



# تحلیل قاچی تاثیر کشش از جلو و عقب جهت کاهش نیرو و فشار در فرآیند نورد نامتقارن ورق دولایه غیر متصل

میلاذ مسروری<sup>1</sup>، علی پرویزی<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

\* تهران، صندوق پستی 11155-4563، aliparvizi@ut.ac.ir

## اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 11 اردیبهشت 1396  
پذیرش: 31 خرداد 1396  
ارائه در سایت: 13 مرداد 1396

کلید واژگان:

تحلیل قاچی

نورد نامتقارن

ورق چند لایه غیر متصل

کشش از جلو و عقب

نیرو

## چکیده

برخی ویژگی‌های مناسب از جمله مقاومت در مقابل خوردگی، استحکام بالاتر، ضرایب انتقال حرارت و الکتریسیته بالاتر، باعث شده از ورق‌های چند لایه، به‌طور وسیعی در صنایعی نظیر ساخت سوئیچ‌های الکتریکی و الکترونیکی استفاده شود. در این مقاله، حل تحلیلی براساس روش قاچی ارائه شده تا فرآیند نورد نامتقارن ورق دو لایه غیرهمجنس غیرمتصل، بررسی شود. شعاع غلتک‌های کاری، سرعت غلتک‌ها، اصطکاک و همچنین نسبت تنش تسلیم دو ماده نورد شده از مشخصه‌های فرآیند نورد نامتقارن هستند که در این مقاله مورد مطالعه قرار می‌گیرند. برای کل ناحیه تغییر شکل پلاستیک، تنش عمودی به‌صورت یکنواخت و تنش برشی به‌صورت غیریکنواخت بر روی هر قاچ در نظر گرفته می‌شود. رفتار ماده در ناحیه پلاستیک به‌صورت صلب-پلاستیک کامل فرض می‌شود. هدف اصلی این مطالعه، بررسی تاثیر همزمان کشش از جلو و عقب و پارامترهای نامتقارنی بر توزیع تنش عمودی و فشار در طول سطح تماس غلتک‌ها با ورق چند لایه به منظور کاهش فشار و نیرو مورد نیاز فرآیند است که برای اولین بار ارائه می‌شود. تاثیر پارامترهای فوق بر موقعیت نقاط خنثی در سطوح غلتک‌های بالایی و پایینی نیز مورد بررسی قرار می‌گیرد. همچنین حداکثر مقدار کشش از جلو جهت جلوگیری از ایجاد حالت لغزش ورق مشخص می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که با اعمال مقادیر مناسب کشش به ورق در ورودی و خروجی منطقه تغییر شکل، مقدار نیرو و گشتاور فرآیند به میزان قابل توجهی کاهش می‌یابد.

## Slab analysis of front and back tensions effects on decreasing force and pressure in asymmetrical rolling process of unbonded clad sheet

Milad Masrouri<sup>1</sup>, Ali Parvizi<sup>2\*</sup>

School of Mechanical Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

\*P.O.B. 11155-4563, Tehran, Iran, aliparvizi@ut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 01 May 2017  
Accepted 21 June 2017  
Available Online 04 August 2017

#### Keywords:

Slab analysis  
asymmetrical rolling  
unbonded clad sheet  
back and front tension  
force

### ABSTRACT

Some appropriate characteristics like corrosion resistance, higher strength, and higher thermal and electrical conductivities cause that applications of clad sheets have been recently increased significantly in industries like production of electrical and electronic switches. In this paper, an analytical solution based on the slab method analysis is presented to investigate the asymmetrical rolling of unbonded clad sheet. Roll radii, roll speeds, friction condition between surfaces, as well as the yield stress ratio of material of sheets are parameters of the asymmetrical rolling that considered in this paper. The non-uniformity of the shear stresses and the uniformity of the normal stresses at the vertical sides of each slab across the portion of the deformation material is taken into account through the plastic region. The behavior of material in plastic region is considered to be rigid-perfectly plastic. The main goal of this paper is to investigate the simultaneous effect of back and front tension and asymmetrical parameters on normal stresses and pressure distributions along the contact area of rolls and sheets for the first time in order to decrease pressure and force in the process. The effects of these parameters on the positions of the neutral points on the upper and lower rolls are also investigated. Moreover, the maximum back and front tensions to avoid slipping of the sheet are determined. The results show that by applying the proper amounts of tensions to the sheet at the entry and exit of deformation zone, pressure and force values could be reduced, considerably.

### 1- مقدمه

خصوصاً برای تولید انبوه، یکی از بهترین روش‌ها، فرآیند نورد نامتقارن است. فرآیند نورد نامتقارن به فرآیند نوردی اطلاق می‌شود که در آن، شعاع غلتک‌ها، سرعت محیطی غلتک‌ها، زبری و شرایط اصطکاکی غلتک‌ها، جنس و یا ضخامت ورق‌ها متفاوت باشد. این نوع فرآیند نورد به علت کاهش فشار، نیروی نورد، گشتاور و کاهش مصرف انرژی ناشی از آن مورد توجه قرار گرفته

اخیراً به دلیل افزایش روند استفاده از ورق‌های چند لایه و با در نظر گرفتن خواص عالی این ورق‌ها مانند استحکام بالا، مقاومت به خوردگی عالی و هدایت الکتریکی بالا، توسعه روش‌های ساخت این ورق‌ها به‌صورت گسترده مورد مطالعه قرار گرفته است. از بین روش‌های تولید ورق‌های چندلایه، به

### Please cite this article using:

M. Masrouri, A. Parvizi, Slab analysis of front and back tensions effects on decreasing force and pressure in asymmetrical rolling process of unbonded clad sheet, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 7, pp. 431-440, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

نورد نامتقارن دارد. سلیمی و کدخدایی [12] برای استخراج معادلات در حل کرنش صفحه‌ای نورد نامتقارن، تنش نرمال و برشی را به صورت غیر یکنواخت در نظر گرفتند. ژانگ و همکاران [13] میدان تنش جدیدی را برای نورد نامتقارن ورق ارائه کردند که در آن در هر قاچ، تنش نرمال به صورت یکنواخت و تنش برشی روی ضلع عمودی هر قاچ به صورت غیریکنواخت در نظر گرفته شده است. پرویزی و همکاران [14] با در نظر گرفتن تنش برشی غیریکنواخت بر روی ضلع عمودی هر یک از قاچ‌ها و محاسبه تمامی پارامترها مانند نیروی نورد، گشتاور، نقاط خنثی و نقطه اتصال به این نتیجه رسیدند که با در نظر گرفتن تنش برشی، فشار، نیرو و گشتاور موردنیاز برای انجام فرآیند کاهش می‌یابد.

با بررسی پیشینه پژوهش مشخص گردید که مطالعه‌ای در مورد تاثیر کشش از جلو و عقب بر پارامترهای فرآیند نورد نامتقارن ورق دو لایه انجام نشده است. در این مقاله، براساس روش قاچی، حل تحلیلی فرآیند نورد نامتقارن ورق دولایه غیرمتصل، با در نظر گرفتن کشش از جلو و عقب ارائه می‌شود. ابتدا یک مدل ریاضی برای میدان تنش اعمالی به یک قاچ عمودی ناحیه نورد ارائه می‌شود که در آن تنش عمودی یکنواخت و تنش برشی غیریکنواخت در نظر گرفته می‌شود. سپس با در نظر گرفتن تعادل نیرو برای قاچ در نظر گرفته شده، معادله دیفرانسیل مرتبه اول برای فشار ناحیه نورد به دست خواهد آمد. در نهایت، با اعمال شرایط مرزی به معادله دیفرانسیل، یک حل تحلیلی برای فشار به دست می‌آید. براساس تحلیل حاضر، عبارتی کامل برای فشار، نیرو و گشتاور به دست می‌آید و همچنین موقعیت نقطه اتصال و نقاط خنثی محاسبه می‌شود. نمودار توزیع فشار در ناحیه نورد و تاثیر همزمان پارامترهای نامتقارنی و کشش از جلو و عقب بر این توزیع ارائه می‌شود.

## 2- مدل ریاضی فرآیند

در "شکل 1"، شماتیک فرآیند نورد نامتقارن ورق دو لایه که قبل از فرآیند، غیر متصل هستند نشان داده شده است. مطابق شکل، دو ورق فلزی غیر متصل با ضخامت واحد و ارتفاع کل  $h_i$  در ورودی و  $h_o$  در خروجی به وسیله غلتک‌های نامتقارن نورد می‌شوند. ورق بالایی از ورق پایینی نرم‌تر بوده و تنش تسلیم کمتری دارد. محور  $x$ ، فاصله افقی از نقطه خروج در حد فاصل نورد و مبدا آن محل تقاطع این محور با صفحه عمود گذرنده از مراکز دو غلتک در نظر گرفته می‌شود. با توجه به غیر متصل بودن دو ورق، ناحیه تغییر شکل پلاستیک به چهار ناحیه تقسیم می‌شود. ناحیه I ( $x_b \leq x \leq L$ ) که در آن تنها ورق نرم‌تر، ورق بالایی، تسلیم شده است و ورق پایینی هنوز به تسلیم نرسیده است. وقتی که ورق سخت‌تر تسلیم می‌شود، نقطه اتصال ( $x_b$ ) به وجود می‌آید و سپس دو ورق به طور کامل به هم متصل می‌شوند. در منطقه II ( $x_{n1} \leq x \leq x_b$ )، سرعت ورق از سرعت محیطی هر دو غلتک کمتر است و تنش‌های اصطکاکی روی سطح بالایی و پایینی ورق رو به جلو هستند. در ناحیه III ( $x_{n2} \leq x \leq x_{n1}$ )، سرعت ورق از سرعت غلتک بالایی بیشتر و از سرعت غلتک پایینی کمتر است. از این‌رو، تنش اصطکاکی در سطح بالایی (بین غلتک بالایی و ورق) در جهت عقب عمل می‌کند و در سطح پایینی ورق (بین غلتک پایینی و ورق) رو به جلو است.

