



کنترل ارتعاشات ارا به فرود شش درجه آزادی یک هواپیما با روش مدل مرجع و حداقل واریانس

عبدالمجید خوشنود^{1*}، سیامک افتخاری²

1- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

* تهران، 16765-3381، khoshnood@kntu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 31 تیر 1394

پذیرش: 16 شهریور 1394

ارائه در سایت: 17 آبان 1394

کلید واژگان:

ارابه فرود هواپیما

کنترل تطبیقی ارتعاشات

کنترل کننده مدل مرجع تطبیقی

کنترل کننده حداقل واریانس

چکیده

در این مقاله دو کنترل کننده تطبیقی برای کاهش ارتعاشات ارا به فرود هواپیما در لحظه فرود و هنگام حرکت روی باند (تاکسی) طراحی شده است. بدین منظور ابتدا مدل دینامیکی شش درجه آزادی حاکم بر ارا به فرود و سپس تابع تبدیل بین جابه جایی چرخ جلو و عملکرد بدست آمده است. به دلیل پیچیدگی زیاد این مدل کاهش مرتبه داده شده و با یک خطای ناچیز نسبت به مدل اولیه، تابع تبدیل جدید استخراج گردیده است. در ادامه برای جذب ارتعاشات چرخ جلو در لحظه برخورد با زمین، با کمک روش لیاپانوف یک کنترل کننده مدل مرجع تطبیقی طراحی شده است. همچنین یک کنترل کننده بهینه حداقل واریانس تطبیقی نیز برای دفع اغتشاشات سطح در هنگام حرکت روی باند فرودگاه طراحی گردیده است. اغتشاشات سطح باند به کمک یک نویز رنگی با توزیع گوسی مدل شده و به منظور اعمال این کنترل کننده، پارامترهای سیستم و نویز با کمک روش حداقل مربعات توسعه یافته بازگشتی شناسایی شده اند. در نهایت با کمک شبیه سازی در محیط نرم افزار متلب- سیمولینک، کارایی کنترل کننده نسبت به ورودی های مختلف سنجیده شد. شبیه سازی ها نشان دهنده سرعت بالا و عملکرد مناسب کنترل کننده ها در جذب ارتعاشات در دو رژیم حرکتی هواپیما می باشد.

Vibration control of 6 DOF airplane landing gear using model reference and minimum variance adaptive controllers

Abdol Majid Khoshnood*, Siyamak Eftekhary

School of Aerospace Engineering, Khajeh Nasir Toosi University of Technologies, Tehran, Iran

* P.O.B. 16765-3381 Tehran, Iran, khoshnood@kntu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 22 July 2015
Accepted 07 September 2015
Available Online 08 November 2015

Keywords:

Airplane Landing Gear
Adaptive Vibration Control
Model Reference Adaptive Control System
Minimum Variance Control System

ABSTRACT

In this paper, in order to reduce landing gear vibration two adaptive control systems are designed considering the landing and taxi phases. For this purpose, 6 degree of freedom equations of motion of the landing gear and the related transfer functions are extracted. A reduced order model of the overall transfer functions are given as a result of complicated dynamic model. A Lyapunov based model reference adaptive control is designed to absorb the vibration of front wheel of the landing gear at touchdown. In addition, a minimum variance adaptive controller is designed and implemented on the system to reject the band level disturbances during the taxi phase. The band disturbances are modeled as a colored Gaussian noise and the system parameters as well as noise characteristics are estimated using extended least square approach. Both control systems are investigated to assess the best performance. Numerical simulations of the system in Matlab/Simulink environment show the preferences and satisfactory performances of the proposed vibration control systems. These results are calculated against various inputs including model reference adaptive control and minimum variance approaches.

1- مقدمه

بر ایجاد ناراحتی در مسافران، سبب وارد شدن آسیب های جدی به مجموعه می شود. ارتعاشات ارا به فرود هم ناشی از سیستم فربندی و جرم سیستم و هم به صورت خودبرانگیخته از نوع شیمی¹ می باشد. در گذشته به منظور کنترل این ارتعاشات از کنترل کننده های غیرتطبیقی استفاده شده است. اما از مشکلات اصلی این دیدگاه کنترلی، عدم توانایی این سیستم های کنترلی در تشخیص تغییرات در مجموعه به دلیل طراحی آن ها برای یک شرایط خاص می باشد [1]. ناسا [2] به معرفی مدل سازی ارا به فرود یک هواپیمای جنگی و

کنترل ارتعاشات همواره از دغدغه های اصلی محققان و طراحان سیستم های دینامیکی بوده است. در این زمینه بعضی از سیستم های مکانیکی از توجه بیشتری نسبت به سایرین برخوردار بوده اند. یکی از این سیستم های شناخته شده، ارا به فرود هواپیما می باشد. حساسیت بالای این وسیله به دلیل سر و کار داشتن دائمی آن با جان و راحتی انسان، همواره دقت نظر محققان را طلبیده است. به دلیل سرعت بالای هواپیما، ارتعاشات بدنه در لحظه فرود و زمان حرکت روی باند چالش اصلی این سیستم می باشد. این ارتعاشات علاوه

