ماهنامه علمى پژوهشى



mme.modares.ac.ir

تحلیل کمانش و فلاتر پنل ساندویچی مرکب در جریان مافوق صوت

مصطفى ليوانى 1 ، كرامت ملك زاده فرد $^{2^*}$ ، سعيد شكراللهى 8

1 - دانشجوی دکتری، مهندسی هوافضا، مجتمع دانشگاهی هوافضای دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

2- استاد، مهندسی مکانیک، مجتمع دانشگاهی هوافضای دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

3- استادیار، مهندسی مکانیک ، مجتمع دانشگاهی هوافضای دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

* تهران، صندوق پستى 13445768، kmalekzadeh@mut.ac.ir

چکیدہ	اطلاعات مقاله	
در این مقاله، تحلیل فلاتر و کمانش دومحوره پنلهای ساندویچی مرکب بر مبنای تئوری مرتبه بالا ارائه میشود. معادلات بر مبنای تئوری پنل ساندویچی مرتبه بالای ارتقا یافته استخراج گردید، بطوری که تابعی مرتبه دوم برای مؤلفه عرضی جابجایی رویهها و تابعی درجه سه برای مؤلفههای جابجایی درون صفحهای رویهها و همهی مؤلفههای جابجایی هسته در نظر گرفته شد. در تئوری حاضر تنش نرمال عرضی در رویهها	مقاله پژوهشی کامل دریافت: 26 بهمن 1394 پذیرش: 21 خرداد 1395 ارائه در سایت: 29 تیر 1395	
— و تنشهای درونصفحهای در هسته در نظر گرفته شده است. برای اولین بار شرایط پیوستگی جابجاییها، تنشهای برشی عرضی و تنش	كليد واژگان:	
نرمال عرضي در فصل مشترک رویهها با هسته و شرایط صفر بودن تنش هاي برشي عرضي روي سطوح خارجي رویهها به صورت همزمان ارضا	پنل ساندویچی	
میشوند. نیروهای آیرودینامیکی با استفاده از تئوری پیستون مرتبه اول استخراج گردیده است. معادلات حاکم و شرایط مرزی بر مبنای اصل	تئوري مرتبه بالا	
همیلتون بدست أمدند. بعلاوه، اثر پارامترهای مهمی همچون لایهچینیهای مختلف رویههای مرکب، نسبت طول به عرض پنل، نسبت طول به	فلاتر	
ضخامت پنل، نسبت ضخامت رویه به ضخامت کل پنل، زاویه الیاف، نسبت مدول الاستیسیته رویهها، اثر نسبت ضخامت رویهها بر روی	كمانش دومحوره	
مرزهای پایداری بررسی شد. نتایج حاصل از تئوری حاضر با نتایج موجود در مراجع اعتبارسنجی شده است. نتایج نشان میدهد که با افزایش		
نسبتهای طول به عرض، طول به ضخامت پنل و مدول الاستیسیته رویهها مرزهای پایداری سیستم کاهش مییابد و بیشترین نیروی کمانش		
بیبعد مربوط به پنل ساندویچی با لایه چینی زاویهای است.		

Buckling and flutter analyses of composite sandwich panels under supersonic flow

Mostafa Livani, Keramat Malekzadeh Fard^{*}, Saeed Shokrollahi

Department of Aerospace Engineering, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran, * P.O.B. 13445768, Tehran, Iran, kmalekzadeh@mut.ac.ir

همچون مواد مركب را موجب شده است كه اين مسأله نيز افزايش انعطاف-

پذیری را به دنبال داشته است. از آنجایی که ورق ها و پوسته ها در وسایل

پرنده هوایی کاربرد فراوانی دارند، بررسی پدیده فلاتر پنل که از شاخههای

یکی از مهمترین و پیچیدهترین مسائلی که همواره طراحان سازهای را

آیروالاستیسیته است، از اهمیت بالایی برخوردار میباشد.

ARTICLE INFORMATION	Abstract
Original Research Paper Received 15 February 2016 Accepted 10 June 2016 Available Online 20 July 2016	This study dealt with the flutter and biaxial buckling of composite sandwich panels based on a higher order theory. The formulation was based on an enhanced higher order sandwich panel theory in which the vertical displacement component of the face sheets were assumed as quadratic while a cubic pattern was used for the in-plane displacement components of the face sheets and the all displacement
<i>Keywords:</i> Sandwich panel High order theory Flutter Biaxial buckling	components of the core. The transverse normal stress in the face sheets and the in-plane stresses in the core were considered. For the first time, the continuity conditions of the displacements, transverse shear and normal stress at the layer interfaces, as well as the conditions of zero transverse shear stresses on the upper and lower surfaces of the sandwich panel are simultaneously satisfied. The aerodynamic loading was obtained by the first-order piston theory. The equations of motion and boundary conditions were derived via the Hamilton principle. Moreover, effects of some important parameters like lay-up of the face sheets, length to width ratio, length to panel thickness ratio, thickness ratio of the face sheets of the results were validated by those published in the literature. The results revealed that by increasing length to width ratio, length to panel thickness ratio and elastic modulus ratio of the face sheets, the stability boundaries were decreased and the largest nondimensional buckling loads occurred at the angle ply sandwich panel.

1- مقدمه

در سالهای اخیر، طراحی موشکها، هواپیماهای بدون سرنشین و جنگندهها، بهمنظور دستیابی به سرعتهای بالاتر و قابلیت مانورپذیری و انعطافپذیری بیشتر برای انجام مأموریتهای مختلف گسترش یافته است. از سوی دیگر نیاز همیشگی به کاهش وزن، استفاده گسترده از مواد سبک و انعطافپذیر

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-05-05



M. Livani, K. Malekzadeh Fard, S. Shokrollahi, Buckling and flutter analyses of composite sandwich panels under supersonic flow, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 7, pp. 99-110, 2016 (in Persian)

Please cite this article using:

برای افزایش قابلیتهای پروازی وسایل پرنده با محدودیت مواجه میکند، پدیدههای آیروالاستیک میباشد. پدیدههایی که در نتیجهی برهم کنش اثرات نیروهای آیرودینامیکی، اینرسی و الاستیک بوجود میآیند، درسازههای هوافضایی با نام آیروالاستیسیته مورد بررسی قرار می گیرند [1]. ماهیت توأم سیالاتی و جامداتی به این علم جذابیت خاصی بخشیده است. از آنجا که معادلات حاکم در هر قسمت از پیچیدگیهای خاصی برخوردارند، کارشناسان این علم باید در هر قسمت سادهسازیهای لازم را انجام دهند تا نتایج کاربردی را بسرعت استخراج نمایند.

با ورود دانشگاهها، صنایع و مراکز هوافضای کشور به حوزه طراحی و ساخت وسایل پرنده از جمله انواع هواپیماها، موشکهای بالستیک و موشک-های کروز نیاز به مطالعه و تحقیقات در حوزهی آیروالاستیسته، امروزه بیش از پیش نمایان است. یکی از پدیدههای آیروالاستیک که در پرندههای مافوق-صوت از اهمیت بالایی برخوردار است، فلاتر پنل است. از طرفی، با توسعه روز افزون کاربردهای سازههای ساندویچی در وسایل پرنده نظیر فضاپیماها، هواپیماها و موشکهای بالستیک و کروز، بدلیل اهمیت طراحی سازههای سبک با نسبت استحکام به وزن بالا، در این تحقیق پنلهای ساندویچی مورد توجه قرار گرفته است. کاربرد اصلی پنلهای ساندویچی، سطوح بال و دم هواپیما، بالک و بدنه موشک میباشد.

محققان و دانشمندان زیادی در سرتاسر جهان بر روی مسائل آيروالاستيك مشغول مطالعه ميباشند و تاكنون تحقيقات زيادي از نقطهنظر تحلیل آیروالاستیکی و بهبود پایداری آیروالاستیک انجام شده است. در این قسمت، مروری بر تعدادی از تحقیقات منتشر شده در ارتباط با تحلیل فلاتر و همچنین کارهای انجام شده بر روی سازههای ساندویچی انجام میشود و بطور مختصر به مدلهای استفاده شده و نتایج و دستآوردهای برخی از این محققان اشاره می شود. ساویر [2]، تحلیل کمانش و فلاتر پنل مرکب با شرایط مرزی ساده را با فرض تغییرشکل کوچک خطی انجام داد. نور و همکاران [3]، تحلیل کمانش و ارتعاش آزاد پنلهای مرکب ساندویچی را تحت نیروهای حرارتی و مکانیکی انجام دادند. آنها فرض کردند که دما بصورت یکنواخت باشد و خواص مواد مستقل از دما باشد. گاناپاتی و وارادان [4]، فلاتر صفحات دو انحنایه مرکب را با استفاده از تئوری آیرودینامیک پایای دو بعدی مورد مطالعه قرار دادند. مونىير و شنوى [5]، تحليل ارتعاش آزاد صفحات مركب ساندویچی را با استفاده از تئوریهای مرتبه اول و مرتبه بالای تغییرشکل برشی ردی انجام دادند. سارات بابو وکانت [6]، با استفاده از تئوریهای مرتبه اول و مرتبه سوم و ارائه مدل المان محدود، تحليل كمانش صفحات ساندویچی مرکب مورب را انجام دادند. فروستیگ و تامسون [7]، با استفاده از دو مدل مختلف معادلات حاکم بر ارتعاشات ورق مستطیلی ساندویچی را بدست آوردند و پاسخ معادلات را برای یک نوع صفحه با تکیهگاه ساده به صورت تحلیلی محاسبه کردند. در مدل دوم فروستیگ، مؤلفههای صفحهای میدان جابجایی هسته تابع درجه سه و مؤلفههای قائم آن تابع درجه دو نسبت به z در نظر گرفته میشوند، در حالی که برای رویهها از تئوری كلاسيك استفاده مى شود. شكراللهى و همكارانش [8]، تحليل فلاتر بال ذوزنقهای شکل با نسبت منظری پایین، در جریان مادون صوت پایین را با استفاده از مدل آیرودینامیکی سهبعدی در حوزهی زمان و روش ریلی- ریتز انجام دادند. آنها در این تحقیق اثر زاویهی عقب گرد، نسبت منظری و نسبت شیب باریک شدن بال را مورد بررسی قرار دادند. سون و کیم [9]، با استفاده از تئوری مرتبه اول تغییرشکل برشی، اصل فون-کارمن و تئوری پیستون

