



## تحلیل ارتعاشی پوسته استوانه‌ای FML بهینه شده بر اساس معیار ماکزیمم فرکانس طبیعی تحت شرایط مرزی مختلف

علی نظری<sup>۱</sup>, کرامت ملکزاده‌فرد<sup>۲\*</sup>, میلاد مجیدیان<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی دکتری، مهندسی هوافضاء، پژوهشگاه هوافضاء، تهران

۲- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک‌اشتر، تهران

۳- کارشناس ارشد، مهندسی هوافضاء، پژوهشگاه هوافضاء، تهران

\*تهران، صندوق پستی 13445768 maledkzadeh@mut.ac.ir

### چکیده

در این مقاله ساختار پوسته‌های استوانه‌ای چند لایه فلز و کامپوزیت که به اختصار به آنها FML گفته می‌شود با هدف دستیابی به بیشترین فرکانس طبیعی مورد بهینه‌سازی قرار گرفته‌اند. به این منظور ترتیب چینش لایه‌های فلز و کامپوزیت نسبت به یکدیگر و همچنین زوایایی قرارگیری لایه‌های کامپوزیتی پوسته استوانه‌ای FML مرتبًا تغییر کرده و برای هر حالت فرکانس طبیعی پوسته استخراج گردیده و در نهایت ساختاری از پوسته که منجر به بیشترین فرکانس طبیعی گردیده به عنوان ساختار بهینه پوسته هیبریدی تعیین گردیده است. به منظور استخراج معادلات حاکم از اصل همیلتون و روش انرژی و برای مدل‌سازی جایجایی‌های پوسته از تئوری برش مربوطه اول استفاده شده است. برای تیمین پاسخ ارتعاشات آزاد، با استفاده از سری‌های فوریه مساله مورد نظر تبدیل به یک مساله مقادیر ویژه گردیده و مورد تحلیل قرار گرفته است. یکی از مهمترین نوآوری‌های این پژوهش ایجاد یک برنامه کامپیوتری جامع به منظور بهینه‌سازی پوسته‌های هیبریدی می‌باشد. به این منظور برنامه‌ای در محیط نرم‌افزار انتل نوشته شده و با لینک آن با نرم‌افزار المان محدودی ABAQUS پوسته‌های FML با ساختارهای مقاومت موردن بهینه‌سازی قرار گرفته‌اند. برنامه نوشته شده امکان تحلیل و بهینه نمودن پوسته‌های FML با هر تعداد لایه‌های فلز و کامپوزیت، هر نوع زاویه قرارگیری الیاف و تحت هر نوع شرایط مرزی را دارد. نتایج موردنظر در این مقاله برای شرایط مرزی دوسرولوا و دو سرگیردار و ترکیب‌های مختلف از زوایای ۰, ۳۰, ۶۰ و ۹۰ درجه برای لایه‌های کامپوزیتی استخراج گردیده است.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۱۲ فروردین ۱۳۹۵

پذیرش: ۱۹ خرداد ۱۳۹۵

ارائه در سایت: ۲۹ تیر ۱۳۹۵

کلید واژگان:

ارتعاشات

لایه‌چینی

زاویه‌چینی

پوسته هیبریدی

## Vibration analysis of FML cylindrical shell optimized according to maximum natural frequency under various boundary conditions

Ali Nazari<sup>1</sup>, Keramat Malekzade Fard<sup>2\*</sup>, Milad Majidian<sup>3</sup>

1-3- Department of Aerospace Engineering, Aerospace Research Institute, Tehran, Iran

2- Department of Aerospace Engineering, Malekashtar University, Tehran, Iran

\* P.O.B. 13445768, Tehran, Iran, kmalekzadeh@mut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 31 March 2016

Accepted 08 June 2016

Available Online 20 July 2016

Keywords:

Vibration

layer sequence

layer orientation

fiber metal laminate shell

### ABSTRACT

In this paper the arrangement of the fiber metal laminate for cylindrical shells to achieve the maximum natural frequencies is optimized. In order to maximize the FML shell natural frequencies the sequence of the composite –metal layers and fiber orientation are changed frequently and for each case, the sample natural frequency is calculated. Finally FML shell with maximum natural frequencies is found. Hamilton's principle and energy method is used to define the equation of motion and First order shear deformation theory (FSDT) is utilized for vibration analysis in the shell's equilibrium equation. In order to solve free vibration problem the double Fourier series is used to obtain the eigenvalue problem. For this purpose, through a MATLAB program linked to the finite element software of ABAQUS, different shells with various layer sequence and fiber orientation are created and studied from optimization aspect. This comprehensive program is able to analyze the FML shells with various arrangements of composite –metal layers, fiber orientation and boundary condition. The simply-simply and clamp-clamp boundary conditions are applied on edges. The applicable fiber orientations are 0,30,60,90 degrees.

مکانیکی خوبی داشته باشند، متمرکز شده است. یکی از این ترکیبات ساخته

شده از مواد مرکب که خواص خوب مواد فلزی نظیر چکش خواری، ضربه و

محدوده خرابی بالا را با مزیت‌های خوب مواد مرکب مانند مقاومت ویژه بالا،

سختی ویژه بالا، خودگی مناسب و تحمل خستگی ترکیب می‌سازند

### - مقدمه

یکی از پرکاربردترین مواد مورد استفاده در سازه‌های هوایی و فضایی مواد

مرکب می‌باشند. به همین دلیل در دهه‌های اخیر تلاش‌ها بر روی ساخت

مواد مرکب با مقاومت در برابر خستگی و ضربه بالا که وزن کم و خواص

Please cite this article using:

A. Nazari, K. Malekzade Fard, M. Majidian, Vibration analysis of FML cylindrical shell optimized according to maximum natural frequency under various boundary conditions, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 7, pp. 143-152, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

که در مجموع در حدود چهارهزار حالت تنها برای یک نوع شرایط مرزی بررسی گردیده است. در این مقاله ترتیب قرارگیری لایه‌های پوسته هیبریدی و همچنین زوایای قرارگیری لایه‌های کامپوزیتی از سمت داخل به خارج می‌باشد. به طور مثال پوسته هیبریدی سه لایه با لایه چینی-AL/Gl-Ep/Ep/Gl-Zوایای [0/90] معرف پوسته‌ای است که سطح داخلی آن از جنس آلومینیوم، لایه دوم از جنس شیشه/اپوکسی با زاویه قرارگیری صفر درجه و لایه خارجی آن نیز از جنس شیشه/اپوکسی با زاویه قرارگیری 90 درجه می‌باشد.

در مورد ارتعاشات و بهینه‌سازی پوسته‌های هیبریدی مقالات متعددی به چاپ رسیده است. نام و انگل [1]، در سال 2001 در مقاله‌ای طرح ترتیب چینش لایه‌های پوسته هیبریدی برای دستیابی به حداکثر استحکام را مورد بررسی قرار دادند. آنها برای آنالیز پوسته از روش المان محدود براساس تئوری تغییر شکل برشی بهره‌گیری کردند. متغیرهای طراحی را زاویه الایاف اختراک‌کرده و توابع هدف را معیار واماندگی تساوی-هیل و معیار تسلیم می‌زنند. بترتیب برای لایه پرپرگ و لایه فلزی در نظر گرفتند. ملکزاده و همکاران [3,2]، در سال 2010 پاسخ دینامیکی پوسته‌های استوانه‌ای FML تحت پیش‌نش و بارهای پالسی عرضی را مورد بررسی قرار دادند. آنها برای به دست آوردن معادلات تعادل از تئوری برشی مرتبه اول و برای حل معادلات از روش گلرکین استفاده نمودند. یمنگ و سامین [4]، در سال 2013 پاسخ گذاری غیرخطی پوسته کروی توخالی چند لایه FML تحت یک فیلد دمایی غیریکوتا خواست را بررسی نمودند. یگانو و همکارانش [5]، در سال 2013 آنالیز ارتعاشات پوسته‌های استوانه‌ای ایزوتrop با شرایط مرزی مختلف را بررسی نمودند. آنها در این مقاله روش‌های موثری را برای حل ارتعاشات گذار، هارمونیک و آزاد ورقه‌های استوانه‌ای کامپوزیتی تحت شرایط مرزی کلاسیک و غیرکلاسیک ارائه دادند. لام و لوی [6]، در سال 1995 تاثیر شرایط مرزی و چهت‌گیری لایه‌های کامپوزیتی را بر روی فرکانس‌های طبیعی پوسته چند لایه ارتوتروپیک مورد بررسی قرار دادند. آنها از تئوری لاو و روش ریتز استفاده نمودند.

سن و همکارانش [7]، در سال 2015 با ارائه یک پروسه طراحی بهینه، لایه‌چینی پوسته‌های FML را بر اساس معیار ایجاد ترک بهینه نمودند. آنها تنها لایه‌چینی پوسته را به عنوان متغیر در نظر گرفتند و با استفاده از یک پروسه طراحی معکوس لایه‌چینی بهینه را به گونه‌ای تعیین نمودند که دارای بیشترین استحکام جهت جلوگیری از ایجاد ترک باشند.

