجه 2

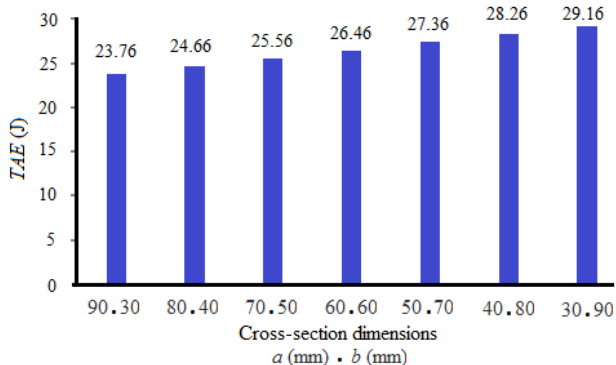


Fig. 13 Diagram of total absorbed energy versus aspect ratio (height/width) of some samples with the same mass and cross-section perimeter

شکل 13 نمودار جذب انرژی کل برحسب نسبت ابعادی (ارتفاع به عرض) نمونه‌هایی با جرم و محیط سطح مقطع یکسان

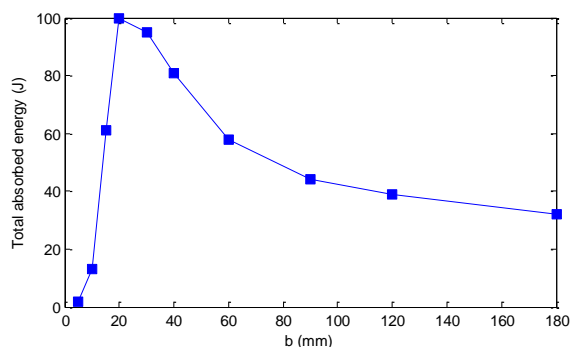


Fig. 10 Diagram of total absorbed energy versus cross-section height of some specimens with different cross-section heights and the same other characteristics

شکل 10 نمودار جذب انرژی کل برحسب ارتفاع سطح مقطع برای نمونه‌هایی با ارتفاع سطح مقطع متفاوت و دیگر خصوصیات یکسان

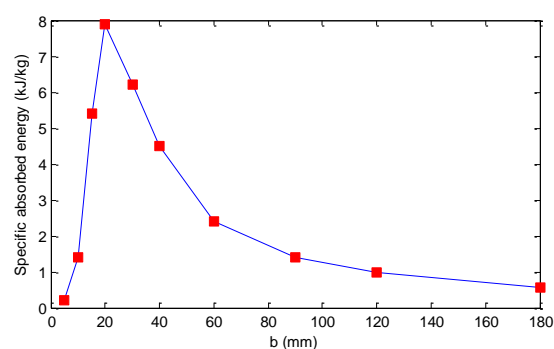


Fig. 11 Diagram of specific absorbed energy versus cross-section height of some specimens with different cross-section heights and the same other characteristics

شکل 11 نمودار جذب انرژی مخصوص برحسب ارتفاع سطح مقطع برای نمونه‌هایی با ارتفاع سطح مقطع متفاوت و دیگر خصوصیات یکسان

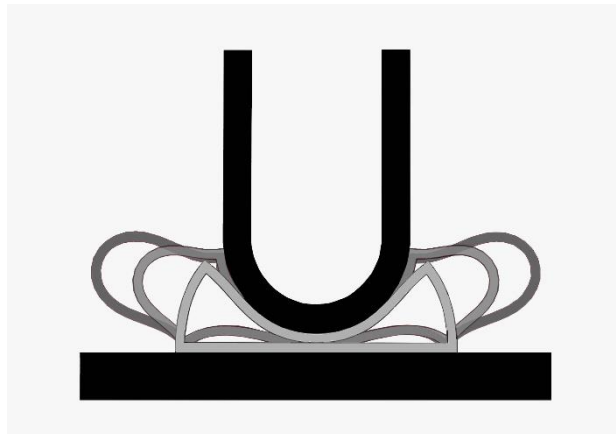


Fig. 12 Plastic deformation mode of three samples with the same width and wall thickness, in three different conditions of $b < d$, $b = d$ and $b > d$

شکل 12 الگوی تغییر شکل پلاستیک سه نمونه چهارگوش با عرض و ضخامت ثابت، در سه حالت مختلف $b < d$ ، $b = d$ و $b > d$

می‌شود. به عبارت دیگر در این بخش با ثابت نگهداشتن محیط سطح مقطع ساختار چهارگوش و ضخامت جداره و طول آن و در نتیجه با ثابت نگهداشتن جرم ساختار و نیز قطر سنبه «نسبت ارتفاع به عرض» سطح مقطع به تدریج تغییر می‌کند و اثر این پارامتر بر عملکرد جذب انرژی ساختار مطالعه می‌شود. بدین منظور یک گروه مشتمل بر 7 نمونه با محیط پیرامون یکسان 120 میلی‌متر، ضخامت جداره 1.5 میلی‌متر و طول 30 میلی‌متر تحت اثر

در مجموع چنانچه ملاک طراحی یک جاذب انرژی چهارگوش با سطح مقطع مربعی جذب انرژی مخصوص باشد، نمونه‌هایی با اندازه ضلع مربع کوچک‌تر و چنانچه ملاک طراحی آن جاذب انرژی کل باشد، نمونه با طول ضلع بهینه به عنوان جاذب انرژی مناسب پیشنهاد می‌شود.

