



کنترل تطبیقی ترکیبی برای یک ربات چرخ‌دار با اجزای انعطاف‌پذیر

پیام زرافشان^۱، سید علی اکبر موسویان^{۲*}

۱- دکترای مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

۲- استاد مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

* تهران، صندوق پستی ۱۹۹۹-۱۹۳۹۵، moosavian@kntu.ac.ir

چکیده- در طی یک مانور توسط سیستم رباتیک، اجزای انعطاف‌پذیر نظیر صفحات خورشیدی ممکن است تحریک گشته و شروع به ارتعاش نمایند. بنابراین، این ارتعاشات منجر به یک‌سری نیروهای اغتشاشی نوسانی می‌گردند که به پایه متحرک و جسم جابه‌جا شده اعمال و در نتیجه خطا در رده موقعیت و سرعت در مجری‌های نهایی و جسم را موجب می‌شوند که لازم است از آن جلوگیری به عمل آید. در این مقاله، یک روش جدید کنترل جابه‌جایی جسم توسط یک سیستم رباتیک چرخ‌دار ارائه می‌شود. بدین منظور، با در نظر گرفتن یک سیستم رباتیکی چندبازویی با صفحات خورشیدی انعطاف‌پذیر، یک روش مدل‌سازی دینامیک برای پیاده‌سازی‌های کنترلی در سیستم‌های چندجسمی صلب و انعطاف‌پذیر معرفی می‌شود. سپس، بر پایه مسیر طراحی‌شده برای سیستم ربات چرخ‌دار، یک کنترل تطبیقی ترکیبی خنثی‌کننده ارتعاشات برای انجام جابه‌جایی جسم توسط چنین سیستم پیچیده‌ای توسعه داده می‌شود. در پایان، یک سیستم ربات چرخ‌دار که شامل دو بازو، و دوربین و آنتن به‌عنوان بازوی سوم و چهارم، همراه با دو صفحه خورشیدی که برای انجام مأموریت‌های اکتشافی در سایر کرات مطرح می‌باشد، شبیه‌سازی می‌شود. نتایج به‌دست آمده مزیت روش کنترلی پیشنهادشده برای انجام یک عملیات جابه‌جایی جسم موفق، ضمن کاهش اثرات ارتعاشات عناصر انعطاف‌پذیر را نشان می‌دهد.

کلیدواژگان: ربات چرخ‌دار، کنترل تطبیقی، انعطاف‌پذیری، جابه‌جایی جسم

Adaptive Hybrid Suppression Control of a Wheeled Mobile Robot with Flexible Solar Panels

P. Zarafshan¹, S. A. A. Moosavian^{2*}

1-PhD, Mech. Eng., K. N. Toosi Univ.of Tech., Tehran, Iran

2-Prof., Mech. Eng., K. N. Toosi Univ.of Tech., Tehran, Iran

* P.O.B. 19395-1999 Tehran, moosavian@kntu.ac.ir

Abstract- Flexible members such as solar panels of robotic systems during a maneuver may get stimulated and vibrate. Therefore, such vibrations will cause some oscillatory disturbance for the moving base and manipulated object, which in turn produces error in the position and speed of the manipulating end-effectors, which should be prevented. In this paper, a new control algorithm for an object manipulation task by a wheeled mobile robotic system with flexible members is proposed. To this end, a new dynamics modelling approach for control implementations on compounded rigid-flexible multi-body systems is introduced. Then, based on a designed path/trajectory for a wheeled mobile robotic system, an Adaptive Hybrid Suppression Control (AHSC) is proposed to perform an object manipulation task by such complicated rigid-flexible multi-body systems. Finally, a wheeled mobile robotic system is simulated which contains two manipulators, and a rotating antenna and a camera as its third and fourth arms, appended with two solar panels as has been proposed for space explorations. Obtained results reveal the merits of the proposed AHSC algorithm which will be discussed.

Keywords: Wheeled Mobile Robot, Adaptive Control, Flexibility, Object Manipulation.

۱- مقدمه

گستره کاری بازوهای متحرک^۱ در عملیات مختلف به صورت روزافزونی در حال افزایش می‌باشد، به نحوی که وسعت تحقیقات و پژوهش‌های انجام‌شده در این زمینه به خوبی نمایان‌گر این واقعیت می‌باشد [۱]. در بررسی این سیستم‌ها که از اجزای گوناگونی تشکیل شده‌اند، در نظر گرفتن انعطاف‌پذیری^۲ برای بعضی از اجزای آن‌ها اجتناب‌ناپذیر می‌باشد. وجود انعطاف‌پذیری در این سیستم‌های چندجسمی منجر به افزایش پیچیدگی‌هایی در مدل‌سازی آن‌ها می‌شود که مورد بحث بسیاری از محققان قرار گرفته است [۲]. از سوی دیگر، بازوهایی که دارای پایه متحرک می‌باشند برای انجام وظایفی همچون جابه‌جا کردن اجسام نیاز به کنترل پیچیده‌تری دارند. پیچیدگی‌های ناشی از انعطاف‌پذیری در این سیستم‌های چندجسمی، کنترل آن‌ها را دشوارتر نیز می‌سازد، چرا که عضو انعطاف‌پذیر می‌تواند سرعت و یا دقت در انجام وظیفه کنترلی را مختل کرده و استفاده از یک رویکرد مناسب در مهار آن را ضروری سازد. اغلب بازوهای رباتیک موجود به‌طریقی طراحی و ساخته می‌شوند که سختی لازم را دارا باشند تا بازوی نهایی بتواند با حداقل ارتعاشات به موقعیت نهایی مطلوب خود برسد. البته این سختی نباید با استفاده از طراحی‌های سنگین و حجیم به دست آید. چرا که وجود بازوهای صلب سنگین ناکارآمدی در مصرف انرژی و سرعت حرکت نسبت به نیروی اعمالی را نشان داده است [۳]. همچنین عملیات ربات‌هایی با دقت بالا برای بازه زمانی بعد از اتمام عملیات، به وسیله تغییرات دینامیکی آن‌ها شدیداً محدود می‌شود. از طرف دیگر، وجود اجزای انعطاف‌پذیر بر روی ربات‌ها، مانند صفحات خورشیدی بر روی ربات‌های پایه متحرک و یا بازوهای بلند یک ربات و غیره، منجر به در نظر گرفتن تمهیداتی برای مقابله با اثرات انعطاف‌پذیری آن‌ها می‌گردد. زمان استقرار برای ارتعاش اجزای مزبور می‌تواند عملیات را به تاخیر بیندازد و بنابراین با نیاز به افزایش بهره‌وری از سیستم تعارض پیدا کند. این تضاد بین سرعت بالا و دقت بالا برای انجام یک عملیات، کنترل این ربات‌ها را تبدیل به یک مسئله تحقیقاتی چالش‌برانگیز نموده است.

سیستم‌های رباتیک با عضوهای انعطاف‌پذیر، سیستم‌های دینامیکی پیوسته‌ای هستند که از معادلات دیفرانسیل معمولی و جزئی جفت‌شده و غیرخطی تبعیت می‌کنند. حل تحلیلی چنین سیستم‌هایی تقریباً امکان‌پذیر نمی‌باشد. در دینامیک اجسام چندجسمی^۳، یک دستگاه اینرسی به عنوان دستگاه مرجع کلی برای تشریح حرکت یک سیستم چندجسمی به کار می‌رود؛ همچنین، یک دستگاه مرجع واسطه، که به هر یک از اجزای انعطاف‌پذیر متصل است و جابه‌جایی‌ها و چرخش نسبی جسم را تعقیب می‌کند. از طرفی، در کنترل سیستم‌های چندجسمی با اعضای انعطاف‌پذیر، در نظر گرفتن یک مدل دینامیکی مناسب به‌وجهی که بتواند در الگوریتم‌های کنترلی، علاوه بر سادگی، کاربردی‌تر نیز باشد دارای اهمیت ویژه‌ای می‌باشد. از این رو ویژگی‌های یک رویکرد مناسب برای مدل‌سازی دینامیکی سیستم‌های چندجسمی انعطاف‌پذیر در الگوریتم‌های کنترلی مبتنی بر مدل برای این سیستم‌ها بسیار مورد توجه قرار می‌گیرد. تمامی مراجعی که در این مقاله تاکنون مورد بررسی قرار گرفته‌اند، از یک انباشتگی در مدل‌سازی دینامیکی سیستم چندجسمی انعطاف‌پذیر بهره جسته‌اند. درحقیقت انباشتگی در مدل دینامیکی یک سیستم چندجسمی انعطاف‌پذیر، به ترکیب و جفت‌شدگی بین اثرات انعطاف‌پذیری و حرکت صلب اعضای یک سیستم چندجسمی در پارامترهای مدل دینامیکی (نظیر ماتریس جرمی و غیره) اطلاق می‌شود.

در سال‌های اخیر، تلاش‌های قابل توجهی به مدل‌سازی، طراحی و کنترل سیستم‌های دینامیکی انعطاف‌پذیر جلب شده است. تعداد نشریات مربوط به این موضوع به‌طور پیوسته‌ای افزایش یافته است. بررسی‌های مربوط به این موضوع در مقالات تحقیقی دوره‌ای از جمله بر روی سیستم‌های انعطاف‌پذیر در مراجع [۲] تا [۳] گردآوری شده‌اند. همچنان که در عرصه جابه‌جایی اجسام برای ربات‌های پایه متحرک، در مرجع [۴]، ربات با مفاصل انعطاف‌پذیر را برای محاسبه بیشترین بار مجاز قابل حمل و در مرجع [۵]، ربات با بازوهای انعطاف‌پذیر برای گرفتن جسم^۴ و در مرجع [۶]، ربات با اعضای انعطاف‌پذیر در کنترل موقعیت مجری نهایی در نظر گرفته شده‌اند و در مدل‌سازی دینامیکی سیستم یک مدل دینامیکی انباشته به کار

1. Robotics manipulators

2. Flexible members

3. Multi-body dynamics

4. Capturing

پرداخته می‌شود. سپس با درنظر گرفتن یک ربات چرخ‌دار با اجزای انعطاف‌پذیر مفروض، که برای انجام مأموریت‌های اکتشافی در سایر کرات مطرح می‌باشد، به انجام شبیه‌سازی‌های جامع برای کنترل تطبیقی ترکیبی خنثی‌کننده برای این سیستم پرداخته می‌شود. درنهایت، نتایج پیاده‌سازی این کنترل بر روی مسیر طراحی‌شده ذکر گردیده و مزیت‌های آن مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۱- مدل‌سازی دینامیکی

روش‌های متفاوتی برای مدل‌سازی بازوهای انعطاف‌پذیر ارائه شده است. مدل‌های ریاضی بازوها عموماً از قضایای انرژی استخراج می‌شوند. برای یک بازوی صلب ساده، انرژی جنبشی به‌وسیله اینرسی متحرک آن‌ها و همچنین انرژی پتانسیل به-وسیله موقعیت آن در میدان جاذبه ذخیره می‌شود. اما بازوهای انعطاف‌پذیر انرژی پتانسیل را به‌وسیله تغییر شکل بازوها، مفاصل و یا گرداننده آن‌ها ذخیره می‌کند. دینامیک سیستم‌های چندجسمی با اجزای انعطاف‌پذیر به یک سری دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی و جزئی منجر می‌شود که حل تحلیلی آن‌ها تقریباً غیرممکن می‌باشد. مدل‌سازی دینامیکی این سیستم‌ها به یک تحلیل دقیق از این سیستم‌ها و همچنین کنترل ارتعاشات اجزای انعطاف‌پذیر، به‌دلیل سختی کم آن‌ها، نیاز دارد.