آلدرلیستن و همکارانش [8]، در سال 2015 به بهینه‌سازی لایه‌چینی پوسته‌های FML بر اساس معیار رشد ترک پرداختند. آنها لایه‌چینی‌ها را به صورت مقاین فرض نمودند و زاویه قرارگیری لایه‌های کامپوزیتی نیز ثابت در نظر گرفته شدند و برای انجام فرایند بهینه‌سازی از الگوریتم ژنتیک استفاده نمودند. آنها لایه‌چینی را به گونه‌ای بهینه تعیین نمودند که دارای مقاومت در برابر رشد ترک در لایه‌ها باشند.

با توجه به بررسی‌های صورت گرفته بزرگترین نوآوری‌های این تحقیق نسبت به تحقیق‌های گذشته عبارتند از:

- در این تحقیق برای اولین بار کد سیستماتیکی برای بهینه‌سازی پوسته‌های هیبریدی ارائه گردیده است که امکان بهینه‌سازی پوسته‌های هیبریدی با هر نوع شرایط مرزی را دارد.
- در تحقیقات گذشته به منظور بهینه‌سازی ساختار پوسته‌های هیبریدی زاویه قرارگیری لایه‌های کامپوزیتی و یا ترتیب

کامپوزیت‌های فلز و الیاف<sup>1</sup> یا همان چندلایه‌های هیبریدی می‌باشند که به اختصار به آنها FML گفته می‌شود. عمولاً بخش مهمی از سازه‌های مختلف از پوسته‌ها تشکیل می‌شوند. بالا بودن فرکانس طبیعی یک پوسته مزیت بسیار بزرگی برای سازه می‌باشد زیرا باعث می‌شود سازه در فرکانس‌های بالاتری دچار پدیده تشدد گردد. در نتیجه دستیابی به پوسته‌هایی با فرکانس طبیعی بالا از اهمیت زیادی برخوردار است یکی از پوسته‌هایی که اخیراً کاربرد وسیعی در سازه‌های گوناگون پیدا کرده است پوسته‌های هیبریدی می‌باشند. یکی از ویژگی‌های منحصر به فرد پوسته‌های هیبریدی امکان تغییر فرکانس طبیعی این پوسته‌ها با تغییر ترتیب قرارگیری لایه‌های فلز و کامپوزیت نسبت به یکدیگر و همچنین تغییر زاویه قرارگیری لایه‌های کامپوزیتی است. از آنجاییکه ترتیب قرارگیری لایه‌ها و زاویه قرارگیری لایه‌های دارای حالت‌های بسیار زیادی می‌باشد در نتیجه باید می‌توان با توجه به شرایط عملیاتی سازه، بهترین ترتیب لایه‌چینی و بهترین زاویه قرارگیری لایه‌های کامپوزیتی را برای پوسته هیبریدی به منظور دستیابی به فرکانس طبیعی مورد نظر تحت شرایط مرزی مختلف مشخص نمود تا با هزینه مقرر به صرفه پوسته مورد نظر تولید گردد. یکی از مهمترین کاربردهای پوسته‌های هیبریدی در بدنه بلوک‌های انتقال مداری ماهواره‌ها می‌باشد. دستیابی به ساختارهای بهینه شده باید به اندازه کافی از فرکانس‌های موتور بلونک انتقال مداری دور باشند تا پدیده تشدد منجر به تخریب این پوسته‌ها نگردد. این مورد یکی از مهمترین دلایل انتخاب فرکانس طبیعی جهت انجام فرایند بهینه سازی می‌باشد. همچنین تغییر فرکانس طبیعی تابعی از تغییر جرم و یا سختی سازه می‌باشد و از آنجایی که در این تحقیق جنس پوسته ثابت در نظر گرفته می‌شود در نتیجه تغییر در فرکانس طبیعی تنها تابعی از سختی پوسته می‌باشد و افزایش یا کاهش سختی پوسته به ترتیب منجر به افزایش و یا کاهش فرکانس طبیعی می‌گردد در نتیجه برای تعیین ساختار بهینه پوسته که دارای بیشترین سختی ممکن باشد از فرکانس‌های طبیعی به عنوان معیاری مناسب جهت تشخیص دستیابی به این هدف استفاده گردیده است. در این تحقیق پوسته‌های استوانه‌ای FML با استفاده از تئوری برشی مرتبه اول مورد تحلیل ارتعاشی قرار گرفته‌اند و جهت تعیین بهینه‌ترین ساختار ممکن برای پوسته‌های هیبریدی با هدف دستیابی به فرکانس طبیعی ماکریم ترتیب قرارگیری لایه‌های فلز و کامپوزیت نسبت به یکدیگر و همچنین زوایای قرارگیری لایه‌های کامپوزیتی مرتبه تغییر کرده و فرکانس‌های طبیعی برای تمامی حالت‌های ممکن تحت شرایط مرزی مختلف مشخص شده است. به این منظور برنامه‌ای در محیط نرم‌افزار متلب نوشته شده و با ایجاد ارتباط بین نرم‌افزار متلب و نرم‌افزار المان محدودی آباکوس پوسته‌های هیبریدی مورد نظر تحلیل گردیده‌اند. نمونه مورد بررسی در این مقاله برای اجراء روند بهینه‌سازی و تحلیل فرکانسی یک پوسته هیبریدی شش لایه می‌باشد که دو لایه آن از جنس آلومینیوم و چهار لایه آن از جنس شیشه/اپوکسی است. زاویه قرارگیری لایه‌ها نیز به صورت ترکیبی از زوایای 90/60/30/0 می‌باشند. به طور مثال برای تعیین بیشترین فرکانس طبیعی پوسته هیبریدی شش لایه، پانزده حالت قرارگیری لایه‌های فلز و کامپوزیت نسبت به یکدیگر که در هر یک از این پانزده حالت لایه‌چینی 256 حالت برای زاویه قرارگیری لایه‌های کامپوزیتی وجود دارد مورد بررسی قرار گرفته

<sup>1</sup> Fiber metal laminate

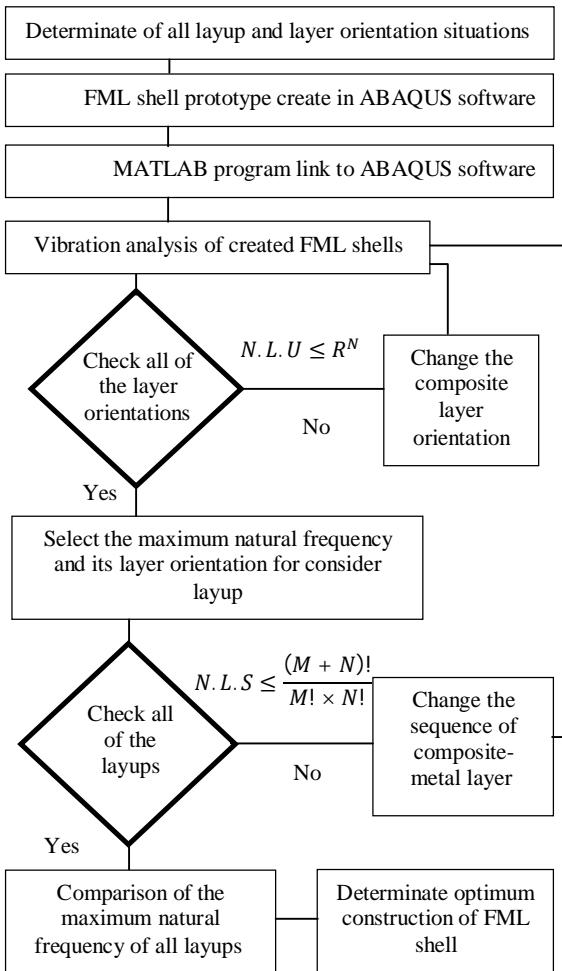
زوایای ارائه شده برای زاویه‌چینی لایه‌های کامپوزیتی ایجاد می‌گردد سپس با لینک برنامه نوشته شده در محیط متلب با نرم افزار آباکوس ترتیب فرارگیری لایه‌های فلزی و کامپوزیتی تشکیل‌دهنده پوسته و همچنین زوایای فرارگیری هر یک از لایه‌های کامپوزیتی پوسته هیبریدی مورد بررسی مرتباً تغییر کرده و برای تمامی ساختارهای ممکن پوسته هیبریدی میزان فرکانس طبیعی استخراج می‌گردد و در نهایت با مقایسه تمامی فرکانس‌های طبیعی، ساختاری از پوسته هیبریدی که منجر به بیشترین فرکانس طبیعی گردیده است به عنوان ساختار بهینه تعیین می‌گردد. در شکل 1 نیز نمودار فرایند بهینه‌سازی پوسته هیبریدی ارائه گردیده است.

فرایند بهینه‌سازی تا جایی ادامه می‌یابد که تحلیل فرکانسی تمامی ساختارهای ممکن برای پوسته هیبریدی مورد بررسی قرار گیرد. به این منظور از قیود طراحی ارائه شده در روابط (3) استفاده گردیده است.