5-5- اثر تغییر ضخامت سطح مقطع

مطابق توضیحات مبسوط ارائه شده در بخش مقدمه برای مرجع [17]، سعادت‌فرد و همکاران [17] اثر ضخامت جداره سطح مقطع ساختارهای چهارگوش را طی فرآیند فرورفتگی ناشی از سنبه استوانه‌ای بر عملکرد جذب انرژی آن‌ها به صورت تئوری و آزمایشگاهی بررسی کرده‌اند و در بخش آزمایشگاهی 3 نمونه به ضخامت‌های جداره مختلف 1.4، 1.7 و 2.0 میلی‌متر را تست کرده‌اند که نتایج آن‌ها وابسته بودن جذب انرژی کل و جذب انرژی مخصوص ساختار را به ترتیب به توان دوم و توان اول ضخامت جداره نشان می‌دهد. در مقاله حاضر اثر این پارامتر با استفاده از شبیه‌سازی‌های عددی تعداد بیشتری نمونه انجام شده است. بدین منظور شکل‌های 16 و 17 به ترتیب جذب انرژی کل و جذب انرژی مخصوص 9 نمونه چهارگوش با ارتفاع و عرض سطح مقطع به ترتیب برابر با 90 و 30 میلی‌متر و قطر سنبه 10 میلی‌متر را نشان می‌دهند. ضخامت جداره این 9 نمونه مختلف و برابر با 0.5، 0.75، 1، 1.25، 1.5، 1.75، 2، 2.25 و 2.5 میلی‌متر و طول همه نمونه‌ها 30 میلی‌متر است. این دو شکل نشان می‌دهند که ظرفیت جذب انرژی کل نمونه‌های چهارگوش طی فرآیند فرورفتگی تحت اثر سنبه استوانه‌ای به توان دوم ضخامت جداره سطح مقطع آن‌ها و جذب انرژی مخصوص نمونه‌ها به توان اول ضخامت جداره آن‌ها وابسته است. به عبارت دیگر بررسی جامع صورت گرفته در شبیه‌سازی‌های عددی مقاله حاضر مطابقت خوبی با تحلیل تئوری ارائه شده در مرجع [17] دارد و صحت روابط تئوری استخراج شده در این مرجع را با تعداد نمونه‌های بسیار بیشتری تأیید می‌کند. مقدار جرم هر نمونه چهارگوش به سادگی از رابطه (2) قابل محاسبه است که در این رابطه ρ چگالی و L طول نمونه چهارگوش است.

$$m = 2\rho Lt(a + b - 2t) \quad (2)$$

از آنجایی که در مرجع [17] جذب انرژی کل به صورت رابطه‌ای برحسب توان دوم ضخامت جداره مقطع چهارگوش استخراج شده است، و از طرفی رابطه (2) ارتباط بین جرم ساختار و توان اول ضخامت جداره آن را نشان می‌دهد، در نتیجه جذب انرژی مخصوص ساختار که از تقسیم جذب انرژی کل بر جرم نمونه محاسبه می‌شود، به صورت تئوری به توان اول ضخامت

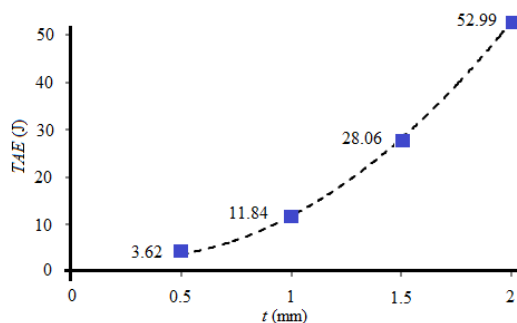


Fig. 16 Diagram of total absorbed energy- wall thickness of some samples with the same height, width and length