همچنان که گفته شد، در اکثر تحقیقات یک انباشتگی در مدل‌سازی دینامیکی سیستم‌های چندجسمی با اجزای انعطاف‌پذیر درنظر گرفته‌اند. درحقیقت به تعداد N_{flex} معادله حرکت برای اجزای انعطاف‌پذیر استخراج گردیده و به معادلات دینامیکی اجزای صلب اضافه می‌گردد. این امر در حالی است که رویکرد مدل‌سازی دینامیکی تعاملی صلب انعطاف‌پذیر، که اخیراً توسط مؤلفان ارائه شده است، برای مدل‌سازی دینامیکی، معادلات حرکت اجزای صلب را از معادلات حرکت اجزای انعطاف‌پذیر جدا می‌نماید [۱۸، ۱۷]. بنابراین، دستگاه معادلات ساده‌تری از معادلات دینامیکی سیستم به‌دست می‌آید که می‌تواند در پیاده‌سازی کنترلرهای مدل مبنا مورد استفاده قرار گیرد. این رویکرد مدل‌سازی دینامیکی تعاملی صلب انعطاف‌پذیر مدل‌سازی دینامیکی اجزای صلب و انعطاف‌پذیر یک سیستم کلی یکپارچه را جدا می‌نماید. درنتیجه جفت‌شدگی بین این

برده شده است. این در حالی است که دینامیک غیرانباشته می‌تواند یک قدم موثر در بهبود و ساده‌سازی مدل‌سازی دینامیکی و کنترل سیستم‌های چندجسمی رباتیکی با پایه متحرک و اعضای انعطاف‌پذیر داشته باشد.

از سوی دیگر، قوانین کنترلی مورد استفاده در چنین سیستم‌هایی را می‌توان به دو نوع اصلی تقسیم کرد: قوانین غیرمبتنی بر مدل^۱ و قوانین مبتنی بر مدل^۲ (که یک مدل کامپیوتری از سیستم چندجسمی انعطاف‌پذیر استفاده می‌شود) نظیر کنترل تطبیقی که در مرجع [۶]، یک کنترلر تناسبی با ضرایب تطبیق را برای یک ربات فضایی با بازوی انعطاف‌پذیر مورد استفاده قرار داده است. این ضرایب به‌طور خودکار در حین عملیات و با پاسخ سیستم به‌نحو تنظیم می‌شوند که پاسخ سیستم به مدل مرجع بسیار نزدیک باشد. همچنین، مرجع [۷] یک استراتژی کنترل امپدانس تطبیقی برای بازوهای انعطاف‌پذیر را با استفاده از روش کنترل مسیر مجری‌نهایی ارائه کرده است. مراجع [۹، ۸] به‌طور تئوری و تجربی به بررسی کنترل نیرو و موقعیت برای یک ربات چندعضوی پایه متحرک پرداخته‌اند. مرجع [۱۰] یک کنترلر ترکیبی نیرو و موقعیت را برای بازوهای انعطاف‌پذیر متحرک، که با محیط در بیش از یک نقطه تماس دارند، درنظر گرفته است. مرجع [۱۱] کنترل ترکیبی نیرو و موقعیت را بر روی بازوی انعطاف‌پذیر n عضوی فضایی انجام داده است. مرجع [۱۲] روش اغتشاشات تکین را برای تنظیم نیروهای تماسی و موقعیت عضو انعطاف‌پذیر مورد بررسی قرار داده است. مرجع [۱۳] از کنترل ترکیبی دو لایه برای کنترل بازوهای انعطاف‌پذیر استفاده کرده است. مرجع [۱۴] به بررسی کنترل ترکیبی نیرو و موقعیت برای بازوهای همکار در فضای سه‌بعدی پرداخته است. مرجع [۱۵] نشان داده است که برای بازوهای انعطاف‌پذیر چندعضوی فضایی، ارتعاشات نمی‌توانند فقط با کنترل نیروهای تماسی خنثی شوند. مرجع [۱۶] هم کنترل ترکیبی نیرو و موقعیت بازوهای چندعضوی را مورد بررسی قرار است.

در این مقاله، با درک اهمیت این موضوع، به مدل‌سازی دینامیکی یک سیستم چندجسمی رباتیک با اجزای انعطاف‌پذیر براساس دیدگاه دینامیکی تعاملی صلب انعطاف‌پذیر

1. Non-model based
2. Model based

ریلی-ریتز^۲ مطرح می‌شوند. بنابراین، موقعیت کلی یک نقطه دلخواه بر روی جسم انعطاف‌پذیر به‌وسیله این دو مختصات مرجع و الاستیک تعریف می‌شود. همچنین، با بسط انرژی جنبشی جسم انعطاف‌پذیر، اینرسی جفت‌شده بین حرکت مرجع و تغییرات الاستیک نیز مشخص می‌شود. انرژی جنبشی به‌صورت کار مجازی نیروهای عمل‌کننده بر جسم با عناصر جفت‌شده برای مجموعه مختصات مرجع و الاستیک نوشته می‌شود. بنابراین، معادلات حرکت به‌فرم زیر به‌دست می‌آیند [۱۹]:

$$M_f^{(i)} \ddot{q}^{(i)} + K^{(i)} e^{(i)} = Q_e^{(i)} + Q_v^{(i)}, \{i\} = \{1, 2, \dots, n_b\} \quad (1)$$

که در آن n_b تعداد جسم‌های انعطاف‌پذیر سیستم چندجسمی و به‌ترتیب $K^{(i)}$ ماتریس سختی، $M_f^{(i)}$ ماتریس جرمی، $Q_v^{(i)}$ بردار سرعت درجه دوم شامل نیروهای گریز از مرکز و کریولیس جسم $\{i\}$ می‌باشد. معادلات حرکت در شکل جزئی برای مولفه‌های صلب (r) و انعطاف‌پذیر (f) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} m_{rr}^{(i)} & m_{rf}^{(i)} \\ m_{fr}^{(i)} & m_{ff}^{(i)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_r^{(i)} \\ \ddot{q}_f^{(i)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_{ff}^{(i)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_r^{(i)} \\ q_f^{(i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (Q_e^{(i)})_r \\ (Q_e^{(i)})_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (Q_v^{(i)})_r \\ (Q_v^{(i)})_f \end{bmatrix} \quad (2)$$

حال فرض می‌شود که معادلات حرکت سیستم رباتیک پایه متحرک، با درنظر گرفتن رویکرد مدل‌سازی دینامیکی تعاملی صلب انعطاف‌پذیر، به‌فرم زیر گسترش داده شود [۱۹].

$$H(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) = Q(q) + Q_{flex}(q) \quad (3)$$

که در آن q متغیرهای مربوط به اجزای صلب سیستم بوده و H ، G و C به‌ترتیب ماتریس جرمی، بردار ترم‌های سرعت غیرخطی، بردار ترم‌های نیروهای وزنی و نیروهای تعمیم‌یافته می‌باشند. همچنین، $Q_{flex}(q)$ نیروهای تعمیم‌یافته ناشی از تحریک اجزای انعطاف‌پذیری یا اثر ارتعاش آن‌ها می‌باشد که بر اجزای صلب وارد شده و به‌عنوان ترم اصلاح‌کننده یا نیروی قیدی می‌باشند. با درنظر گرفتن معادله ۲، این ترم را می‌توان به‌فرم زیر محاسبه نمود:

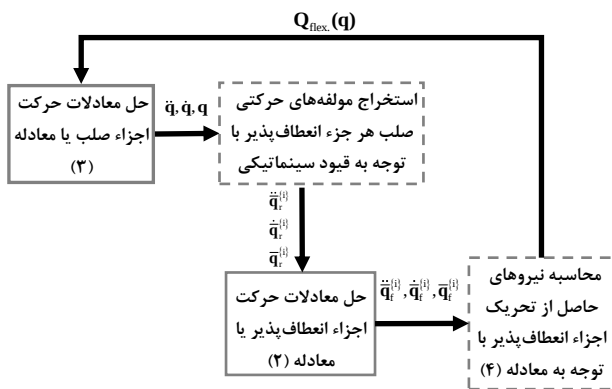
$$Q_{flex}(q) = \sum_{\{i\}=\{1\}}^{\{n_b\}} J_f^{(i)T} (Q_e^{(i)})_r \quad (4)$$

دو دسته از معادلات به‌وسیله قیود سینماتیکی به‌دست می‌آید که بایستی همزمان با این معادلات حل شود. بنابراین، در ابتدا مدل‌سازی دینامیکی اجزای انعطاف‌پذیر پیوسته با استفاده از روش لاگرانژ و با کمک دستگاه شناور استخراج می‌گردد. این امر با ملحق کردن دستگاه شناور به هر عضو انعطاف‌پذیر پیوسته صورت می‌پذیرد. بنابراین، حرکت هر عضو انعطاف‌پذیر در سیستم چندجسمی توسط دو دسته متغیرهای مرجع و الاستیک تعریف می‌شود. درنهایت معادلات حرکت این سیستم چندجسمی انعطاف‌پذیر با توجه به این رویکرد مدل‌سازی و با استفاده از این متغیرها به‌دست می‌آید. در این بخش، رویکرد جدید مدل‌سازی دینامیکی تعاملی صلب انعطاف‌پذیر، که اخیراً توسط مؤلفین ارائه شده [۱۸، ۱۷]، به‌اختصار معرفی می‌گردد.