ساندویچی که دچار کمانش حرارتی شده را با استفاده از مدل آیرودینامیکی فون-كارمن انجام دادند. ستكوويچ و وكسانوويچ [11]، خمش، فركانس آزاد و کمانش صفحات ساندویچی با استفاده از تئوری لایه مجزا بررسی کردند. در مدل در نظر گرفته شده توسط آنها، مؤلفههای جابجایی صفحهای بصورت خطی در راستای ضخامت صفحه تغییر میکند، ولی جابجایی عرضی در راستای ضخامت صفحه ثابت فرض شده است. ابراهیم و یو [12]، با استفاده از روش المان محدود، تحليل فلاتر ورق هاى نازك انحنادار مركب تحت بارگذاری حرارتی را مورد مطالعه قرار دادند. آنها از تئوری پیستون خطی، روش نيوتن راپسون و اصل فون-كارمن بهره بردند. ژن و وانجى [13]، با بكارگیری تئوری تک لایه معادل مرتبه بالا به مطالعه خمش صفحات ساندویچی مرکب تحت نیروهای حرارتی و مکانیکی پرداخت. آنها در استخراج معادلات، شرایط پیوستگی تنشهای برشی عرضی در فصل مشترک هسته با رویهها و شرایط صفر بودن تنشهای برشی عرضی روی سطوح خارجی را ارضا کردند. کوچکزاده و همکارانش [14]، با استفاده از تئوری كلاسيك ورق، تئورى غيرخطى فون-كارمن و تئورى خطى پيستون تحليل فلاتر پنل مرکب را انجام دادند. رحمانی و همکارانش [15]، با بکارگیری تئوری مرتبه بالای پنل ساندویچی به مطالعه تحلیل ارتعاش آزاد پنل ساندویچی مرکب انحنادار با هسته انعطافپذیر پرداختند. آنها از تئوری ورق کلاسیک برای رویهها و از تئوری مرتبه بالا برای هسته بهره بردند. محمدخانی و همکارانش [16]، فلاتر مافوق صوت پوسته های مخروطی ساخته شده از مواد FG با خواص وابسته به دما را مورد بررسی قرار دادند. آنها برای تحلیل حرارتی از هدایت حرارتی حالت پایدار در راستای ضخامت و برای مدلسازی آیرودینامیک از تئوری پیستون مرتبه اول استفاده کردند. عباس و همکارانش [17]، تحلیل فلاتر پنل همسانگرد معیوب را تحت نیروی حرارتی بر مبنای تئوری کلاسیک ورق، تئوری غیرخطی فون-کارمن و تئوری مرتبه سوم پیستون انجام دادند. نوازی و حدادپور [18]، تحلیل فلاتر صفحات FG تحت نیروی حرارتی را مطالعه کردند. معادلات آنها بر مبنای تئوری کلاسیک ورق و تئوری خطی پیستون استخراج شده بود. هی و همکارانش [19]، تحلیل خمش پنلهای ساندویچی برای هندسههای مختلف هسته شامل هسته راه-راه'، لانهزنبوری و X شکل انجام دادند. آنها از تئوریهای کلاسیک و تغییرشکل برشی مرتبه اول برای رویهها و هسته بهره بردند و از کرنشهای برشی عرضی در رویهها صرفنظر کردند. خیرخواه و همکارانش [20]، اثر پارامترهای هندسی بر روی کمانش صفحات ساندویچی مرکب با هسته نرم را با استفاده روش المان محدود سهبعدی مورد تحلیل و بررسی قرار دادند. ودينو [21]، فلاتر پنل در جريان مافوق صوت را با استفاده از تئوری پيستون و تئوری جریان پتانسیل مورد مطالعه قرار دارند. او برای حل معادلات از روش گلرکین استفاده نمود. شیائو و کو [22]، فلاتر و کمانش حرارتی صفحات مركب تخت را با استفاده از روش المان محدود و تئورى كلاسيك ورق انجام دادند. لى و سانگ [23]، تحليل فلاتر پنلهاى مركب را تحت نیروی حرارتی بر مبنای تئوری پیستون خطی و تئوری کیرشهف انجام دادند. یانگ و همکارانش [24]، تحلیل فلاتر پنل همسانگرد انحنادار را بر مبنای تئوری پیستون اصلاح شده انجام داد. در تحلیل ایشان تنها یک درجه آزادی عرضی در نظر گرفته شده است. وانگ و شی [25]، تحلیل استاتیکی پنلهای

خطی کمانش حرارتی و فلاتر صفحات FG تحت بارگذاری آیرودینامیکی و

حرارتی انجام دادند. شی یائو و کو [10]، تحلیل فلاتر پنل غیرخطی صفحات

¹ Corrugated

ساندویچی مرکب را انجام دادند. تئوری ارائه شده توسط آنها از چندجملهای درجه سه برای کرنشهای برشی عرضی و تابعی خطی برای کرنشهای محورى عرضى استفاده مىكرد. تئورى آنها همچنين شرايط پيوستگى جابجاییها و تنشهای نرمال عرضی در فصل مشترک رویهها با هسته را ارضا می کرد. ژائو و ژانگ [26]، با بکارگیری تئوری پیستون مرتبه سوم، تئوری مرتبه سوم ردی و اصل فون -کارمن تحلیل فلاتر صفحات یکسر گیردار مرکب را انجام دادند. سانگ و لی [27]، تحلیل غیرخطی فلاتر پنل مرکب تخت را در جریان ماورای صوت با در نظر گرفتن امواج شوک و گرمایش آيروديناميكي انجام دادند. أنها در تحليل خود از تئوري كلاسيك ورق، تئوري غیرخطی فون-کارمن و تئوریهای پیستون مرتبه اول و مرتبه سوم بهره بردند. سانكار و همكارانش [28]، با استفاده از مدل المان محدود مرتبه بالا، تئوری زیگزاگ و تئوری جریان پتانسیل خطی، تحلیل فلاتر صفحات ساندویچی با تقویت کنندههای نانولوله کربنی در رویهها را انجام دادند. ملک-زادهفرد و همکاران [29]، بهینهسازی ورق مرکب ساندویچی تک انحنایی و دوانحنایی با هستهی روغن اثرپذیر مغناطیسی برای بیشینه کردن ضریب استهلاک مودال و کمینه کردن جرم با استفاده از الگوریتم ژنتیک و تئوری مرتبه بالای بهبود یافتهی ورقهای ساندویچی انجام دادند. پایگانه و همکاران [30]، تحليل ارتعاش آزاد و ضربه ورق ساندويچی با خاصيت تحريک مغناطیسی را انجام دادند. بکمک مدل جرم و فنر دو درجه آزادی تابع نیروی ضربه را بدست آوردند. قاسمي و جامي الاحمدي [31]، كمانش ورق مستطيلي از جنس مواد مدرج تابعی با دو لایهی پیزوالکتریک را با استفاده از تئوری مرتبه بالای تغییر شکل برشی و معادله ماکسول مورد بررسی قرار دادند.گل-پرور و ایرانی [32]، اثر مخزن بر روی سرعت فلاتر بال ذوزنقهای شکل همسانگرد در رژیم مادونصوت تراکمناپذیر بصورت عددی و تجربی بررسی کردند. آنها برای مدل سازهای از رابطه تیموشنکو و برای مدلسازی آيروديناميكي از روش گردابههاي سهبعدي بهره بردند. موسىزاده و همکارانش [33]، تحلیل فلاتر پوسته دوبعدی همسانگرد با استفاده از دو مدل آيروديناميكى ناويراستوكس و تئورى پيستون مرتبه سوم انجام دادند. عليدوست و رضايي پژند [34]، تحليل فلاتر تير اويلر-برنولي مركب چندلايه تحت اثر نیروی دنبالهرو را انجام دادند. عسگری و همکاران [35]، ارتعاش آزاد ورق ساندویچی مرکب با هسته مگنتورئولوژیکال را با استفاده از تئوری كلاسيك ورق ها بدست أوردند. حسيني و طالبي توتي [36]، كمانش پوسته-های مخروطی مرکب را با استفاده از تئوری تغییرشکل برشی مرتبه اول مورد مطالعه قرار دادند.

در این مقاله برای اولین بار تحلیل کمانش دومحوره و فلاتر پنلهای ساندویچی تخت با استفاده از تئوری جدید بهبودیافته مرتبه بالای پنلهای ساندویچی و تئوری پیستون مرتبه اول انجام میشود. معادلات حاکم و شرایط مرزی بر مبنای اصل همیلتون استخراج میگردند.

2- استخراج معادلات حاكم

در این بخش، در ابتدا مدل هندسی مورد مطالعه ارائه می گردد، سپس تئوری مورد استفاده ارائه می شود، بعد از آن شرایط سازگاری جابجاییها و تنش بیان می شود و در انتهای این بخش، معادلات حاکم بر تحلیل فلاتر و کمانش دومحوره پنلهای ساندویچی مرکب بر مبنای تئوری پنل ساندویچی مرتبه بالای ارتقا یافته استخراج خواهد شد.

1-2- مدل هندسی مورد مطالعه

مدل هندسی مورد مطالعه در این مقاله عبارت است از یک پنل ساندویچی تخت که از دو رویه مواد مرکب لایه ای تشکیل شده است (شکل 1). ضخامت رویه های بالایی و پایینی و هسته به ترتیب برابر با مقادیر ثابت $h_b \cdot h_t$ و h_c می باشد. فرضیات می باشد. پنل دارای طول a و عرض d و ضخامت کل h می باشد. فرضیات پژوهش حاضر در جدول 1 آورده شده است.

2-2- میدان جابجایی رویهها و هسته

تعامل اثرات هسته با رویدها و رفتار انعطاف پذیر هسته میانی باعث پیچیدگی مطالعه رفتار دینامیکی سازههای ساندویچی می گردد. لذا با توجه به اینکه تئوریهای متداول قادر به پیش بینی اثرات تغییر شکلهای دقیق در راستای ضخامت رویدها و هسته نمی باشند، ارائه یک مدل تحلیلی مرتبه بالا که قادر به لحاظ کردن اثرات انعطاف پذیری هسته باشد، ضروری است. به همین منظور در این مطالعه مدل مرتبه بالای پنلهای ساندویچی مورد استفاده قرار می گیرد. جابجاییهای *u*، *v* و *w* رویدها در جهت محورهای *x*، *y* و *z* بصورت رابطه (1) می باشند [37]:



Fig. 1 Schematic of a sandwich panel under supersonic flow شکل 1 شماتیک پنل ساندویچی تحت جریان مافوق صوت

دول 1 فرضيات پژوهش حاه	ج
-------------------------------	---

Table 1 Assumption of the present research	
فرضيات	رديف
رویههای پنل ساندویچی از جنس مواد مرکب لایهای ساخته شده باشد.	1
هسته از ماده ارتوتروپیک ساخته شده باشد.	2
رويهها و هسته به هم چسبيده و اتصال كامل برقرار است. همچنين	3
لایهها بطور کامل چسبیده در نظر گرفته شده است.	5
ماده در محدوده الاستیک خطی میباشد.	4
از اثرات میرایی سازهای در هسته و رویهها صرف نظر میشود و تنها	5
میرایی آیرودینامیکی در معادلات وارد میشوند.	5
شرایط مرزی ساده ¹ در نظر گرفته شده است.	6
جریان در راستای محور x از روی سطح بالایی پنل عبور میکند.	7
پنل در معرض جریان مافوقصوت بالا قرار دارد.	8
از اثرات شتاب آیرودینامیکی روی ماتریس جرم صرفنظر شده است،	
بهعبارت دیگر از تئوری شبه پایا برای مدل آیرودینامیکی استفاده شده	9
است.	