شکل 16 نمودار جذب انرژی کل - ضخامت جداره نمونه‌هایی با ارتفاع، عرض و طول یکسان

مناسب‌ترین داده‌های جذب انرژی کل و با در نظر گرفتن این تغییرات به صورت یک تابع اندازه ضلع مقطع نمونه‌های مربعی که دارای بالاترین میزان جذب انرژی کل باشد، برابر با 16.7 میلی‌متر محاسبه گردید. سپس نمونه‌ای مربعی با این اندازه ضلع بهینه و با همان ضخامت جداره 1.5 میلی‌متر و طول نمونه 30 میلی‌متر شبیه‌سازی شد که صحت روند نمودار تغییرات نمودار شکل 14 را نشان داد. جذب انرژی کل و جذب انرژی مخصوص این نمونه به ترتیب برابر با 175.3 ژول و 21.3 کیلو ژول بر کیلوگرم به دست آمد. از دیدگاه فیزیکی در نمونه‌هایی با سطح مقطع مربعی افزایش اندازه ضلع مربع از یک طرف باعث افزایش جابه‌جایی نهایی (و در نتیجه افزایش جذب انرژی) و از طرف دیگر باعث افزایش طول بازوی گشتاور خمشی (و در نتیجه کاهش نیرو و جذب انرژی) می‌شود؛ بنابراین روند تغییرات ظرفیت جذب انرژی ساختار مربع شکل در اثر افزایش اندازه ضلع مربع تحت تأثیر دو عامل است که اثر این دو عامل بر جذب انرژی کل عکس یکدیگر است. نحوه تغییرات به سادگی و بدون انجام آزمایش یا شبیه‌سازی عددی قابل پیش‌بینی نیست. از دیدگاه دیگر یعنی براساس جذب انرژی مخصوص که در شکل 15 نشان داده شده است، مشخص می‌شود که در نمونه‌های مربعی با ضخامت جداره ثابت هر چه اندازه ضلع سطح مقطع مربعی افزایش پیدا کند، جذب انرژی مخصوص ساختار کاهش می‌یابد. علت این پدیده معکوس بودن اثر دو عامل تعیین‌کننده یعنی افزایش جابه‌جایی نهایی و طول بازوی گشتاور خمشی و نیز افزایش جرم ساختار ناشی از افزایش اندازه ضلع مربع است.

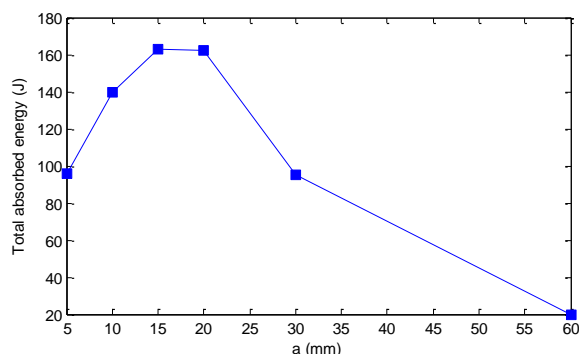


Fig. 14 Diagram of total absorbed energy of some square cross-section samples with different square edge length

شکل 14 نمودار جذب انرژی کل نمونه‌هایی با سطح مقطع مربعی شکل با اندازه ضلع مربع متفاوت

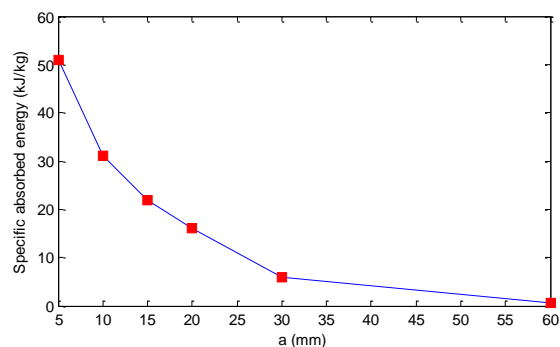


Fig. 15 Diagram of specific absorbed energy of some square cross-section samples with different square edge length

شکل 15 نمودار جذب انرژی مخصوص نمونه‌هایی با سطح مقطع مربع شکل با اندازه ضلع مربع متفاوت

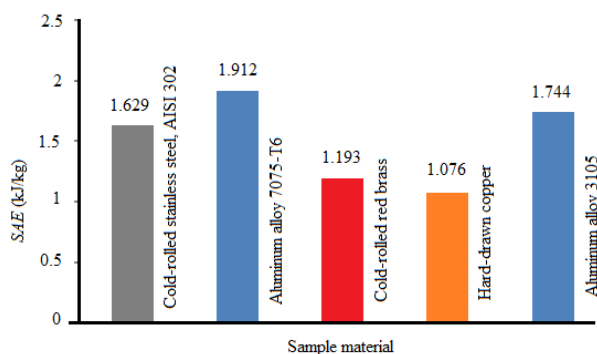


Fig. 19 Specific absorbed energy of samples with the same geometry and made from different alloy materials

شکل 19 جذب انرژی مخصوص نمونه‌هایی با هندسه یکسان و از جنس متفاوت

جدول 3 خصوصیات آلیاژهای مختلف جهت شبیه‌سازی عددی نمونه‌های چهارگوش
Table 3 Different alloys properties for numeric simulation of quadrangular specimens

چگالی (کیلوگرم بر مترمکعب)	تنش جریان (مگا پاسکال)	جنس نمونه
3000	162.03	آلیاژ آلومینیوم 3105
2800	506.71	آلیاژ آلومینیوم 7075
8740	476.67	برنج قرمز نورد سرد
8910	276.12	مس کشش سخت
7920	591.08	فولاد ضدزنگ AISI 302

ظرفیت جذب انرژی کل و جذب انرژی مخصوص بالا در بین 5 ماده بررسی شده نمونه فولادی انتخاب بهینه محسوب می‌شود.