همان‌طور که می‌دانیم، معادلات حرکت جسم صلب در سیستم‌های چندجسمی می‌توانند با عناصر ماتریس اینرسی و نیروهای تعمیم‌یافته که بر جسم عمل می‌کنند بیان شوند. بنابراین، فرمول‌بندی دینامیکی معادلات حرکت جسم انعطاف‌پذیر با استفاده از دستگاه شناور^۱ بسط و توسعه داده می‌شود. همچنین، نشان داده می‌شود که معادلات حرکت چنین سیستمی می‌تواند با عناصری از جمله انتگرال‌های شکلی در کنار جرم جسم، ماتریس اینرسی و نیروهای تعمیم‌یافته همراه با ماتریس سختی نوشته شوند. انتگرال‌های شکلی، که به میدان جابه‌جایی فرض‌شده بستگی دارند، در عناصر غیرخطی ظاهر می‌شوند که جفت‌شدگی بین حرکت مختصات مرجع و تغییرات الاستیک جسم را مشخص می‌کنند. همچنین، نشان داده می‌شود که ماتریس اینرسی به تغییرات الاستیک جسم بستگی داشته و در نتیجه تابعی ضمنی از زمان می‌باشد. در فرمول‌بندی با استفاده از دستگاه شناور، وضعیت هر یک از جسم‌های انعطاف‌پذیر در سیستم چندجسمی به‌وسیله دو مجموعه از مختصات‌های مرجع و الاستیک مشخص می‌شوند. مختصات مرجع موقعیت و جهت‌گیری جسم موردنظر را تعریف می‌کند، در حالی که مختصات الاستیک تغییرات جسم را نسبت به مرجع جسم تشریح می‌کند. به‌منظور جلوگیری از مشکلات محاسباتی مرتبط با فضاها با بعد نامتناهی، این مختصات به‌وسیله روش‌های تقریب کلاسیک مانند روش‌های

1. Floating frame

2. Rayleigh-Ritz



شکل ۱ بلوک دیاگرام رویکرد مدل‌سازی دینامیکی تعاملی صلب انعطاف‌پذیر



شکل ۲ نمایش سیستم ربات فضانورد مفروض شامل دو صفحه خورشیدی انعطاف‌پذیر

معادله حرکت این ربات با اجزای صلب را می‌توان در قالب معادله زیر فرمول‌بندی نمود:

$$H(\beta_0, \theta) \ddot{q} + C(\beta_0, \dot{\beta}_0, \theta, \dot{\theta}) \dot{q} = Q(\beta_0) + Q_{flex}(\beta_0) \quad (5)$$
 که در آن $Q_{flex}(\beta_0)$ نیروهای عکس‌العملی حاصل از تحریک صفحات خورشیدی می‌باشند که بر روی پایه صلب ربات نصب شده‌اند. همچنین، سایر پارامترهای دینامیکی به‌طور کامل در مرجع [۲۰] شرح داده شده است. همچنین β_0 معرف زوایای اولیه تعیین‌کننده جهت‌گیری پایه ربات و θ بردار متغیرهای زوایای مفاصل بازوها می‌باشد. توجه داریم که در روش مدل‌سازی بر اساس رویکرد مدل‌سازی دینامیکی تعاملی صلب انعطاف‌پذیر، پایه و بالک‌های خورشیدی جداگانه مدل شده‌اند. بنابراین، نیروهای قیدی در سر گیردار صفحات خورشیدی انعطاف‌پذیر بر پایه ربات در نظر گرفته شده‌اند. دقت داریم، با توجه به این رویکرد مدل‌سازی، نیروهای خارجی وارد شده بر این جسم انعطاف‌پذیر برابر است با:

$$Q_e^{(i)} = \left\{ V_{f_1}^{(i)} \quad V_{f_2}^{(i)} \quad M_{f_3}^{(i)} \right\}^T \quad (6)$$

که در آن $J_f^{(i)}$ ماتریس ژاکوبین دستگاه شناور جسم انعطاف‌پذیر $\{i\}$ نسبت به بدنه اصلی سیستم می‌باشد.

همان‌طور که قبلاً نیز شرح داده شد، رویکرد مدل‌سازی دینامیکی تعاملی صلب انعطاف‌پذیر درحقیقت ترکیبی از روش‌های نیوتن-اولر و لاگرانژ می‌باشد. برای استفاده از رویکرد مدل‌سازی دینامیکی تعاملی صلب انعطاف‌پذیر، روند محاسبات در هر گام زمانی، به همان صورت که در شکل ۱ نشان داده شده است، به‌فرازم زیر برقرار می‌باشد. در مرحله اول، معادلات حرکت اجزای صلب یا معادله ۳ حل می‌شود و ترم‌های شتاب، سرعت و موقعیت این اجزای صلب یا مقادیر $q, \dot{q}, \ddot{q}$ از معادلات فوق محاسبه می‌گردند. سپس مولفه‌های حرکت صلب هر جسم انعطاف‌پذیر شامل شتاب، سرعت و موقعیت یا $\ddot{q}_r^{(i)}, \dot{q}_r^{(i)}, q_r^{(i)}$ تعیین می‌گردد و به معادلات حرکت اجزای انعطاف‌پذیر به‌عنوان ورودی اعمال می‌شوند. ارتباط بین این دو دسته از متغیرها با توجه به قیود سینماتیکی بین مبداء دستگاه شناور که به هر عضو انعطاف‌پذیر الصاق گردیده و دستگاه مرجع آن معین می‌گردد، با در نظر گرفتن این ورودی‌ها و حل سطر دوم معادله ۲، مولفه‌های حرکت انعطاف‌پذیر هر جسم صلب شامل شتاب، سرعت و موقعیت یا $\ddot{q}_f^{(i)}, \dot{q}_f^{(i)}, q_f^{(i)}$ محاسبه می‌شوند. با استفاده از این مقادیر و جای‌گزینی آن‌ها در سطر اول معادله ۲، نیروهای قیدی یا $Q_e^{(i)}$ به‌دست می‌آیند. سپس این نتایج، با توجه به معادله ۴، به معادلات حرکت اجزای صلب به‌عنوان نیروهای حاصل از تحریک اجزای انعطاف‌پذیر یا $Q_{flex}(q)$ اعمال می‌گردد. بایستی تاکید نمود که این نیروی قیدی درحقیقت اثر ارتعاشات اجزای انعطاف‌پذیری می‌باشد که بر روی سیستم رباتیکی قرار گرفته‌اند و موجب نوسانات در این سیستم گشته و در نهایت عملیات جابه‌جایی جسم را مختل می‌نمایند. از طرفی، این اثرات نامطلوب بایستی با در نظر گرفتن یک راه‌کار کنترلی مناسب رفع گردند. در ادامه معادلات دینامیکی یک سیستم رباتیکی پایه متحرک فضایی را با توجه به رویکرد مدل‌سازی بیان شده استخراج می‌نماییم.

سیستم ربات چرخ‌دار مورد بررسی شامل دو بازو و دو صفحه خورشیدی برای مأموریت‌های اکتشافی در سایر کرات^۱ بوده که در شکل ۲ نشان داده شده است.

1. Shanghai Moon Rover.

توجه داریم که هر یک از صفحات خورشیدی انعطاف‌پذیر با در نظر گرفتن پنج مد اول آن‌ها، که در واقع مدهای غالب این اجسام نیز بوده‌اند و رفتار و تغییر شکل مربوط به انعطاف‌پذیری این اجزا را به دست می‌دهند، مدلسازی شده‌اند که جزئیات آن به طور کامل در مرجع [۱۹] آورده شده است.

۲- کنترل تطبیقی ترکیبی خنثی‌کننده

پیچیدگی‌های سیستم‌های چندجسمی انعطاف‌پذیر باعث شده که کنترل این سیستم‌ها خود به یک موضوع چالش‌انگیز و البته بسیار دشوارتر از کنترل سیستم‌های صلب نظیر آن‌ها تبدیل شود. افزایش تعداد درجات آزادی سیستم‌های انعطاف‌پذیر، تاخیر در انتشار موج حرکت و عکس‌العمل اولیه از جمله دلایلی می‌باشند که این امر را سبب می‌شوند [۲۱]. در کنترل سیستم‌های چندجسمی انعطاف‌پذیر باید توجه داشت که سرعت و دقت در تعقیب کردن مسیر مطلوب لازم و ضروری می‌باشد که عموماً این دو هم‌زمان به دست نمی‌آیند، چرا که کنترلر سریع‌تر کم‌دقت‌تر است و برعکس. بنابراین، اغلب بیشتر از یک نوع قانون کنترلی در این سیستم‌ها به منظور افزایش مزیت‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد [۲۲، ۲۳]. در بحث کنترل جابه‌جایی اجسام توسط سیستم‌های رباتیکی با اجزای انعطاف‌پذیر، به‌ارتعاش درآمدن بخش دینامیک تند این سیستم‌ها منجر به وجود نیروهای اغتشاشی بر روی این سیستم‌ها می‌گردد که علاوه بر ناپایداری در خود آن عضو انعطاف‌پذیر و حتی در مواردی شکست آن‌ها، عملیات جابه‌جایی جسم را نیز مختل می‌نمایند. هرچند که ملاحظات طراحی مسیر مختلفی برای جلوگیری از بروز چنین رخدادهایی می‌تواند مفید واقع شود، اما در نهایت این موضوع یک روش جامع نبوده و در بحث کنترل جابه‌جایی اجسام با در نظر گرفتن انعطاف‌پذیری اجزای جایگاه یک روش کنترلی جامع لازم به نظر می‌رسد.

بدین منظور، در ادامه، روش کنترلی تطبیقی ترکیبی خنثی‌کننده بر روی سیستم‌های رباتیکی انعطاف‌پذیر شرح داده می‌شود. شایان ذکر است که در تمامی بررسی‌ها و شبیه‌سازی‌های این کنترلر، رویکرد مدل‌سازی دینامیکی که در بخش قبل ذکر شده است برای این نوع سیستم‌های رباتیکی با اجزای انعطاف‌پذیر مورد توجه قرار گرفته است. برای کنترل جابه‌جایی اجسام، وجود یک نظارت بر موقعیت عضوهای درگیر

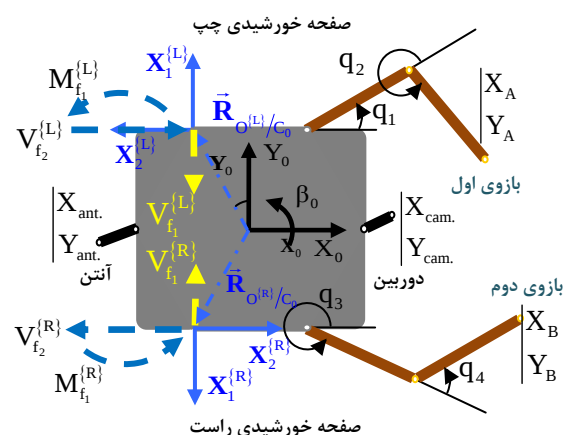
درواقع، در هر لحظه پس از حل معادلات جسم صلب، عناصر شتاب مربوطه به عنوان ورودی این دسته معادلات جسم انعطاف‌پذیر بوده و پس از حل این معادلات با توجه به ورودی داده شده، خروجی به صورت یک نیروی تعمیم‌یافته اغتشاشی به پایه متحرک این سیستم اعمال می‌گردد. فقط بایستی توجه نمود، رابطه زیر بین مولفه مکانی پایه ربات چرخ‌دار و مبدا مختصات مرجع جسم انعطاف‌پذیر $\{i\}$ ام یا دو نقطه از جسم صلب (پایه متحرک) برقرار می‌باشد (شکل ۳):

$$\vec{R}_{O^{(i)}} = \vec{R}_{C_0} + \vec{R}_{O^{(i)}/C_0} \quad (7)$$

که این رابطه به همراه مشتق آن در رده سرعت و شتاب در پیاده‌سازی‌های مدل صلب در کنار اجسام انعطاف‌پذیر بایستی در نظر گرفته شود. بنابراین، در مرحله اول بایستی دینامیک مستقیم جسم انعطاف‌پذیر $\{i\}$ ام را حل کنیم، پس داریم:

$$\ddot{\vec{q}}^{(i)} = (M_f^{(i)})^{-1} (Q_e^{(i)} + Q_v^{(i)} - K^{(i)} \vec{q}^{(i)}) \quad (8)$$