در ناحیه IV ( $x_{n1} \leq x \leq 0$ )، از آنجایی که سرعت هر دو غلتک بالایی و پایینی کمتر از سرعت ورق است، تنش‌های اصطکاکی در هر دو سطح در جهت عقب می‌باشند. نقطه خنثی روی غلتک بالایی ( $x_{n1}$ ) نقطه‌ای است که

است. از جمله مشکلاتی که در فرآیند نورد نامتقارن اتفاق می‌افتد، وجود انحنای در خروجی ورق و همچنین تغییر شکل الاستیک غلتک‌ها می‌باشد. تغییر شکل الاستیک غلتک‌ها موجب می‌شود تا رسیدن به ضخامت‌های کم‌تر از طریق فرآیند نورد سخت‌تر شده و دقت ابعادی ورق نهایی نیز کاهش یابد. از طریق کاهش فشار توزیع شده روی ورق و به تبع آن نیروی وارد شده کم‌تر به غلتک‌ها می‌توان تغییر شکل الاستیک غلتک‌ها را کاهش داد. کشیدن ورق از جلو و عقب (پیش کشش و پس کشش) موجب کاهش فشار و نیروی مورد نیاز فرآیند نورد می‌شود.

از لحاظ بررسی فرآیند، ساکز و کلینگر [1] اولین محققینی بودند که در این زمینه مطالعاتی را انجام دادند. آن‌ها دریافتند که منطقه‌ای وجود دارد که در آن نیروهای اصطکاکی عمل‌کننده غلتک‌ها در خلاف جهت یکدیگر هستند. این ناحیه، ناحیه برش عرضی نام دارد و نقش اصلی را در کاهش نیروی مورد نیاز فرآیند بازی می‌کند. هوانگ و چن [2] با استفاده از روش حد بالا مدل ریاضی برای آنالیز فرآیند نورد ورق چندلایه ارائه دادند. آن‌ها همچنین آزمایش‌های زیادی برای بررسی فرآیند انجام دادند. لی و لی [3] با استفاده از روش قاچی و انجام آزمایش‌هایی فرآیند نورد ورق چند لایه به هم چسبیده نقره و برنز فسفر را تحلیل کرده‌اند. جانسون و نیدهام [4] آزمایش‌های متعددی بر روی فرآیند نورد نامتقارن ورق انجام دادند. از دیدگاه کارهای تجربی پن و سن سام [5] کارهای تجربی را روی نورد نامتقارن ورق انجام داده‌اند که در آن، عدم تقارن به وسیله اختلاف سرعت غلتک‌ها ایجاد شده است. این آزمایش‌ها با نتایج حاصل از مدل‌های حد بالا و حد پایین مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. از لحاظ بررسی‌های تحلیلی، کیوچی و هسیانگ [6] روش آنالیز حد بالا را برای غلتک‌های با شعاع مختلف و سرعت‌های مختلف مورد استفاده قرار دادند. روش‌های تحلیل تئوری مانند تئوری میدان خطوط لغزش و همچنین روش المان محدود برای تحلیل این فرآیند مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

روش قاچی یک تکنیک مناسب برای تحلیل روش‌های شکل‌دهی فلزات مانند نورد متقارن و نامتقارن ورق‌های یک لایه و چندلایه، اکستروژن، کشش لوله و میله و غیره است. به وسیله این روش نیرو و گشتاور فرآیند نورد به راحتی محاسبه شده و مقدار زیادی از زمان حل ذخیره می‌شود. پناهپوری و پرویزی [7] پارامترهای فرآیند کشش لوله با تویی ثابت را به وسیله روش قاچی بررسی کردند و به این نتیجه رسیدند که با افزایش زاویه قالب، تنش کششی مورد نیاز برای کشش لوله، کاهش می‌یابد. همچنین با در نظر گرفتن توزیع خطی تنش در جداره لوله، میزان تنش کششی از سطح داخلی تا سطح خارجی لوله کاهش می‌یابد.

مطالعات انجام شده بر روی فرآیند نورد نامتقارن به دو گروه نورد نامتقارن ورق یک لایه و نورد نامتقارن ورق چند لایه تقسیم می‌شوند. کدخدایی و همکاران [8] یک روش قاچی برای مدل نورد نامتقارن ارائه دادند که در آن برای به دست آوردن مقدار خیز ورق در ورودی نورد از الگوریتم ژنتیک استفاده کرده‌اند. گوهور و همکاران [9] به بررسی تحلیلی فرآیند براساس روش قاچی و استفاده از آن برای تخمین ضریب اصطکاک میان غلتک‌های نورد پرداخته‌اند. شیپوری و همکاران [10] اثر عدم تطابق سرعت‌های غلتک‌های نورد را بر روی انحنای ورق با استفاده از روش المان محدود الاستیک-پلاستیک صریح مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها متوجه شدند که همواره ورق به سمت غلتک با سرعت کمتر انحنای پیدا می‌کند. براساس مقاله سلیمی و همکاران [11]، تنش برشی عمودی نقش مهمی در فرآیند

در طول کمان ناحیه تماس، مدل تنش صطکاکی در سطوح تماس ورق با غلتکها به صورت  $\tau = mk$  در نظر گرفته می‌شود که در آن  $m$  فاکتور اصطکاک و  $k$  تنش برش ماده است. در طی عبور ورق از ناحیه نورد، از نقطه ورود تا خروج، ضخامت ورق به صورت پیوسته و یکنواخت کاهش می‌یابد و طول و سرعت ورق افزایش می‌یابد. طول تماس در مقایسه با محیط غلتک کوچک است و طبق رابطه (1) محاسبه می‌شود:

$$L = \sqrt{R_{eq} \cdot h_i \cdot r} \quad (1)$$

که در رابطه (1)،  $R_{eq}$  شعاع معادل غلتکها است و طبق رابطه (2) محاسبه می‌شود.  $r$  کاهش ضخامت و  $h_i$  ضخامت کل ورق در ورودی است. زیرنویس 1 برای پارامترهای غلتک بالایی و زیرنویس 2 برای غلتک پایینی به کار رفته است. با توجه به هندسه شکل 1:

$$h_1 = \frac{h_o}{2} + \frac{x^2}{2R_1}, h_2 = \frac{h_o}{2} + \frac{x^2}{2R_2}, h = h_o + \frac{x^2}{R_{eq}} \quad (2)$$

$$R_{eq} = \frac{2R_1R_2}{(R_1 + R_2)}, \tan\theta_1 = \frac{x}{R_1}, \tan\theta_2 = \frac{x}{R_2}, \frac{dh}{dx} = \frac{2x}{R_{eq}}$$

که در آن  $h$  ضخامت متغیر ورق در ناحیه نورد می‌باشد.  $h_1$  و  $h_2$  به ترتیب ارتفاع المان بالایی و پایینی نسبت به محور افقی هستند.  $\theta_1$  و  $\theta_2$  به ترتیب زاویه تماس متغیر غلتک بالایی و پایینی و  $R_1$  و  $R_2$  به ترتیب شعاع غلتک بالایی و پایینی هستند.

میدان تنش معادل وارد شده به المان عمودی در نواحی I، II، III و IV در "شکل 2" نشان داده شده است. تنش عمودی در تمامی المانها به صورت یکنواخت در نظر گرفته شده است اما تنش برشی بر روی ضلع عمودی المانهای دیگرانسیلی از مقدار  $\tau_1 = m_1k_1$  در سطح بالا تا مقدار  $\tau_2 = m_2k_2$  در سطح پایین تغییر می‌کند. برای ورق در ناحیه I، II و IV تنش برشی در نقطه‌ای از ضلع عمودی المان به حداقل مقدار خود یعنی صفر می‌رسد و تنش برشی به صورت خطی از سطح بالا و پایین به سمت این نقطه توزیع

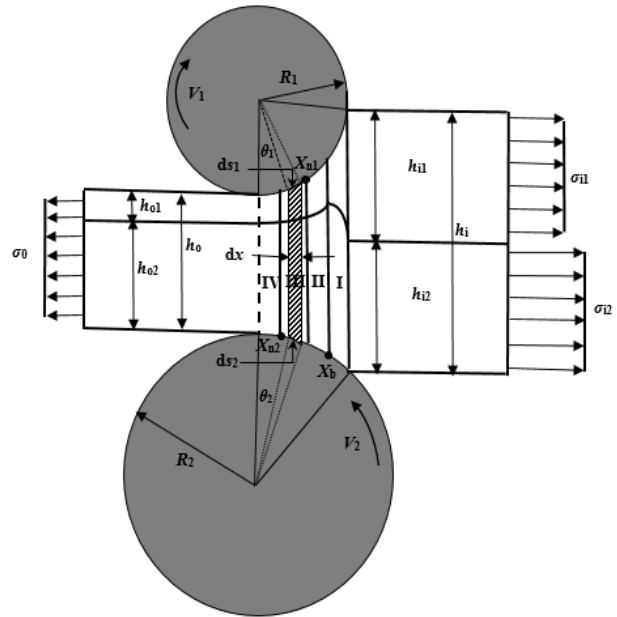


Fig. 1 Schematic illustration of the asymmetrical clad sheet rolling process

شکل 1 نمایش شماتیک فرآیند نورد نامتقارن ورق دو لایه

در آن سرعت محیطی غلتک بالایی برابر سرعت ورق می‌شود. همچنین نقطه-ای که در آن سرعت محیطی غلتک پایینی برابر سرعت ورق می‌شود، نقطه خنثی غلتک پایینی ( $x_{n2}$ ) است. در مدل ریاضی، غلتکها به صورت صلب در نظر گرفته شده‌اند و مدل رفتاری ماده‌ای که نورد می‌شود به صورت صلب-کاملاً پلاستیک است و از معیار تسلیم فون-مایز تبعبیت می‌کند. تغییر شکل پلاستیک در شرایط کرنش صفحه‌ای انجام می‌شود، بنابراین از تغییر شکل ماده در جهت عرضی چشم‌پوشی می‌شود.