7-5- اثر تغییر قطر سنبه

برای بررسی اثر قطر سنبه بر عملکرد جذب انرژی ساختار چهارگوش، 8 نمونه با عرض، ارتفاع و ضخامت جداره یکسان، به ترتیب برابر با 20، 100 و 1.5 میلی‌متر تحت اثر سنبه‌های استوانه‌ای با قطرهای مختلف 10، 20، 100، 500، 1000، 5000 و 10000 میلی‌متر و نیز بی‌نهایت شبیه‌سازی شده‌اند. طول تمام نمونه‌های این بخش 30 میلی‌متر است. در آخرین نمونه این گروه، به جای سنبه استوانه‌ای از صفحه تخت استفاده شده است؛ بنابراین قطر آن بی‌نهایت محسوب می‌شود. شکل 20 نتایج جذب انرژی کل را برای این نمونه‌ها با یکدیگر مقایسه می‌کند. مطابق این شکل جذب انرژی نمونه‌ها با قطر سنبه 10، 20، 100، 500، 1000، 5000 و 10000 میلی‌متر و نیز بی‌نهایت به ترتیب برابر با 37، 54، 141، 194، 222، 272، 283 و 319 ژول است. به عبارت دیگر میزان جذب انرژی کل توسط ساختار با افزایش قطر سنبه افزایش می‌یابد. میزان جذب انرژی مخصوص با توجه به یکسان بودن هندسه و جرم نمونه‌های چهارگوش با افزایش قطر سنبه نیز روند افزایشی مشابهی دارد. براساس رابطه تئوری استخراج شده در مرجع [17] جذب انرژی کل توسط نمونه‌های چهارگوش با توجه به رابطه (3) به قطر سنبه (d) و ضخامت جداره مقطع چهارگوش (t) ارتباط دارد.

$$E \propto t^2 \left(\frac{2d+t}{d+t} \right) \quad (3)$$

در رابطه بالا با میل کردن قطر سنبه به سمت بی‌نهایت، حد عبارت داخل پرانتز به عدد ثابت 2 میل می‌کند. به عبارت دیگر وقتی قطر سنبه نسبت به طول و عرض سطح مقطع چهارگوش بسیار بزرگ انتخاب شود، به گونه‌ای که بتوان اتحنای سطح جانبی سنبه را ناچیز و آن را معادل یک صفحه تخت

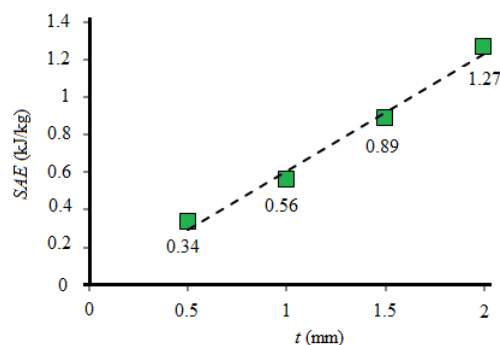


Fig. 17 Diagram of specific absorbed energy- wall thickness of some samples with the same height, width and length

شکل 17 نمودار جذب انرژی مخصوص- ضخامت جداره نمونه‌هایی با ارتفاع، عرض و طول یکسان

جداره ساختار چهارگوش وابسته است که نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های عددی انجام شده در این مقاله نیز این ادعا را اثبات می‌کند.

6-5- اثر جنس نمونه‌های چهارگوش

5 نمونه با هندسه یکسان برای بررسی اثر جنس نمونه‌ها ساخته شده از 5 نوع آلیاژ مختلف تحت فشار جانبی یک سنبه یکسان شبیه‌سازی شده‌اند. شکل‌های 18 و 19 به ترتیب ظرفیت جذب انرژی کل و جذب انرژی مخصوص این نمونه مستطیلی با عرض و ارتفاع سطح مقطع به ترتیب برابر با 20 و 100 میلی‌متر، ضخامت جداره 2 میلی‌متر و طول 30 میلی‌متر تحت بارگذاری سنبه‌ی به قطر 10 را با یکدیگر مقایسه می‌کنند. برخی از خصوصیات مادی نمونه‌های شبیه‌سازی شده در جدول 3 گزارش شده است. جنس 5 نمونه شبیه‌سازی شده از آلیاژ آلومینیوم 3105، آلیاژ آلومینیوم 7075-T6، فولاد ضدزنگ نورد سرد AISI 302، مس کشش سخت و برنج قرمز نورد سرد انتخاب شده است. مدول یانگ این 5 ماده به ترتیب برابر با 71.7، 72، 190، 120 و 120 گیگا پاسکال، تنش تسلیم این مواد به ترتیب برابر با 176، 500، 520، 265 و 435 مگاپاسکال و تنش نهایی آن‌ها به ترتیب برابر با 179، 570، 860، 390 و 585 مگاپاسکال است.