¹ Simply support

$$u_{i}(x, y, z_{i}, t) = u_{0i}(x, y, t) + z_{i}u_{1i}(x, y, t) + z_{i}^{2}u_{2i}(x, y, t) + z_{i}^{3}u_{3i}(x, y, t); (i = t, b, c)$$

$$v_{i}(x, y, z_{i}, t) = v_{0i}(x, y, t) + z_{i}v_{1i}(x, y, t) + z_{i}^{2}v_{2i}(x, y, t) + z_{i}^{3}v_{3i}(x, y, t); (i = t, b, c)$$

$$w_{i}(x, y, z_{i}, t) = w_{0i}(x, y, t) + z_{i}w_{1i}(x, y, t) + z_{i}^{2}w_{2i}(x, y, t); (i = t, b)$$

$$w_{c}(x, y, z_{c}, t) = w_{0c}(x, y, t) + z_{c}w_{1c}(x, y, t) + z_{c}^{2}w_{2c}(x, y, t) + z_{c}^{3}w_{3c}(x, y, t)$$

$$(1)$$

جایی که اندیس های t، d و c نشان دهنده به ترتیب رویه بالایی، رویه پایینی و هسته میباشند. هم چنین z_i z_i مختصه عمودی عرضی رویه او هسته است، u_{1i} u_{1i} u_{1i} u_{1i} مجهولات جابجایی درون صفحهای صفحه میانی رویه ها و هسته در جهت محور x_1 v_{0i} v_{1i} v_{0i} v_{2i} v_{1i} v_{2i} v_{2i} v_{1i} v_{0i} v_{0i} محور x_2 محور v_1 v_{1i} v_{2i} v_{2i} v_{1i} v_{2i} v_{2i}

2-3- روابط کرنش -جابجایی رویهها و هسته

روابط سینماتیک برای رویه ها و هسته با استفاده از تقریب فون-کارمن بصورت رابطه (3) می باشد [37]:

$$\varepsilon_{xx\,i} = \frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_i}{\partial x} \right)^2$$

$$\varepsilon_{yy\,i} = \frac{\partial v_i}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_i}{\partial y} \right)^2$$

$$\varepsilon_{zz\,i} = \frac{\partial w_i}{\partial z}$$

$$\gamma_{xy\,i} = 2\varepsilon_{xy\,i} = \frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x}$$

$$\gamma_{xz\,i} = 2\varepsilon_{xz\,i} = \frac{\partial u_i}{\partial z} + \frac{\partial w_i}{\partial x}$$

$$\gamma_{yz\,i} = 2\varepsilon_{yz\,i} = \frac{\partial v_i}{\partial z} + \frac{\partial w_i}{\partial y}, (i = t, b, c)$$

$$x \quad \text{(2)}$$

جایی که _{۲xx i}، _{yy i}، _{Ezz i} و _{Zz i} به ترتیب کرنشهای محوری در جهت محورهای x ، y و _{xy i}، ² کرنش برشی درون صفحهای، _{xz i} و _{yzz} y کرنشهای برشی برون صفحهای رویهها و هسته میباشند(i = t,b,c).

2-4- روابط تنش-کرنش رویهها و هسته

روابط تنش-کرنش کاهشیافته برای لایه kم بصورت رابطه (3) تعریف می-شود [37]:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{pmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{13} & \bar{Q}_{14} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{23} & \bar{Q}_{24} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \bar{Q}_{13} & \bar{Q}_{23} & \bar{Q}_{33} & \bar{Q}_{34} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \bar{Q}_{14} & \bar{Q}_{24} & \bar{Q}_{34} & \bar{Q}_{44} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \bar{Q}_{55} & \bar{Q}_{56} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \bar{Q}_{56} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{cases} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{yz} \end{cases}$$
(3)

جایی که \overline{Q}_{mn} (\overline{Q}_{mn} ثوابت سفتی کاهشیافته درون صفحهای و \overline{Q}_{mn} (\overline{Q}_{mn} جایی که \overline{Q}_{mn} ثوابت سفتی کاهشیافته عرضی لایه Mم میباشد. (وابط تنش-کرنش برای هسته ارتوتروپیک بصورت رابطه (4) تعریف می شود [37]:

$$\begin{cases} \sigma_{xx c} \\ \sigma_{yy c} \\ \sigma_{zz c} \\ \tau_{xy c} \\ \tau_{xz c} \\ \tau_{yz c} \end{cases} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{23} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ Q_{13} & Q_{23} & Q_{33} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & Q_{44} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & Q_{55} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx c} \\ \varepsilon_{yy c} \\ \varepsilon_{zz c} \\ \gamma_{xy c} \\ \gamma_{xz c} \\ \gamma_{yz c} \end{pmatrix}$$

جایی که Q_{mn} (m,n = **1,2,4**) و جایی درون صفحهای و Q_{mn} (شایر) و (m,n = **3,5,6**) و (m,n = **3,5,6**)

2-5- شرایط سازگاری جابجاییها و تنشها

در این مقاله رویهها به صورت ایدهآل به هسته چسبیدهاند. به عبارت دیگر، شرایط پیوستگی جابجاییها در فصل مشترک هسته و رویهها برقرار است و بصورت رابطه (5) می باشد:

$$u_{t}(z_{t} = -h_{t}/2) = u_{c}(z_{c} = h_{c}/2)$$

$$u_{b}(z_{b} = h_{b}/2) = u_{c}(z_{c} = -h_{c}/2)$$

$$v_{t}(z_{t} = -h_{t}/2) = v_{c}(z_{c} = h_{c}/2)$$

$$v_{b}(z_{b} = h_{b}/2) = v_{c}(z_{c} = -h_{c}/2)$$

$$w_{b}(z_{b} = h_{b}/2) = w_{c}(z_{c} = -h_{c}/2)$$

$$w_{b}(z_{b} = h_{b}/2) = w_{c}(z_{c} = -h_{c}/2)$$
(5)
$$a_{a} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2$$

نرمال عرضی در فصل مشترک رویهها با هسته و شرایط صفر بودن تنشهای برشی عرضی روی سطوح خارجی رویهها ارضا میشوند. تنشهای برشی عرضی در سطح بالایی رویه بالایی و سطح پایینی رویه پایینی باید صفر باشد:

$$\tau_{xz\,t}(z_t = h_t/2) = 0, \tau_{yz\,t}(z_t = h_t/2) = 0$$

$$\tau_{xz\,b}(z_b = -h_b/2) = 0, \tau_{yz\,b}(z_b = -h_b/2) = 0$$
(6)

اولین شرط پیوستگی تنش ها، برابر بودن تنش برشی عرضی در سطح پایینی رویه بالایی با سطح بالایی هسته و همچنین برابر بودن تنش برشی عرضی در سطح بالایی رویه پایینی با سطح پایینی هسته است:

$$\tau_{xz\,t} (z_t = -h_t/2) = \tau_{xz\,c} (z_c = h_c/2)
\tau_{yz\,t} (z_t = -h_t/2) = \tau_{yz\,c} (z_c = h_c/2)
\tau_{xz\,b} (z_b = h_b/2) = \tau_{xz\,c} (z_c = -h_c/2)
\tau_{yz\,b} (z_b = h_b/2) = \tau_{yz\,c} (z_c = -h_c/2)$$
(7)

دومین شرط پیوستگی تنشها، برابر بودن تنش نرمال عرضی در سطح پایینی رویه بالایی با سطح بالایی هسته و همچنین برابر بودن تنش نرمال عرضی در سطح بالایی رویه پایینی با سطح پایینی هسته است:

$$\sigma_{zz t} (z_t = -h_t/2) = \sigma_{zz c} (z_c = h_c/2) \sigma_{zz b} (z_b = h_b/2) = \sigma_{zz c} (z_c = -h_c/2)$$
(8)

6-2- منتجههای تنش

منتجههای تنش بر واحد طول برای رویههای بالایی و پایینی و هسته بصورت رابطه (9) تعریف میشوند [37]:

$$\begin{cases} N_{xx\,i} \\ M_{xx\,i} \\ O_{xx\,i} \\ H_{xx\,i} \end{cases} = \int_{-h_i/2}^{h_i/2} \sigma_{xx\,i} \begin{cases} \mathbf{1} \\ z_i \\ z_i^2 \\ z_i^3 \end{cases} dz_i \\ \begin{cases} N_{yy\,i} \\ M_{yy\,i} \\ O_{yy\,i} \\ H_{yy\,i} \end{cases} = \int_{-h_i/2}^{h_i/2} \sigma_{yy\,i} \begin{cases} \mathbf{1} \\ z_i^2 \\ z_i^3 \end{cases} dz_i \\ \begin{cases} N_{zz\,i} \\ N_{zz\,i} \\ O_{zz\,i} \end{cases} = \int_{-h_i/2}^{h_i/2} \sigma_{yy\,i} \begin{cases} \mathbf{1} \\ z_i^2 \\ z_i^3 \end{cases} dz_i$$

:[28,18]

$$\Delta p = -\beta_a \left(\frac{\partial w_{0t}}{\partial x} + \frac{h_t}{2} \frac{\partial w_{1t}}{\partial x} + \frac{h_t^4}{4} \frac{\partial w_{2t}}{\partial x} \right) -g_a \left(\dot{w}_{0t} + \frac{h_t}{2} \dot{w}_{1t} + \frac{h_t^4}{4} \dot{w}_{2t} \right)$$
(14)

$$\beta_a = \frac{\rho_a V_{\infty}^2}{\sqrt{M_{\infty}^2 - \mathbf{1}}}, g_a = \beta_a \left(\frac{M_{\infty}^2 - \mathbf{2}}{M_{\infty}^2 - \mathbf{1}}\right) \frac{\mathbf{1}}{V_{\infty}}$$
(15)

حال با قراردهی روابط مربوط به تغییرات انرژی جنبشی، تغییرات انرژی کرنشی، و کار بارهای خارجی در اصل همیلتون، علاوه بر معادلات حرکت حاکم، شرایط مرزی اساسی و طبیعی روی هر یک از لبهها نیز استخراج میگردد. با توجه به شرایط مرزی بدست آمده از معادلات حاکم، شرایط مرزی ساده در نظر گرفته شده در این مقاله بدست میآید. شرط مرزی ساده بر روی لبهی پنل به این صورت تعریف میشود که بر روی آن لبه، جابجایی درون صفحهای به موازات بر لبه غیرمجاز و جابجایی درون صفحهای عمود بر لبه مجاز است. البته جابجایی عرضی پنل برای هر چهار لبه پنل غیرمجاز است. لذا شرایط مرزی ساده اعمال شده در این تحقیق روی لبههای $\mathbf{0} = \mathbf{1} \mathbf{x}$ و $\mathbf{x} = \mathbf{x}$ بصورت رابطه (16) می.

$$\begin{split} N_{xx\,i} &= \bar{N}_{xx\,i}, M_{xx\,i} = \mathbf{0}, O_{xx\,i} = \mathbf{0}, H_{xx\,i} = \mathbf{0} \\ v_{0i} &= \mathbf{0}, v_{1i} = \mathbf{0}, v_{2i} = \mathbf{0}, v_{3i} = \mathbf{0} \\ w_{0i} &= \mathbf{0}, w_{1i} = \mathbf{0}, w_{2i} = \mathbf{0}, w_{3c} = \mathbf{0} \\ e_{0i} &= \mathbf{0}, w_{1i} = \mathbf{0}, w_{2i} = \mathbf{0}, w_{3c} = \mathbf{0} \end{split}$$
(16)

$$N_{yyi} = \overline{N}_{yyi}, M_{yyi} = \mathbf{0}, O_{yyi} = \mathbf{0}, H_{yyi} = \mathbf{0}$$

$$u_{0i} = \mathbf{0}, u_{1i} = \mathbf{0}, u_{2i} = \mathbf{0}, u_{3i} = \mathbf{0}$$

$$w_{0i} = \mathbf{0}, w_{1i} = \mathbf{0}, w_{2i} = \mathbf{0}, w_{3c} = \mathbf{0}$$
(17)

3- محاسبه سهم رویه ها و هسته از نیروهای صفحهای

بارهای خارجی محوری درون صفحهای \overline{N}_{xx} ها و $_{yy}\overline{N}$ ها که به لبه پنل اعمال میشود، بین رویهها و هسته توزیع میگردد. بطور کلی بارگذاری روی لبه یک پنل به دو صورت زیر انجام میشود:

-شرایط هم تنشی که در آن تمامی لایه ها تحت تنش یکسانی قرار می گیرند. -شرایط هم کرنشی که در آن هر لایه متناسب با سفتیاش در راستای بارگذاری تحت تنش قرار می گیرد.