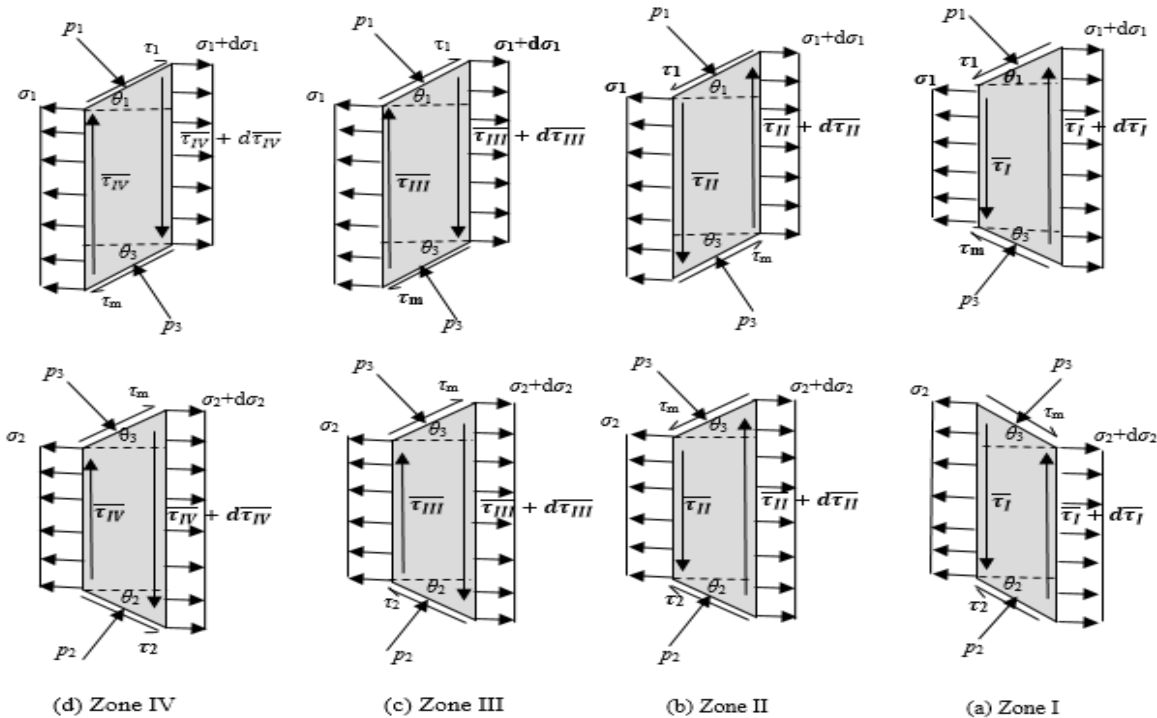


Fig. 2 Stress fields acting on vertical elements at zone I II III and IV

شکل 2 میدان تنش وارد شده به المان عمودی برای نواحی I، II، III و IV

می‌یابد. ولی در ناحیه III، تنش برشی به صورت خطی از سطح بالا به سمت سطح پایین توزیع می‌یابد و در مرکز، به مقدار میانگین دو سطح می‌رسد. تنش برشی سطح تماس ورق بالا و پایین با  $\tau_m$  مشخص می‌شود که برای ناحیه I برابر  $k_{ei} = m_3 k_{ei}$  است که  $k_{ei} = \beta_i k_1 + (1 - \beta_i) k_2$  و  $\beta_i = h_{1i}/h_i$  و  $k_{ei} = \beta_i k_1 + (1 - \beta_i) k_2$  است که  $\tau_m = m_3 k_{ei}$  است. تنش تسلیم میانگین ورق دو لایه و  $\beta_i$  نسبت ضخامت ورق‌ها در ورود است. برای نواحی II، III و IV که دو ورق به طور کامل به هم چسبیده‌اند، نسبت ضخامت ورق به  $\beta_o = h_2/h_i$  و تنش تسلیم میانگین به  $k_{eo} = \beta_o k_1 + (1 - \beta_o) k_2$  تغییر خواهد کرد [13].

$$C_{ia}^* = 2k_1 - \sigma_{1i} - A_1 l - 2k_1 \ln(B_1 + l^2) - \left[ -A_1 \sqrt{B_1} + \frac{R_{eq}(-\tau_1 - \tau_m)}{\sqrt{B_1}} \right] \arctan \frac{l}{\sqrt{B_1}} \quad (14)$$

$C_{ib}^*$  نیز مطابق رابطه (14) به دست خواهد آمد.

$$C_{ib}^* = \sigma_{2i} - \frac{(-\tau_2 - \tau_m)}{h_2} \left( \frac{l^3}{3R_2^2} + l \right) \quad (15)$$

با به‌دست آمدن ثابت‌های  $C_{ib}^*$  و  $C_{ia}^*$  نقطه اتصال یعنی  $x_b$  به راحتی به دست می‌آید. در  $x = x_b$  فلز لایه سخت نیز تسلیم می‌شود، پس رابطه فون مایزر برای این لایه به صورت  $p + \sigma_2 = 2k_2$  خواهد شد.

$$k_2 = A_1 x_b + 2k_1 \ln(B_1 + x_b^2) + \left[ -A_1 \sqrt{B_1} + \frac{R_{eq}(-\tau_1 - \tau_m)}{\sqrt{B_1}} \right] \arctan \frac{x_b}{\sqrt{B_1}} + C_{ia}^* + \frac{(\tau_2 - \tau_m)}{h_2} \left( \frac{x_b^3}{3R_2^2} + x_b \right) + C_{ib}^* \quad (16)$$

$x_b$  به وسیله حل عددی از طریق رابطه (16) به دست خواهد آمد.

### 2-1-1-2 ناحیه II ( $x_{n1} \leq x \leq x_b$ )

در این ناحیه دو ورق کاملاً به هم چسبیده‌اند، هر چند که نسبت ضخامت آن‌ها در ورود و خروج ناحیه تغییر شکل متفاوت است. یعنی وقتی  $0 \leq x \leq x_b$ ،  $\beta_o$  مقدار ثابتی دارد که با نسبت ضخامت دو ورق در ورود یعنی  $\beta_i$  متفاوت است. به عبارتی دیگر  $\beta_i = h_{1i}/h_1$  و  $\beta_o = h_{1b}/h_b = h_{1o}/h_o$  با توجه به "شکل (b) 2" و نوشتن معادلات تعادل افقی و عمودی برای ورق بالا روابط زیر به دست می‌آیند:

$$\frac{d(\sigma_1 h_1)}{dx} + p_1 \tan \theta_1 - p_3 \tan \theta_3 - \tau_1 + \tau_m = 0 \quad (17)$$

$$p = p_1 + \tau_1 \tan \theta_1 = p_3 + \tau_m \tan \theta_3 + \bar{\tau}_{II} \frac{dh_1}{dx} \quad (18)$$

با ترکیب روابط (16) و (17) رابطه زیر به دست خواهد آمد:

$$\frac{d(\sigma_1 h_1)}{dx} + (\tan \theta_1 - \tan \theta_3) p - (\tan^2 \theta_1 + 1) \tau_1 - (\tan^2 \theta_3 + 1) \tau_3 + \bar{\tau}_{II} \tan \theta_1 = 0 \quad (19)$$

از نوشتن معادلات تعادل برای ورق پایین، روابط زیر حاصل می‌شوند:

$$\frac{d(\sigma_2 h_2)}{dx} + p_2 \tan \theta_2 - p_3 \tan \theta_3 - \tau_2 - \tau_m = 0 \quad (20)$$

$$p = p_3 + \tau_m \tan \theta_m = p_2 + \tau_2 \tan \theta_2 + \bar{\tau}_{II} \frac{dh_1}{dx} \quad (21)$$

از ادغام روابط (19) و (20) رابطه زیر استخراج می‌شود:

$$\frac{d(\sigma_2 h_2)}{dx} + (\tan \theta_2 - \tan \theta_3) p - (\tan^2 \theta_1 + 1) \tau_3 - (\tan^2 \theta_3 + 1) \tau_3 + \bar{\tau}_{II} \tan \theta_2 = 0 \quad (22)$$

با ترکیب رابطه‌های (18) و (21)، رابطه (22) به دست می‌آید.

$$h \frac{d\sigma}{dx} + (\sigma + p) \frac{dh}{dx} - \tau_1 (\tan^2 \theta_1 + 1) - \tau_2 (\tan^2 \theta_2 + 1) - \bar{\tau}_{II} \frac{dh_2}{dx} \tan \theta_2 = 0 \quad (23)$$

### 2-1-1-2 محاسبه فشار فرآیند

#### 2-1-1-2 ناحیه I ( $x_b \leq x \leq L$ )

در ناحیه I تنها لایه نرم‌تر تسلیم شده است. نیروی نورد در این ناحیه به مقدار نیروی لازم برای تسلیم کردن ورق سخت‌تر، ورق پایین، نمی‌رسد، زاویه تماس بین دو لایه،  $\theta_3$ ، برابر زاویه تماس غلتک پایینی،  $\theta_2$ ، است. ضخامت ناحیه I برابر  $h = h_1 + h_{12}$  ( $h_2 = h_{12}$ ) می‌باشد. با توجه به میدان تنش "شکل (a) 2"، معادلات تعادل افقی و عمودی برای ورق نرم‌تر از روابط 3 و 4 به دست می‌آیند:

$$\frac{d(\sigma_1 h_1)}{dx} + p_1 \tan \theta_1 + p_3 \tan \theta_2 - \tau_2 - \tau_m = 0 \quad (3)$$

$$p = p_2 + \tau_2 \tan \theta_2 = p_3 + \tau_3 \tan \theta_2 + \bar{\tau}_I \frac{dh_1}{dx} \quad (4)$$