با توجه به سطر دوم معادله برای مولفه‌های حرکت انعطاف‌پذیر آن، تغییر شکل الاستیک را برای هر کدام از بالک‌های انعطاف‌پذیر محاسبه می‌نماییم. در مرحله دوم، نیروهای انتهایی صفحات خورشیدی را به فرم معادله ۶ به دست می‌آوریم. پس از این و در مرحله سوم، با حل سطر اول از دینامیک معکوس جسم انعطاف‌پذیر، نیروهای اغتشاشی (نیروهای قیدی حاصل از تحریک صفحات انعطاف‌پذیر) را محاسبه کرده و بر پایه متحرک ربات چرخ‌دار اعمال می‌کنیم. این امر روند مدل‌سازی دینامیکی این سیستم پیچیده رباتیکی را با توجه به رویکرد مدل‌سازی دینامیکی تعاملی صلب انعطاف‌پذیر کامل می‌کند.



شکل ۳ سیستم ربات چرخ‌دار مفروض و پارامترهای هندسی آن

به‌فرم زیر بازنویسی می‌شود:

$$\tilde{Q}^{(i)} = \tilde{Q}_{app}^{(i)} + \tilde{Q}_{react}^{(i)} + \tilde{Q}_{supp}^{(i)} \quad (11)$$

که $\tilde{Q}_{react}^{(i)}$ نیروهای عکس‌عملی از مجری‌های نهایی بوده و $\tilde{Q}_{supp}^{(i)}$ نیروهای کنترلی خنثی‌کننده برای کنترل اجزای انعطاف‌پذیر می‌باشد و $\tilde{Q}_{app}^{(i)}$ نیروهای کنترلی لازم برای کنترل موقعیت ربات در حین عملیات می‌باشد که آن را می‌توان به دو بخش تقسیم نمود:

$$\tilde{Q}_{app}^{(i)} = \tilde{Q}_m^{(i)} + \tilde{Q}_f^{(i)} \quad (12)$$

که در آن $\tilde{Q}_m^{(i)}$ بخش کنترلی برای حرکت مجری‌های نهایی و $\tilde{Q}_f^{(i)}$ برای حرکت جسم توسط مجری‌های نهایی می‌باشد. می‌توان معادلات حرکت جسم را به‌صورت زیر فرض نمود:

$$M\ddot{X} + F_w = F_c + F_o + GF_e \quad (13)$$

که در آن M ماتریس جرمی، G ماتریس کارگیرش، F_w بردار نیروهای حاصل از ترم‌های غیرخطی سرعت، F_c نیروهای تعمیم‌یافته مربوط به برخورد جسم با محیط، F_o نیروهای تعمیم‌یافته اعمالی توسط هر بازو به جسم و F_e مربوط به نیروهای تعمیم‌یافته خارجی اعمال‌شده به جسم می‌باشد. اگر قانون کنترلی برای حرکت جسم و کنترل موقعیت آن به‌صورت زیر در نظر گرفته شود:

$$\dot{v} = \ddot{x}_d + K_d(\dot{x}_d - \dot{x}) + K_p(x_d - x) \quad (14)$$

که در آن K_p و K_d ماتریس‌های ضریب بهره قطری می‌باشند؛ با قراردادن مقدار قانون کنترلی فوق در معادلات حرکت جسم، نیروی لازم برای حرکت جسم به‌دست می‌آید:

$$F_{e_{req}} = G^{\#} \{ M\dot{v} + F_w - (F_c + F_o) \} \quad (15)$$

و یا:

$$F_{e_{req}} = G^{\#} \{ M(\ddot{x}_d + K_d\dot{e} + K_p e) + F_w - (F_c + F_o) \} \quad (16)$$

که در آن $e = (x_d - x)$ خطای تعقیب برای حرکت جسم و $G^{\#}$ معکوس مجازی ماتریس کارگیرش G می‌باشد و به‌فرم زیر تعریف می‌شود:

$$G^{\#} = W^{-1}G^T(GW^{-1}G^T)^{-1} \quad (17)$$

که در آن W ماتریس وزنی می‌باشد. بنابراین، نیروی لازم برای حرکت جسم توسط هر مجری نهایی یا مستقیماً توسط $F_{e_{req}}^{(i)}$ به‌دست می‌آید، پس داریم:

$$\tilde{Q}_f^{(i)} = F_{e_{req}}^{(i)} \quad (18)$$

در عملیات جابه‌جایی اجسام ضروری به‌نظر می‌رسد. همچنین به‌منظور به‌انجام رسیدن یک عملیات موفق در این سیستم‌های رباتیکی انعطاف‌پذیر، بایستی کنترلی نیز بر اجزای انعطاف‌پذیر، در ضمن عملیات جابه‌جایی اجسام، وجود داشته تا بتوان، علاوه بر کنترل آن‌ها تا به پایان عملیات، نیروهای اغتشاشی حاصل از تحریک دینامیک تند آن‌ها را نیز به‌حداقل ممکن رساند و درنهایت عملیات جابه‌جایی جسم با موفقیت به‌اتمام رسد. بنابراین، ترکیب این دو دیدگاه کنترلی منجر به یک کنترل ترکیبی نیرو و موقعیت یا کنترل ترکیبی خنثی‌کننده می‌گردد. همچنین، به‌منظور دستیابی به نتایج عملکردی بهتر و با توجه به دینامیک خطای اجزای انعطاف‌پذیر که در آن مقادیر میراکننده مجازی منجر می‌شود تا ریشه‌های معادله مشخصه این دینامیک در سمت چپ منحنی موهومی قرار گیرد، دستیابی به یک مقدار بهینه برای این پارامتر مطلوب می‌باشد. راهکار مواجهه با این موضوع به‌روز شدن مقادیر این پارامتر با توجه به میزان تحریک دینامیک تند این سیستم‌ها در عملیات جابه‌جایی جسم و همچنین میزان مجاز محدوده عملکردی می‌باشد. بنابراین یافتن قانون تطبیقی که بتواند این امر را محقق سازد در ادامه مورد بررسی قرار گرفته است.

اگر معادلات حرکت سیستم رباتیک در فضای وظیفه

برحسب متغیرهای خروجی $\tilde{X}$ برابر باشد با:

$$\tilde{H}^{(i)}(q^{(i)})\ddot{\tilde{X}}^{(i)} + \tilde{C}^{(i)}(q^{(i)}, \dot{q}^{(i)}) = \tilde{Q}^{(i)} + \tilde{Q}_{flex}^{(i)} \quad (9)$$

که بالانویس (i) مطابق با i امین بازوی عامل و $q^{(i)}$ بردار مختصات تعمیم‌یافته شامل زوایای مفصلی و جابه‌جایی‌ها می‌باشد و $\tilde{X}^{(i)}$ مختصات خروجی را توصیف می‌نماید. همچنین، $\tilde{C}^{(i)}$ شامل تمامی جملات غیرخطی سرعت و جملات ثقلی می‌باشد. بردار $\tilde{Q}_{flex}^{(i)}$ نیروهای اغتشاشی ناشی از تحریک شدن صفحات انعطاف‌پذیر بوده و $\tilde{Q}^{(i)}$ نیز بردار نیروی تعمیم‌یافته در فضای کاری می‌باشد که:

$$\begin{aligned} \tilde{H}^{(i)} &= J_c^{(i)T} H^{(i)} J_c^{(i)-1} \\ \tilde{C}^{(i)} &= J_c^{(i)T} C^{(i)} - \tilde{H}^{(i)} \dot{J}_c^{(i)} \dot{q}^{(i)} \\ \tilde{Q}^{(i)} &= J_c^{(i)T} Q^{(i)} \\ \tilde{Q}_{flex}^{(i)} &= J_c^{(i)T} Q_{flex}^{(i)} \end{aligned} \quad (10)$$

که در آن $J_c^{(i)}$ ماتریس ژاکوبین مطابق با i امین بازوی عامل می‌باشد. همچنین، نیروی تعمیم‌یافته $\tilde{Q}^{(i)}$ در فضای کاری

$$\tau^{(i)} = M_f^{(i)} \ddot{q}_d^{(i)} + \hat{B}_{fvirtual}^{(i)} (\dot{q}_d^{(i)} - \dot{q}^{(i)}) + K^{(i)} \bar{q}_d^{(i)} - Q_v^{(i)} \quad (25)$$

که در آن $\hat{B}_{fvirtual}^{(i)}$ برای هر جزء انعطاف‌پذیر در هر لحظه محاسبه شده و به قانون کنترلی اعمال شده و در نهایت نیروی خنثی‌کننده برای هر جزء انعطاف‌پذیر در عملیات جابه‌جایی اجسام به‌دست می‌آید. بنابراین، دینامیک حلقه بسته خطای اجزای انعطاف‌پذیر به‌فرم زیر نوشته می‌شود:

$$M_f^{(i)} \ddot{e}_f^{(i)} + \hat{B}_{fvirtual}^{(i)} \dot{e}_f^{(i)} + K^{(i)} e_f^{(i)} = Q_{flex}^{(i)} \quad (26)$$

و اگر مقدار مطلوب میراکننده مجازی برابر $B_{fvirtual}^{(i)}$ باشد، پس داریم:

$$\tilde{B}_{fvirtual}^{(i)} = B_{fvirtual}^{(i)} - \hat{B}_{fvirtual}^{(i)} \quad (27)$$

با جایگذاری در معادله قبل و با انجام ساده‌سازی داریم:

$$\ddot{e}_f^{(i)} + (M_f^{(i)})^{-1} \tilde{B}_{fvirtual}^{(i)} \dot{e}_f^{(i)} + (M_f^{(i)})^{-1} K^{(i)} e_f^{(i)} = (M_f^{(i)})^{-1} \{Q_e^{(i)} + \tilde{B}_{fvirtual}^{(i)} \dot{e}_f^{(i)}\} \quad (28)$$

و یا:

$$\ddot{e}_f^{(i)} + (M_f^{(i)})^{-1} \hat{B}_{fvirtual}^{(i)} \dot{e}_f^{(i)} + (M_f^{(i)})^{-1} K^{(i)} e_f^{(i)} = (M_f^{(i)})^{-1} \underline{K} (\bar{q}, \dot{\bar{q}}, \ddot{\bar{q}}) \tilde{B}_{fvirtual}^{(i)} \quad (29)$$