همان طور که گفته شد در شرایط هم کرنشی هر لایه متناسب با سفتی اش در راستای بارگذاری تنش تحمل می کند. در پنلهای ساندویچی با هسته نرم و انعطاف پذیر، سفتی هسته در مقایسه با رویه ها بسیار کمتر می باشد و لذا قسمت اعظم تنش وارد بر پنل توسط رویه ها تحمل می شود. بنابراین اعمال شرایط هم کرنشی که در آن جابجایی هسته و رویه ها در لبه پنل یکسان فرض می شود، بسیار نزدیک به واقعیت است.

لذا در این مقاله شرایط هم کرنشی برای اعمال بار فشاری روی لبهها استفاده میشود. شرایط تعادل روی لبهی پنل را میتوان بصورت رابطه(18) نوشت:

$$\overline{N}_{xxt} + \overline{N}_{xxb} + \overline{N}_{xxc} = \overline{N}_{xx}$$

$$\overline{N}_{yyt} + \overline{N}_{yyb} + \overline{N}_{yyc} = \overline{N}_{yy}$$
(18)

از طرفی شرایط هم کرنشی بصورت رابطه(20) تعریف میشود:

 $\varepsilon_{xx\,t} = \varepsilon_{xx\,b} = \varepsilon_{xx\,c} \varepsilon_{yy\,t} = \varepsilon_{yy\,b} = \varepsilon_{yy\,c}$ (19) با استفاده از روابط (18) و (1) سهم رویهها و هسته از نیروهای محوری درون صفحهای بدست میآید.

$$\begin{cases}
\binom{N_{xy\,i}}{M_{xy\,i}}\\
\binom{N_{xy\,i}}{Q_{xy\,i}}\\
\binom{P_{xz\,i}}{H_{xy\,i}}
\end{cases} = \int_{-h_{i}/2}^{h_{i}/2} \sigma_{xy\,i} \begin{Bmatrix} \mathbf{1}\\ z_{i}^{2}\\ z_{i}^{3} \end{Bmatrix} dz_{i}$$

$$\begin{cases}
\binom{Q_{xz\,i}}{S_{xz\,i}}\\
\binom{T_{xz\,i}}{V_{xz\,i}}
\end{Bmatrix} = \int_{-h_{i}/2}^{h_{i}/2} \sigma_{xz\,i} \begin{Bmatrix} \mathbf{1}\\ z_{i}^{2}\\ z_{i}^{3} \end{Bmatrix} dz_{i}$$

$$\begin{cases}
\binom{Q_{yz\,i}}{S_{yz\,i}}\\
\binom{T_{yz\,i}}{V_{yz\,i}}
\end{Bmatrix} = \int_{-h_{i}/2}^{h_{i}/2} \sigma_{yz\,i} \begin{Bmatrix} \mathbf{1}\\ z_{i}^{2}\\ z_{i}^{3} \end{Bmatrix} dz_{i}, (i = t, b, c)$$
(9)

2-7- اصل هميلتون

برای استخراج معادلات حاکم و شرایط مرزی در این مقاله از روش انرژی و اصل همیلتون استفاده میشود، بر اساس این اصل [37]:

$$\int_{0}^{\infty} \delta L dt \equiv \int_{0}^{1} \left[\delta K - \delta U + \delta W_{\text{ext}} \right] dt = \mathbf{0}$$
(10)

جاییکه *δk* تغییرات انرژی جنبشی، *δU* تغییرات انرژی کرنشی، و *δW*ext کار بارهای خارجی وارد بر پنل میباشد. همچنین *δ* اپراتور تغییرات مرتبه اول است.

رابطه مربوط به تغییرات انرژی جنبشی برای رویههای بالایی و پایینی و هسته بصورت رابطه (11) میباشد [37]:

$$\delta K = -\sum_{i=t,b,c} \left[\iint\limits_{A} \int\limits_{-\frac{h_i}{2}}^{\frac{h_i}{2}} \rho_i (\ddot{u}_i \delta u_i + \ddot{v}_i \delta v_i + \ddot{w}_i \delta w_i) dz_i dA \right] (11)$$

جایی که $\ddot{w}_i \cdot \ddot{y}_i \cdot \ddot{w}_i$ مؤلفه های شتاب در جهت محورهای $x \cdot y \cdot z = z$ می باشند. رابطه مربوط به تغییرات انرژی کرنشی برای رویه های بالایی و پایینی و هسته بصورت رابطه (12) می باشد [37]:

$$\delta U = \sum_{i=t,b,c} \prod_{A} \iint_{-\frac{h_{i}}{2}} \int_{-\frac{h_{i}}{2}}^{\frac{1}{2}} (\sigma_{xx\,i} \delta \varepsilon_{xx\,i} + \sigma_{yy\,i} \delta \varepsilon_{yy\,i} + \sigma_{zz\,i} \delta \varepsilon_{zz\,i})$$

 $+\tau_{xy\,i}\delta\gamma_{xy\,i} + \tau_{xz\,i}\delta\gamma_{xz\,i} + \tau_{yz}\delta\gamma_{yz\,i})]dz_idA \tag{12}$

کار بارهای خارجی وارد بر پنل برابر است با مجموع کار نیروهای آیرودینامیکی وارد بر سطح بالایی رویه بالایی و کار نیروهای محوری صفحه-ای وارد بر مرزهای پنل که بصورت رابطه (13) قابل محاسبه می باشد [37]:

$$\delta W_{\text{ext}} = \iint_{A} \Delta p \delta w_{0t} dx dy + \sum_{i=t,b,c} \iint_{A} \left[\overline{N}_{xx\,i} \delta u_{0i} + \overline{N}_{yy\,i} \delta v_{0i} \right] dA$$
(13)

جایی که $i_{xx}\overline{N}_{xx}$ با بارهای درون صفحهای بر واحد طول در جهت محور xها روی لبههای $\mathbf{0} = \mathbf{1}_{x}$ و $\mathbf{x}_{2} = x_{0}$ و $i_{yy}\overline{N}_{yx}$ بارهای درون صفحهای بر واحد طول در جهت محور vها روی لبههای $\mathbf{0} = \mathbf{1}_{y}$ و $\mathbf{d} = \mathbf{2}_{y}$ میباشند. فشار آیرودینامیکی است که برای عددهای ماخ مافوق صوت بالا (**1.7** < (M_{∞})) فرض شده که تئوری شبهپایای پیستون مرتبه اول میتواند آنرا بدرستی تخمین بزند. فشار آیرودینامیکی با استفاده از تئوری پیستون مرتبه اول، زمانی که جریان هوا در راستای x باشد، بصورت رابطه (14) قابل محاسبه میباشد

4- حل معادلات حاكم

در این بخش با در نظرگرفتن سری فوریه دوگانه مناسب برای رویهها و هسته، در ابتدا معادلات حاکم بر تحلیل کمانش پنلهای ساندویچی و بعد از آن معادلات حاکم بر تحلیل فلاتر پنلهای ساندویچی استخراج میگردد. میدانهای جابجایی پنل مرکب ساندویچی برای شرایط مرزی ساده استخراج شده در این مقاله بر مبنای سری فوریه دوگانه برای رویهها و هسته بصورت رابطه(20) فرض می شود:



y تعداد نيم موجها در جهت x و n تعداد نيم موجها در جهت y و m تعداد نيم موجها در جهت m و $m \pi / a$

1-4- تحليل كمانش

(20)

برای بدست آوردن معادلات حاکم بر تحلیل کمانش پنلهای ساندویچی، در ابتدا تمامی ترمهای شتاب و میرایی معادلات حاکم حذف میشوند و سپس از روش باقیمانده وزنی به شیوه توابع وزنی گالرکین استفاده میشود:

$$\int_{0}^{a} \int_{0}^{b} (\bar{L} \{\phi\}) \{\psi\} dx dy = \{0\}$$

$$\tag{21}$$

جایی که [I] ماتریس عمل گرهای دیفرانسیلی $([\overline{L}_{ij}])$ هستند که تعدادی از درایههای آن در پیوست یک آمده است. همچنین (ϕ) بردار شکل مودهای طبیعی و (ψ) بردار توابع وزنی هستند و به صورت رابطه (22) تعریف می شوند:

$$\{\psi\}^{\mathsf{T}} = \{U_{ij}^{mn} \cos(\alpha_m x) \sin(\beta_n y), V_{ij}^{mn} \sin(\alpha_m x) \cos(\beta_n y), W_{ij}^{mn} \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y), U_{ic}^{mn} \cos(\alpha_m x) \sin(\beta_n y), V_{ic}^{mn} \sin(\alpha_m x) \cos(\beta_n y), W_{ic}^{mn} \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y), V_{ic}^{mn} \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y)\}; \{\phi\}^{\mathsf{T}} = \{\cos(\alpha_m x) \sin(\beta_n y), \sin(\alpha_m x) \cos(\beta_n y), \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y), \cos(\alpha_m x) \sin(\beta_n y), \sin(\alpha_m x) \cos(\beta_n y), \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y)\}; (i = 0,1,2,3), (l = 0,1,2), (j = t,b)$$
(22)

$$i = 0,1,2,3, (l = 0,1,2), (j = t,b)$$
(22)

$$i = 0,1,2,3, (l = 0,1,2), (j = t,b)$$
(22)

$$i = 0,1,2,3, (l = 0,1,2), (j = t,b)$$
(22)

$$i = 0,1,2,3, (l = 0,1,2), (j = t,b)$$
(22)

$$i = 0,1,2,3, (l = 0,1,2), (j = t,b)$$
(22)

$$i = 0,1,2,3, (l = 0,1,2), (j = t,b)$$
(23)

$$([K] - N_{cr}[K_g]) \{X\} = \{0\}$$

(23) $(X)^{T} = \{ U_{ij}^{mn}, V_{ij}^{mn}, W_{lc}^{mn}, U_{ic}^{mn}, W_{ic}^{mn} \}$ (23) $(T)^{mn}, V_{ij}^{mn}, W_{lj}^{mn}, U_{ic}^{mn}, W_{ic}^{mn} \}$ (23) $(T)^{mn}, V_{ij}^{mn}, W_{lic}^{mn}, W_{lic}^{mn} \}$ (23) $(K_{g}]$ ماتریس سفتی پنل ساندویچی میباشند. کوچکترین مقدار $(K_{g}]$ ماتریس مفادلات رابطه (23) برابر با نیروی کمانش میباشد. برای حل معادله مقادیر ویژه از نرم افزار متلب 2013 استفاده شده است.