Maximize  $\omega$

$$\begin{aligned} 0 < \frac{(M+N)!}{M! \times N!} \\ 0 < N.L.U \leq R^N \end{aligned} \quad (3)$$

مهمنترین گام در شبیه‌سازی پوسته‌های هیبریدی در نرم افزار آباکوس نحوه تعیین خواص لایه‌های کامپوزیتی و انتخاب نوع المان جهت انجام مشیندی می‌باشد. به این منظور با ایجاد محورهای مختصات جدید خواص



شکل 1 نمودار فرایند بهینه‌سازی پوسته استوانه‌ای هیبریدی

فرارگیری لایه‌های فلز و کامپوزیت نسبت به یکدیگر به عنوان متغیر طراحی در نظر گرفته شده است اما در این تحقیق زاویه فرارگیری لایه‌های کامپوزیتی و ترتیب فرارگیری لایه‌های فلز و کامپوزیت نسبت به یکدیگر به طور همزمان به عنوان متغیر طراحی در نظر گرفته شده‌اند.

- در تحقیقات گذشته بهینه‌سازی ساختار پوسته‌های هیبریدی نهایتاً برای سه زاویه ۹۰, ۴۵, ۰ درجه انجام گرفته است ولی در این تحقیق برای زاویه فرارگیری لایه‌های کامپوزیتی هیچ محدودیتی وجود ندارد.

## 2- بهینه‌سازی پوسته‌های هیبریدی

در این پژوهش ساختار پوسته‌های هیبریدی با هر تعداد لایه‌های فلز و کامپوزیت و هر گونه زاویه فرارگیری لایه‌های کامپوزیتی به گونه‌ای بهینه گردیده است که پوسته دارای بیشترین فرکانس طبیعی ممکن گردد. متغیرهای طراحی برای دستیابی به این هدف ترتیب فرارگیری لایه‌های فلز و کامپوزیت و همچنین زاویه فرارگیری هر یک از لایه‌های کامپوزیتی پوسته هیبریدی می‌باشند. در جدول 1 پارامترهای مورد استفاده در فرایند بهینه‌سازی معرفی گردیده‌اند.

## 3- بررسی فرآیند بهینه‌سازی پوسته هیبریدی

فرایند اجرا شده برای بهینه‌سازی پوسته هیبریدی به این گونه است که ابتدا با توجه به تعداد لایه‌های فلز و کامپوزیت و با استفاده از رابطه (1) تعداد حالت‌های مختلف فرارگیری لایه‌های فلز و کامپوزیت نسبت به یکدیگر مشخص می‌شود.

$$S = \frac{(M+N)!}{M! \times N!} \quad (1)$$

سپس با استفاده از رابطه (2) تعداد حالت‌های مختلف برای زوایای فرارگیری لایه‌های کامپوزیتی مشخص می‌گردد. لازم به ذکر است معادلات (1) و (2) توسط مؤلفین ارائه گردیده است.

$$U = R^N \quad (2)$$

با ضرب معادلات (1) و (2) در یکدیگر تعداد کل ساختارهای قابل حصول برای پوسته هیبریدی با  $M$  لایه فلزی و  $N$  لایه کامپوزیتی مشخص می‌شود. حال باید از بین تمامی این ساختارهای ممکن برای پوسته هیبریدی مورد نظر ساختاری که منجر به بیشترین فرکانس طبیعی گردد مشخص شود. به این منظور ابتدا در محیط نرم افزار آباکوس یک پوسته هیبریدی با ساختاری دلخواه و با توجه به تعداد لایه‌های فلزی و کامپوزیتی و همچنین

جدول 1 معرفی پارامترهای مورد استفاده در فرایند بهینه‌سازی  
Table1 introduction parameter used in optimization process

نام پارامتر	تعریف پارامتر
$M$	تعداد لایه‌های فلزی پوسته هیبریدی
$N$	تعداد لایه‌های کامپوزیتی پوسته هیبریدی
$R$	تعداد زوایای قابل تخصیص به هر لایه کامپوزیتی
$S$	تعداد لایه‌چینی‌های قابل حصول برای پوسته هیبریدی
$U$	تعداد ترکیب‌های مختلف زاویه‌چینی برای لایه‌های کامپوزیتی
$N.L.S$	تعداد لایه‌چینی‌های بررسی شده
$N.L.U$	تعداد زاویه‌چینی‌های بررسی شده

$$\begin{aligned} \text{در دستگاه مختصات استوانه‌ای به صورت روابط (5) می‌باشد:} \\ \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_\varphi = \frac{1}{R} \left( \frac{\partial v}{\partial \varphi} + w \right), \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}, \quad \gamma_{\varphi z} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{Z} \left( \frac{\partial w}{\partial \varphi} - v \right), \quad \gamma_{x\varphi} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{Z} \left( \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

میدان جابجایی رابطه (4) برای استخراج معادلات حاکم در تئوری برشی مرتبه اول پوسته هیبریدی با استفاده از اصل همیلتون مورد استفاده قرار می‌گیرد [3]:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} [U - W - K] dt = 0 \quad (6)$$

که در آن  $\delta K$  تغییرات انرژی جنبشی،  $\delta U$  تغییرات انرژی کرنشی و  $\delta W$  تغییرات انرژی پتانسیل ناشی از بارهای اعمالی می‌باشد. برای استخراج روابط از حساب تغییرات استفاده شده است. هر کدام از این ترم‌ها با استفاده از میدان جابجایی معرفی شده بسط داده می‌شوند. در حالت ارتعاشات آزاد،  $\delta W$  صفر می‌باشد و روابط برای تغییرات انرژی جنبشی و کرنشی به صورت روابط (7) و (8) می‌باشند [3].

$$\delta k = \int \rho (\dot{U} \delta \dot{U} + \dot{V} \delta \dot{V} + \dot{W} \delta \dot{W}) dv \quad (7)$$

که در آن  $\rho$  معرف چگالی پوسته است. انرژی کرنشی کشنشی و خمشی پوسته بوسیله رابطه (8) بدست خواهد آمد.

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi} \varepsilon^T [S] \varepsilon R d\theta dx \quad (8)$$

که ع بردار کرنش پوسته را رابطه (9) به دست می‌آید.

$$\varepsilon^T = \{\varepsilon_1^0, \varepsilon_2^0, \varepsilon_4^0, \varepsilon_5^0, \varepsilon_6^0, \varepsilon_1^1, \varepsilon_2^1, \varepsilon_6^1\} \quad (9)$$

در رابطه (9)،  $\{\varepsilon_1^0, \varepsilon_2^0, \varepsilon_6^0\}$  کرنش سطح مرجع  $\{\varepsilon_1^1, \varepsilon_2^1, \varepsilon_6^1\}$  از احنان سطح مرجع و  $\{\varepsilon_4^0, \varepsilon_5^0\}$  کرنش‌های برشی هستند. با جایگذاری عبارت‌های مربوط به جابجایی که در روابط (4) داده شد در روابط (5)، کرنش‌های خطی بر حسب جابجایی سطح میانی را می‌توان به صورت روابط (10) به دست آورده:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial x} & \varepsilon_1^1 &= \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \\ \varepsilon_2^0 &= \frac{1}{R} \left( \frac{\partial v_0}{\partial \varphi} + w_0 \right) & \varepsilon_2^1 &= \frac{1}{R} \left( \frac{\partial \theta_\varphi}{\partial \varphi} + \theta_z \right) \\ \varepsilon_6^0 &= \left[ \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{1}{R} \left( \frac{\partial u_0}{\partial \varphi} \right) \right] & \varepsilon_6^1 &= \left[ \frac{\partial \theta_\varphi}{\partial x} + \frac{1}{R} \left( \frac{\partial \theta_x}{\partial \varphi} \right) \right] \\ \varepsilon_5^0 &= \left[ \frac{\partial w_0}{\partial x} \right] + \theta_x & \varepsilon_4^0 &= \frac{1}{R} \left( \frac{\partial w_0}{\partial \varphi} - v_0 \right) + \theta_\varphi \end{aligned} \quad (10)$$

در رابطه (8)،  $[S]$  ماتریس سختی پوسته کامپوزیتی لایه‌ای می‌باشد که به صورت رابطه (11) تعریف می‌شود [3]:

$$[S] = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \quad (11)$$

در رابطه (11)،  $A_{ij}$  و  $B_{ij}$  به ترتیب سختی کشنشی، پیچشی و خمشی پوسته کامپوزیتی چند لایه می‌باشند که با رابطه (12) تعریف می‌گرددند [3].

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ij}^k (h_k - h_{k+1})$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ij}^k (h_k^2 - h_{k+1}^2)$$

مواد کامپوزیتی مورد نظر و زاویه قرارگیری آنها به لایه‌های کامپوزیتی مدل شده اختصاص داده می‌شود. همچنین برای مشبندی پوسته از المان S4R, Quad 4node doubly curved استفاده شده است. همچنین جهت ایجاد لینک بین نرم افزار متلب و آباکوس از دستور job استفاده شده و فایل‌های ایجاد شده با پسوند .inp و .dat در محیط آباکوس توسعه کرد متلب فراخوانی شده و سپس با تعیین بخش‌های مربوط به ترتیب لایه‌چینی و زاویه‌چینی در فایل‌های فراخوانی شده آباکوس، ترتیب لایه‌چینی و زاویه‌چینی لایه‌ها توسعه برنامه نوشته شده در محیط متلب تغییر نموده و نمونه‌های ایجاد شده مورد تحلیل قرار می‌گیرند.