با ترکیب روابط (3) و (4) و استفاده از معیار تسلیم فون-مایزر و همچنین شرایط هندسی و اصطکاکی رابطه (5) استخراج می‌شود:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{R_{eq} \left[ \frac{4k_1 x}{R_{eq}} - \tau_1 \left( \frac{x^2}{R_1^2} + 1 \right) - \tau_m \left( \frac{x^2}{R_2^2} + 1 \right) - \bar{\tau}_I \frac{2x^2}{R_{eq} R_2} \right]}{R_{eq} (h_o - h_{12}) + x^2} \quad (5)$$

پس از حل معادله دیفرانسیل رابطه (5)،  $p_I$  مطابق رابطه (6) به دست می‌آید:

$$p_I = A_1 x + 2k_1 \ln(B_1 + x^2) + \left[ -A_1 \sqrt{B_1} + \frac{R_{eq}(-\tau_1 - \tau_m)}{\sqrt{B_1}} \right] \arctan \frac{x}{\sqrt{B_1}} + C_{ia}^* \quad (6)$$

که در رابطه (6)،  $A_1$  و  $B_1$  برابر مقادیر زیر هستند.

$$A_1 = R_{eq} \left( -\frac{\tau_1}{R_1^2} - \frac{\tau_m}{R_2^2} - \frac{2\bar{\tau}_I}{R_{eq} R_2} \right), B_1 = R_{eq} (h_o - h_{12}) \quad (8)$$

در ناحیه I لایه سخت هنوز به تسلیم نرسیده است، لذا روابط زیر حاکم‌اند:

$$p + \sigma_2 < 2k_2, \quad h_2 = h_{12}, \quad \frac{dh_2}{dx} = 0 \quad (9)$$

با توجه به "شکل (a) 2" و نوشتن معادلات تعادل افقی و عمودی برای لایه سخت‌تر، معادلات زیر به دست خواهند آمد:

$$h_2 \frac{d(\sigma_2 h_2)}{dx} + p_2 \tan \theta_2 - p_3 \tan \theta_2 - \tau_2 + \tau_m = 0 \quad (10)$$

$$p = p_2 + \tau_2 \tan \theta_2 = p_3 + \tau_m \tan \theta_2 \quad (11)$$

با ترکیب روابط (9) و (10) معادله دیفرانسیل زیر به دست می‌آید:

$$h_2 \frac{d\sigma_2}{dx} = (\tau_2 - \tau_m) \left( \frac{x^2}{R_2^2} + 1 \right) \quad (12)$$

با انتگرال‌گیری از معادله (11)، رابطه زیر برای تنش نرمال لایه سخت مطابق رابطه (12) به دست می‌آید:

$$\sigma_2 = \frac{(\tau_2 - \tau_m)}{h_2} \left( \frac{x^3}{3R_2^2} + x \right) + C_{ib}^* \quad (13)$$

2-1-4 ناحیه IV ( $x_{n1} \leq x \leq 0$ )

با توجه به "شکل (d) 2" و نوشتن معادلات تعادل افقی و عمودی برای هر دو ورق و ترکیب آن‌ها با هم، مشابه ناحیه II و III فشار ناحیه IV نیز مطابق رابطه (31) محاسبه خواهد شد.

$$p_{IV} = A_{IV}x + 2k_{eo} \ln(B_{IV} + x^2) + \left[ -A_{IV}\sqrt{B_{IV}} + \frac{R_{eq}(\tau_1 + \tau_2)}{\sqrt{B_{IV}}} \right] \arctan \frac{x}{\sqrt{B_{IV}}} + C_{IV}^* \quad (32)$$

که در رابطه (31)

$$A_{IV} = R_{eq} \left( \frac{\tau_1}{R_1^2} + \frac{\tau_2}{R_2^2} - \frac{2\bar{\tau}_{IV}\beta_o}{R_{eq}R_1} \right), B_{IV} = R_{eq}h_o \quad (33)$$

در نقطه  $x = x_{n2}$  مقدار  $p_{III} = p_{IV}$ ، بنابراین ثابت انتگرالی  $C_{IV}^*$  مطابق رابطه (33) به دست می‌آید.

$$C_{IV}^* = A_{III}x_{n2} + 2k_{eo} \ln(B_{III} + x_{n2}^2) + \left[ -A_{III}\sqrt{B_{III}} + \frac{R_{eq}(\tau_1 - \tau_2)}{\sqrt{B_{III}}} \right] \arctan \frac{x_{n2}}{\sqrt{B_{III}}} + C_{III}^* - \left\{ A_{IV}x_{n2} + 2k_{eo} \ln(B_{IV} + x_{n2}^2) + \left[ -A_{IV}\sqrt{B_{IV}} + \frac{R_{eq}(\tau_1 + \tau_2)}{\sqrt{B_{IV}}} \right] \arctan \frac{x_{n2}}{\sqrt{B_{IV}}} \right\} \quad (34)$$

همچنین در نقطه  $\alpha = 0$ ،  $\sigma_{IV} = \sigma_o$ ، بنابراین:

$$C_{IV}^* = 2k_{eo} [1 - \ln(h_o R_{eq})] - \sigma_o \quad (35)$$

با توجه به ثابت بودن حجم، موقعیت دو نقطه خشی بر طبق رابطه زیر با یکدیگر در ارتباط هستند.

$$x_{n1} = \sqrt{v_A x_{n2}^2 + (v_A - 1) \frac{h_o}{R_A}} \quad (36)$$

که در آن

$$v_A = \frac{v_2}{v_1}, R_A = \frac{1}{R_{eq}} - \frac{h_o}{2R_{eq}^2} \quad (37)$$

پس چهار مجهول  $x_{n1}$ ،  $x_{n2}$ ،  $C_{III}^*$  و  $C_{IV}^*$  با استفاده از چهار معادله (30)، (34)، (35) و (36) و تشکیل یک دستگاه چهار معادله و چهار مجهول، محاسبه خواهند شد.

2-2 تنش برشی عمودی

تنش برشی در صفحه عمودی را می‌توان خطی فرض کرد که در سطوح تماس ورق با غلتک‌ها به بیشترین مقدار خود یعنی  $m_1 k_1$  و  $m_2 k_2$  می‌رسد. مطابق "شکل 3" و حل وانگ و همکاران [13]، تنش برشی عمودی میانگین در روابط (6)، (24)، (28) و (31) طبق روابط زیر به دست خواهند آمد.

$$\bar{\tau}_I = \bar{\tau}_{II} = \bar{\tau}_{IV} = \frac{\bar{\tau}_{upper} - \bar{\tau}_{lower}}{2} = \frac{1}{4}(\tau_1 - \tau_2) \\ \bar{\tau}_{III} = -\frac{\bar{\tau}_{upper} + \bar{\tau}_{lower}}{2} = \frac{1}{2}(\tau_1 + \tau_2) \quad (38)$$

پس از محاسبه تنش برشی عمودی از روابط فوق، نیرو و گشتاور فرآیند نیز محاسبه خواهند شد. در واقع، این تنش‌های برشی عمودی موجب کاهش نیروی موردنیاز برای انجام فرآیند می‌شوند.

2-3 نیرو و گشتاور فرآیند

نیروی فرآیند نورد با انتگرال‌گیری از فشار به‌دست آمده برای هر چهار ناحیه در طول ناحیه تماس به‌دست خواهد آمد. بنابراین نیرو بر واحد عرض که با  $F$  نشان داده می‌شود مطابق رابطه (38) به دست خواهد آمد.

رابطه (22) را می‌توان با ادغام روابط (2) به صورت زیر نیز نوشت:

$$h \frac{dp}{dx} = 2k_{eo} \frac{2x}{R_{eq}} - \tau_1 \left( \frac{x^2}{R_1^2} + 1 \right) - \tau_2 \left( \frac{x^2}{R_1^2} + 1 \right) - \bar{\tau}_{II}(1 - \beta_o) \frac{2x}{R_{eq}R_2} \quad (24)$$

پس از حل معادله دیفرانسیل فوق،  $p_{II}$  طبق رابطه (24) به دست می‌آید:

$$p_{II} = A_{II}x + 2k_{eo} \ln(B_{II} + x^2) - \left[ A_{II}\sqrt{B_{II}} + \frac{R_{eq}(\tau_1 + \tau_2)}{\sqrt{B_{II}}} \right] \arctan \frac{x}{\sqrt{B_{II}}} + C_{II}^* \quad (25)$$

که در آن

$$A_{II} = -R_{eq} \left( \frac{\tau_1}{R_1^2} + \frac{\tau_2}{R_2^2} - \frac{2\bar{\tau}_{II}(1 - \beta_o)}{R_{eq}R_2} \right), B_{II} = R_{eq}h_o \quad (26)$$

در  $x = x_b$  مقدار  $p_I$  و  $p_{II}$  برابرند. پس با برابر قرار دادن فشار نواحی I و II در  $C_{II}^*$  به‌دست می‌آید.

$$A_I x_b + 2k_1 \ln(B_I + x_b^2) + \left[ -A_I \sqrt{B_I} + \frac{R_{eq}(-\tau_1 - \tau_m)}{\sqrt{B_I}} \right] \arctan \frac{x_b}{\sqrt{B_I}} + C_{Ia}^* = A_{II} x_b + 2k_{eo} \ln(B_{II} + x_b^2) - \left[ A_{II} \sqrt{B_{II}} + \frac{R_{eq}(\tau_1 + \tau_2)}{\sqrt{B_{II}}} \right] \arctan \frac{x_b}{\sqrt{B_{II}}} + C_{II}^* \quad (27)$$