بررسی نتایج دو شکل 18 و 19 نشان می‌دهد اگر ملاک انتخاب نوع ماده بیشینه جذب انرژی کل باشد، نمونه‌های فولادی، برنجی و مسی سه اولویت اول طراحی هستند و چنانچه شاخص انتخاب نوع ماده بیشینه بودن نسبت جذب انرژی به جرم باشد، دو نمونه آلومینیومی و نمونه فولادی به عنوان سه اولویت اول پیشنهاد می‌گردند؛ بنابراین در مجموع برای دستیابی هم‌زمان به

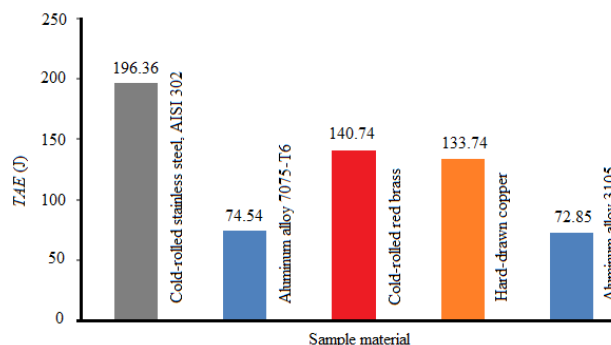


Fig. 18 Total absorbed energy of samples with the same geometry and made from different alloy materials

شکل 18 جذب انرژی کل نمونه‌هایی با هندسه یکسان و از جنس متفاوت

شود، با 3 برابر و 6 برابر کردن سرعت بارگذاری (نسبت به سرعت مبنا) میزان جذب انرژی کل به ترتیب 1.23 و 2.50 برابر می‌شود که همه از یک مرتبه هستند. در ادامه بررسی با افزایش سرعت بارگذاری به 300 و 600 میلی‌متر بر دقیقه، ظرفیت جذب انرژی همان نمونه به ترتیب 18.45 و 16.15 برابر یعنی 554.65 و 485.48 ژول می‌شود. به عبارت دیگر ظرفیت جذب انرژی نمونه به ازای نرخ بارگذاری اخیر از مرتبه 10^2 است. علت افزایش قابل توجه ظرفیت جذب انرژی نمونه از سرعت بارگذاری 60 میلی‌متر بر دقیقه تا 300 میلی‌متر دقیقه تغییرات چشمگیر در الگوی تغییر شکل آن‌هاست.

شکل 22 روند تغییر شکل پلاستیک نمونه‌ای با سرعت بارگذاری 300 میلی‌متر بر دقیقه را نشان می‌دهد. مطابق این شکل الگوی تغییر شکل دو ضلع قائم مقطع چهارگوش که سهم تعیین کننده‌ای در میزان جذب انرژی کل دارند به دلیل افزایش سرعت بارگذاری تغییر نموده و به دلیل تعداد چین‌های اضافی که در دو دیواره قائم مقطع چهارگوش پدید آمده و در امتداد ارتفاع این دو ضلع در حال حرکت و جابه‌جایی است، ظرفیت جذب انرژی ساختار به میزان قابل توجهی افزایش یافته است. الگوی تغییر شکل این نمونه نشان می‌دهد تمام نواحی مقطع چهارگوش در فرآیند تغییر شکل پلاستیک مشارکت می‌کنند که این امر ظرفیت جذب انرژی بالای این ساختار تحت سرعت بارگذاری 300 میلی‌متر بر دقیقه را توجیه می‌کند. نتایج شبیه‌سازی‌های عددی نشان می‌دهد با افزایش سرعت بارگذاری از 300 به 600 میلی‌متر بر دقیقه، ظرفیت جذب انرژی ساختار کاهش می‌یابد که با روند مشاهده شده در سرعت‌های بارگذاری کوچک‌تر از 300 میلی‌متر بر دقیقه متفاوت است. برای توجیه فیزیکی این پدیده روند تغییر شکل پلاستیک نمونه تحت سرعت بارگذاری 600 میلی‌متر بر دقیقه در شکل 23 نشان داده شده است.

این شکل نشان می‌دهد که الگوی تغییر شکل نمونه در سرعت بارگذاری 600 میلی‌متر بر دقیقه با نمونه‌های پیشین به طور کامل متفاوت است و به دلیل سرعت نسبتاً بالای بارگذاری، پدیده وارونگی در دو دیواره قائم نمونه مشاهده می‌شود. به عبارت دیگر به دلیل سرعت بالای بارگذاری (در مقایسه با سرعت مبنا) در ابتدا فقط نواحی بالای دو دیواره قائم تحت اثر بارگذاری

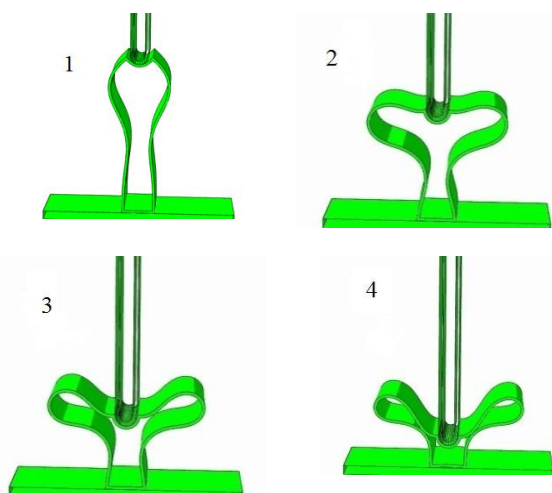


Fig. 21 Plastic deformation trend of the simulated sample with loading rate of 60 mm/min