#### 4- میدان جابجایی

تئوری برشی مرتبه اول برای بیان رفتار اکثر ورق‌ها و پوسته‌ها مناسب است. در این تئوری به جهت اینکه نیروی برشی محاسبه شده از این تئوری با نیروی برشی به دست آمده از روابط تعادل تنش برابر باشد از ضریب تصحیح برشی استفاده می‌شود.

پوسته هیبریدی مطابق شکل 2 با خامت  $h$ ، شعاع متوسط  $R$ ، دانسیته  $\rho$  و طول  $L$  در نظر گرفته شده است. محور مختصات استوانه‌ای در سطح مرجع (سطح میانی) پوسته قرار گرفته است. جابجایی پوسته در سه جهت طولی، محیطی و شعاعی به ترتیب روابط با  $u$ ,  $v$  و  $w$  نمادگذاری می‌شوند. میزان جابجایی هر نقطه از پوسته به صورت روابط (4) با میزان جابجایی سطح مرجع ارتباط دارد و از بسط سری تیلور برای توسعه یک فرمولاسیون دو بعدی از یک مسئله الاستیسیته سه بعدی استفاده گردیده است [3].

$$\begin{aligned} u(x, \varphi, z, t) &= u_0(x, \varphi, t) + z \theta_x(x, \varphi, t) \\ v(x, \varphi, z, t) &= v_0(x, \varphi, t) + z \theta_\varphi(x, \varphi, t) \\ w(x, \varphi, z, t) &= w_0(x, \varphi, t) \end{aligned} \quad (4)$$

در روابط (4)، عبارت‌های  $u(x, \varphi, z, t)$ ،  $v(x, \varphi, z, t)$  و  $w(x, \varphi, z, t)$  جابجایی‌های یک نقطه دلخواه  $(x, \varphi, z)$  در فضای چندلایه و به ترتیب در جهات  $x$ ,  $\varphi$  و  $z$  هستند و  $t$  زمان است. پارامترهای  $v_0$  و  $u_0$  و  $w_0$  جابجایی‌های درون صفحه یک نقطه دلخواه  $(x, \varphi)$  بر روی سطح میانی چند لایه است. توابع  $\theta_x$  و  $\theta_\varphi$  چرخش‌های خط عمود بر سطح میانی المان پوسته حول محورهای به ترتیب  $\varphi$  و  $x$  هستند.

#### 5- استخراج معادلات

با تعریف کرنش‌ها از تئوری الاستیسیته خطی، روابط کرنش-جابجایی عمومی

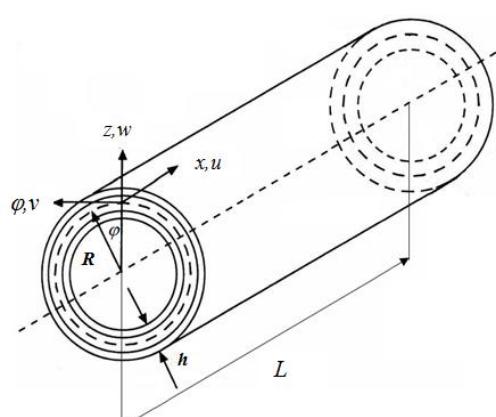


Fig. 2 Geometry of cylindrical shell and referenced coordinate system  
شکل 2 هندسه پوسته استوانه‌ای و سیستم مختصات مرجع

$$\begin{aligned} a(1,4) &= -B(1,1) \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x^2} - \frac{B(6,6)}{R^2} \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial \varphi^2} + \rho h z \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2} \\ a(1,5) &= -\frac{A(1,2)}{R} \frac{\partial w}{\partial x} \end{aligned} \quad (17)$$

سپس با جایگذاری روابط (15) در معادلات تعادل پوسته که چند نمونه از آنها در روابط (17) آورده شده است ماتریس‌های جرم و سختی پوسته استخراج می‌گردد و سپس برای یافتن فرکانس‌های طبیعی پوسته باید معادله (18) حل گردد.

$$(K) - \{M\}\omega^2\{X\} = \{0\} \quad (18)$$

همانطور که در رابطه (18) ملاحظه می‌شود مساله ارتعاشات آزاد پوسته تبدیل به یک مساله مقادیر ویژه استاندارد گردیده است. در رابطه (18)،  $\{X\}$  بردار جابجایی،  $K$  ماتریس سفتی و  $M$  ماتریس جرم می‌باشد که با حل معادله مقادیر ویژه فرکانس‌های طبیعی سازه استخراج می‌گردد. ترم‌های بردار جابجایی پوسته نیز در رابطه (19) نشان داده شده است

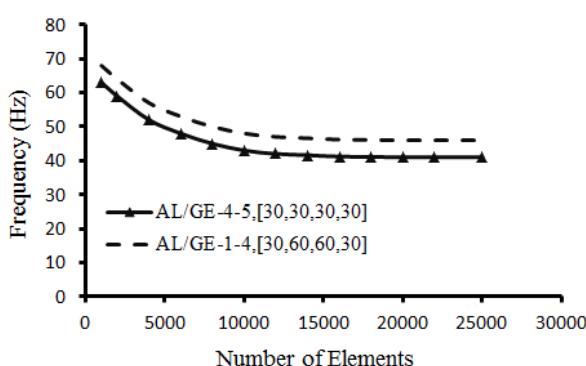
$$\{X\} = \{u_{0mn}, v_{0mn}, w_{0mn}, \theta_{xmn}, \theta_{\varphi mn}\} \quad (19)$$

#### 7- صحه سنجی نتایج

جهت دریافت پاسخ صحیح از سازه باید همگرایی فرکانس‌های طبیعی بررسی شود. به این منظور نحوه تغییرات کمترین فرکانس طبیعی برای دو ساختار متفاوت با تغییر تعداد متشاهد شکل 3 نشان داده است.

همانطور که در شکل 3 نشان داده شده است میزان کمترین فرکانس طبیعی هر دو ساختار مورد بررسی با افزایش تعداد متشاهد دقیق‌تر گردیده ولی با افزایش تعداد متشاهد به بیش از 15000، فرکانس طبیعی هر دو ساختار ثابت شده و دیگر با افزایش تعداد متشاهد میزان کمترین فرکانس طبیعی به میزان بسیار کمی دقیق‌تر می‌گردد که این امر نشان‌دهنده همگرایی حل می‌باشد.

در ادامه اعتبارسنجی نتایج به دست آمده از تحلیل ارتعاشات آزاد با مقایسه با نتایج سایر محققین صورت پذیرفته است. به منظور حصول اطمینان از صحت نتایج ارائه شده، ابتدا در حالت‌های خاص مانند مواد ارتوتروپیک همگن، صحه‌گذاری نتایج به دست آمده از این تحلیل با نتایج مراجع [6] و [9] انجام شده است. سپس به اعتبارسنجی نتایج درباره مواد با درجه پیچیدگی بالاتر یعنی پوسته‌های چندلایه هیبریدی پرداخته شده است. به این منظور فرکانس‌های طبیعی یک پوسته دو لایه ارتوتروپیک استوانهای با شرایط مرزی دو سر لولا و خصوصیات فیزیکی و مکانیکی آورده شده در روابط (20) مورد بررسی قرار گرفته است و نتایج حاصله در جدول 2 آورده شده است.



شکل 3 نمودار همگرایی فرکانس طبیعی

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ij}^k (h_k^3 - h_{k+1}^3) \quad (12)$$

در رابطه (12)،  $h_k$  و  $h_{k+1}$  فاصله سطح داخلی و خارجی لایه  $k$  از سطح مرجع،  $N$  تعداد لایه‌ها و  $\bar{Q}_{ij}^k$  ماتریس سختی انتقال یافته لایه  $k$  می‌باشد، که نحوه محاسبه آن در ضمنیمه آورده شده است. با توجه به روابط (8)، (9)، (10)، (11) و (12) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} U_\varepsilon &= \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi} [A_{11}(\varepsilon_1^0)^2 + 2A_{12}\varepsilon_2^0\varepsilon_1^0 + A_{22}(\varepsilon_2^0)^2 + A_{44}(\varepsilon_4^0)^2 \\ &\quad + 2A_{45}\varepsilon_4^0\varepsilon_5^0 + A_{55}(\varepsilon_5^0)^2 + A_{66}(\varepsilon_6^0)^2 + 2B_{11}\varepsilon_1^0\varepsilon_1^1 \\ &\quad + 2B_{22}\varepsilon_2^0\varepsilon_2^1 + 2B_{12}(\varepsilon_1^0\varepsilon_2^0 + \varepsilon_1^1\varepsilon_2^1) + 2B_{66}\varepsilon_6^0\varepsilon_6^1 + D_{11}(\varepsilon_1^1)^2 \\ &\quad + 2D_{12}\varepsilon_1^1\varepsilon_2^1 + D_{22}(\varepsilon_2^1)^2 + D_{66}(\varepsilon_6^1)^2] R d\theta dX \end{aligned} \quad (13)$$