1- Shimmy

Please cite this article using:

A. Khoshnood, S. Eftekhary, Vibration control of 6 DOF airplane landing gear using model reference and minimum variance adaptive controllers, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 11, pp. 351-358, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

مدل تحلیلی ارتعاشی بدست آمده از نرم افزار متلب با نتایج شبیه سازی سیستم دینامیکی در محیط نرم افزار آدامز⁵ مقایسه شده است.

در این مقاله برای جذب ارتعاشات یک هواپیما در دو رژیم حرکتی دو کنترل کننده تطبیقی متفاوت طراحی شده است. در هر دو کنترل کننده یک عملگر در چرخ جلو هواپیما به کار گرفته شده و تنها برنامه ی عملکرد آن برای اعمال به چرخ جلو متفاوت است. کنترل کننده اول وظیفه کنترل ارتعاشات را در لحظه فرود هواپیما و برخورد آن با باند را بر عهده دارد. این کنترل کننده تطبیقی به شکل مدل مرجع بوده و بر اساس قضیه پایداری لیپانوف⁶ استخراج شده است. همچنین به منظور جذب اغتشاشات باند، یک کنترل کننده بهینه تطبیقی به کار گرفته شده است. این کنترل کننده حداقل واریانس تطبیقی سعی در کمینه کردن واریانس جابه جایی چرخ جلو هواپیما دارد. بدین منظور ابتدا مدل ارتعاشی شش درجه آزادی سیستم بدست آمده است. سپس با خطایی ناچیز مرتبه سیستم از دوازده به شش کاهش داده شده و تابع تبدیل آن استخراج شده است. برای طراحی کنترل کننده حداقل واریانس، اغتشاشات جاده به شکل نویز رنگی با توزیع گوسی مدل شده و با کمک الگوریتم شناسایی حداقل مربعات بازگشتی⁷ (ELS)، پارامترهای سیستم و نویز به شکل بازگشتی تخمین زده شده اند.

مقاله به شرح زیر مرتب شده است. در بخش 2 مدل سازی ارتعاشی شش درجه آزادی ارباه فرود آورده شده است. در بخش 3 و 4 به طراحی دو کنترل کننده مدل مرجع و حداقل واریانس تطبیقی پرداخته شده است. در قسمت 5 نیز کارایی کنترل کننده های طراحی شده مورد تجزیه تحلیل قرار گرفته است. در نهایت نتیجه گیری مقاله در بخش 6 آورده شده است.

2- مدل ارتعاشی ارباه فرود هواپیما

در این بخش مدل ارتعاشی شش درجه آزادی سیستم (شکل 1) به کمک معادلات نیوتون- اوپلر⁸ استخراج می شود. معادلات ارتعاشی به شکل رابطه (1) بازنویسی شده اند [14].

$$[M][\ddot{X}] + [C][\dot{X}] + [K][X] = [F] \quad (1)$$

در رابطه فوق ماتریس های M ، C و K به ترتیب ماتریس جرم، میرایی و سختی می باشند و به شکل روابط (2) تعریف می شوند.

$$X = [x_1, x_2, x_3, x, \theta, \beta]^T \quad (2)$$

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 & -c_1 & 0 & c_1 L \\ 0 & c_2 & 0 & -c_2 & -c_2 r & -c_2 L' \\ 0 & 0 & c_3 & -c_3 & c_3 r & -c_3 L' \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 & c_1 + c_2 + c_3 & (c_2 - c_3)r & -c_1 L + (c_2 + c_3)L' \\ 0 & -c_2 r & c_3 r & (c_2 - c_3)r & (c_2 + c_3)r^2 & (c_2 - c_3)L'r \\ c_1 L & -c_2 L' & -c_3 L' & -c_1 L + (c_2 + c_3)L' & (c_2 - c_3)L'r & c_1 L^2 + (c_2 + c_3)(L')^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