لذا  $C_{II}^*$  مطابق رابطه (27) حساب می‌شود:

$$C_{II}^* = (A_I - A_{II})x_b + 2[k_1 \ln(B_I + x_b^2) - k_{eo} \ln(B_{II} + x_b^2)] + \left[ -A_I \sqrt{B_I} + \frac{R_{eq}(-\tau_1 - \tau_m)}{\sqrt{B_I}} \right] \arctan \frac{x_b}{\sqrt{B_I}} + \left[ A_{II} \sqrt{B_{II}} + \frac{R_{eq}(\tau_1 + \tau_2)}{\sqrt{B_{II}}} \right] \arctan \frac{x_b}{\sqrt{B_{II}}} + C_{Ia}^* \quad (28)$$

2-1-3 ناحیه III ( $x_{n2} \leq x \leq x_{n1}$ )

در ناحیه III جهت تنش اصطکاکی برای غلتک بالا رو به عقب و برای غلتک پایین رو به جلو است. تفاوت این ناحیه با بقیه نواحی نورد این است که جهت اصطکاک بین دو غلتک و ورق کاملاً مخالف هم است و این باعث می‌شود که در این ناحیه برش عرضی ایجاد شود. در واقع دلیل اصلی کاهش نیرو و گشتاور در فرآیند نورد نامتقارن نسبت به نورد متقارن تشکیل این ناحیه برش عرضی در اثر مخالف بودن جهت اصطکاک دو غلتک است. در این ناحیه سرعت ورق کمتر از سرعت غلتک پایین و بزرگتر از سرعت غلتک بالا است. مشابه ناحیه II، فشار ناحیه III از رابطه (28) به دست می‌آید:

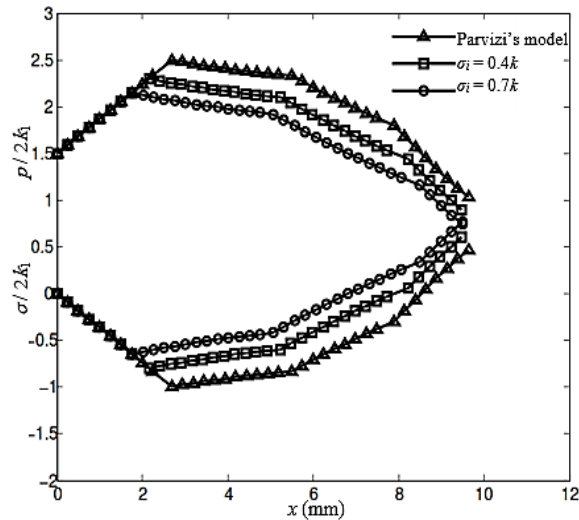
$$p_{III} = A_{III}x + 2k_{eo} \ln(B_{III} + x^2) - \left[ A_{III}\sqrt{B_{III}} + \frac{R_{eq}(\tau_1 - \tau_2)}{\sqrt{B_{III}}} \right] \arctan \frac{x}{\sqrt{B_{III}}} + C_{III}^* \quad (29)$$

که در آن

$$A_{III} = R_{eq} \left( \frac{\tau_1}{R_1^2} - \frac{\tau_2}{R_2^2} - \frac{2\bar{\tau}_{III}\beta_o}{R_{eq}R_1} \right), B_{III} = R_{eq}h_o \quad (30)$$

در نقطه  $x = x_{n1}$  مقدار  $p_{II}$  برابر مقدار  $p_{III}$  می‌باشد. بنابراین ثابت انتگرال  $C_{III}^*$  مطابق رابطه (30) به دست خواهد آمد.

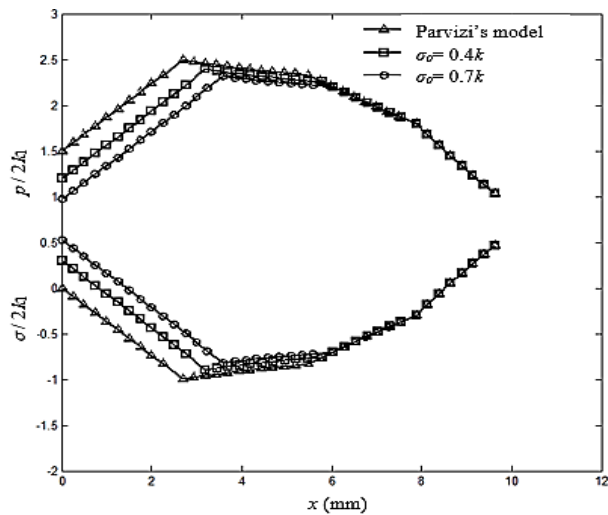
$$C_{III}^* = A_{II}x_{n1} + 2k_{eo} \ln(B_{II} + x_{n1}^2) - \left[ A_{II}\sqrt{B_{II}} + \frac{R_{eq}(\tau_1 + \tau_2)}{\sqrt{B_{II}}} \right] \arctan \frac{x}{\sqrt{B_{II}}} + C_{II}^* - \left\{ A_{III}x_{n1} + 2k_{eo} \ln(B_{III} + x_{n1}^2) - \left[ A_{III}\sqrt{B_{III}} + \frac{R_{eq}(\tau_1 - \tau_2)}{\sqrt{B_{III}}} \right] \arctan \frac{x}{\sqrt{B_{III}}} \right\} \quad (31)$$



**Fig. 4** Distribution of  $p/2k_1$  and  $\sigma/2k_1$  along the projected length of roll/slab contact with different back tensions

( $v_2/v_1 = 1.1, R_1 = 100, R_2 = 110, h_i = 2$  (mm);  $\beta_i = 0.6, r = 30\%, m_1 = 0.5, m_2/m_1 = 1, m_3 = 0.9, k_1 = 98.1$  MPa,  $k_2/k_1 = 2, \sigma_o = 0$ )

شکل 4 توزیع  $p/2k_1$  و  $\sigma/2k_1$  روی طول تماس تصویر شده غلتک/اقاچ با مقادیر مختلف کشش از عقب



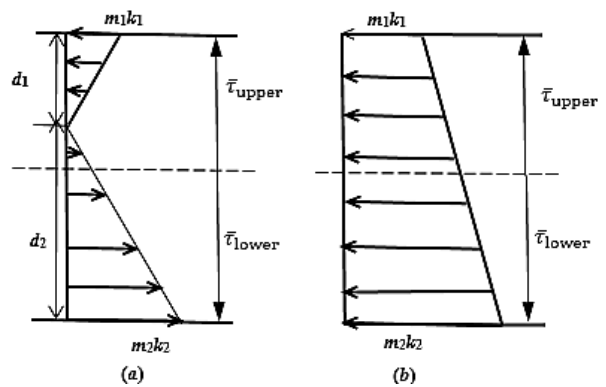
**Fig. 5** Distribution of  $p/2k_1$  and  $\sigma/2k_1$  along the projected length of roll/slab contact with different Front tensions

( $v_2/v_1 = 1.1, R_1 = 100, R_2 = 110, h_i = 2$  (mm);  $\beta_i = 0.6, r = 30\%, m_1 = 0.5, m_2/m_1 = 1, m_3 = 0.9, k_1 = 98.1$  MPa,  $k_2/k_1 = 2, \sigma_i = 0$ )

شکل 5 توزیع  $p/2k_1$  و  $\sigma/2k_1$  روی طول تماس تصویر شده غلتک/اقاچ با مقادیر مختلف کشش از جلو

ناحیه III می‌گذارد. با وارد کردن تنش کششی به ورق پس از خروج از غلتک‌ها، به میزان 0.7K، فشار ماکزیمم وارد شده به ورق، نسبت به مدل پرویزی [14]، 14٪ کاهش می‌یابد.

"شکل 6" توزیع  $p/2k_1$  و  $\sigma/2k_1$  روی طول تماس تصویر شده غلتک را در حضور همزمان کشش از جلو و عقب نشان می‌دهد. کشش ورق از جلو و عقب باعث می‌شود تا نقطه خنثی غلتک بالا و پایین به ترتیب به سمت ورود و خروج حرکت کنند و متعاقباً طول ناحیه III افزایش یابد. چون در ناحیه III در اثر متفاوت بودن جهت اصطکاک ورق با دو غلتک، ناحیه برش عرضی ایجاد می‌شود، افزایش طول این ناحیه موجب می‌شود بر سیلان پلاستیک ورق افزوده شود و تنش‌ها در ناحیه نورد به مقدار قابل توجهی کاهش یابند. در نتیجه، کشش از جلو و عقب به انجام شدن راحت‌تر فرآیند کمک می‌کند.



**Fig. 3** (a) Shear stress in vertical elements in Zones I, II, IV (b) Shear stress in vertical elements in zone III

شکل 3 (a) تنش برشی در المان عمودی نواحی I، II، IV (b) تنش برشی در المان عمودی ناحیه III

$$F = \int_0^{x_{n2}} p_{IV} dx + \int_{x_{n2}}^{x_{n1}} p_{III} dx + \int_{x_{n1}}^{x_b} p_{II} dx + \int_{x_b}^l p_I dx \quad (39)$$

با انتگرال گرفتن از ممان نیروی اصطکاک در طول قوس تماس،  $T_2$  و  $T_1$  گشتاور غلتک‌های بالایی و پایینی به صورت زیر به دست خواهند آمد:

$$T_1 = R_1 \left( - \int_0^{x_{n2}} m_1 k_1 dx - \int_{x_{n2}}^{x_{n1}} m_1 k_1 dx + \int_{x_{n1}}^{x_{nb}} m_1 k_1 dx + \int_{x_b}^l m_1 k_1 dx \right) = R_1 m_1 k_1 (l - 2x_{n1}) \quad (40)$$

$$T_2 = R_2 \left( - \int_0^{x_{n2}} m_2 k_2 dx + \int_{x_{n2}}^{x_{n1}} m_2 k_2 dx + \int_{x_{n1}}^{x_{nb}} m_2 k_2 dx + \int_{x_b}^l m_2 k_2 dx \right) = R_2 m_2 k_2 (l - 2x_{n2}) \quad (41)$$

گشتاور کل از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$T = T_1 + T_2 \quad (42)$$

### 3- بحث و نتایج

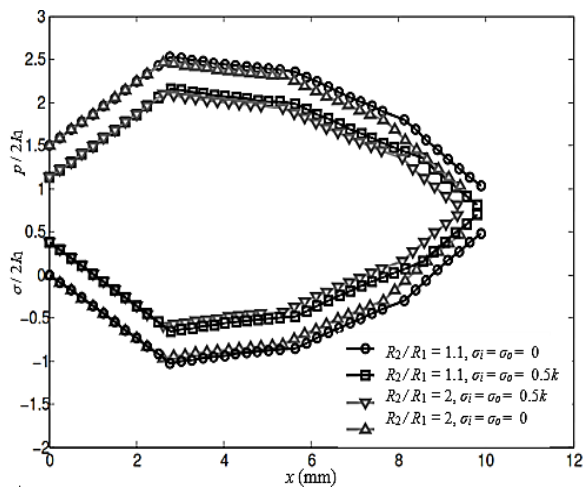
در این مقاله سعی شده است تاثیر کشش از جلو و عقب بر مقدار فشار و نیروی مورد نیاز فرآیند نورد نامتقارن ورق دولایه و همچنین تاثیر آن بر موقعیت نقطه اتصال و نقاط خنثی مورد بررسی قرار گیرد.