#### 6- استخراج و حل معادلات نهایی

به علت محدودیت تعداد صفحات مقاله، در این بخش معادلات شرایط مرزی تنها برای حالت دو سر لولا آورده شده است و از آوردن معادلات سایر شرایط مرزی صرفنظر گردیده است هر چند نتایج برای سایر شرایط مرزی استخراج گردیده و در ادامه آورده شده است. پس از محاسبه عبارت‌های مربوط به کار و انرژی در تابع اصل همیلتون، امکان استخراج عملگرهای دیفرانسیلی فراهم می‌آید. بدین نحو که بر مبنای قضیه اساسی حساب تغییرات، مجموع کل ضرایب عبارت‌های  $\delta u$ ،  $\delta v$ ،  $\delta w$ ،  $\delta \theta_x$ ،  $\delta \theta_y$  در عبارات زیر انتگرال‌های دوگانه باستی برای صفر قرار داده شوند. با فرض اینکه پوسته در دو سر دارای شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده باشد، رابطه (14) از لحاظ ریاضی برقرار است [3]:

$$v=0, w=0, N_x=0, M_x=0 \quad \text{at } x=0, L \quad (14)$$

با توجه به اینکه ترم‌های جابجایی باید شرایط مرزی را ارضاء کند، به صورت روابط (15) انتخاب می‌گردد [3]:

$$\begin{aligned} u &= u_{0mn} \cos(\lambda x) \cos(n\theta + \omega t) \\ v &= v_{0mn} \sin(\lambda x) \sin(n\theta + \omega t) \\ w &= w_{0mn} \sin(\lambda x) \cos(n\theta + \omega t) \\ \theta_x &= \theta_{xmn} \cos(\lambda x) \cos(n\theta + \omega t) \\ \theta_\varphi &= \theta_{\varphi mn} \sin(\lambda x) \sin(n\theta + \omega t) \end{aligned} \quad (15)$$

در رابطه (15)،  $m$  شماره مدل طولی و  $n$  شماره مدل محیطی می‌باشد. اینرسی‌های جرمی به صورت رابطه (16) تعریف می‌شوند:

$$(I_0, I_1, I_2) = \sum_{i=1}^{NL} \int_{Z_i}^{Z_{i+1}} \rho_k(1, z, z^2) \quad (16)$$

جهت استخراج عملگرهای دیفرانسیلی ابتدا باید از روابط کرنش-جابجایی تعریف شده در روابط (10)، مقادیر کرنش را در رابطه منتجه‌های تنش، جایگذاری کرده سپس روابط حاصله در معادلات تعادل پوسته، جایگذاری می‌گردد. پس از جداسازی مشتقهای مربوط به هر یک از مؤلفه‌های جابجایی و مرتب‌سازی، در نهایت 25 معادله دیفرانسیلی نهایی به دست می‌آیند. به علت تعداد زیاد معادلات حاصله به عنوان نمونه پنج معادله دیفرانسیلی از 25 معادله حاصله در روابط (17) آورده شده است.

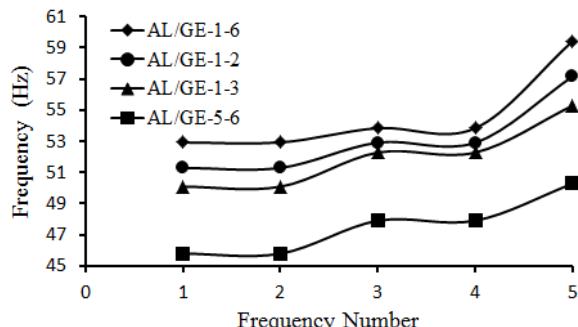
$$\begin{aligned} a(1,1) &= -A(1,1) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - A(6,6) \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ a(1,2) &= -\frac{A(1,2)}{R} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \varphi} - \frac{A(6,6)}{R} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} \\ a(1,3) &= -\frac{B(1,2)}{R} \frac{\partial^2 \theta_\varphi}{\partial x \partial \varphi} - \frac{B(6,6)}{R} \frac{\partial^2 \theta_\varphi}{\partial x \partial \varphi} \end{aligned}$$

تشکیل دهنده پوسته FML نسبت به یکدیگر و منظور از زاویه‌چینی عبارت است از زوایای قرارگیری لایه‌های کامپوزیتی تشکیل دهنده پوسته FML. همچنین در این مقاله از یک روش نامگذاری اختصاری برای پوسته FML استفاده شده است. نحوه این نامگذاری به این صورت است که به عنوان نمونه بک پوسته هیبریدی شش لایه که از دو لایه آلومینیومی و چهار لایه شیشه‌اپوکسی با لایه‌چینی به صورت AL/Gl.Ep/AL/Gl.Ep/Gl.Ep شکل شده به طور اختصار به صورت AL/GE-1-3 گردیده است که AL مخفف لایه آلومینیوم و GE مخفف لایه شیشه‌اپوکسی است. در این نامگذاری اعداد 1 و 3 نشان‌دهنده شماره لایه‌های آلومینیومی هستند به این معنی که لایه‌های اول و سوم از جنس آلومینیوم و سایر لایه‌ها از جنس شیشه‌اپوکسی هستند.

## 9- تحلیل فرکانسی پوسته FML شش لایه تحت شرایط مرزی دو سرگیردار

در جدول 5 برای تمامی حالت‌های ممکن لایه‌چینی پوسته FML شش لایه، فرکانس‌های طبیعی ماکریم و مینیم و همچنین زاویه قرارگیری لایه‌های کامپوزیتی که منجر به این فرکانس‌های ماکریم و مینیم گردیده‌اند برای شرایط مرزی دو سرگیردار آورده شده است.

در شکل 5 تغییرات پنج فرکانس طبیعی اول پوسته استوانه‌ای FML برای چهار لایه‌چینی مختلف و تحت شرایط مرزی دو سرگیردار نشان داده شده است. زاویه قرارگیری لایه‌های کامپوزیتی ثابت و برای تمام لایه‌چینی‌ها به صورت 0/90/90/0 می‌باشد. همانطور که از این نمودار نیز مشخص است در یک پوسته FML با تغییر وضعیت قرارگیری لایه‌های فلز و کامپوزیت نسبت به یکدیگر فرکانس‌های طبیعی تغییر خواهد کرد.



شکل 5 تغییرات پنج فرکانس طبیعی اول پوسته استوانه‌ای هیبریدی برای چهار لایه‌چینی مختلف تحت شرایط مرزی دو سرگیردار

جدول 4 خواص آلومینیوم و شیشه‌اپوکسی مورد استفاده در پوسته FML

Table 4 Aluminum and glass/epoxy properties used for FML shells

مدولهای برشی GPa	مدول الاستیسیته GPa	ضراب پواسون	چگالی kg/m <sup>3</sup>	المومنیوم
$G_{12} = 27.8$	$E_{11} = 72.4$	$\nu_{12} = 0.3$		
$G_{13} = 27.8$	$E_{22} = 72.4$	$\nu_{13} = 0.3$	$\rho = 2700$	آلومینیوم
$G_{23} = 27.8$	$E_{33} = 72.4$	$\nu_{23} = 0.3$		
$G_{12} = 4.7$	$E_{11} = 50$	$\nu_{12} = 0.25$		شیشه
$G_{13} = 4.7$	$E_{22} = 15.2$	$\nu_{13} = 0.25$	$\rho = 2500$	اپوکسی
$G_{23} = 3.28$	$E_{33} = 15.2$	$\nu_{23} = 0.42$		

$$E_{22} = \frac{G_N}{m^2}, E_{11}/E_{22} = 2.5, G_{12} = 4.1 \frac{G_N}{m^2}, \vartheta_{12} = 0.26, \rho = 1643 \text{ kg/m}^3, h/R = 0.01, L_x/R = 1 \quad (20)$$

به این منظور از فاکتور بی بعد  $\omega^* = \omega h/\pi\sqrt{\rho/G_{12}}$  برای بی بعد سازی فرکانس‌های حاصله استفاده شده است.

همچنین برای بررسی صحت پاسخ‌های تئوری و روش مورد استفاده یک پوسته هیبریدی مشکل از پنج لایه آلومینیومی و چهار لایه کامپوزیتی تحت شرایط گردار-آزاد مورد بررسی قرار گرفته است. خواص مواد به کار رفته در پوسته هیبریدی مذکور در جدول 3 ارائه گردیده است.

در این پوسته لایه‌های فلز و کامپوزیت به صورت صفر و نو درجه و خامت همراه با این معنی که لایه‌های فلز و کامپوزیت با هم برابر در نظر گرفته شده‌اند.

همانطور که در جدول 2 و شکل 4 نشان داده شده است، این تئوری همان‌طوری که در تابع جواب‌های خوبی با مراجع معرفی شده می‌باشد.