4-2- تحليل فلاتر

برای استخراج معادلات حاکم بر تحلیل فلاتر پنل ساندویچی نیز میتوان از روش باقیمانده وزنی به شیوه توابع وزنی گالرکین استفاده کرد: a b

$$\int_{0}^{1} \int \left(\left[\bar{L} \right] \left\{ \phi \right\} \right) \left\{ \psi \right\} dx dy = \{ 0 \}$$
(24)

جایی که [I] ماتریس عمل گرهای دیفرانسیلی $([\overline{L}_{ij}])$ هستند که تعدادی از درایههای آن در پیوست دو آمده است. بردار شکل مودهای طبیعی (ϕ) و

بردار توابع وزنی (ψ) مشابه رابطه (22) هستند. با قراردهی رابطه (22) در رابطه (24) و انتگرالگیری از آن، معادله آیروالاستیک حاکم بر پنل ساندویچی بدست میآید: (25) (X) + [X] + [X] (X) = (0) جایی که (X) بردار شتاب، (X) بردار سرعت، (X) بردار جابجایی، [M] ماتریس جرم، [2] ماتریس میرایی و [X] ماتریس سفتی است. میتوان رابطه

(25) را به شکل معادله مقدار ویژه استاندارد (26) نیز نوشت: (26) $\begin{cases} X \\ X \end{cases} \begin{bmatrix} I \\ - M \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} X \\ - M \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} X \\ - M \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} X \\ X \end{bmatrix}$ (26) برای سرعت جریانهای مختلف، تحلیل مقدار ویژه معادله فوق انجام میشود، ناپایداری دینامیکی زمانی رخ میدهد که قسمت حقیقی یکی از مقادیر ویژه مثبت شود. به سرعت جریانی که ضریب میرایی متناظر با آن صفر باشد، سرعت فلاتر گفته میشود.

در ادامه این مقاله در بخش 5، اعتبارسنجی روش ارائه شده انجام خواهد ند.

5- اعتبارسنجي تئوري حاضر

بهدلیل کمبود نتایج تحلیل کمانش و فلاتر بر روی پنل ساندویچی برای اعتبارسنجی روش ارائه شده، در این بخش نتایج حاصله از تحلیل ارتعاش آزاد پنل ساندویچی نیز با نتایج تئوری و عددی ارائه شده در چندین مرجع مختلف مقایسه خواهد شد.

1-5- تحلیل ارتعاش آزاد پنل ساندویچی مرکب با لایه چینی متعامد

در این بخش، تحلیل ارتعاش آزاد پنل ساندویچی مرکب با شرایط مرزی ساده بررسی میشود. خواص مواد بکار رفته برای رویههای مرکب و هسته فوم در جدول 2 آورده شده است. لایهچینی پنل ساندویچی بصورت لایه متعامد [0/90/0 / هسته /0/90/0] و متقارن میباشد.

در جدول 3، نتایج بدست آمده از تئوری حاضر با نتایج بدست آمده از تئوری اول فروستیگ [15]، تئوری تک لایه معادل مرتبه بالا [15] (HSDT-ESL) و مدل المان محدود در انسیس[15] مقایسه شده است. در این جدول چهار فرکانس طبیعی بی بعد اول $h_c/h = 0.88$ و h/a = 0.1 آورده شده است.

جدول 3 نشان می دهد که نتایج حاضر دارای تطابق خوبی با نتایج بدست آمده از تئوری اول فروستیگ و مدل المان محدود در انسیس دارد و بیشترین اختلاف نتایج تئوری حاضر با نتایج تئوری تک لایه معادل مرتبه بالا می باشد. به دلیل انعطاف پذیری هسته در تئوری حاضر، فرکانس های طبیعی بدست آمده از تئوری حاضر کمتر است از فرکانس های طبیعی بدست آمده از تئوری تک لایه معادل مرتبه بالا. این رفتار ناشی از عدم توانایی تئوری های تک لایه معادل در مدلسازی انعطاف پذیری عرضی هسته می باشد، به بیان دیگر در این تئوری ها از تغییرات در راستای ضخامت هسته در خلال تغییر شکل سازه صرف نظر شده و سفتی پوسته ساندویچی بیش از مقدار موجود تخمین زده می شود.

فواص مواد بکار رفته در پنل ساندویچی مرکب	ى 2 ر	ندوز
--	-------	------

Table 2 Material properties of a composite sandwich panel	
$E_1 = E_2 = E_3 = 0.1036$ GPa, $G_{12} = G_{13} = G_{23} = 0.05$ GPa,	هسته
$\nu = 0.32, \rho = 130 \text{ kg/m}^3$	
$E_1 = 24.51$ GPa, $E_2 = E_3 = 7.77$ GPa, $G_{12} = G_{13} = 3.34$ GPa,	
$G_{23} = 1.34 \text{ GPa}, v_{12} = v_{13} = 0.078, v_{23} = 0.49,$	رويەھا
$\rho = 1800 \text{ kg/m}^3$	

جدول 5 خواص مواد بکار رفته در پنل ساندویچی مرکب با هسته لانه زنبوری **Table 5** Material properties of a composite sandwich panel with honeycomb core

$E_{1t}/E_{2t} = 19, E_{2t} = E_{3t}, G_{13c}/E_{2t} = 0.52, G_{23c}/E_{2t} = 0.338,$	رە بەھا
$v_{12} = v_{13} = 0.32, v_{23} = 0.49.$	
E_{1c}/E_{2t} = 3.2 × 10 ⁻⁵ , E_{2c}/E_{2t} = 2.9 × 10 ⁻⁵ E_{3c}/E_{2t} = 0.4,	هسته
G_{13c}/E_{2t} = 7.9 × 10 ⁻² , G_{23c}/E_{2t} = 6.6 × 10 ⁻² ,	
$v_{12c} = 0.99, v_{12c} = v_{22c} = 3 \times 10^{-5}.$	

جدول 6 مقایسه نیروی کمانش بی بعد پنل ساندویچی مرکب با هسته لانهزنبوری **Table 6** Comparing the dimensionless buckling load of the laminated sandwich panel with honeycomb core

		h_t/h				
0.150	0.100	0.075	0.050	0.025	تئورىھا	a/h
	$\overline{N}_{cr}=l$	$V_{\rm cr} b^2 / (E_2)$	(h^{3})			
6.696	5.704	4.852	3.742	2.210	تئورى حاضر	
-	5.672	4.831	3.739	2.208	الاستيسيته3بعدي	
7.010	5.710	4.864	3.750	2.212	HSDT	10
8.575	6.493	5.265	3.866	2.204	FSDT	
6.680	5.562	4.785	3.740	2.259	مدل المان محدود	
6.755	5.626	4.830	3.765	2.264	MLW	
10.329	7.941	6.449	4.665	2.554	تئورى حاضر	
-	7.935	6.440	4.646	2.553	الاستيسيته3بعدي	
10.341	7.951	6.453	4.676	2.554	HSDT	20
11.102	8.298	6.616	4.713	2.544	FSDT	20
10.221	7.932	6.460	4.713	2.588	مدل المان محدود	
10.216	7.919	6.443	4.703	2.566	MLW	

در جدول 6 مشهود است که اختلاف نتایج تئوری حاضر با نتایج تئوریهای دیگر- به غیر از تئوری الاستیسیته- بیشتر است، دلیل آن این است که جابجایی عرضی در تئوری لایه مجزا ترکیبی، تئوری تغییرشکل برشی مرتبه اول و تئوری تغییرشکل برشی مرتبه بالا تابعی از مختصه عرضی پنل نیست و از کرنش و تنش محوری عرضی صرفنظر شده است.

بعلاوه تئوری تغییرشکل برشی مرتبه اول نمیتواند تنشهای برشی عرضی را بخوبی مدل کند، در صورتی که در تئوری حاضر با در نظر گرفتن توابع مرتبه دو و سه به ترتیب برای جابجاییهای عرضی رویهها و هسته، با دقت بیشتری میتواند رفتار پنلهای ساندویچی ضخیم را پیشبینی کند. همچنین جدول 6 نشان میدهد که با افزایش نسبت ضخامت رویهها به ضخامت پنل برای هر دو حالت پنل نازک و ضخیم، میزان نیروی کمانش بی-ضخامت پنل برای هر دو حالت پنل نازک و ضخیم، میزان نیروی کمانش بی-مخامت پنل برای هر دو حالت پنل نازک و ضخیم، میزان نیروی کمانش بی-نعد بسرعت افزایش مییابد، که این رفتار با توجه به نحوه بیبعدسازی نیروی کمانش قابل پیش بینی بود، چرا که با افزایش نسبت ضخامت رویهها به ضخامت پنل با تعداد لایههای ثابت، در عمل میزان ضخامت هسته و در نتیجه ضخامت کل پنل کم میشود و با توجه به توان سه بودن ضخامت پنل بی بعد به سرعت افزایش می یاد.

بعلاوه جدول 6 مشاهده میشود که نرخ افزایش نیروی کمانش بیبعد با افزایش نسبت ضخامت رویهها به ضخامت پنل در پنل ساندویچی ضخیم بیشتر از پنل ساندویچی نازک است.

5-4- تحليل فلاتر ينل مركب

در این بخش تحلیل فلاتر پنل مرکب با دو نوع لایهچینی متعامد [0/90/0/90/0] و زاویهای [45/45/45/45-45]، مورد تحلیل قرار میگیرد. خواص مواد بکار رفته برای پنل مرکب در جدول 7 آورده شده است.

در جدول 8 فشار دینامیکی بحرانی بی بعد (امی بدست آمده از تئوری حاضر با نتایج بدست آمده با استفاده از روش های تئوری میدلین [4] و تئوری کلاسیک [2] مقایسه شده است. همان طور که جدول نشان می دهد نتایج **جدول 3** مقایسه فرکانسهای طبیعی بیبعد پنل ساندویچی مرکب با لایهچینی متعامد

 Table 3 Comparing dimensionless natural frequencies of a composite sandwich panel with cross ply lay-up

HSDT-ESL	انسیس	مدل اول فروستیگ	روش حاضر	شماره مود (m, n)
15.28	14.74	14.27	14.05	(1, 1)
28.69	26.83	26.31	25.88	(1, 2)
30.01	27.53	27.04	26.52	(2, 1)
38.86	35.60	34.95	34.32	(2, 2)

5-2- تحلیل ارتعاش آزاد پنل ساندویچی مرکب با لایه چینی زاویه-ای

در این بخش، تحلیل ارتعاش آزاد پنل ساندویچی مرکب با لایه چینی زاویهای و شرایط مرزی ساده بررسی میشود.

2 خواص مواد بکار رفته برای رویه های مرکب و هسته فوم در جدول [ورده شده است. لایه چینی پنل ساندویچی بصورت لایه زاویه ای /45–/45 [45/45–/45 / هسته /45 و متقارن می باشد.

در جدول 4، نتایج بدست آمده از تئوری حاضر با نتایج بدست آمده از تئوری IHSAPT [38] و مدل المان محدود [39] مقایسه شده است. در جدول 4 مشهود است که نتایج بدست آمده از تئوری حاضر با نتایج بدست آمده از تئوری IHSAPT تقریبا منطبق میباشد، اما نتایج تئوری حاضر دارای اختلاف کمی با نتایج مدل المان محدود میباشد که این اختلاف بدلیل در نظر گرفتن تئوری تکلایه معادل میباشد.