پس معادلات دینامیکی خطای اجزای انعطاف‌پذیر در فرم فضای حالت را می‌توان به‌صورت زیر در نظر گرفت:

$$\dot{\underline{X}} = \underline{A} \underline{X} + \underline{B} [(M_f^{(i)})^{-1} \underline{K} \tilde{B}_{fvirtual}^{(i)}] \quad (30)$$

که در آن $\underline{Y}$ خروجی فیلترشده می‌باشد و $\underline{X}$ برابر است با:

$$\underline{X} = \begin{Bmatrix} e_h^{(i)} \\ \dot{e}_h^{(i)} \\ \vdots \end{Bmatrix}_{2n \times 1} \quad (31)$$

و ماتریس‌های $\underline{A}$ ، $\underline{B}$ و $\underline{C}$ به‌فرم زیر به‌دست می‌آید:

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -(M_f^{(i)})^{-1} \underline{K} & -(M_f^{(i)})^{-1} \tilde{B}_{fvirtual}^{(i)} \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}, \quad \underline{C} = [I \quad 0]$$

حال تابع لیاپانوف زیر را تعریف می‌نماییم به‌طوری که در ادامه، علاوه بر تضمین پایداری سیستم، قانون تطبیق را به‌منظور محاسبه و به‌روز کردن پارامتر میراکننده مجازی استخراج نماییم. بنابراین داریم:

$$V(e_f, \dot{e}_f) = \underline{X}^T \underline{\rho} \underline{X} + \tilde{B}_{fvirtual}^{(i)} \Gamma^{-1} \tilde{B}_{fvirtual}^{(i)T} \quad (33)$$

همچنین، می‌دانیم که $\tilde{Q}_f^{(i)}$ به‌صورت مجازی توسط نیروهای عکس‌عملی مجری‌های نهایی خنثی می‌شود، یعنی:

$$\tilde{Q}_{react}^{(i)} = F_e^{(i)} \quad (19)$$

اکنون برای به‌دست آوردن نیروی لازم برای حرکت ربات، با توجه به معادلات حرکت آن و یک عملیات جابه‌جایی جسم مفروض، قانون کنترلی زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\tilde{v}^{(i)} = \ddot{X}_d^{(i)} + \tilde{K}_d (\dot{X}_d^{(i)} - \dot{X}^{(i)}) + \tilde{K}_p (X_d^{(i)} - X^{(i)}) \quad (20)$$

که در آن $\tilde{K}_d$ و $\tilde{K}_p$ ماتریس‌های ضریب بهره قطری می‌باشند. همانند مراحل طی‌شده قبل، نیروی لازم برای حرکت ربات با توجه به قانون کنترلی فوق به‌دست می‌آید:

$$\tilde{Q}_m^{(i)} = \tilde{H}^{(i)}(q^{(i)}) \tilde{v}^{(i)} + \tilde{C}^{(i)}(q^{(i)}, \dot{q}^{(i)}) \quad (21)$$

و یا به‌فرم:

$$\tilde{Q}_m^{(i)} = \tilde{H}^{(i)}(q^{(i)}) [\ddot{X}_d^{(i)} + \tilde{K}_d \dot{e}^{(i)} + \tilde{K}_p \tilde{e}^{(i)}] + \tilde{C}^{(i)}(q^{(i)}, \dot{q}^{(i)}) \quad (22)$$

که در آن $\tilde{e}^{(i)} = \tilde{X}_d^{(i)} - \tilde{X}^{(i)}$ خطای تعقیب برای متغیرهای فضای مفصلی و $\tilde{X}_d^{(i)}$ و $\tilde{X}^{(i)}$ بر پایه مسیر طراحی‌شده برای حرکت جسم در حین عملیات و با توجه به قیود گیرش به‌دست می‌آیند. حال برای کنترل اجزای انعطاف‌پذیر به‌منظور محاسبه نیروی کنترلی خنثی‌کننده $\tilde{Q}_{supp}^{(i)}$ ، با توجه به دینامیک مدل‌شده این اجزا و فرض فعال‌بودن آن‌ها به‌فرم زیر می‌رسیم [24-25]:

$$M_f^{(i)} \ddot{\bar{q}}^{(i)} + K^{(i)} \bar{q}^{(i)} = Q_v^{(i)} + Q_e^{(i)} + \tau^{(i)} \quad (23)$$

که در آن $\tau^{(i)}$ نیروی تعمیم‌یافته عملگری مفصلی می‌باشد و $\bar{q}^{(i)}$ متغیرهای تعمیم‌یافته جسم انعطاف‌پذیر می‌باشند. توجه داریم که فرض فعال‌بودن این عضو انعطاف‌پذیر با در نظر گرفتن یک سری عملگرهای پیژوالکتریک بر روی آن و به‌فرم زیر صورت پذیرفته است [26]:

$$\tau^{(i)} = K_{pz}^{(i)} v_a^{(i)} \quad (24)$$

که در آن $K_{pz}^{(i)}$ ماتریس سختی مجموعه عملگرهای پیژوالکتریک و $v_a^{(i)}$ ولتاژ ورودی این عملگرها برای هر عضو می‌باشد. اگر فرض شود که $\hat{B}_{fvirtual}^{(i)}$ میراکننده مجازی باشد، که براساس قانون تطبیق که طراحی خواهد شد به‌دست خواهد آمد، آنگاه می‌توان قانون کنترلی زیر را برای هر جزء انعطاف‌پذیر $\{i\}$ در نظر گرفت:

و یا:

$$\dot{V}(\mathbf{e}_f, \dot{\mathbf{e}}_f) = -\underline{\mathbf{X}}^T \underline{\mathbf{Q}} \underline{\mathbf{X}} + 2\tilde{\mathbf{B}}_{f\text{virtual}}^{(i)T} \left[\Gamma^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{B}}}_{f\text{virtual}}^{(i)} + \underline{\mathbf{K}}^T (\mathbf{M}_f^{(i)})^{-1} \underline{\mathbf{Y}} \right] \quad (41)$$

با توجه به مثبت بودن عبارت اول سمت راست معادله فوق، در صورتی که عبارت داخل کروشه برابر با صفر باشد، مشتق تابع لیاپانوف مفروض منفی معین بوده یعنی $\dot{V}(\mathbf{e}_f, \dot{\mathbf{e}}_f) < 0$ و در نتیجه سیستم حاصل شده با این ورودی کنترلی پایدار می‌باشد. پس داریم:

$$\dot{\tilde{\mathbf{B}}}_{f\text{virtual}}^{(i)} = -\Gamma \underline{\mathbf{K}}^T (\mathbf{M}_f^{(i)})^{-1} \underline{\mathbf{Y}} \quad (42)$$

که با توجه به تعریف برای پارامتر میراکننده مجازی به‌روزرشته، به این صورت که:

$$\tilde{\mathbf{B}}_{f\text{virtual}}^{(i)} = \mathbf{B}_{f\text{virtual}}^{(i)} - \hat{\mathbf{B}}_{f\text{virtual}}^{(i)} \rightarrow \dot{\tilde{\mathbf{B}}}_{f\text{virtual}}^{(i)} = -\dot{\hat{\mathbf{B}}}_{f\text{virtual}}^{(i)} \quad (43)$$

قانون تطبیق طراحی شده به‌روش لیاپانوف برای میراکننده مجازی به این صورت به‌دست می‌آید:

$$\dot{\hat{\mathbf{B}}}_{f\text{virtual}}^{(i)} = \Gamma \underline{\mathbf{K}}^T (\mathbf{M}_f^{(i)})^{-1} \underline{\mathbf{Y}} \quad (44)$$

همچنین، بلوک دیاگرام روش کنترلی فوق‌الذکر با توجه به قانون تطبیق طراحی شده برای پارامتر میراکننده مجازی در شکل ۴ آورده شده است.

۳- پیاده‌سازی کنترل و بررسی نتایج شبیه‌سازی

با در نظر گرفتن خصوصیات ذکر شده در جدول ۱، برای سیستم ربات چرخ‌دار با صفحات خورشیدی انعطاف‌پذیر به مشخصات ذکر شده در جدول ۲، به بررسی نتایج برای کنترل تطبیقی ترکیبی خنثی‌کننده بر روی این سیستم رباتیکی مفروض می‌پردازیم. همچنین، مقادیر شرایط اولیه شبیه‌سازی‌های این قسمت برای قانون تطبیق طراحی شده این اجزای انعطاف‌پذیر در جدول ۳ آورده شده است. همچنان که در شکل‌های ۵ و ۶ نشان داده شده است، خطا و نرخ خطای متغیرهای فضای کاری تعریف شده برای این سیستم رباتیک چندجسمی مفروض به‌خوبی به صفر همگرا شده و در نتیجه یک عملیات جابه‌جایی جسم موفق را رقم زده است. این در حالی است که قانون تطبیق طراحی شده برای عملگرهای نصب‌شده بر روی صفحات خورشیدی انعطاف‌پذیر، مقادیر میرایی مجازی را به‌نحو تغییر می‌دهند (شکل ۷) که این اجزاء علی‌رغم داشتن شرایط تحریک اولیه نیز به‌خوبی کنترل شوند (شکل‌های ۸ و ۹). همان‌طور که

که در آن $\Gamma = \text{diag}[\gamma_1 \ \gamma_2 \ \dots \ \gamma_r], \gamma_i > 0$ ماتریس ضریب بهره می‌باشد. با توجه به لم کالمن-یاکوبیچ-پوپوف^۱، می‌توان گفت که اگر سیستمی پایدار باشد، آنگاه ماتریس‌های متقارن و مثبت معین $\underline{\mathbf{Q}}$ و $\underline{\mathbf{P}}$ موجود می‌باشند به‌طوری که:

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{A}}^T \underline{\mathbf{P}} + \underline{\mathbf{P}} \underline{\mathbf{A}} &= -\underline{\mathbf{Q}} \\ \underline{\mathbf{P}} \underline{\mathbf{B}} = \underline{\mathbf{C}}^T \rightarrow \underline{\mathbf{B}}^T \underline{\mathbf{P}}^T &= \underline{\mathbf{C}} \rightarrow \underline{\mathbf{B}}^T \underline{\mathbf{P}} = \underline{\mathbf{C}} \end{aligned} \quad (34)$$

با توجه به مثبت معین بودن تابع لیاپانوف تعریف شده به بررسی مشتق این تابع می‌پردازیم. پس داریم:

$$\dot{V}(\mathbf{e}_f, \dot{\mathbf{e}}_f) = \underline{\dot{\mathbf{X}}}^T \underline{\mathbf{P}} \underline{\mathbf{X}} + \underline{\mathbf{X}}^T \underline{\mathbf{P}} \underline{\dot{\mathbf{X}}} + 2\tilde{\mathbf{B}}_{f\text{virtual}}^{(i)T} \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{B}}}_{f\text{virtual}}^{(i)} \quad (35)$$