## 8- نتایج تحلیل‌های انجام شده

پوسته مورد تحلیل در این پژوهش یک پوسته هیبریدی شش لایه مشکل از دو لایه آلومینیومی و چهار لایه شیشه‌اپوکسی می‌باشد. خواص این مواد در جدول 4 آورده شده است. همچنین در این مقاله به منظور رعایت اختصار از اصطلاحات لایه‌چینی و زاویه‌چینی استفاده گردیده است. منظور از لایه‌چینی عبارت است از نحوه و ترتیب قرارگیری لایه‌های فلزی و کامپوزیتی

جدول 2 مقایسه فرکانس‌هایی بی بعد شده پوسته دو لایه با زاویه 90 درجه مراجع [6] و [9]

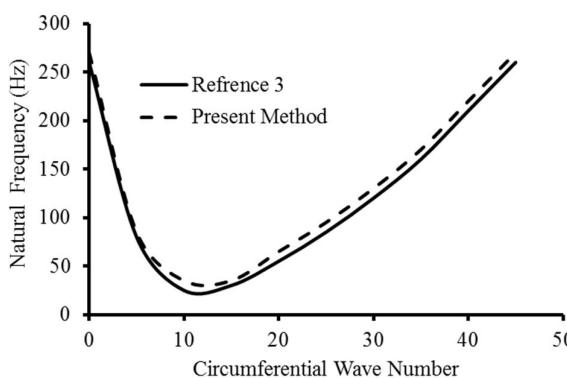
Table 2 comparison of the present result with [6] & [9] references

شماره مد	روش حاضر	مرجع [9]	مرجع [6]
1	2.004	2.106	2.106
2	1.21	1.344	1.344
3	0.9472	0.9586	0.9589
4	0.7381	0.7492	0.7495
5	0.6314	0.6419	0.6423

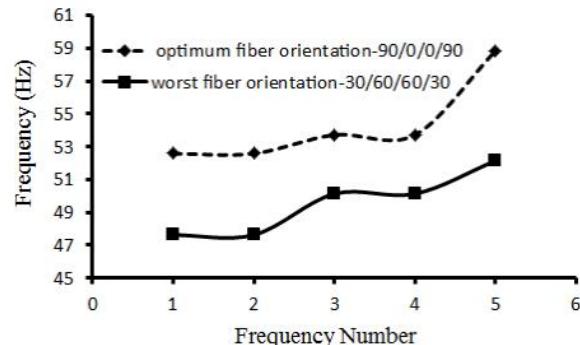
جدول 3 خواص مواد مورد استفاده در پوسته FML جهت صحه سنجی

Table 3 material properties used for FML shell for validation

ماده	$E_{22}$ (GPa)	$E_{11}$ (GPa)	$G_{12}$ (GPa)	$G_{23}$ (GPa)	$v_{12}$	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
GRP <sup>†</sup>	13	60	3.4	3.4	0.3	2100
AI 2024	72.4	72.4	28	28	0.33	2770



شکل 4 مقایسه نتایج تحلیل حاصله با نتایج مرجع [3]



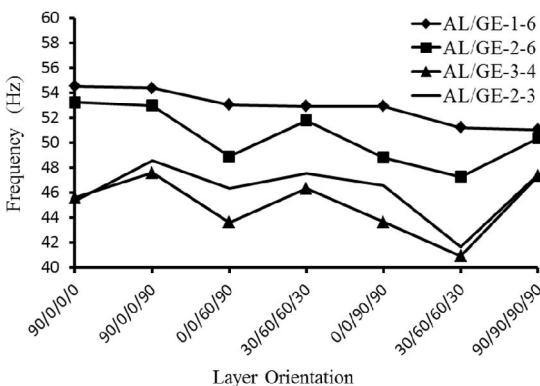
**Fig. 7** تغییرات فرکانس طبیعی پوسته استوانه‌ای هیبریدی برای مطلوب‌ترین و نامطلوب‌ترین زاویه‌چینی لایه‌های کامپوزیتی برای لایه‌چینی ۱-۵ AL/GE با شرایط مرزی دو سرگیردار

زاویای ۰, ۳۰, ۶۰ و ۹۰ درجه را دارا می‌باشند و برای لایه‌چینی مذکور تمامی حالات ممکن برای زاویه‌چینی لایه‌های کامپوزیتی که در حدود ۲۵۶ حالت می‌باشد مورد بررسی قرار گرفته است.

که در نتیجه مشخص شد در صورت زاویه‌چینی لایه‌های کامپوزیتی به صورت ۹۰/۰/۰/۰ بیشترین فرکانس طبیعی و با زاویه‌چینی لایه‌های کامپوزیتی به صورت ۳۰/۶۰/۶۰/۳۰ کمترین فرکانس طبیعی در پوسته FML مذکور حاصل می‌گردد.

در شکل ۸ تغییرات فرکانس طبیعی پایه پوسته FML شش لایه با تغییر زاویه‌چینی لایه‌های کامپوزیتی برای چهار لایه‌چینی مختلف مخاطب مورد بررسی قرار گرفته است. در این شکل برای هر حالت لایه‌چینی، فرکانس طبیعی اول برای هفت زاویه‌چینی مختلف لایه‌های کامپوزیتی محاسبه گردیده است. همانطور که از این نمونه نیز مشخص است با تغییر همزمان لایه‌چینی و زاویه‌چینی لایه‌های کامپوزیتی و تعیین ساختار بهینه برای پوسته مذکور در حدود ۳۰٪ افزایش در فرکانس‌های طبیعی ایجاد خواهد شد.

در شکل ۹ نحوه تغییرات فرکانس‌های طبیعی برای بهترین و بدترین حالت‌های لایه‌چینی و زاویه‌چینی پوسته FML ترسیم گردیده است. همانطور که در شکل ۹ نشان داده شده است برای پوسته FML شش لایه ساختار [AL/GE-1-6/[90/0/0/0]] منجر به بیشترین فرکانس طبیعی و



**Fig. 8** تغییرات فرکانس طبیعی اول پوسته استوانه‌ای هیبریدی با تغییر زاویه‌چینی

برای چهار لایه‌چینی مختلف با شرایط مرزی دو سرگیردار

جدول ۵ مقایسه فرکانس‌های طبیعی ماکریم و مینیم لایه‌چینی‌های مختلف

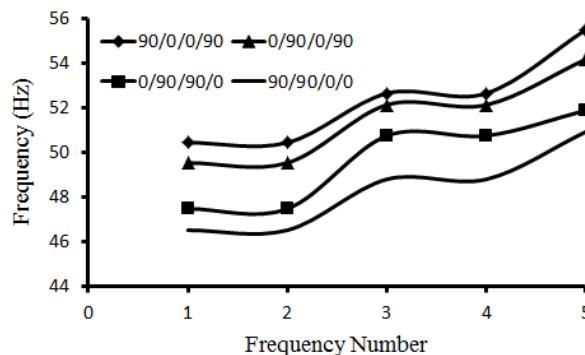
پوسته هیبریدی شش لایه با شرایط مرزی دو سرگیردار

**Table 5** comparison of the maximum and minimum natural frequencies of clamp-clamp FML cylindrical shell for different kind of layer sequences

نوع لایه‌چینی	فرکانس	زاویه‌چینی منجر به فرکانس طبیعی	زاویه‌چینی منجر به فرکانس طبیعی ماکریم	فرکانس طبیعی مینیم	فرکانس طبیعی مکریم
60/60/30/30	44.53	0/0/90/90	51.28	AL/GE-1-2	
60/60/30/30	44.55	0/0/90/90	50.08	AL/ GE-1-3	
30/60/60/30	45.60	60/0/0/90	50.58	AL/ GE-1-4	
30/60/60/30	47.63	90/0/0/90	52.58	AL GE-1-5	
90/90/90/90	51.02	90/0/0/0	54.53	AL/ GE-1-6	
30/60/60/30	42.22	90/0/0/90	49.20	AL/ GE-2-4	
30/60/60/30	47.27	90/0/0/0	53.23	AL/ GE-2-6	
30/60/60/30	43.88	90/0/0/90	51.22	AL/ GE-2-5	
30/60/30/30	41.59	90/0/0/90	48.56	AL/ GE-2-3	
30/30/30/30	41.97	90/0/0/90	49.26	AL/ GE-3-5	
30/30/30/30	39.39	90/0/0/90	47.58	AL/ GE-3-4	
30/30/30/30	44.86	90/0/0/0	51.42	AL/ GE-3-6	
30/30/30/30	40.40	90/0/0/90	48.67	AL/ GE-4-5	
30/30/30/30	43.20	90/0/0/0	50.88	AL/ GE-4-6	
30/30/30/30	42.95	90/90/30/30	51.83	AL/ GE-5-6	

در شکل ۶ تاثیر تغییر زاویه‌چینی لایه‌های کامپوزیتی بر روی فرکانس‌های طبیعی پوسته FML شش لایه با لایه‌چینی AL/GE-1-4 مورد بررسی قرار گرفته است.

در شکل ۷ تغییرات فرکانس طبیعی برای مطلوب‌ترین و نامطلوب‌ترین زاویه‌چینی لایه‌های کامپوزیتی پوسته FML با لایه‌چینی AL/GE-1-5 مشخص شده است. به این منظور فرض گردیده که لایه‌های کامپوزیتی پوسته استوانه‌ای هیبریدی امكان قرارگیری به صورت ترکیب‌های مختلفی از



**Fig. 6** تغییرات فرکانس طبیعی اول پوسته استوانه‌ای هیبریدی با تغییر زاویه‌چینی

لایه‌چینی ۱-۴ AL/GE با شرایط مرزی دو سرگیردار

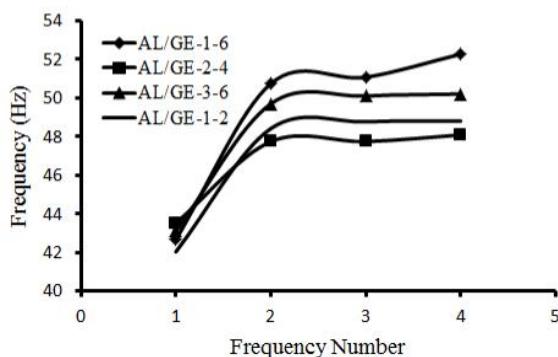
فرکانس‌های طبیعی ماکزیمم و مینیمم و همچنین زاویه قرارگیری لایه‌های کامپوزیتی که منجر به این فرکانس‌های ماکزیمم و مینیمم گردیده‌اند تحت شرایط مرزی دو سرلولا آورده شده است.