5-3- تحليل كمانش تكمحوره پنل ساندويچى

جدول 4 مقایسه فرکانسهای طبیعی بیبعد پنل ساندویچی مرکب با لایهچینی زاویهای

Table 4 Comparing dimensionless natural	frequencies	of a	composite
andwich panel with angle ply lay-up			

انسيس	مدل اول فروستیگ	روش حاضر	فركانس
16.09	15.53	15.32	اول
28.93	27.36	27.09	دوم
28.93	27.36	27.09	سوم
38.76	36.93	36.26	چهارم

¹ Mixed layerwise theory

² Higher order shear deformation theory

DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.7.25.0

مهندسی مکانیک مدرس، مهر 1395، دوره 16،شماره 7

0.038

0.037

0.036 Ncr 0.035

0.034

0.033

0.032

زاويەاي **30/-30/30** / هسته /**30/30** در نظر گرفته شده است.

دومحوره پنل مرکب ساندویچی برای سه لایهچینی مختلف نشان داده شده است. همان طور که شکل 3 نشان می دهد با افزایش نسبت طول به عرض پنل برای هر سه لایهچینی مختلف نیروی کمانش بیبعد کاهش پیدا میکند. هم-چنین شکل 3 نشان میدهد که برای نسبت طول به عرض مختلف، پنل با

Fig. 2 Variation of dimensionless buckling load with the length to panel thickness ratio شکل 2 تغییرات نیروی کمانش بیبعد با نسبت طول به ضخامت پنل

6-2- بررسی اثر طول به عرض پنل بر روی پاسخ کمانش دومحوره ینل ساندویچی مرکب

در این بخش، بررسی اثر طول به عرض پنل **(**a/b) بر روی رفتار کمانش دو-محوره پنل ساندویچی مرکب مربعی با شرایط مرزی ساده و نسبت ضخامت رویه به ضخامت کل 0.06 و نسبت طول به ضخامت کل 9 بررسی می شود. خواص مواد بکار رفته برای رویههای مرکب و هسته در جدول 9 آورده شده است. همچنین نیروی کمانش در هر دو جهت یکسان فرض شده است.

سه لايهچينى مختلف لايه متعامد 0/90/0 / هسته /0/90/0 ، لايه 45/-45/45 / هسته /45/45 و همچنین لایهچینی

در شکل 3 اثر نسبت طول به عرض پنل(a/b) بر روی پاسخ کمانش

لايهچيني زاويهاي داراي بيشترين نيروي كمانش بيبعد است.

- [45/-45/45/Core/45/-45/45]

[0/90/0/Core/0/90/0]

···· [30/-30/30/Core/30/-30/30]

a/b Fig. 3 Variation of dimensionless buckling load with the length to width ratio **شکل 3** تغییرات نیروی کمانش بیبعد با نسبت طول به عرض پنل حاصل از تئوری جدید ارائه شده در این مقاله، انطباق خوبی با نتایج تئوری میدلین و تئوری کلاسیک دارد. اختلاف بین نتایج با توجه به اینکه در تئوری حاضر از تئوری مرتبه بالا استفاده شده، طبیعی است.

در ادامهی این مقاله در بخش 6، نتایج حاصل از تحقیق حاضر ارائه خواهد شد.

6- نتايج و بحث

در این بخش نتایج حاصل از مطالعه پارامتری کمانش و فلاتر پنل،های ساندویچی مرکب انجام خواهد شد.

1-6- بررسی اثر نسبت طول به ضخامت پنل بر روی پاسخ کمانش دومحوره پنل ساندویچی مرکب

در این بخش، بررسی اثر نسبت طول به ضخامت ینل (a/h) بر روی رفتار کمانش دومحوره پنل ساندویچی مرکب مربعی با شرایط مرزی ساده و نسبت ضخامت رویه به ضخامت کل 0.06 بررسی میشود. خواص مواد بکار رفته برای رویههای مرکب و هسته در جدول 9 آورده شده است. همچنین نیروی کمانش در هر دو جهت یکسان فرض شده است.

سه لايه چينى مختلف لايه متعامد 0/90/0 / هسته /0/90/0 ، لايه 45/45 / 45/45 / هسته /45/45 و همچنین لایه چینی زاويەاي 2 در نظر گرفته شده است. در شکل 2 **30/–30/30** مسته است. در شکل 2 اثر نسبت طول به ضخامت پنل (a/h) بر روی پاسخ کمانش دومحوره پنل مرکب ساندویچی برای سه لایهچینی مختلف نشان داده شده است. همان طور که شکل 2 نشان میدهد با افزایش نسبت طول به ضخامت پنل برای هر سه لايهچينى مختلف نيروى كمانش بىبعد كاهش پيدا مىكند. اين رفتار قابل پیشبینی بود، چرا که افزایش نسبت طول به ضخامت پنل منجر به نازکتر شدن پنل می شود، هر چه ضخامت هسته با ثابت بودن ابعاد پنل کمتر باشد، میزان سفتی خمشی کمتر میشود و در نتیجه نیروی کمانش نیز کاهش می-یابد. همچنین شکل 2 نشان میدهد که برای نسبت طول به ضخامت پنل بزرگتر از 10، پنل با لایهچینی زاویهای دارای بیشترین نیروی کمانش بیبعد

جدول 7 خواص مواد بکار رفته در پنل مرکب

Table 7 Material properties of a composite panel
$E_1 = 68.948 \text{ GPa}, E_2 = E_3 = 6.895 \text{ GPa}, G_{12} = G_{13} = 2.275 \text{ GPa},$
$G_{23} = 1.034 \text{ GPa}, v_{12} = v_{13} = v_{23} = 0.3$

جدول 8 مقایسه فشار دینامیکی بحرانی بیبعد پنل مرکب Table 8 Comparing the critical dynamic pressure for the laminated panel

<i>i</i>	liici							
	$\lambda_{\rm cr} = \beta_{\rm a} {\rm a}^3 / D_{11}(0)$						a/b	
	[0/90/0/90]		[-45/45/-45/45]					
	تئورى	تئورى	تئورى	تئورى	تئورى			
	ميدلين	حاضر	کلاسیک	ميدلين	حاضر			
	44.75	39.2	-	160.60	151.5	10	1	
	54.6	52.7	222.7	-	206.1	100		
	58.39	52.9	-	282.25	266.6	10	2	
	141.88	136.3	-	684.06	645.9	100		

جدول 9 خواص مواد بکار رفته در پنل ساندویچی مرکب

106

Table 9 Material properties of a composite sandwich panel

$E_1 = E_2 = E_3 = 6.89 \text{ MPa}, G_{12} = G_{13} = G_{23} = 3.45 \text{ MPa}, v = 0.22, \rho = 130 \text{ kg/m}^3$	هسته
$E_1 = 131 \text{ GPa}, E_2 = E_3 = 10.34 \text{ GPa}, G_{12} = G_{13} = 6.895 \text{ GPa},$	، ويەھا
$G_{23} = 6.205 \text{ GPa}, v_{12} = v_{13} = 0.22, v_{23} = 0.49,$))
$\rho = 1627 \text{ kg/m}^3$	

--- [45/-45/45/Core/45/-45/45] [0/90/0/Core/0/90/0] [30/-30/30/Core/30/-30/30]

DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.7.25.0



مصطفی لیوانی و همکار ان

5-6- بررسی اثر زاویه الیاف بر روی پاسخ کمانش دومحوره پنل ساندویچی مرکب

در این بخش، بررسی اثر زاویه الیاف بر روی رفتار کمانش دومحوره پنل ساندویچی مرکب مربعی با شرایط مرزی ساده و نسبت ضخامت رویه به ضخامت کل 0.06 و نسبت طول به ضخامت کل 9 بررسی میشود. خواص مواد بکار رفته برای رویههای مرکب و هسته در جدول 9 آورده شده است. همچنین نیروی کمانش در هر دو جهت یکسان فرض شده است.

در شکل 4، اثر زاویه الیاف بر روی پاسخ کمانش پنل ساندویچی مرکب با لایهچینی $\left[\theta / \theta - \theta / \theta
ight | ext{ambmatrix} |$

6-4- بررسی اثر تغییر خواص مواد رویهها بر روی فلاتر پنل ساندویچی مرکب

در این بخش اثر تغییر خواص مواد رویه ابر روی پاسخ فلاتر پنل ساندویچی مرکب برای لایه چینی متعامد [0/90/0 / هسته /0/90/0]، لایه زاویه ای مرکب برای لایه چینی متعامد [30/–45/45] و هم چنین لایه چینی /30–30/ [30/–30/30] و هم چنین لایه چینی /30–45/45] و 30/–30/30] و 30/–30/30] و محامت رویه به ضخامت کل 20.0 و نسبت ضخامت رویه بالایی و 30/–30/0 و نسبت طول به ضخامت کل 9 می باشد. خواص مواد رویه بالایی و 30/–30 و نسبت مطابق جدول 9 می باشد. فشار دینامیکی بی بعد برای پنل ساندویچی مسته مطابق جدول 9 می باشد. فشار دینامیکی بی بعد برای پنل ساندویچی χ_{11}^{U} و می باشد. خواص مواد رویه بالایی و 30/–30/0 و نسبت طول به ضخامت کل 9 می باشد. خواص مواد رویه بالایی و 30/0 و نسبت مطابق جدول 9 می باشد. فشار دینامیکی بی بعد برای پنل ساندویچی χ_{11}^{U} و می برای لایه چینی /30/30–30/30] و می باشد. فشار دینامیکی بعد برای لایه و می باشد و می باشد می نمایش داده شده است. با توجه به شکل 5 مشخص می شود که فلاتر در فشار دینامیکی بحرانی بی بعد حدود 30/–30/30

در شکل 6 اثر نسبت مدول الاستیسیته رویهها (*E*_{1t}/*E*_{1b}) بر روی پاسخ فلاتر پنل ساندویچی مرکب برای سه نوع لایهچینی مختلف نشان داده شده است. همانطور که شکل 6 نشان میدهد با افزایش نسبت مدول الاستیسیته رویهها از یک تا پنج برای پنل با لایهچینی متعامد و از یک تا سه برای پنل با دو لایهچینی دیگر، فشار دینامیکی بحرانی بی بعد تغییر محسوسی نمییابد، با افزایش بیشتر این نسبت، فشار دینامیکی بحرانی بی بعد برای هر سه لایه-چینی کاهش مییابد که این رفتار قابل انتظار بود، چرا که در این مثال با



Fig. 4 Variation of dimensionless buckling load with the fiber angle شکل 4 تغییرات نیروی کمانش بیبعد با زاویه الیاف



Fig. 5 Variation of damping (ξ) with the dimensionless critical dynamic pressure for $E_{1t}/E_{1b} = 3$

شکل 5 منحنی تغییرات میرایی ($\{$) بر حسب فشار دینامیکی بحرانی بیبعد برای $E_{1t}/E_{1b}={f 3}$



Fig. 6 Variation of dimensionless critical dynamic pressure with the elastic modulus ratio of the face sheets شکل 6 تغییرات فشار دینامیکی بی بعد با نسبت مدول الاستیسیته رویهها

افزایش نسبت مدول الاستیسیته رویهها و ثابت درنظر گرفتن مدول الاستیسیته رویه بالایی، مدول الاستیسیته در راستای الیاف رویه پایینی کاهش پیدا می کند، در نتیجه سفتی پنل و به تبع آن فشار دینامیکی بحرانی بی بعد کاهش می ابد. هم چنین ثابت بودن فشار دینامیکی بی بعد برای نسبتهای پایین مدول الاستیسیته رویهها هم حاکی از اهمیت کمتر میزان مدول الاستیسیته رویه پایینی است که تأثیر کمی روی مرز فلاتر دارد.