"شکل 4" تاثیر کشش ورق قبل از ورود به داخل فضای غلتک‌ها (کشش از عقب) بر توزیع فشار و تنش عمودی را نشان می‌دهد. همان‌طور که از شکل مشخص است، کشش از عقب توزیع فشار و تنش کششی در نواحی I، II و III را کاهش می‌دهد. با افزایش تنش کششی، بر میزان سیلان پلاستیک ورق افزوده می‌شود. در نتیجه، فشار توزیع شده بر روی ورق کاهش یافته و مطابق رابطه (38) نیروی لازم در انجام فرآیند نورد نیز کم می‌شود. با توجه به روابط (31) و (33)، فشار و تنش عمودی در ناحیه IV مستقل از  $\sigma_i$  است. در نتیجه کشش از عقب تاثیری بر مقادیر آن‌ها در این ناحیه ندارد. کاهش توزیع فشار و تنش نرمال بر ورق با مقایسه مدل حاضر با مدل پرویزی [14] که در آن مقدار کشش از عقب صفر است، قابل مشاهده است.

"شکل 5" تاثیر کشش ورق پس از خروج آن از غلتک‌ها، کشش از جلو، را بر فشار و تنش عمودی نشان می‌دهد. با افزایش کشش از جلو، نقطه خنثی غلتک پایین به سمت خروجی حرکت کرده و در نتیجه طول ناحیه III (ناحیه برش عرضی) افزایش می‌یابد و موجب افزایش سیلان پلاستیک ورق و کاهش توزیع فشار و تنش عمودی روی ورق می‌شود. تاثیر اصلی کشش از جلو کاهش توزیع تنش‌ها در ناحیه IV است و تاثیر اندکی نیز روی تنش‌های

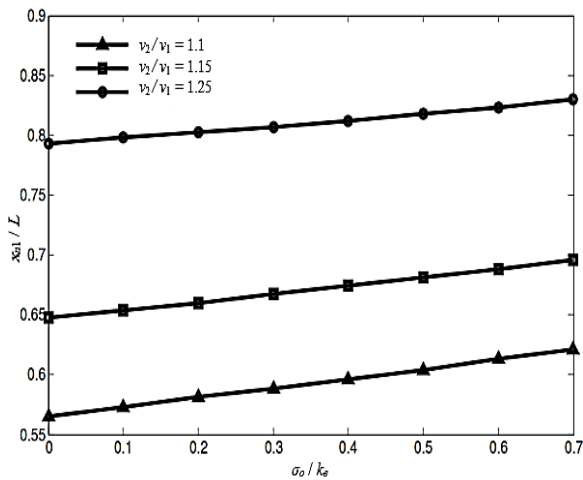
توزیع  $p/2k_1$  و  $\sigma/2k_1$  برای نسبت شعاع غلتک‌های مختلف و مقدار کشش‌های مختلف در "شکل 8" نشان داده شده است. نسبت شعاع غلتک‌ها یکی دیگر از پارامترهای فرایند نورد نامتقارن است. با افزایش نسبت شعاع غلتک‌ها، به شرطی که حاصل جمع شعاع دو غلتک عدد ثابتی باشد، مقدار تنش و توزیع فشار در ناحیه نورد کاهش می‌یابد. تاثیر افزایش نسبت شعاع غلتک‌ها در مقایسه با افزایش نسبت سرعت غلتک‌ها کم‌تر است. افزایش نسبت شعاع غلتک‌ها از 1 به 2 و کشش ورق از طرفین به مقدار  $0.5k_e$  موجب کاهش فشار ماکزیمم به مقدار 20٪ می‌شود.

"شکل‌های 9 و 10" اثر افزایش کشش در خروج ورق (کشش از جلو) بر موقعیت نقطه خنثی غلتک بالا ( $x_{n1}$ ) و نقطه خنثی غلتک پایین ( $x_{n2}$ ) را به ازای نسبت سرعت‌های مختلف نشان می‌دهد. با افزایش تنش کششی، محل نقطه خنثی بر روی غلتک بالا به منظور بالانس نیروهای افقی اعمال شده بر ورق به سمت ورودی حرکت می‌کند و متعاقب آن با توجه به رابطه ثابت



**Fig. 8** Distribution of  $p/2k_1$  and  $\sigma/2k_1$  along the projected length of roll/slab contact with different front and back tensions and different  $R_2/R_1$  ( $R_1+R_2 = 220$  (mm),  $v_2/v_1 = 1.1$ ,  $h_i = 2$  (mm);  $\beta_i = 0.6$ ,  $r = 30\%$ ,  $m_1 = 0.5$ ,  $m_2/m_1 = 1$ ,  $m_3 = 0.9$ ,  $k_1 = 98.1$  MPa,  $k_2/k_1 = 2$ )

شکل 8 تاثیر مقدار کشش از جلو و عقب و نسبت شعاع دو غلتک بر توزیع  $p/2k_1$  و  $\sigma/2k_1$  روی طول تماس تصویر شده غلتک/اقاج

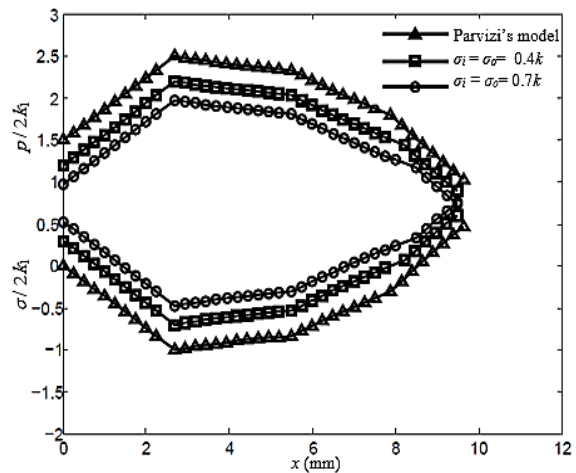


**Fig. 9** Effect of front tension on  $x_{n1}/L$  with different  $v_2/v_1$  ( $R_1 = 100$ ,  $R_2 = 110$ ,  $h_i = 2$  (mm);  $\beta_i = 0.6$ ,  $r = 30\%$ ,  $m_1 = 0.5$ ,  $m_2/m_1 = 1$ ,  $m_3 = 0.9$ ,  $k_1 = 98.1$  MPa,  $k_2/k_1 = 2$ ,  $\sigma_i = 0$ )

شکل 9 تاثیر کشش از جلو بر  $x_{n1}/L$  با نسبت سرعت‌های مختلف

در اثر کشیدن ورق از دو طرف به مقدار  $0.7k_e$  فشار ماکزیمم فرآیند که در نقطه  $x_{n2}$  اتفاق می‌افتد به میزان 28٪ کاهش پیدا می‌کند.

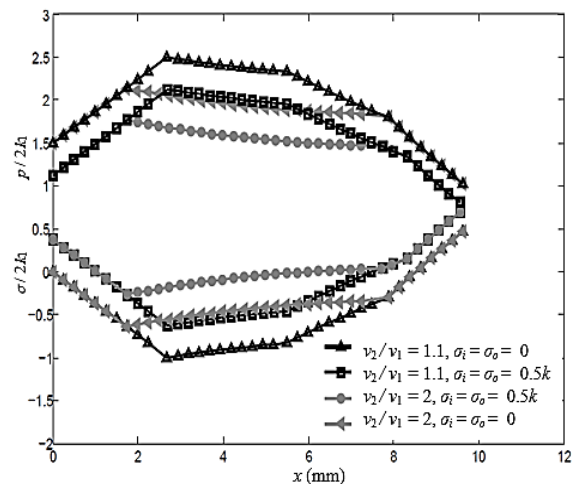
"شکل 7" تاثیر همزمان نسبت‌های مختلف سرعت دو غلتک و مقدار کشش‌های مختلف بر توزیع  $p/2k_1$  و  $\sigma/2k_1$  را نشان می‌دهد. در صورتیکه سرعت دو غلتک برابر باشد ناحیه برش عرضی (ناحیه III) شکل نمی‌گیرد و در نتیجه نیرو و گشتاور نسبتاً زیادی برای انجام فرآیند مورد نیاز خواهد بود. ولی با بیشتر شدن نسبت سرعت غلتک‌ها که یکی از مشخصه‌های فرآیند نورد نامتقارن است، ضمن افزایش میزان سیلان پلاستیک ورق، طول ناحیه برش عرضی افزایش می‌یابد و در نتیجه فشار توزیع شده روی ورق کاهش چشمگیری پیدا می‌کند. افزایش نسبت سرعت دو غلتک از 1.1 به 1.25 و همچنین افزایش کشش از جلو و عقب از صفر به  $0.5k_e$  فشار را در نقطه  $x_{n2}$  فشار ماکزیمم، به میزان 34٪ کاهش می‌دهد.