در شکل 10 تغییرات چهار فرکانس طبیعی اول پوسته استوانه‌ای FML برای چهار لایه‌چینی مختلف و تحت شرایط مرزی دو سر لولا نشان داده شده است. زاویه‌چینی لایه‌های کامپوزیتی ثابت و برای تمام لایه‌چینی‌ها به صورت 90/90/90/90 می‌باشد. همانطور که از این نمودار نیز مشخص است در يك پوسته FML با تغییر وضعیت قرارگیری لایه‌های فلز و کامپوزیت نسبت به يك دیگر فرکانس‌های طبیعی تغییر خواهد کرد.

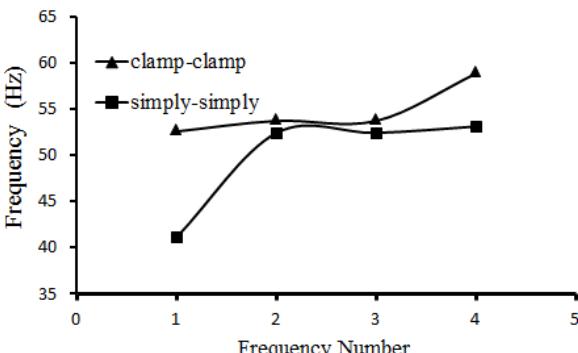
در شکل 11 نحوه تغییرات فرکانس‌های طبیعی پوسته FML با ساختار AL/GE-1-5&[90/0/0/90] در شرایط مرزی دو سرلولا و دو سرگیردار با يك دیگر مقایسه گردیده است.

همانطور که در شکل 11 نشان داده شده است میزان فرکانس‌های طبیعی برای شرایط مرزی دو سرگیردار بیشتر از میزان فرکانس‌های طبیعی برای شرایط مرزی دو سر لولا می‌باشد.

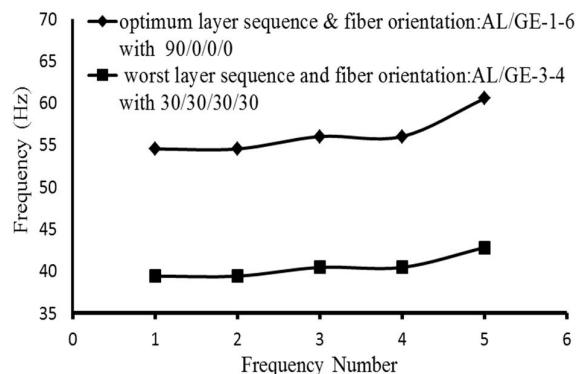
در شکل 12 نحوه تغییرات فرکانس‌های طبیعی پوسته FML با لایه‌چینی AL/GE-1-5 برای چهار زاویه‌چینی مختلف لایه‌های کامپوزیتی تحت شرایط مرزی دو سر لولا مورد بررسی قرار گرفته است.



شکل 10 تغییرات چهار فرکانس طبیعی اول پوسته استوانه‌ای هیبریدی برای چهار لایه‌چینی مختلف با زاویه‌چینی 90/90/90/90 و با شرایط مرزی دو سرلولا



شکل 11 مقایسه تغییرات فرکانس‌های طبیعی پایه برای پوسته FML با ساختار AL/GE-1-5&[90/0/0/90]



شکل 9 نحوه تغییرات فرکانس‌های طبیعی برای بهترین و بدترین ساختارهای پوسته FML با شرایط مرزی دو سرگیردار

ساخтар [AL/GE-3-4&[30/30/30/30] منجر به کمترین فرکانس طبیعی برای این پوسته تحت شرایط مرزی دو سرگیرداری گردد.

#### 10- تحلیل فرکانسی پوسته FML شش لایه تحت شرایط مرزی دو سر لولا

در جدول 6 برای تمامی حالت‌های ممکن لایه‌چینی پوسته FML

جدول 6 مقایسه فرکانس‌های طبیعی ماکزیمم و مینیمم لایه‌چینی‌های مختلف پوسته هیبریدی با شرایط مرزی دو سرلولا

Table 6 comparison of the maximum and minimum natural frequencies of simply-simply FML cylindrical shell for different kind of layer sequences

زاویه‌چینی	فرکانس	زاویه‌چینی منجر	فرکانس	زاویه‌چینی
منجر به	فرکانس	زاویه‌چینی منجر	فرکانس	زاویه‌چینی
فرکانس	طبیعی	به فرکانس	طبیعی	طبیعی
طبیعی	مینیمم	ماکزیمم	طبیعی ماکزیمم	ماکزیمم
مینیمم				
30/60/60/30	39.59	90/90/90/90	42.03	AL/GE-1-2
30/30/30/30	40.54	90/90/90/90	43.07	AL/ GE-1-3
30/30/30/30	39.41	90/90/90/90	42.89	AL/ GE-1-4
30/30/30/30	39	90/90/90/90	42.35	AL GE-1-5
30/30/30/30	39.91	90/90/90/90	42.67	AL/ GE-1-6
30/30/30/30	40.23	90/90/90/90	43.51	AL/ GE-2-4
30/30/30/30	38.94	90/90/90/90	42.46	AL/ GE-2-6
30/30/30/30	38.52	90/90/90/90	42.44	AL/ GE-2-5
30/0/0/90	40.31	90/90/30/30	43.93	AL/ GE-2-3
60/60/30/30	39.29	90/90/90/90	43.62	AL/ GE-3-5
30/30/30/30	39.33	90/90/90/90	45.45	AL/ GE-3-4
60/60/30/0	38.88	90/90/90/90	43.1	AL/ GE-3-6
60/60/60/30	39.02	0/90/60/90	43.98	AL/ GE-4-5
60/60/60/30	39.06	0/0/90/90	43.43	AL/ GE-4-6
60/60/60/30	38	0/0/90/90	42.69	AL/ GE-5-6

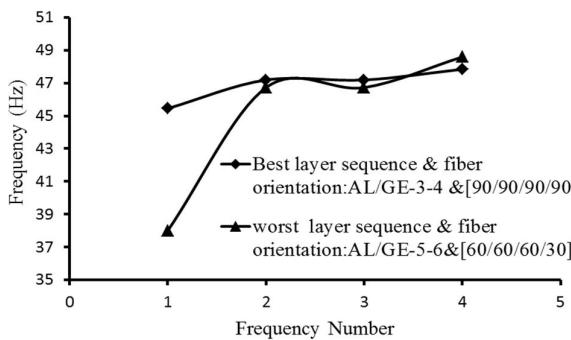


Fig. 14 تغییرات فرکانس‌های طبیعی برای مطلوبترین و نامطلوبترین حالت‌های لایه‌های چینی و زاویه‌چینی پوسته FML تحت شرایط مرزی دو سرولا

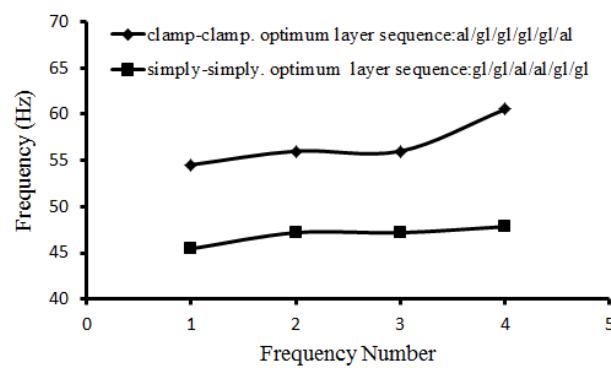


Fig. 15 تغییرات فرکانس‌های طبیعی برای بهترین حالت لایه‌چینی و زاویه‌چینی پوسته FML برای شرایط مرزی دو سر لولا و دو سر گیردار

### 11- نتیجه‌گیری

- یکی از مهمترین نوآوری‌های این پژوهش تعیین روشی کاربردی جهت بهینه‌سازی ساختار پوسته‌های هیبریدی می‌باشد به گونه‌ای که ساختار ایجاد شده منجر به بیشترین فرکانس طبیعی برای پوسته گردد.

- برای اجرا روند بهینه‌سازی پوسته‌های هیبریدی یک برنامه کامپیوتری در محیط نرم‌افزار متلب ایجاد گردید و با لینک این برنامه با نرم افزار آباکوس فرایند بهینه‌سازی انجام می‌گیرد.

- متغیرهای فرایند بهینه‌سازی ترتیب قرارگیری لایه‌های فلز و کامپوزیت و زاویه قرارگیری لایه‌های کامپوزیتی در نظر گرفته شده‌اند.