این رفتار مشاهده شده در تئوری حاضر، در تئوری تک لایه معادل قابل مشاهده نیست، چرا که در آن تئوری، سفتی معادل کل پنل برای تحلیل مورد استفاده قرار میگرفت و نسبتهای پایین مدول الاستیسیته رویهها هم در تئوری تک لایه معادل، فشار دینامیکی بحرانی بی بعد را کاهش می داد.

5-6- بررسی اثر نسبت مدول الاستیسیته رویهها به هسته بر روی فلاتر ینل ساندویچی مرکب

در این بخش اثر نسبت مدول الاستیسیته رویهها به هسته بر روی پاسخ فلاتر پنل ساندویچی مرکب برای لایهچینی متعامد [0/90/0 / هسته /0/90/0]، لایه زاویهای [45/45–/45 / هسته /45/45–/45] و همچنین لایهچینی [30/30–/30 / هسته /30/30–301] مطالعه میشود. نسبت ضخامت رویه

مواد بکار رفته در پنل ساندویچی	جدول 1 0 خواص					
Cable 10 Material properties of a sandwich panel						
$E_1 = E_2 = E_3 = 70 \text{ GPa}, G_{12} = G_{13} = G_{23} = 26 \text{ GPa}, v = 0.3, \rho = 2700 \text{ kg/m}^3$	هسته					
$\begin{array}{l} E_1 = {\bf 131}~{\rm GPa}, E_2 = E_3 = {\bf 10.34}~{\rm GPa}, \\ G_{12} = G_{13} = {\bf 6.895}~{\rm GPa}, G_{23} = {\bf 6.205}~{\rm GPa}, \\ \nu_{12} = \nu_{13} = {\bf 0.22}, \nu_{23} = {\bf 0.49}, \rho = {\bf 1627}~{\rm kg/m^3} \end{array}$	رويه مركب					
$E_1 = E_2 = E_3 =$ 70 GPa, $G_{12} = G_{13} = G_{23} =$ 26 GPa, ν = 0.3, ρ = 2700 kg/m^3	رويه آلومينيومي					
$E_1 = E_2 = E_3 =$ 210 GPa, $G_{12} = G_{13} = G_{23} =$ 77 GPa, $\nu =$ 0.3, $\rho =$ 7800 kg/m ³	رويه فولادى					



Fig. 8 Variation of dimensionless critical dynamic pressure with the thickness ratio of the top to the bottom face sheets

شکل 8 تغییرات فشار دینامیکی بیبعد با نسبت ضخامت رویه بالایی به رویه پایینی

مرکب مطالعه میشود. در این مثال سه پنل ساندویچی با رویه پایینی با جنسهای مختلف شامل آلومینیومی، فولادی و مرکب در نظر گرفته شده است. خواص مواد رویهها و هسته مطابق جدول 10 میباشد.

در شکل 9 اثر نسبت ضخامت رویه پایینی به رویه بالایی بر روی پاسخ فلاتر پنل ساندویچی با رویه بالایی مرکب و رویه پایینی همسانگرد یا مرکب نشان داده شده است.



Fig. 9 Variation of dimensionless critical dynamic pressure with the thickness ratio of the bottom to the top face sheets

شکل 9 تغییرات فشار دینامیکی بیبعد با نسبت ضخامت رویه پایینی به رویه بالایی

به ضخامت کل 0.06 و نسبت طول به ضخامت کل 9 میباشد. خواص مواد رویه بالایی و هسته مطابق جدول 9 میباشد.

در شكل 7، نمودار نيمه لگاريتمى اثر نسبت مدول الاستيسيته رويهها به هسته (E_{1t}/E_{1c}) بر روى پاسخ فلاتر پنل ساندويچى مركب براى سه نوع لايهچينى مختلف نشان داده شده است. شكل 7 نشان مىدهد با افزايش نسبت مدول الاستيسيته رويهها به هسته فشار ديناميكى بحرانى بى بعد براى هر سه نوع پنل ساندويچى بسرعت كاهش مىيابد. هم چنين شكل 7 نشان مىدهد كه نرخ كاهش فشار ديناميكى بى بعد با افزايش نسبت مدول الاستيسيته رويهها به هسته براى پنل با لايه چينى متعامد از دو پنل ديگر بيشتر است.

6-6- بررسی اثر نسبت ضخامت رویه بالایی به رویه پایینی بر روی فلاتر پنل ساندویچی

در این بخش اثر نسبت ضخامت رویه بالایی به رویه پایینی (h_t/h_b) بر روی پاسخ فلاتر پنل ساندویچی با رویه بالایی همسانگرد یا مرکب و رویه پایینی مرکب مطالعه میشود. در این مثال سه پنل ساندویچی با رویه بالایی با جنسهای مختلف شامل آلومینیومی، فولادی و مرکب در نظر گرفته شده است. خواص مواد رویهها و هسته مطابق جدول 10 میباشد.

در شکل 8 اثر نسبت ضخامت رویه بالایی به رویه پایینی بر روی پاسخ فلاتر پنل ساندویچی با رویه بالایی همسانگرد یا مرکب و رویه پایینی مرکب نشان داده شده است. همانطور که شکل 8 نشان می دهد با افزایش نسبت ضخامت رویه بالایی به رویه پایینی از 0.3 تا 0.7 فشار دینامیکی بحرانی بی -بعد برای هر سه نوع پنل ساندویچی بسرعت کاهش می ابد و با افزایش بیشتر این نسبت تغییر محسوسی در فشار دینامیکی بحرانی بی بعد رخ نمی -دهد. هم چنین شکل 8 نشان می دهد که پنل ساندویچی با رویه آلومینیومی دارای بیشترین فشار دینامیکی بحرانی می بعد برای همه منبت ضخامت رویهها است و دارای بهترین رفتار آیروالاستیک می باشد.

6-7- بررسی اثر نسبت ضخامت رویه پایینی به رویه بالایی بر روی فلاتر ینل ساندویچی

در این بخش اثر نسبت ضخامت رویه پایینی به رویه بالایی (h_b/h_t) بر روی پاسخ فلاتر پنل ساندویچی با رویه بالایی مرکب و رویه پایینی همسانگرد یا



Fig. 7 Variation of dimensionless critical dynamic pressure with the face sheets to the core elastic modulus ratio

شكل 7 تغييرات فشار ديناميكي بيبعد با نسبت مدول الاستيسيته رويهها به هسته

بحرانی در این دو شکل جستجو کرد؛ ۲^{II} که در مخرج کسر بیبعد سازی فشار دینامیکی بحرانی قرار دارد ($\lambda_{\rm er} = \beta_a a^3 / Y_{11t}^{\prime\prime}$) فشار دینامیکی بحرانی قرار دارد فرا رویه بالایی فولادی نسبت به دو پنل دیگر مقدار بزرگتر دارد که منجر به

كوچكتر شدن فشار ديناميكي بحراني بيبعد پنل ساندويچي با رويه بالايي فولادی نسبت به پنل ساندویچی با رویه بالایی آلومینیومی در شکل 8 شده است، اما در شکل 9 Y_{11t}^{II} برای هر سه منحنی مقدار ثابتی دارد، در نتیجه پنل ساندویچی با رویه پایینی فولادی برای h_b/h_t = 1 پنل ساندویچی با رویه پایینی فولادی برای ا دینامیکی بحرانی بیبعد بیشتری است.

7- نتيجه گيري

پس از بررسی و جمعبندی نتایج عددی حاصل از تحلیل کمانش و فلاتر پنلهای ساندویچی، میتوان موارد زیر را نتیجه گیری نمود:

- با افزایش مقدار زاویه الیاف از 0 تا 45 درجه، نیروی کمانش بیبعد پنل ساندویچی مرکب افزایش مییابد و با افزایش بیشتر این زاویه تا 90 درجه، نيروى كمانش بىبعد كاهش پيدا مىكند. بعبارت ديگر بيشترين نيروى کمانش بیبعد مربوط به پنل ساندویچی با لایه چینی زاویه ای است.

- نسبتهای کوچک مدول الاستیسیته رویه بالایی به رویه پایینی، تأثیر ناچیزی بر فشار دینامیکی بیبعد پنل ساندویچی مرکب دارد.

- پنل ساندویچی با رویه بالایی آلومینیومی و رویه پایینی مرکب دارای فشار دینامیکی بحرانی بیبعد بیشتری نسبت به پنلهای ساندویچی با رویه بالایی فولادی یا مرکب و رویه پایینی مرکب میباشد.

- برای پنل ساندویچی با ضخامت رویههای یکسان، پنل ساندویچی با رویه بالایی مرکب و رویه پایینی فولادی فشار دینامیکی بحرانی بیبعد بیشتری نسبت به پنلهای ساندویچی با رویه بالایی مرکب و رویه پایینی آلومینیومی یا مرکب میباشد.

- برای پنل ساندویچی با ضخامت بزرگتر رویه بالایی نسبت به ضخامت رویه پایینی، پنل ساندویچی با رویههای بالایی و پایینی مرکب دارای رفتار آیروالاستیک بهتری نسبت به پنل ساندویچی با رویه بالایی مرکب و رویه ياييني آلومينيومي يا فولادي مي باشد.

8- يبوستها

1-8-ييوست يک

تعدادی از درایههای ماتریس 🚺 برای تحلیل کمانش عبارتند از:

$$\overline{L}_{11} = -Y_{11t}^{0} \frac{\partial^{2}}{\partial x^{2}} - Y_{44t}^{0} \frac{\partial^{2}}{\partial y^{2}} - 2Y_{14t}^{0} \frac{\partial^{2}}{\partial x \partial y}$$

$$\overline{L}_{12} = -Y_{11t}^{l} \frac{\partial^{2}}{\partial x^{2}} - Y_{44t}^{l} \frac{\partial^{2}}{\partial y^{2}} - 2Y_{14t}^{l} \frac{\partial^{2}}{\partial x \partial y}$$

$$\overline{L}_{13} = -Y_{11t}^{ll} \frac{\partial^{2}}{\partial x^{2}} - Y_{44t}^{ll} \frac{\partial^{2}}{\partial y^{2}} - 2Y_{14t}^{ll} \frac{\partial^{2}}{\partial x \partial y}$$

جایی که:

$$(\Upsilon_{ijt}^{0},\Upsilon_{ijt}^{I},\Upsilon_{ijt}^{II},\Upsilon_{ijt}^{II},\Upsilon_{ijt}^{III}) = \int_{-h_{t}/2}^{h_{t}/2} \overline{Q}_{ij}(\mathbf{1},z_{t},z_{t}^{2},z_{t}^{3})dz_{t}$$

$$= \sum_{k=1}^{N_{t}} \overline{Q}_{ij}^{(k)} \int_{-h_{k}/2}^{h_{k}/2} (\mathbf{1},z_{t},z_{t}^{2},z_{t}^{3})dz_{t}; (i,j = \mathbf{1},\mathbf{2},\dots,\mathbf{6})$$

$$= \sum_{k=1}^{N_{t}} \overline{Q}_{ij}^{(k)} \int_{-h_{k}/2}^{h_{k}/2} (\mathbf{1},z_{t},z_{t}^{2},z_{t}^{3})dz_{t}; (i,j = \mathbf{1},\mathbf{2},\dots,\mathbf{6})$$