**Fig. 6** Distribution of  $p/2k_1$  and  $\sigma/2k_1$  along the projected length of roll/slab contact with different front and back tensions

( $v_2/v_1 = 1.1$ ,  $R_1 = 100$ ,  $R_2 = 110$ ,  $h_i = 2$  (mm);  $\beta_i = 0.6$ ,  $r = 30\%$ ,  $m_1 = 0.5$ ,  $m_2/m_1 = 1$ ,  $m_3 = 0.9$ ,  $k_1 = 98.1$  MPa,  $k_2/k_1 = 2$ )

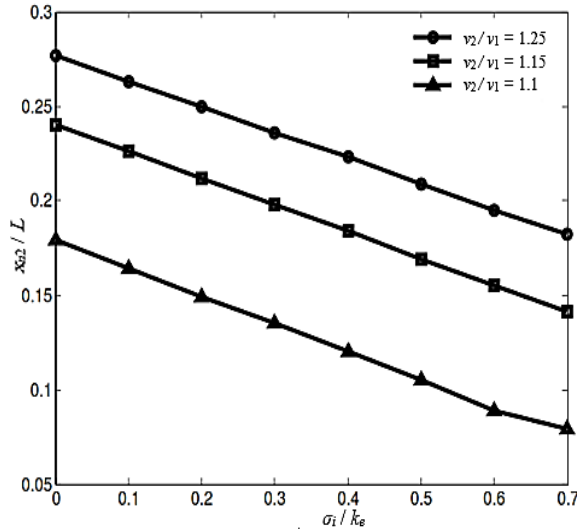
شکل 6 تاثیر مقدار کشش از جلو و عقب بر توزیع  $p/2k_1$  و  $\sigma/2k_1$  روی طول تماس تصویر شده غلتک/اقاج



**Fig. 7** Distribution of  $p/2k_1$  and  $\sigma/2k_1$  along the projected length of roll/slab contact with different front and back tensions and different  $v_2/v_1$ .

( $R_1 = 100$ ,  $R_2 = 110$ ,  $h_i = 2$  (mm);  $\beta_i = 0.6$ ,  $r = 30\%$ ,  $m_1 = 0.5$ ,  $m_2/m_1 = 1$ ,  $m_3 = 0.9$ ,  $k_1 = 98.1$  MPa,  $k_2/k_1 = 2$ )

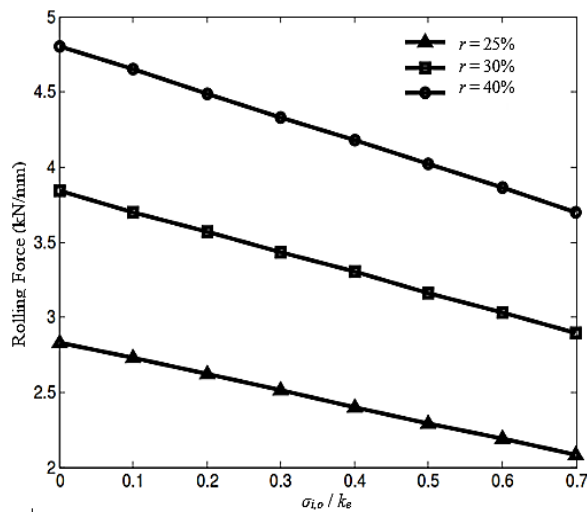
شکل 7 تاثیر مقدار کشش از جلو و عقب و نسبت سرعت دو غلتک بر توزیع  $p/2k_1$  و  $\sigma/2k_1$  روی طول تماس تصویر شده غلتک/اقاج



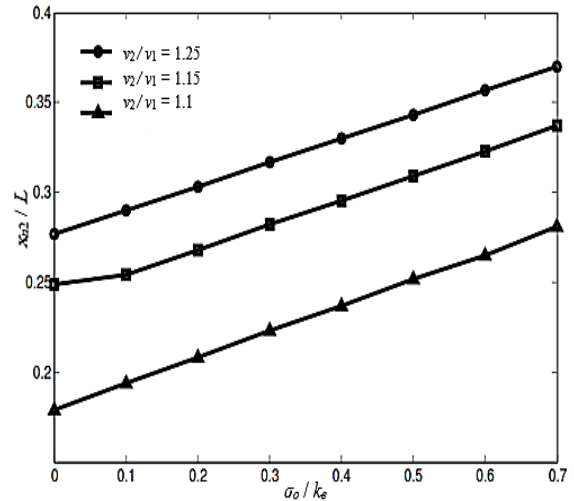
**Fig. 12** Effect of back tension on  $x_{n2}/L$  with different  $v_2/v_1$  ( $R_1 = 100, R_2 = 110, h_i = 2$  (mm);  $\beta_i = 0.6, r = 30\%, m_1 = 0.5, m_2/m_1 = 1, m_3 = 0.9, k_1 = 98.1$  MPa,  $k_2/k_1 = 2, \sigma_0 = 0$ )  
 شکل 12 تاثیر کشش از عقب بر  $x_{n2}/L$  با نسبت سرعت‌های مختلف

میزان افزایش تنش کششی در ورود و خروج و همچنین افزایش نسبت سرعت دو غلتک دارای محدودیت است. افزایش بیش از حد مجاز این فاکتورها علاوه بر احتمال پارگی ورق، موجب حرکت نقطه خنثی غلتک بالا به نقطه اتصال دو ورق ( $x_b$ ) و حرکت نقطه خنثی غلتک پایین به نقطه خروج ورق از غلتک‌ها می‌شود. در این حالت، ورق فقط در معرض لغزش قرار دارد و فرآیند نورد به خوبی انجام نمی‌شود. بنابراین مقادیر کشش ورق از دو طرف و نسبت سرعت غلتک‌ها، جهت کاهش نیرو و فشار و همچنین جلوگیری از قرارگیری ورق در معرض لغزش باید به صورت بهینه انتخاب شوند.

"شکل 14" حداکثر مقدار تنش کششی در خروج را که می‌توان تا قبل از به وجود آمدن حالت لغزش اعمال کرد، برای نسبت سرعت‌های مختلف نشان می‌دهد. در این حالت تنش کششی در ورود صفر در نظر گرفته شده است. همان‌طور که از نمودار "شکل 14" مشخص است، هرچه درصد کاهش



**Fig. 13** Effect of back and front tension on rolling force with different reduction ( $R_1 = 100, R_2 = 110, h_i = 2$  (mm);  $\beta_i = 0.6, v_2/v_1 = 1.1, m_1 = 0.5, m_2/m_1 = 1, m_3 = 0.9, k_1 = 98.1$  MPa,  $k_2/k_1 = 2$ )  
 شکل 13 تاثیر کشش از جلو و عقب بر نیروی نورد با کاهش سطح مقطع‌های مختلف



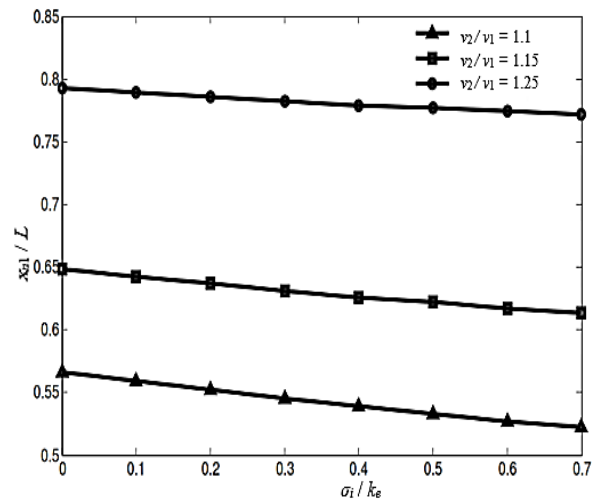
**Fig. 10** Effect of front tension on  $x_{n2}/L$  with different  $v_2/v_1$  ( $R_1 = 100, R_2 = 110, h_i = 2$  (mm);  $\beta_i = 0.6, r = 30\%, m_1 = 0.5, m_2/m_1 = 1, m_3 = 0.9, k_1 = 98.1$  MPa,  $k_2/k_1 = 2, \sigma_i = 0$ )

شکل 10 تاثیر کشش از جلو بر  $x_{n2}/L$  با نسبت سرعت‌های مختلف

حجم، نقطه خنثی روی غلتک پایین نیز به طرف ورودی جابه‌جا می‌شود. همچنین با افزایش نسبت سرعت دو غلتک، نقاط خنثی برای هر دو غلتک حرکت چشمگیری به سمت ورودی خواهند داشت.

"شکل‌های 11 و 12" اثر تنش کششی در ورود ورق به داخل فضای بین غلتک‌ها (کشش از عقب) را بر محل نقاط خنثی نشان می‌دهد. در صورتی که تنش کششی افزایش یابد، به منظور بالانس نیروهای افقی وارد بر ورق، نقطه خنثی  $x_{n1}$  و  $x_{n2}$  به سمت خروجی حرکت می‌کنند. با افزایش نسبت سرعت دو غلتک، نقاط خنثی به سمت خروجی می‌روند.

با افزایش تنش کششی در ورود و خروج، مقدار تنش‌ها در ناحیه نورد و همچنین توزیع فشار روی ورق کاهش می‌یابد. در نتیجه نیرو و گشتاور مورد نیاز فرآیند کاهش می‌یابد. "شکل 13" تاثیر کشش از جلو و عقب بر نیروی مورد نیاز فرآیند را برای درصد کاهش ضخامت‌های متفاوت نشان می‌دهد. برای مقدار  $r = 30\%$ ، کشیدن ورق از دو طرف به مقدار  $0.7k_c$  مقدار نیرو را به اندازه 25% کاهش می‌دهد.