- نتایج استخراج شده از تحلیل‌های انجام شده نشان می‌دهد برای نمونه مورد بررسی در این پژوهش که یک پوسته FML شش لایه متشکل از دو لایه آلومینیوم و چهار لایه شیشه‌اپوکسی می‌باشد تحت شرایط مرزی دو سر گیردار ساختار AL/GE-1-6 که لایه‌های کامپوزیتی آن با زوایای 90/0/0/0 درجه قرار گرفته‌اند منجر به بیشترین فرکانس طبیعی برای این پوسته خواهد گردید و ساختار AL/GE-3-4 که لایه‌های کامپوزیتی آن با زوایای 30/30/30 درجه قرار گرفته‌اند منجر به کمترین فرکانس

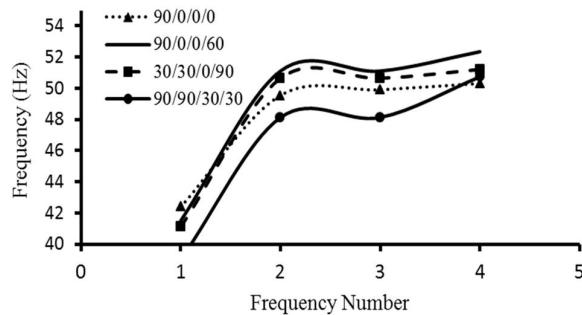


Fig. 12 تغییرات فرکانس‌های طبیعی پایه با تغییر زاویه‌چینی لایه‌های کامپوزیتی برای پوسته FML با لایه‌چینی AL/GE-1-5 تحت شرایط مرزی دو سرولا

برای پوسته FML شش لایه با لایه‌چینی AL/GE-1-5 در صورت زاویه‌چینی لایه‌های کامپوزیتی به صورت 90/90/90/90 بیشترین فرکانس طبیعی ممکن و در صورت زاویه‌چینی لایه‌های کامپوزیتی به صورت 30/30/30/30 کمترین فرکانس طبیعی حاصل می‌گردد. در شکل 13 تغییرات فرکانس طبیعی پوسته FML با لایه‌چینی AL/GE-1-5 و تحت زاویه‌چینی‌های 30/30/30/30 و 90/90/90/90 برای پوسته FML شش لایه مورد بررسی در این پژوهش ساختار AL/GE-3-4&[90/90/90/90] منجر به کمترین فرکانس طبیعی برای این AL/GE-5-6&[60/60/60/30] پوسته تحت شرایط مرزی دو سرولا می‌گردد در شکل 14 تغییرات فرکانس‌های طبیعی برای مطلوبترین و نامطلوبترین حالت‌های لایه‌چینی و زاویه‌چینی پوسته FML مذکور تحت شرایط مرزی دو سرولا ترسیم گردیده است.

برای پوسته FML شش لایه با لایه‌چینی AL/GE-1-5 در این پژوهش ساختار AL/GE-3-4&[90/90/90/90] منجر به کمترین فرکانس طبیعی برای این AL/GE-5-6&[60/60/60/30] پوسته تحت شرایط مرزی دو سرولا می‌گردد در شکل 14 تغییرات فرکانس‌های طبیعی برای مطلوبترین و نامطلوبترین حالت‌های لایه‌چینی و زاویه‌چینی پوسته FML مذکور تحت شرایط مرزی دو سرولا ترسیم گردیده است.

در شکل 15 تغییرات فرکانس‌های پایه برای بهترین ساختارهای پوسته FML تحت شرایط مرزی دو سرولا و دو سر گیردار با یکدیگر مقایسه گردیده‌اند. همانطور که از این نمونه مخصوص است بیشترین میزان فرکانس‌های طبیعی با تغییر شرایط مرزی از حالت گیردار به لولا در حدود بیست درصد کاهش می‌یابد.

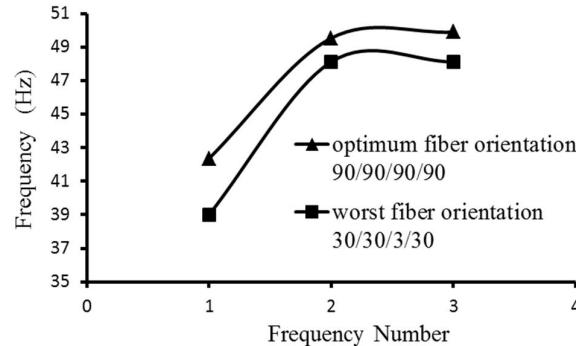


Fig. 13 تغییرات فرکانس طبیعی پوسته استوانه‌ای FML برای مطلوبترین زاویه‌چینی لایه‌های کامپوزیتی برای لایه‌چینی AL/GE-1-5 تحت شرایط مرزی دو سر لولا

شکل 13 تغییرات فرکانس طبیعی پوسته استوانه‌ای FML برای مطلوبترین زاویه‌چینی لایه‌های کامپوزیتی برای لایه‌چینی AL/GE-1-5 تحت شرایط مرزی دو سر لولا

روابط (21) تا (23) ارائه گردیده است. لازم به ذکر است این ثوابت به طور کامل در مرجع [3] ارائه گردیده است.

$$Q_{11} = C_{11}\cos^4 + 2(C_{12} + 2C_{44})\sin^2\cos^2 + C_{22}\sin^4 \quad (21)$$

$$Q_{12} = C_{12}(\sin^4 + \cos^4) + (C_{11} + C_{22} - 4C_{44})\sin^2\cos^2 \quad (22)$$

$$Q_{13} = (C_{13}\cos^2 + C_{23}\sin^2) \quad (23)$$

### 13- مراجع

- [1] H.W. Nam, W. Hwang, Stacking sequence design of fiber-metal laminate for maximum strength, *Journal of Composite Materials*, Vol. 35, No. 18, pp.1654-1683, 2001.
- [2] S. M. R. Khalili, K. Malekzadeh, A. Davar, Dynamic response of pre-stressed Fiber Metal Laminate (FML) circular cylindrical shells subjected to lateral pressure pulse loads, *Journal of Composite Structures*, Vol. 92, No. 6, pp.1308-1317, 2010
- [3] K. Malekzadeh, S. M. R. Khalili, A. Davar, Transient dynamic response of clamp-free hybrid composite circular cylindrical shells, *Journal of Applied Composite Material*, Vol. 17, No. 10, pp. 243-257, 2010
- [4] Y. Fu, S. Hu, Nonlinear transient response of fiber metal laminated shallow spherical shells with interfacial damage under unsteady temperature fields, *Journal of Composite Structures*, Vol. 106, No. 1, pp. 57-64, 2013
- [5] Y. Qu, H. Hua, G. Meng, A domain decomposition approach for vibration analysis of isotropic and composite cylindrical shells with arbitrary boundaries, *Journal of Composite Structures*, Vol. 95, No. 1, pp. 307-321, 2013
- [6] K. Y. Lam, C. T. Loy, Influence of boundary conditions and fiber orientation on the natural frequencies of thin orthotropic laminated cylindrical shells, *Journal of Composite Structures*, Vol. 31, No. 1, pp. 21-30, 1995
- [7] I. Sen, R.C. Alderliesten, R.Benedictus, Design optimization procedure for fiber metal laminates based on fatigue crack initiation, *Journal of Composite Structures*, Vol. 120, No. 5, pp. 275-284, 2015
- [8] R.C. Alderliesten, R.Benedictus, I. Sen, Lay-up optimization of fiber metal laminates based on fatigue crack propagation and residual strength, *Journal of Composite Structures*, Vol. 124, No. 5, pp. 77-87, 2015
- [9] K. P. Soldatos, A comparison of some shell theories used for the dynamic analysis of cross-ply laminated circular cylindrical panels, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 97, No. 5, pp. 305-319, 1984

طبیعی می‌گردد.

برای پوسته هیبریدی مذکور تحت شرایط مرزی دو سر لولا ساختار AL/GE-3-4&[90/90/90/90]

طبیعی و ساختار [AL/GE-5-6&[60/60/60/30] منجر به کمترین فرکانس طبیعی برای این پوسته می‌گردد.

نوع شرایط مرزی تاثیر به سازی بر روی نحوه تغییرات فرکانس زاویه خواهد داشت و با تغییر شرایط مرزی نحوه چینش لایه‌ها و

زاویه قرارگیری لایه‌های کامپوزیتی برای دستیابی به فرکانس طبیعی ماکزیمم تغییر می‌نماید.

به طور کلی میزان فرکانس‌های طبیعی برای شرایط مرزی دو سرگیردار بیشتر از میزان فرکانس‌های طبیعی برای شرایط مرزی دو سر لولا می‌باشد.

برای پوسته FML مذکور و تحت شرایط مرزی دو سرگیردار با تعیین بهینه‌ترین ساختار پوسته در حدود 30% افزایش در فرکانس‌های طبیعی نسبت به نامطلوب‌ترین ساختار پوسته ایجاد خواهد شد.

برای پوسته FML مذکور و تحت شرایط مرزی دو سر لولا با تعیین بهینه‌ترین ساختار پوسته در حدود 20% افزایش در فرکانس‌های طبیعی نسبت به نامطلوب‌ترین ساختار پوسته ایجاد خواهد شد.

### 12- پیوست

به علت محدودیت صفحات مقاله تنها سه ثابت کاهش یافته الاستیک در