شکل 21 روند تغییر شکل پلاستیک نمونه شبیه‌سازی شده با نرخ بارگذاری 60 میلی‌متر بر دقیقه

فرض کرد، میزان جذب انرژی کل توسط ساختار مستقل از قطر سنبه می‌شود. به عبارت دیگر در قطرهای بسیار بزرگ سنبه با تغییر قطر سنبه ظرفیت جذب انرژی ساختار تقریباً ثابت باقی می‌ماند. به بیان دیگر ظرفیت جذب انرژی ساختار با افزایش قطر سنبه افزایش می‌یابد، ولی جذب انرژی کل در قطرهای بسیار بزرگ سنبه به یک مقدار مشخص میل می‌کند. شکل 20 روند تغییرات میزان جذب انرژی کل توسط ساختارهای چهارگوش شبیه‌سازی شده در این مقاله را برحسب تغییرات قطر سنبه نشان می‌دهد و همین روند را به اثبات می‌رساند که توسط ارائه‌دهندگان تحلیل تئوری مرجع [17]، در این مرجع به این نکته، اشاره‌ای نشده است.

5-8-مقایسه نتایج جذب انرژی در صورت تغییر نرخ بارگذاری

تا ابتدای این بخش تمام شبیه‌سازی‌های عددی با سرعت ثابت بارگذاری (سرعت حرکت سنبه) برابر با 10 میلی‌متر بر دقیقه انجام شده است. برای بررسی اثر نرخ بارگذاری در سرعت‌های پایین، 5 نمونه چهارگوش یکسان با عرض و ارتفاع سطح مقطع به ترتیب برابر با 20 و 100 میلی‌متر، ضخامت جداره 1.5 میلی‌متر و طول نمونه 30 میلی‌متر تحت اثر سنبه یکسانی به قطر 10 میلی‌متر و با 5 سرعت بارگذاری مختلف شامل 10، 30، 60، 300 و 600 میلی‌متر بر دقیقه قرار گرفته‌اند. نتایج شبیه‌سازی‌های عددی انجام شده در این قسمت نشان می‌دهد میزان جذب انرژی این نمونه مشخص با سرعت‌های بارگذاری مختلف 10، 30، 60، 300 و 600 میلی‌متر بر دقیقه به ترتیب برابر با 30.06، 37.00، 75.21، 554.65 و 485.48 ژول است. به عبارت دیگر با افزایش سرعت بارگذاری از 10 تا 600 میلی‌متر بر دقیقه، میزان جذب انرژی کل توسط یک نمونه مشخص، ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. این روند تغییرات ظرفیت جذب انرژی براساس الگوی تغییر شکل پلاستیک نمونه‌ها با توجه به توضیحات در ادامه مطلب قابل توجیه فیزیکی است.

نتایج شبیه‌سازی‌های عددی نشان می‌دهد الگوی تغییر شکل سه نمونه یکسانی که با سه سرعت بارگذاری مختلف 10، 30 و 60 میلی‌متر بر دقیقه بارگذاری شده‌اند، با تقریب شبیه به یکدیگر و مشابه روند نشان داده شده در شکل 21 است. این شکل روند تغییر شکل نمونه‌ای با سرعت بارگذاری 60 میلی‌متر بر دقیقه را نشان می‌دهد. به دلیل شباهت تقریبی الگوی تغییر شکل نمونه‌های تحت سه سرعت بارگذاری 10، 30 و 60 میلی‌متر بر دقیقه ظرفیت جذب انرژی این سه نمونه، از یک مرتبه (10^2) است. اگر سرعت بارگذاری 10 میلی‌متر بر دقیقه به عنوان «نرخ بارگذاری مبنا» در نظر گرفته

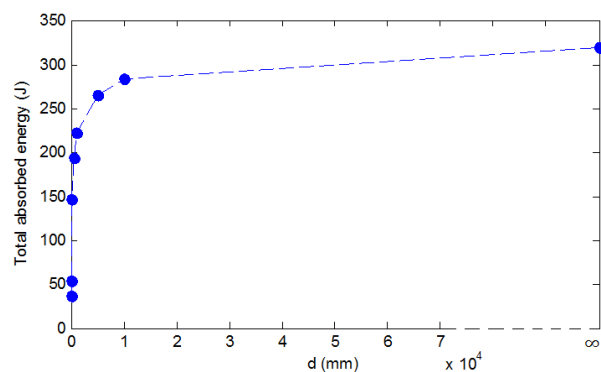


Fig. 20 Total absorbed energy-indenter diameter diagram of some quadrangular samples with the same characteristics in contact with indenters of different diameters

شکل 20 نمودار جذب انرژی کل - قطر سنبه نمونه‌های چهارگوش با خصوصیات یکسان در تماس با سنبه‌هایی با قطرهای متفاوت

به بررسی‌های بیشتر است.