**Fig. 11** Effect of back tension on  $x_{n1}/L$  with different  $v_2/v_1$  ( $R_1 = 100, R_2 = 110, h_i = 2$  (mm);  $\beta_i = 0.6, r = 30\%, m_1 = 0.5, m_2/m_1 = 1, m_3 = 0.9, k_1 = 98.1$  MPa,  $k_2/k_1 = 2, \sigma_0 = 0$ )

شکل 11 تاثیر کشش از عقب بر  $x_{n1}/L$  با نسبت سرعت‌های مختلف



ضخامت اولیه و نهایی ورق	$h_i, h_o$
ارتفاع لایه بالا و پایین ورق نسبت به خط افقی	$h_1, h_2$
تنش تسلیم برشی برای ورق بالا و پایین	$k_1, k_2$
میانگین تنش تسلیم برشی دو لایه ورق قبل و بعد از اتصال	$k_{ei}, k_{eo}$
طول تماس	$L$
فاکتور اصطکاک غلتک‌های بالا و پایین	$m_1, m_2$
فاکتور اصطکاک سطح مشترک دو لایه	$m_3$
تنش عمودی در فاصله نورد	$p$
فشار نورد در فصل مشترک ورق با غلتک بالا و پایین	$p_1, p_2$
فشار سطح مشترک دو لایه ورق	$p_3$
درصد کاهش ضخامت	$r$
شعاع غلتک‌های بالا و پایین	$R_1, R_2$
شعاع معادل غلتک‌ها	$R_{eq}$
گشتاور کل فرآیند نورد	$T$
گشتاور غلتک‌های بالا و پایین	$T_1, T_2$
سرعت غلتک‌های بالا و پایین	$v_1, v_2$
نسبت سرعت غلتک پایین به غلتک بالا	$v_A$
فاصله افقی از نقطه خروج ورق	$x$
موقعیت نقطه اتصال دو ورق	$x_b$
موقعیت نقاط خنثی بر غلتک بالا و پایین	$x_{n1}, x_{n2}$

علائم یونانی

زاویه المان قاجی با غلتک‌های بالا و پایین	$\theta_1, \theta_2$
زاویه بین ورق بالا و پایین در سطح مشترک آن-ها	$\theta_3$
تنش کششی در ورود و خروج ورق	$\beta_i, \beta_o$
تنش نرمال در بالا و پایین المان قاجی	$\sigma_1, \sigma_2$
تنش کششی در ورود و خروج ورق	$\sigma_i, \sigma_o$
تنش‌های برشی حاصل از اصطکاک در سطح مشترک غلتک‌های بالا و پایین با ورق	$\tau_1, \tau_2$
تنش برشی حاصل از اصطکاک در سطح مشترک دو لایه بالا و پایین ورق	$\tau_3$
متوسط تنش برشی در جهت ضخامت ورق	$\bar{\tau}$

6- مراجع

[1] G. Sachs, Klinger. L. J, The flow of metals through tools of circular contour, *Trans. ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 14, No. 69, pp. 88–98, 1974.

[2] Y. M. Hwang, T. H. Chen, H. H. Hsu, Analysis of asymmetrical clad sheet rolling by stream function method, *International Journal of Mechanical Sciences.*, Vol. 38, No. 4, pp. 443–460, 1996.

[3] L. SH, L. DN, Slab analysis of roll bonding of silver clad phosphor bronzesheets, *Material Science and Technology*, Vol. 7, No. 11, pp. 1042–1050, 1991.

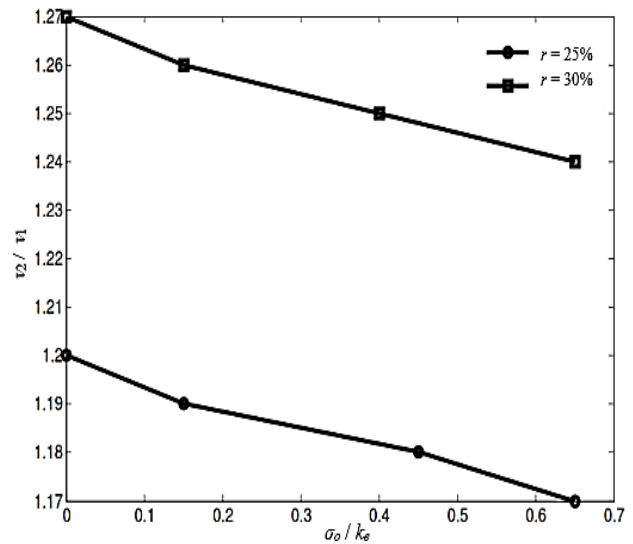


Fig. 14 Maximum value of front tension and  $v_2/v_1$  to avoid slipping of sheet

( $R_1 = 100, R_2 = 110, h_i = 2$  (mm);  $\beta_i = 0.6, m_1 = 0.5, m_2/m_1 = 1, m_3 = 0.9, k_1 = 98.1$  MPa,  $k_2/k_1 = 2, \sigma_i = 0$ )

شکل 14 حداکثر مقدار کشش از جلو و  $v_2/v_1$  جهت جلوگیری از لغزش خالص ورق

ضخامت بیشتر باشد، می‌توان نسبت سرعت‌های دو غلتک را بیشتر بالا برد. برای یک کاهش ضخامت ثابت، هر چه نسبت سرعت دو غلتک بالاتر باشد، حداکثر مقدار تنش کششی که می‌توان در خروج به ورق وارد کرد، کاهش پیدا می‌کند. به عنوان نمونه برای 25٪ کاهش در ضخامت ورق، اگر نسبت سرعت غلتک‌ها بیش از 1.2 شود، نمی‌توان هیچ تنش کششی از جلو به ورق وارد کرد. طبق نمودار برای  $r = 25\%$  نسبت سرعت غلتک‌ها برای بهینه شدن فرآیند و بیشترین کاهش در نیرو و فشار فرآیند باید 1.71 باشد. در این حالت می‌توان  $0.65k_e$  تنش کششی از جلو به ورق وارد کرد.

4- نتیجه گیری

- 1- نیرو و گشتاور موردنیاز برای فرآیند نورد نامتقارن به صورت قابل ملاحظه‌ای پایین‌تر از نیرو و گشتاور موردنیاز برای فرآیند نورد متقارن است.
- 2- کشش ورق از جلو و عقب مقدار فشار توزیع شده بر روی ورق را کاهش داده و در نتیجه نیرو و گشتاور موردنیاز فرآیند کاهش می‌یابد.
- 3- کشیدن ورق از دو طرف حین انجام فرآیند نورد موجب تغییر موقعیت نقاط خنثی و افزایش طول ناحیه برش عرضی می‌شود و در نتیجه بر میزان جریان پلاستیک ورق افزوده می‌شود.
- 4- کاهش نیروی موردنیاز فرآیند موجب می‌شود که نیروی کمتری به غلتک‌ها وارد شود و میزان تغییر شکل الاستیک و خم شدن غلتک‌ها کم‌تر شود. در نتیجه کیفیت ابعادی ورق تولید شده افزایش و احتمال وایپچس، تنش‌های پسماند و ترک‌های مرکزی در ورق به میزان قابل توجهی کاهش می‌یابد.

5- فهرست علائم

نیروی نورد	$F$
نیروی نورد در نواحی I, II, III و IV	$F_1, F_2, F_3, F_4$
ضخامت ورق در حد فاصل فرآیند نورد	$h$

- International Journal of Mechanical Sciences.*, Vol. 50, No. 2, pp. 315–327, 2008.
- [10] R. Shivpuri, P. C. Chou, C. W. Lau, Finite element investigation of curling in non-symmetric rolling of flat stock, *International Journal of Mechanical Sciences.*, Vol. 30, No. 9, pp. 625–635, 1988.
- [11] M. Salimi, F. Sassani, Modified slab analysis of asymmetrical plate rolling, *International Journal of Mechanical Sciences.*, Vol. 44, No. 9, pp. 1999–2023, 2002.
- [12] M. Salimi, M. Kadkhodaei, Slab analysis of asymmetrical sheet rolling, *Journal of Material Processing Technology.*, Vol. 150, No. 3, pp. 215–222, 2004.
- [13] H. Wang, D. Zhang, D. Zhao, Analysis of asymmetrical rolling of unbonded clad sheet by slab method considering vertical shear stress, *ISIJ International.*, Vol. 55, No. 5, pp. 1058–1066, 2015.
- [14] F. Afrouz, A. Parvizi, An analytical model of asymmetric rolling of unbounded clad sheets with shear effects, *Journal of Manufacturing Processes.*, Vol. 20, No. 1, pp. 162–171, 2015.
- [4] W. Johnson, G. Needham, Further experiments in asymmetrical rolling, *International Journal of Mechanical Sciences.*, Vol. 8, No. 6, pp. 443–455, 1966.
- [5] D. Pan, D. H. Sansome, An experimental study of the effect of roll-speed mismatch on the rolling load during the cold rolling of thin strip, *Journal of Mechanical Working Technology.*, Vol. 6, No. 4, pp. 361–377, 1982.
- [6] M. Kiuchi, S. Hsiang, Analytical model of asymmetrical rolling process of sheet, *Proceedings of the 14th NAMRC, Society of Manufacturing Engineers.*, Minneapolis, pp. 384, 1986.
- [7] E. Panahpoori, A. Parvizi, Investigation of tube drawing with fixed plug process parameters through presenting a modified slab analysis with finite element verification, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 1, pp. 203–209, 2017. (in persian فارسی)
- [8] M. Kadkhodaei, M. Salimi, M. Poursina, Analysis of asymmetrical sheet rolling by a genetic algorithm, *International Journal of Mechanical Sciences.*, Vol. 49, No. 5, pp. 622–634, 2007.
- [9] P. P. Gudur, M. A. Salunkhe, U. S. Dixit, A theoretical study on the application of asymmetric rolling for the estimation of friction,