با قراردادن از معادلات دینامیکی خطای اجزای انعطاف‌پذیر در فرم فضای حالت داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{e}_f, \dot{\mathbf{e}}_f) &= \left[\underline{\mathbf{A}} \underline{\mathbf{X}} + \underline{\mathbf{B}} ((\mathbf{M}_f^{(i)})^{-1} \underline{\mathbf{K}} \tilde{\mathbf{B}}_{f\text{virtual}}^{(i)}) \right]^T \underline{\mathbf{P}} \underline{\mathbf{X}} \\ &+ \underline{\mathbf{X}}^T \underline{\mathbf{P}} \left[\underline{\mathbf{A}} \underline{\mathbf{X}} + \underline{\mathbf{B}} ((\mathbf{M}_f^{(i)})^{-1} \underline{\mathbf{K}} \tilde{\mathbf{B}}_{f\text{virtual}}^{(i)}) \right] + 2\tilde{\mathbf{B}}_{f\text{virtual}}^{(i)T} \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{B}}}_{f\text{virtual}}^{(i)} \end{aligned} \quad (36)$$

پس از انجام مرتب‌سازی داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{e}_f, \dot{\mathbf{e}}_f) &= \underline{\mathbf{X}}^T \underline{\mathbf{A}}^T \underline{\mathbf{P}} \underline{\mathbf{X}} + \underline{\mathbf{X}}^T \underline{\mathbf{P}} \underline{\mathbf{A}} \underline{\mathbf{X}} \\ &+ 2\tilde{\mathbf{B}}_{f\text{virtual}}^{(i)T} \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{B}}}_{f\text{virtual}}^{(i)} + \left[\underline{\mathbf{B}} (\mathbf{M}_f^{(i)})^{-1} \underline{\mathbf{K}} \tilde{\mathbf{B}}_{f\text{virtual}}^{(i)} \right]^T \underline{\mathbf{P}} \underline{\mathbf{X}} \\ &+ \underline{\mathbf{X}}^T \underline{\mathbf{P}} \underline{\mathbf{B}} (\mathbf{M}_f^{(i)})^{-1} \underline{\mathbf{K}} \tilde{\mathbf{B}}_{f\text{virtual}}^{(i)} \end{aligned} \quad (37)$$

پس از ساده‌سازی و با توجه به اینکه $((\mathbf{M}_f^{(i)})^{-1})^T = (\mathbf{M}_f^{(i)})^{-1}$ معادله فوق را به‌صورت زیر بازآرایی می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{e}_f, \dot{\mathbf{e}}_f) &= \underline{\mathbf{X}}^T \left[\underline{\mathbf{A}}^T \underline{\mathbf{P}} + \underline{\mathbf{P}} \underline{\mathbf{A}} \right] \underline{\mathbf{X}} + 2\tilde{\mathbf{B}}_{f\text{virtual}}^{(i)T} \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{B}}}_{f\text{virtual}}^{(i)} \\ &+ \tilde{\mathbf{B}}_{f\text{virtual}}^{(i)T} \underline{\mathbf{K}}^T (\mathbf{M}_f^{(i)})^{-1} \underline{\mathbf{B}}^T \underline{\mathbf{P}} \underline{\mathbf{X}} \\ &+ \tilde{\mathbf{B}}_{f\text{virtual}}^{(i)T} \underline{\mathbf{K}}^T (\mathbf{M}_f^{(i)})^{-1} \underline{\mathbf{B}}^T \underline{\mathbf{P}} \underline{\mathbf{X}} \end{aligned} \quad (38)$$

که در نتیجه:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{e}_f, \dot{\mathbf{e}}_f) &= -\underline{\mathbf{X}}^T \underline{\mathbf{Q}} \underline{\mathbf{X}} \\ &+ 2\tilde{\mathbf{B}}_{f\text{virtual}}^{(i)T} \left[\Gamma^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{B}}}_{f\text{virtual}}^{(i)} + \underline{\mathbf{K}}^T (\mathbf{M}_f^{(i)})^{-1} \underline{\mathbf{B}}^T \underline{\mathbf{P}} \underline{\mathbf{X}} \right] \end{aligned} \quad (39)$$

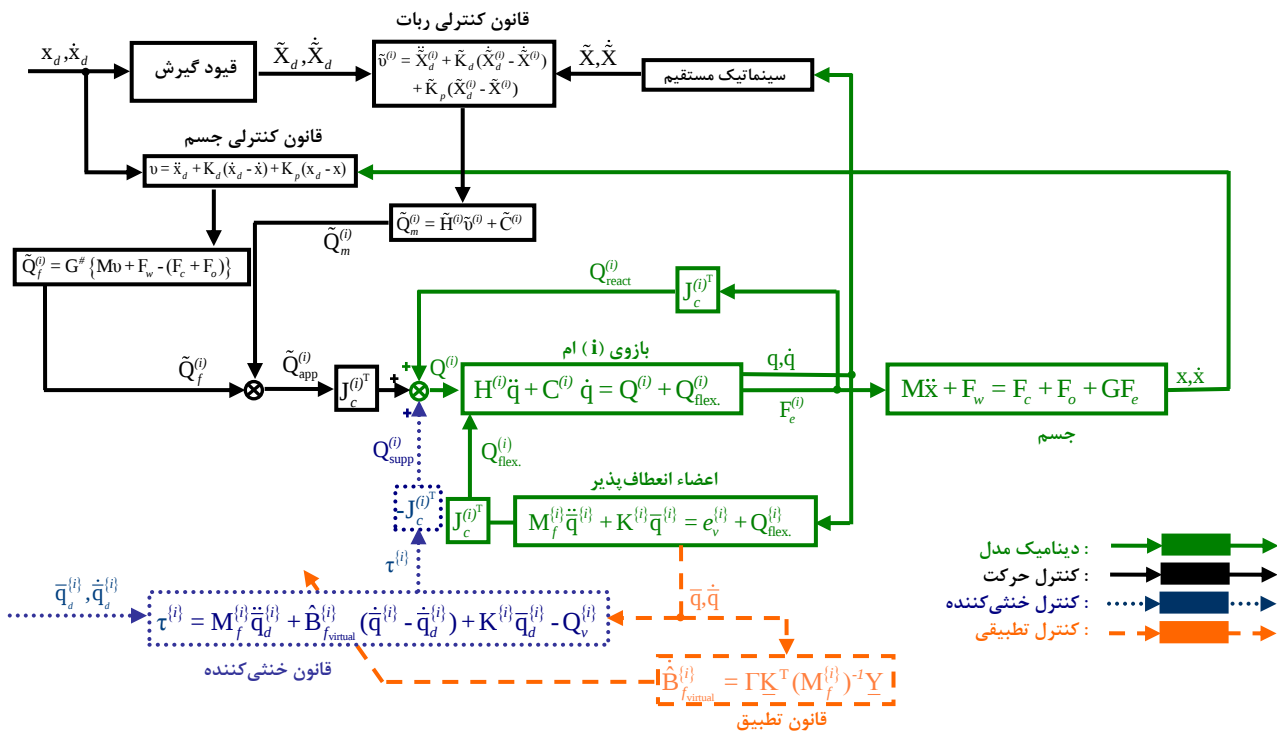
و با در نظر گرفتن معادلات دینامیکی خطای اجزای انعطاف‌پذیر در فرم فضای حالت داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{e}_f, \dot{\mathbf{e}}_f) &= -\underline{\mathbf{X}}^T \underline{\mathbf{Q}} \underline{\mathbf{X}} \\ &+ 2\tilde{\mathbf{B}}_{f\text{virtual}}^{(i)T} \left[\Gamma^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{B}}}_{f\text{virtual}}^{(i)} + \underline{\mathbf{K}}^T (\mathbf{M}_f^{(i)})^{-1} \underline{\mathbf{C}} \underline{\mathbf{X}} \right] \end{aligned} \quad (40)$$

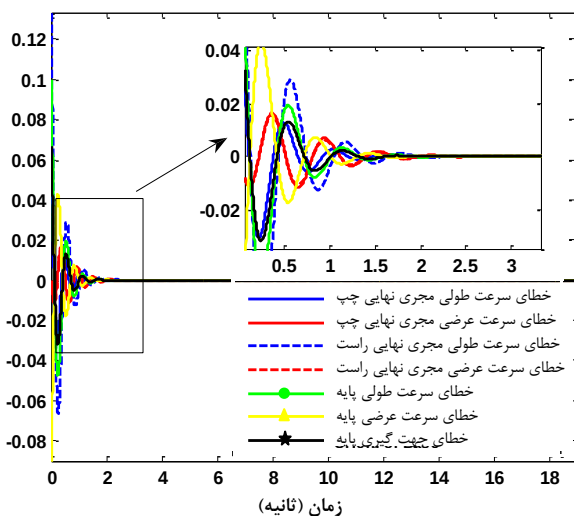
1. Kalman-Yakubovich-Popov Lemma

است که اگر هیچ‌گونه کنترلی بر روی این صفحات خورشیدی نباشد، حتی با عدم تحرک اولیه اجزای انعطاف‌پذیر، این اجزاء به‌میزان قابل ملاحظه‌ای نوسانی می‌شوند (شکل ۱۳). این نوسانات، علاوه بر اعمال نیروهای ارتعاشی زیاد به ربات مفروض و مختل کردن عملیات جابه‌جایی جسم، درنهایت می‌تواند منجر به آسیب دیدن صفحات خورشیدی گردد.