6- نتیجه‌گیری

براساس تحلیل نتایج انجام شده و بحث‌های ارائه شده در مورد این نتایج نتیجه‌گیری‌های زیر استخراج می‌شود:

- 1- چنانچه اندازه عرض سطح مقطع ثابت در نظر گرفته شود، بیشترین میزان جذب انرژی کل و جذب انرژی مخصوص زمانی حاصل می‌شود که ارتفاع سطح مقطع برابر با قطر سنبه باشد.
- 2- با ثابت ماندن ارتفاع سطح مقطع چهارگوش نمونه دارای کمترین عرض و بیشترین میزان جذب انرژی است.
- 3- در شرایطی که جرم، طول، ضخامت، جنس و محیط سطح مقطع نمونه‌ها یکسان است، هرچه نسبت ارتفاع به عرض سطح مقطع افزایش یابد، جذب انرژی کل و جذب انرژی مخصوص نیز افزایش می‌یابد.
- 4- با افزایش ضخامت جداره نمونه‌ها جذب انرژی کل و جذب انرژی مخصوص افزایش می‌یابند.
- 5- در نمونه‌های یکسان با افزایش قطر سنبه هر دو پارامتر جذب انرژی کل و مخصوص افزایش می‌یابند و به ازای قطر بسیار بزرگ سنبه این دو پارامتر به یک مقدار مشخص همگرا می‌شوند.
- 6- در شرایط هندسی یکسان ساخت نمونه‌ها از آلیاژهای آلومینیوم و فولاد منجر به بیشینه جذب انرژی مخصوص می‌شود؛ بنابراین چنانچه سبکی ساختار و عملکرد جذب انرژی آن مد نظر طراح باشد، آلیاژهای آلومینیوم انتخاب مناسبی هستند.
- 7- در نمونه‌های مربعی شکل چنانچه نسبت اندازه ضلع سطح مقطع مربعی نمونه به شعاع سنبه برابر با یک مقدار مشخص باشد، ظرفیت جذب انرژی کل بیشینه حاصل می‌شود.
- 8- در محدوده سرعت‌های بارگذاری پایین، الگوی تغییر شکل پلاستیک و میزان جذب انرژی ساختار، وابستگی چشمگیری به نرخ کرنش دارد.

7- تشکر و قدردانی

این مقاله بخشی از «برنامه جامع تحقیقاتی عباس نیکنژاد» در دانشگاه یاسوج است؛ بنابراین از حمایت‌های مادی و معنوی این دانشگاه در راستای پیشبرد اهداف این برنامه جامع تحقیقاتی تشکر و قدردانی می‌شود.

8- مراجع

- [1] M. Shariati, M. Davarpanah, H. Chavoshan, H. R. Allahbakhsh, Numerical and experimental investigations on buckling and control amount of energy absorption of stainless steel 304L shells with various shapes under axial loading, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 3, pp. 60-68, 2014. (In Persian فارسی)
- [2] E. Zamani, Gh. H. Liaghat, M. H. Pol, Modeling and analytical study of progressive collapse of aluminum foam, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 9, pp. 99-106, 2014. (In Persian فارسی)
- [3] A. Niknejad, S. A. Elahi, Gh. H. Liaghat, Experimental investigation on the lateral compression in the foam-filled circular tubes, *Materials and Design*, Vol. 36, No. 1, pp. 24-34, 2012.
- [4] M. M. Abedi, A. Niknejad, G. H. Liaghat, M. Zamani Nejad, Prediction of the mean folding force during the axial compression in foam-filled grooved tubes by theoretical analysis, *Materials and Design*, Vol. 37, No. 1, pp. 144-51, 2012.
- [5] A. Niknejad, B. Rezaei, Gh. H. Liaghat, Empty circular metal tubes in the splitting process-theoretical and experimental studies, *Thin-Walled Structures*, Vol. 72, No. 1, pp. 48-60, 2013.
- [6] A. Niknejad, M. Firouzi, H. Saadatfard, Experimental investigation of energy absorption behavior by an aluminum profile with special cross-section subjected to the quasi-static lateral loading, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 4, pp. 229-238, 2015. (In Persian فارسی)
- [7] U. Ramamurty, M. C. Kumaran, Mechanical property extraction through conical indentation of a closed-cell aluminum foam, *Acta Materialia*, Vol.

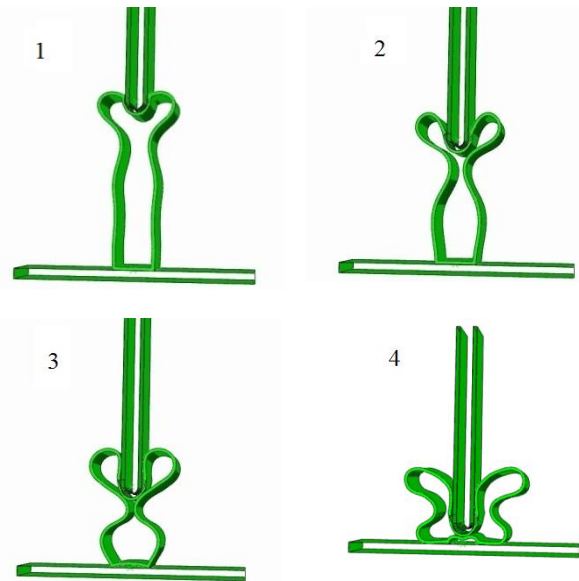


Fig. 22 Plastic deformation trend of the simulated sample with loading rate of 300 mm/min