جایی که h_ ضخ ى رويه

2-8-ييوست دو

$$\overline{L}_{55} = I_{0t} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - Y_{44t}^0 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - Y_{22t}^0 \frac{\partial^2}{\partial y^2} - 2Y_{24t}^0 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}$$

$$\overline{L}_{56} = I_{1t} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - Y_{44t}^l \frac{\partial^2}{\partial x^2} - Y_{22t}^l \frac{\partial^2}{\partial y^2} - 2Y_{24t}^l \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}$$

$$\overline{L}_{57} = I_{2t} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - Y_{44t}^{II} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - Y_{22t}^{II} \frac{\partial^2}{\partial y^2} - 2Y_{24t}^{II} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}$$

$$\overline{L}_{58} = I_{3t} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - Y_{44t}^{III} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - Y_{22t}^{III} \frac{\partial^2}{\partial y^2} - 2Y_{24t}^{III} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}$$

$$\overline{L}_{58} = I_{3t} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - Y_{44t}^{III} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - Y_{22t}^{III} \frac{\partial^2}{\partial y^2} - 2Y_{24t}^{III} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}$$

جايى

$$I_{nt} = \int_{-h_t/2}^{h_t/2} \rho_t z_t^n dz_t; n = 0,1,2,3$$
align: a state of the st

9- مراجع

- [1] E. H. Dowell, E. F. Crawley, H. C. Curtiss Jr., D. A. Peters, R. H. Scanlan, F. Sisto, A Modern Course in Aeroelasticity, 3rd edition, pp. 1-2, Netherlands: Kluwer Academic Publisher, 1995.
- J. W. Sawyer, Flutter and buckling of general laminated plates, [2] Journal of Aircraft, Vol. 14, No. 4, pp. 387-393, 1977.
- K. Noor, J. M. Peters, W. S. Burton, Three-dimensional solutions for initially stressed structural sandwiches, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 120, No. 2, pp. 284-303, 1994
- [4] M. Ganapathi, T. K. Varadan, Supersonic flutter of laminated curved panels, Defence Science Journal, Vol. 45, No. 2, pp. 147-159, 1995.
- [5] M. Meunier, R. A. Shenoi, Free vibration analysis of composite sandwich plates, Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 213, No. 7, pp. 715–727, 1999.
- C. Sarah Babu, T. Kant, Two shear deformable finite element [6] models for buckling analysis of skew fiber-reinforced composite and sandwich panels, Composite Structures, Vol. 46, No. 2, pp. 115-124, 1999.
- [7] Y. Frostig, O. T. Thomsen, High-order free vibrations of sandwich panels with a flexible core, International Journal of Solids Structures, Vol. 41, No. 5-6, pp. 1697-1724, 2004.
- S. Shokrollahi, H. Gerami, F. Bakhtiari Nejad, Flutter analysis of [8] a low aspect ratio swept back trapezoidal wing at low subsonic flow, JAST, Vol. 3, No. 2, pp. 61-66, 2006.
- K. J. Sohn, J. H. Kim, Structural stability of functionally graded [9] panels subjected to aero-thermal loads, Composite Structures, Vol. 82, No. 3, pp. 317-325, 2008.
- [10] L-C., Shiau, S-Y. Kuo, Nonlinear panel flutter of composite sandwich plates with thermal effect, Journal of Mechanics, Vol. 24, No. 2, pp. 179-188, 2008.
- [11] M. Cetkovic, D. Vuksanovic, Bending, free vibrations and buckling of laminated composite and sandwich plates using a laverwise displacement model. Composite Structures, Vol. 88, No. 2, pp. 219–227, 2009.
- [12] H. H. Ibrahim, H. H. Yoo, Nonlinear flutter oscillations of composite shallow shells subject to aerodynamic and thermal

Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-05-05

DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.7.25.0

ضخامت رویهها و بهترین رفتار آیروالاستیک میباشد.

همانطور که شکل 9 نشان میدهد رفتار فلاتر سه پنل با افزایش نسبت مدول الاستیسیته رویهها متفاوت است و پنل ساندویچی با رویههای بالایی و

پایینی مرکب دارای بیشترین فشار دینامیکی بحرانی بیبعد برای اکثر نسبت

بیبعد است، دلیل این رفتار را باید در نحوه بیبعدسازی فشار دینامیکی

همچنین شکل 9 نشان میدهد که پنل ساندویچی با رویه بالایی مرکب و رويه پايينی فولادی برای $h_b/h_t = 1$ دارای بالاترين فشار ديناميکی بحرانی بیبعد است، در حالی که شکل 8 نشان میدهد پنل ساندویچی با رویه بالایی آلومینیومی و رویه پایینی مرکب دارای بالاترین فشار دینامیکی بحرانی Ganapathi, Panel flutter characteristics of sandwich plates with CNT reinforced facesheets using an accurate higher-order theory, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 50, pp. 376–391, 2014.

- [29] K. Malekzadeh Fard, M. Rezaei Hassanabadi, M. Livani, Analytical solution based on higher order shear and normal deformation theory for Buckling of functionally graded plates with piezoelectric layers, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 15, pp. 414–422, 2014. (in Persian فارسى)
- [30] G. Payganeh, K. Malekzadeh Fard, F. Rashed Saghavaz, Effects of important geometrical and physical parameters on free vibration and impact force for sandwich plates with smart flexible cores, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 1, pp. 21–30, 2014. (in Persian, فارسی)
- [31] M. Ghasemi, A. Jaamialahmadi, Analytical solution based on higher order shear and normal deformation theory for Buckling of functionally graded plates with piezoelectric layers, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 387–397, 2015. (in Persian نفارسی)
- [32] H. Golparvar, S. Irani, An analytical experimental investigation of effects of store on flutter speed for cropped delta wing/store model in low subsonic regime, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 7, pp. 61–72, 2015. (in Persian فازسی)
- [33] H. Moosazadeh, B. Ghadiri Dehkordi, M. Rasekh, Aerothermoelasticity of 2D shell with finite volume and Gallerkin method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 8, pp. 312–322, 2015. (in Persian ناریس)
- [34] H. Alidoost, J. Rezaee pazhand, Dynamic stability of laminated composite beam subjected to follower force, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 10, pp. 233–239, 2016. (in Persian فارسی)
- [35] M. Asgari, G. Payganeh, K. Malekzadeh Fard, F. Rashed Saghavaz, A parametric study of the free vibration analysis of composite sandwich plate with magneto-rheological smart core, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 11, pp. 396–404, 2016. (in Persian نفارسی)
- [36] M. Hosseini, M. Talebitooti, Buckling analysis of moderately thick composite conical shells using Galerkin and DQ methods, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 12, pp. 367–375, 2016. (in Persian فارسی)
- [37] J. N. Reddy, Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis, Second Edition, pp. 1–164, Boca Raton: CRC Press, 2003.
- [38] K. Malekzadeh, M. R. Khalili, R. K. Mittal, Local and global damped vibrations of plates with a viscoelastic soft flexible core: An improved high-order approach, *Journal of Sandwich Structures and Materials*, Vol. 7, pp. 431-456, 2005.
- [39] A. K. Nayak, R. A. Shenai, S. S. J. Moy, Analysis of damped composite sandwich plates using plate bending element with substitute shear strain fields based on Reddy's higher-order theory, *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 216, pp. 591–606, 2002.

loads, 13th International Conference on Aerospace Sciences and Aviation Technology, Cairo, Egypt, May 26–28, 2009.

- [13] W. Zhen, C. Wanji, A C⁰-type higher-order theory for bending analysis of laminated composite and sandwich plates, *Composite Structures*, Vol. 92, No. 3, pp. 653–661, 2010.
- [14] M. A. Kouchakzadeh, M. Rasekh, H. Haddadpour, Panel flutter analysis of general laminated composite plates, *Composite Structures*, Vol. 92, No. 12, pp. 2906–2915, 2010.
- [15] O. Rahmani, S. M. R. Khalili, K. Malekzadeh, Free vibration response of composite sandwich cylindrical shell with flexible core, *Composite Structures*, Vol. 92, No. 5, pp. 1269–1281, 2010.
- [16] S. Mahmoudkhani, H. Haddadpour, H. M. Navazi, Supersonic flutter prediction of functionally graded conical shells, *Composite Structures*, Vol. 92, No. 2, pp. 377–386, 2010.
- [17] L. K. Abbas, X. Rui, P. Marzocca, M. Abdalla, R. De Breuker, A parametric study on supersonic/hypersonic flutter behavior of aero-thermo-elastic geometrically imperfect curved skin panel, *Acta Mechanica*, Vol. 222, No. 12, pp. 41–57, 2011.
- [18] H. M. Navazi, H. Haddadpour, Nonlinear aero-thermoelastic analysis of homogeneous and functionally graded plates in supersonic airflow using coupled models, *Composite Structures*, Vol. 93, No. 10, pp. 2554–2565, 2011.
- [19] L. He, Y. S. Cheng, J. Liu, Precise bending stress analysis of corrugated-core, honeycomb-core and Xcore sandwich panels, *Composite Structures*, Vol. 94, No. 5, pp. 1656–1668, 2012.
- [20] M. M. Kheirikhah, S. M. R. Khalili, K. Malekzadeh Fard, Buckling analysis of soft-core composite sandwich plates using 3D finite element method, *Applied Mechanics and Materials*, Vol. 105, No. 107, pp. 1768–1772, 2012.
- [21] V. V. Vedeneev, Panel flutter at low supersonic speeds, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 29, No. 1, pp. 79–96, 2012.
- [22] L. C. Shiau, S. Y. Kuo, Y. P. Liu, Aerothermoelastic analysis of composite laminated plates, *Composite Structures*, Vol. 94, No. 6, pp. 1982–1990, 2012.
- [23] F. M. Li, Z. G. Song, Flutter and thermal buckling control for composite laminated panels in supersonic flow, *Journal of Sound* and Vibration, Vol. 332, No. 22, pp. 5678–5695, 2013.
- [24] Z. Yang, J. Zhou, Y. Gu, Integrated analysis on static dynamic aeroelasticity of curved panels based on a modified local piston theory, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 333, No. 22, pp. 5885–5897, 2014.
- [25] X. Wang, G. Shi, A simple and accurate sandwich plate theory accounting for transverse normal strain and interfacial stress continuity, *Composite Structures*, Vol. 107, pp. 620–628, 2014.
- [26] M. H. Zhao, W. Zhang, Nonlinear dynamics of composite laminated cantilever rectangular plate subject to third-order piston aerodynamics, *Acta Mechanica*, Vol. 225, No. 7, pp. 1985–2004, 2014.
- [27] Z. G. Song, F. M. Li, Aerothermoelastic analysis of nonlinear composite laminated panel with aerodynamic heating in hypersonic flow, *Composites: Part B*, Vol. 56, No. 5, pp. 830– 839, 2014.
- [28] A. Sankar, S. Natarajan, M. Haboussi, K. Ramajeyathilagame, M.