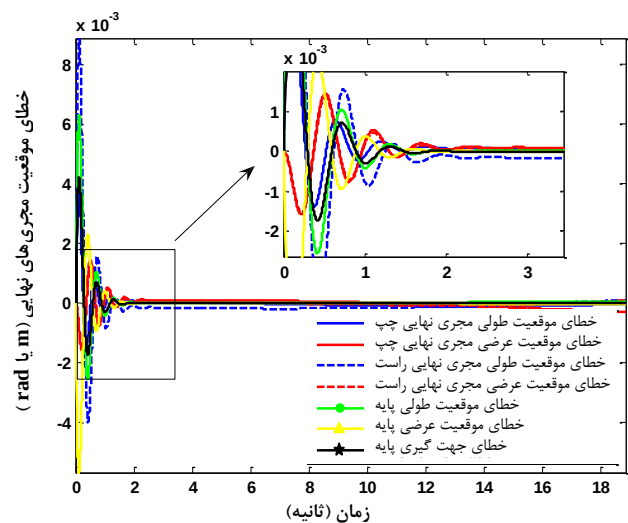
در شکل ۱۰ نشان داده شده است، این امر کنترل نیروهای تعمیم‌یافته اغتشاشی که برپایه متحرک سیستم اعمال می‌شوند را دربر دارد. همچنین، مسیر حرکت این سیستم رباتیک چندجسمی انعطاف‌پذیر، با توجه به این کنترلر طراحی شده در عملیات جابه‌جایی جسم و نیروهای تعمیم‌یافته مفصلی، به‌ترتیب در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ نشان داده شده است. این امر در حالی



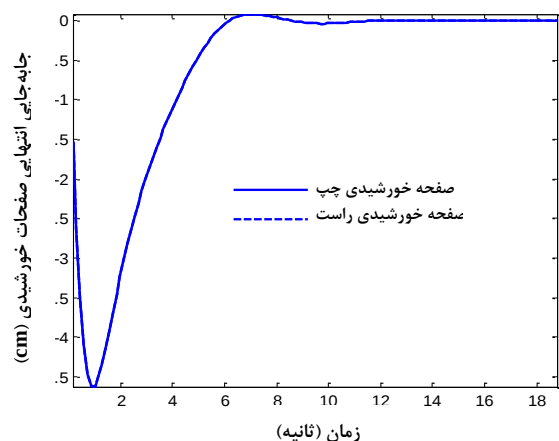
شکل ۴ نمایش شماتیک روش کنترلی تطبیقی ترکیبی خنثی‌کننده برای سیستم‌های رباتیکی با اجزای انعطاف‌پذیر



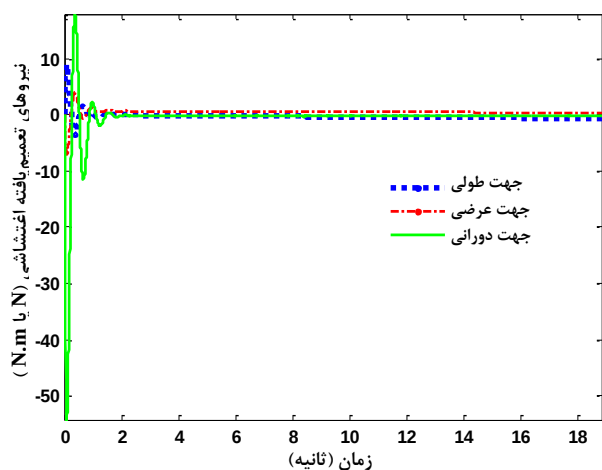
شکل ۶ نمایش نرخ خطای متغیرهای تعمیم‌یافته ربات با توجه به کنترلر تطبیقی ترکیبی خنثی‌کننده برای صفحات خورشیدی



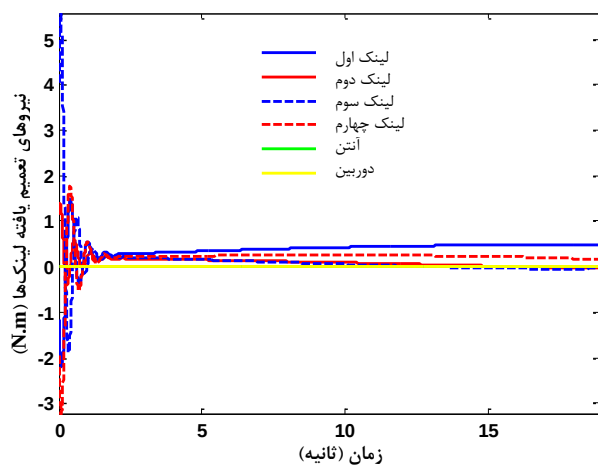
شکل ۵ نمایش خطای متغیرهای تعمیم‌یافته ربات با توجه به کنترلر تطبیقی ترکیبی خنثی‌کننده برای صفحات خورشیدی



شکل ۹ نمایش تغییرات انتهای صفحات خورشیدی برای ربات با توجه به کنترل تطبیقی ترکیبی خنثی‌کننده



شکل ۱۰ نمایش نیروهای اغتشاشی تعمیم‌یافته ربات برای کنترل تطبیقی ترکیبی خنثی‌کننده برای صفحات خورشیدی



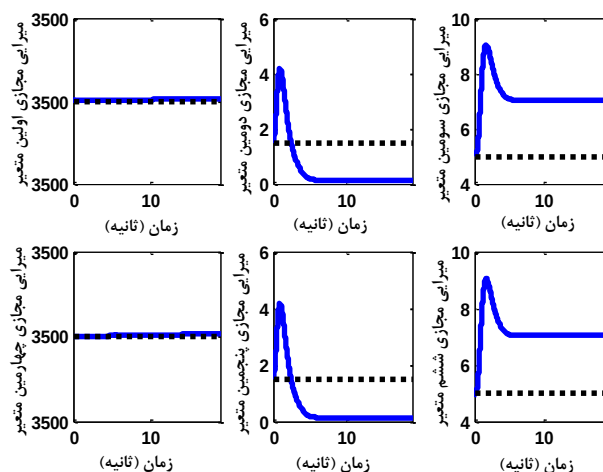
شکل ۱۱ نمایش نیروهای عملگری تعمیم‌یافته مفصلی ربات با توجه به کنترل تطبیقی ترکیبی خنثی‌کننده

جدول ۱ پارامترها و مشخصات جرمی برای ربات چرخ‌دار مفروض

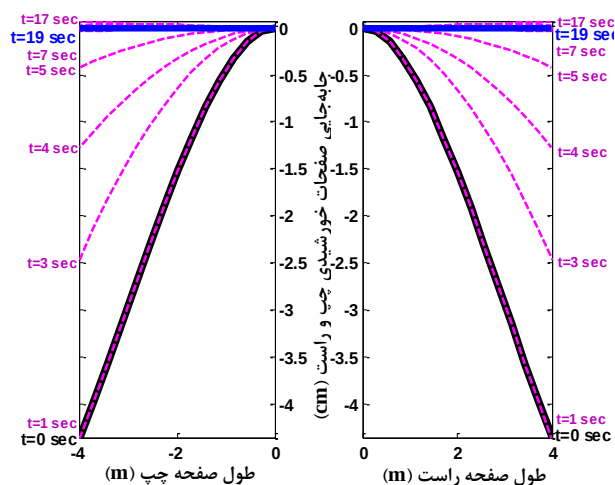
i, j		m_{ij} (kg)	l_{ij} (m)	$I_{x_{ij}}, I_{y_{ij}}, I_{z_{ij}}$ (kg.m ²)
$i=1$	$i=2$			
j				
۰		۳۰۰	۰/۷۵ و ۰/۵ و ۰/۵	۱۰ و ۱۵ و ۱۰
۱		۴	۱	۰/۵
۲		۳	۱	۰/۵

جدول ۲ مشخصات پارامترهای صفحات خورشیدی [۲۷]

$m = 9$ (kg)	$\rho = 1/4$ (g/cm ³)
$L_b = 4$ (m)	$E = 60$ (GPa)
$a = 16$ (cm ²)	$EI = 20$ (N.m ²)



شکل ۱۲ نمایش پارامترهای میراکننده مجازی به‌روزشده برای صفحات خورشیدی برای کنترل تطبیقی ترکیبی خنثی‌کننده (پارامتر تخمین زده‌شده — N.m/sec پارامتر واقعی ■■ N.m/sec)

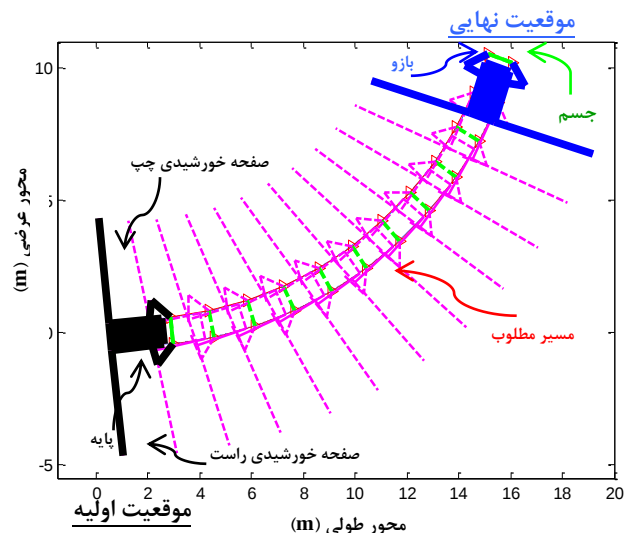


شکل ۱۳ نمایش میزان تغییر شکل صفحات خورشیدی ربات با توجه به کنترل تطبیقی ترکیبی خنثی‌کننده

جدول ۳ شرایط اولیه شبیه‌سازی کنترل تطبیقی ترکیبی خنثی‌کننده

برای اجزای انعطاف‌پذیر	
$\hat{B}_{f_{\text{virtual}}}^{(i)}(0) = [3500 \quad 1/5 \quad 5]^T$	$\Gamma_1 = 700, \Gamma_2 = 10, \Gamma_3 = 15$
$\bar{q}_f(0) = [0 \quad 0 \quad 0]^T$	$\dot{\bar{q}}_f(0) = [0 \quad -0.1 \quad 0]^T$
$K_p = \tilde{K}_p = 900$	$K_d = \tilde{K}_d = 300$

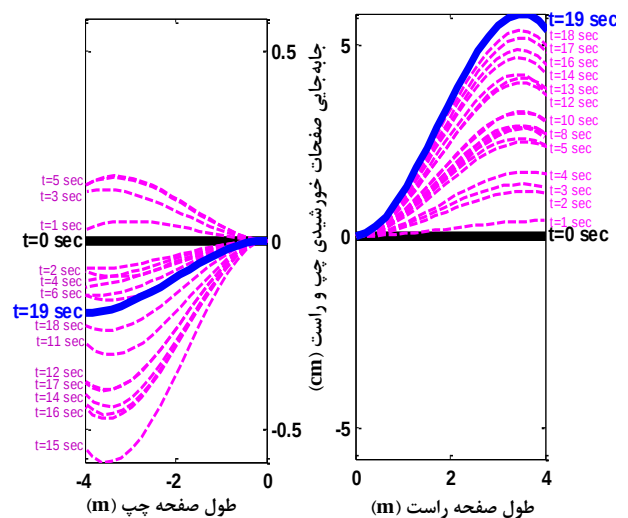
بررسی قرار گرفت. بدین منظور یک کنترل ترکیبی نیرو-موقعیت یا کنترل تطبیقی ترکیبی خنثی‌کننده ارائه گردید. این کنترلر بر پایه مدل دینامیکی استخراج‌شده برای این سیستم‌ها پایه‌گذاری شده است. باید توجه داشت که کنترل این سیستم، به دلیل وجود شرایط کمبود عملکرد ناشی از دینامیک ذاتی اجزای انعطاف‌پذیر و دینامیک به شدت غیرخطی آن‌ها، بسیار پیچیده‌تر می‌باشد. بنابراین، بدین منظور می‌توان کنترل خنثی‌کننده ترکیبی تطبیقی را به عنوان یک راهکار در نظر گرفت. کنترل تطبیقی ترکیبی خنثی‌کننده به طور کامل بررسی شد و همگرایی خطا و پایداری آن، وقتی میرایی مجازی تغییر می‌کند، ارائه گردید. در نهایت نتایج شبیه‌سازی شده بر روی یک سیستم رباتیک مورد بررسی قرار گرفت. همچنین، نشان داده شد که این الگوریتم توانست، با کنترل وضعیت اجزای انعطاف‌پذیر و به تبع آن کاهش نیروهای اغتشاشی وارده بر پایه متحرک سیستم رباتیک، موقعیت جسم را در عملیات جابه‌جایی اجسام به نحو مناسبی کنترل نماید.