شکل 22 روند تغییر شکل پلاستیک نمونه شبیه‌سازی شده با نرخ بارگذاری 300 میلی‌متر بر دقیقه

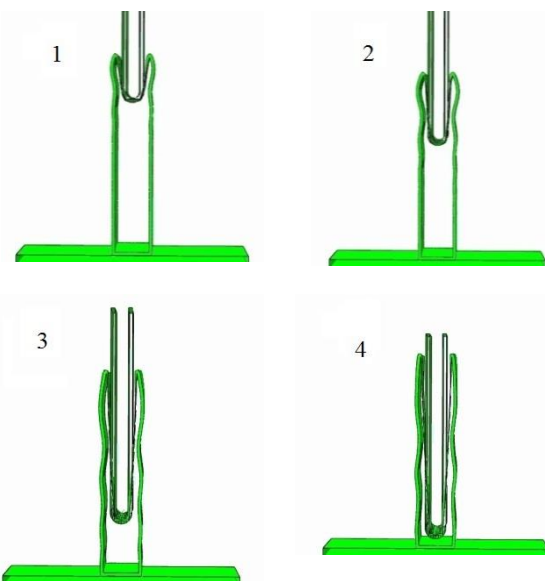


Fig. 23 Plastic deformation trend of the simulated sample with loading rate of 600 mm/min

شکل 23 روند تغییر شکل پلاستیک نمونه شبیه‌سازی شده با نرخ بارگذاری 600 میلی‌متر بر دقیقه

تغییر شکل می‌دهند که این تغییر شکل به صورت فرآیند وارونگی است که در ادامه تا انتهای فرآیند نیز ادامه می‌یابد. مطابق شکل 23 تمام ذرات واقع در نیمه بالایی هر یک از دو ضلع قائم در فرآیند تغییر شکل پلاستیک که به صورت وارونگی است، مشارکت می‌کنند؛ به همین دلیل ظرفیت جذب انرژی این نمونه نیز بسیار بالا و از مرتبه 10^3 است، ولی از طرفی به دلیل عدم مشارکت تمام ذرات واقع در نیمه پایینی هر یک از دو ضلع قائم ظرفیت جذب انرژی این نمونه از نمونه‌ای که تحت سرعت بارگذاری 300 میلی‌متر بر دقیقه قرار گرفته کمتر است. نتایج گزارش شده در این بخش برای نمونه مورد بررسی با نسبت ارتفاع به عرض 5 صحیح و برای مقادیر کمتر این نسبت نیاز

- experimental results, *Mechanical Sciences*, Vol. 62, No. 1, pp. 34-46, 2012.
- [13] T. Wierzbicki, M. S. Suh, Indentation of tubes under combined loading, *Mechanical Sciences*, Vol. 30, No. 3-4, pp. 229-248, 1988.
- [14] C. G. Karrouma, S. R. Reid, S. Li, Indentation of ring-stiffened cylinders by wedge-shaped indenters—Part 2: Scale model tests, *Mechanical Sciences*, Vol. 49, No. 1, pp. 39-53, 2007
- [15] J. W. Klintworth, W. J. Stronge, Plane punch indentation of a ductile honeycomb, *Mechanical Sciences*, Vol. 31, No. 5, pp. 359-378, 1989.
- [16] B. C. Simonsen, L. P. Lauridsen, Energy absorption and ductile failure in metal sheets under lateral indentation by a sphere, *Impact Engineering*, Vol. 24, No. 10, pp. 1017-1039, 2000.
- [17] H. Saadatfard, A. Niknejad, M. Firouzi, Experimental and theoretical investigation of lateral indentation process on thin-walled quadrangular metal columns by solid cylindrical indenter, *Science and Technology, Transactions of Mechanical Engineering*, DOI 10.1007/s40997-016-0068-7.
- 52, No. 1, pp. 181-189, 2004
- [8] D. C. Pamplona, H. I. Weber, G. R. Sampaio, Analytical, numerical and experimental analysis of continuous indentation of a flat hyperelastic circular membrane by a rigid cylindrical indenter, *Mechanical Sciences*, Vol. 87, No. 1, pp. 18-25, 2014
- [9] A. Xu, T. Vodenitcharova, K. Kabir, E. A. Flores-Johnson, M. Hoffman, Finite element analysis of indentation of aluminium foam and sandwich panels with aluminium foam core, *Materials Science & Engineering A*, Vol. 599, No. 1, pp. 125-133, 2014
- [10] J. K. Phadikar, T. A. Bogetti, A. M. Karlsson, On establishing elastic-plastic properties of a sphere by indentation testing, *Solids and Structures*, Vol. 49, No. 14, pp. 1961-1972, 2012
- [11] M. Ciavarella, Indentation by nominally flat or conical indenters with rounded corners, *Solids and Structures*, Vol. 36, No. 27, pp. 4149-4181, 1999.
- [12] J. J. Kang, A. A. Becker, W. Sun, Determining elastic-plastic properties from indentation data obtained from finite element simulations and