شکل ۱۲ نمایش حرکت ربات چرخ‌دار مفروض با توجه به کنترل تطبیقی ترکیبی خنثی‌کننده

۵- فهرست علائم

a	سطح مقطع عضو انعطاف‌پذیر (m^2)
$B_{f_{\text{virtual}}}^{(i)}$	ماتریس میرایی مجازی عضو انعطاف‌پذیر ($N \cdot sec/m$)
C	برداری شامل سرعت‌های غیرخطی مدل دینامیکی
E	ضریب الاستیسیته (GPa)
EI	سختی خمشی عضو انعطاف‌پذیر ($N \cdot m^2$)
G	ماتریس گیرش
H	ماتریس مثبت معین جرم سیستم
$I_{X_{ij}}$	ممان اینرسی لینک z ام از i امین بازو ($kg \cdot m^2$)
$I_{Y_{ij}}$	ممان اینرسی لینک z ام از i امین بازو ($kg \cdot m^2$)
$I_{Z_{ij}}$	ممان اینرسی لینک z ام از i امین بازو ($kg \cdot m^2$)
J	ماتریس ممان اینرسی موتور مفاصل
$J_f^{(i)}$	ماتریس ژاکوبین دستگاه شناور جسم انعطاف‌پذیر
$J_c^{(i)}$	ماتریس ژاکوبین مطابق با i امین بازوی عامل
K	ماتریس سختی تیرهای خمشی ارتجاعی
$\underline{K}$	ماتریس تلاش کنترل
L_b	طول صفحات ارتجاعی (m)
l_{ij}	طول لینک z ام از i امین بازوی عامل (m)
m_{ij}	جرم لینک z ام از i امین بازوی عامل (kg)
M_f	ماتریس جرم برای صفحات ارتجاعی



شکل ۱۳ نمایش میزان تغییر شکل صفحات خورشیدی ربات با توجه به عدم کنترل این اجزاء

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله، کنترل فعال اجزای انعطاف‌پذیر بر روی سیستم‌های رباتیک چندجسمی با اجزای انعطاف‌پذیر مورد

- Applied Mechanic Review*, Vol. 56, No. 6, 2003, pp. 553-613.
- [3] Dwivedy S. K., Eberhard P., "Dynamic Analysis of Flexible Manipulators, a Literature Review", *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 41, 2006, pp. 749-777.
- [4] Korayem M. H., Ghariblu H., Basu A., "Dynamic Load Carrying Capacity of Mobile-Base Flexible Joint Manipulators", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 25, No. 1-2, 2005, pp. 62-70.
- [5] Liu S., Wu L., Lu Z., "Impact Dynamics and Control of a Flexible Dual-Arm Space Robot Capturing an Object", *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 18, No. 5, 2007, pp. 1149-1159.
- [6] Ulrich S., Sasiadek J. Z., "Modified Simple Adaptive Control for a Two-Link Space Robot", *American Control Conference (ACC)*, USA, 2010, pp. 3654-3659.
- [7] Jiang Z. H., "Impedance Control of Flexible Robot Arms with Parametric Uncertainties", *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, Vol. 42, No. 2, 2005, pp. 113-133.
- [8] Kim J. S., Suzuki K., Uchiyama M., "Force Control of a Flexible Manipulator Based on Measurement of Link Deflection", *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Japan, 1996, pp. 238-245.
- [9] Kim J. S., Suzuki K., Konno A., Uchiyama M., "Force Control of Constrained Flexible Manipulators", *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, USA, 1996, pp. 635-640.
- [10] Lew J. Y., Book W. J., "Hybrid Control of Flexible Manipulators with Multiple Contact", *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, USA, 1993, pp. 242-247.
- [11] Matsuno F., Asano T., Sakawa Y., "Dynamic hybrid Position/Force Control of N-Link Flexible Manipulators", *IEEE Conference on Decision and Control*, USA, 1994, pp. 1803-1808.
- [12] Krishnan H., "An Approach to Regulation of Contact Force and Position in Flexible-Link Constrained Robots", *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, Intelligent Systems*, Canada, 1995, pp. 2087-2092.
- [13] Bascettaand L., Rocco P., "End-point Vibration Sensing of Planar Flexible Manipulators Through Visual Servoing", *Mechatronics*, Vol. 16, No. 3-4, 2006, pp. 221-232.
- [14] Yamano M., Kim J. S., Uchiyama M., "Hybrid Position/Force Control of Two Cooperative Flexible Manipulators Working In 3D Space", *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Belgium, 1998, pp. 1110-1115.

ماتریس‌های بهره‌های کنترلی	$\tilde{K}_p, \tilde{K}_d$
ماتریس‌های بهره در مختصات جسم	K_p, K_d
تعداد بازوهای عامل ربات متحرک	n
تعداد جسم‌های انعطاف‌پذیر سیستم چندجسمی	n_b
بردار نیروهای تعمیم‌یافته (N or $N.m^2$)	Q
بردار نیروهای کنترلی اعمالی در فضای کاری	$\tilde{Q}_{app}$
بردار نیروهای تعمیم‌یافته خارجی وارد بر عضو انعطاف‌پذیر	Q_e
بردار نیروی کنترلی مورد نیاز برای اعمال به جسم	$\tilde{Q}_f$
بردار نیروهای تعمیم‌یافته حاصل تحریک عضو انعطاف‌پذیر	$Q_{flex.}$
بردار نیروی کنترلی اعمالی مربوط به حرکت مجری‌نهایی	$\tilde{Q}_m$
بردار نیروی واکنشی در فضای وظیفه وارده از جسم	$\tilde{Q}_{react}$
بردار ترم‌های غیرخطی سرعت برای عضو انعطاف‌پذیر	Q_v
بردار نیروهای عملگری خنثی‌کننده برای عضو انعطاف‌پذیر	$Q_{supp.}$
بردار مختصات تعمیم‌یافته برای صفحات ارتجاعی	$\bar{q}$
بردار مختصات تعمیم‌یافته الاستیک برای صفحات ارتجاعی	q_f
بردار مختصات تعمیم‌یافته مرجع برای صفحات ارتجاعی	q_r
نیروی برشی و گشتاور خمشی در عضو انعطاف‌پذیر	M و V
متغیرهای خروجی	$\tilde{X}$
بردار زاویه دوران عملگرهای مفاصل (rad)	α
متغیرهای تعمیم‌یافته پایه متحرک سیستم	β
متغیرهای تعمیم‌یافته مفاصل	θ
ماتریس ضریب بهره	Γ
سرعت دورانی پایه (rad/sec)	ω_0
چگالی جسم عضو انعطاف‌پذیر (kg/m^3)	ρ

بالا نویس‌ها:

شمارنده عضو انعطاف‌پذیر	$\{i\}$
شمارنده بازو	(i)

زیر نویس‌ها:

نمایشگر انعطاف‌پذیری در یک عنصر	f
نمایشگر صلبیت در یک عنصر	r

۶- مراجع

- [1] Peggy P., Dubowsky S., "Coordinated Control of Space Robot Teams for the On-Orbit Construction of Large Flexible Space Structures", *Journal of Advanced Robotics*, Vol. 24, No. 3, 2010, pp. 303-323.
- [2] Wasfy T. M., Noor A. K., "Computational Strategies for Flexible Multi-Body Systems",

- [22] Ott C., Schaffer A. A., Kugi A., Hirzinger G., "On the Passivity-Based Impedance Control of Flexible Joint Robots", *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 24, No. 2, 2008, pp. 416-429.
- [23] Park J. H., Asada, H., "Dynamic Analysis of Non-Collocated Flexible Arms and Design of Torque Transmission Mechanisms", *ASME Journal Dynamic System, Measurement, Control*, Vol. 116, 1994, pp. 201-207.
- [24] Piefort V., *Finite Element Modelling of Piezoelectric Active Structures*, PhD Thesis, Faculty of Applied Sciences, University of Libre De Bruxelles, 2001.
- [25] Aglietti G. S., Langley R. S., Gabriel S. B., Rogers E., "A Modelling Technique for Active Control Design Studies with Application to Spacecraft Microvibrations", *Journal of The Acoustical Society of America*, Vol. 102, No. 4, 1997, pp. 2158-2166.
- [26] Brennan M. J., Bonito J. G., Elliott S. J., David A., Pinnington R. J., "Experimental Investigation of Different Actuator Technologies for Active Vibration Control", *Journal of Smart Material and Structure*, Vol. 8, 1999, pp. 145-153.
- [27] Katti V. R., Thyagarajan K., Shankara K. N., Kiran Kumar A. S., "Spacecraft Technology", *Current Science*, Vol. 93, No. 12, 2007, pp. 1715-1736.
- [15] Kim J. S., Uchiyama M., "Vibration Mechanism of Constrained Spatial Flexible Manipulators", *JSME*, Vol. 46, No. 1, 2003, pp. 123-128.
- [16] Ata A. A., Johar H., "Dynamic Force/Motion Simulation of a Rigid Flexible Manipulator During Task Constrained", *IEEE International Conference on Mechatronics*, Turkey, 2004, pp. 268-273.
- [17] Ebrahimi A., Moosavian S. A. A., "Dynamics of Space Free-Flying Robots with Flexible Appendages", *Iranian Journal of Science and Technology*, Vol. 4, No. 4, 2008, pp. 29-36.
- [18] Zarafshan P., Moosavian S. A. A., "Adaptive Hybrid Suppression Control Using Piezoelectric Patches on Flexible Solar Panels", *Proc. of the IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, Hungary, 2011.
- [19] Zarafshan P., Moosavian S. A. A., "Rigid-Flexible Interactive Dynamics Modelling Approach", *Journal of Mathematical and Computer Modelling of Dynamics Systems*, Vol.18, No.2, 2011, pp.1-25.
- [20] Alipour Kh., Moosavian S. A. A., Bahramzadeh Y., "Dynamics of Wheeled Mobile Robots with Flexible Suspension: Analytical Modelling And Verification", *International Journal of Robotics and Automation*, Vol. 23, No. 4, 2008, pp. 242-250.
- [21] Narikiyo T., Ohmiya M., "Control of a Planar Space Robot: Theory and Experiments", *Control Engineering Practice*, Vol. 14, 2006, pp. 875-883.