طراحی کنترل کننده فعال برای آن پرداخته است. در این مقاله با کمک اصول کنترل کلاسیک و معیار پایداری نایکوئیست¹، به دنبال کاهش ارتعاشات سیستم بودند. در [3، 4] به طراحی کنترل کننده پیش بین مقاوم براساس مدل غیرخطی و با کمک قضیه لیپانوف به منظور دفع ارتعاشات شیمی ارباه فرود پرداخته شده است. مدل خطی در پارامتر را با وجود نامعینی دینامیکی در نظر گرفته و با اعمال ورودی کنترلی مناسب، پایداری سیستم حلقه بسته را نیز تضمین کرده اند. مرجع [5] به طراحی یک کنترلرگر بهینه به منظور کاهش ارتعاشات شیمی ارباه فرود پرداخته است. آن ها معادلات دینامیکی غیرخطی را خطی سازی کرده و برای معادلات فضای حالت آن، روی تگر حالت بر اساس اصول کنترل مدرن طراحی کرده اند. به علت تطبیقی نبودن کنترلرگر، نبود ارتعاشات شیمی در شرایط پیش بینی نشده، در طراحی ادعا نشده است. در [6] دو کنترلرگر بهینه خطی و H_∞ به منظور کاهش ارتعاشات ارباه فرود بر اساس مدل سه درجه آزادی مورد تجزیه تحلیل قرار گرفته است. این کنترلرگرها نیز به دلیل تطبیقی نبودن توانایی تضمین عملکرد مناسب در تمام شرایط کاری هواپیما را ندارند.

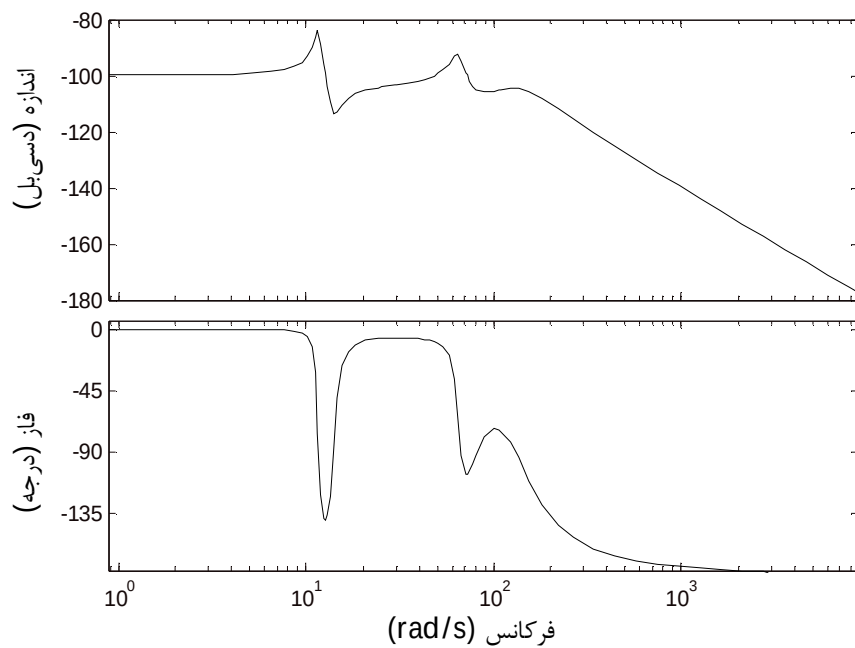
کارکرد هواپیما در محیطها با شرایط آب و هوایی مختلف (حتی در یک پرواز)، زمان معمولاً طولانی استفاده از آن ها، شرایط متفاوت باند فرودگاه ها و غیره، از جمله دلایل متغیر با زمان بودن مشخصات دینامیکی ارباه فرود هواپیما می باشد. بدین منظور کنترل کننده های تطبیقی (که رفتارشان متناسب با شرایط تغییرپذیر است) راه حلی مناسب می باشد. این کنترل کننده ها به دلیل تنظیم ورودی کنترلی در هر لحظه با توجه به دینامیک مجموعه، قابلیت درک تغییرات پارامترهای سیستم دینامیکی را دارد. در این حوزه، بخشی از محققان بر روی طراحی سیستم های کنترلی نیمه- فعال² و فعال با محوریت کار بر روی جاذب های ارتعاشی متمرکز شده اند. در [7] یک کنترلرگر پسخوراند³ منفی تطبیقی برای جذب ضربه دینامیکی در لحظه فرود هواپیما طراحی شده است. در این پژوهش مدل یک درجه آزادی ارتعاشی در نظر گرفته شده و با کمک یک میراگیر با سیال عامل مغناطیسی MR^4 ، به کنترل ارتعاشات در لحظه فرود پرداخته شده است. مرجع [8] نیز با کنترل سیال عامل جاذب ارتعاشی، هدف کاهش ارتعاشات را دنبال کرده است. در این پژوهش استراتژی کنترل نیمه- فعال و فعال همزمان مورد بررسی قرار گرفته است. کنترلرگر نیمه- فعال پیش بین بر اساس الگوریتم ژنتیک و فازی- PID به ترتیب در [9] و [10] مورد بررسی قرار گرفته است. در مطالعات قبلی بحثی در مورد کنترل ارتعاشات ارباه فرود در دو رژیم حرکتی مذکور به روش مدل مرجع و حداقل واریانس تطبیقی برای مدل شش درجه آزادی صورت نگرفته است. همین مسئله در این پژوهش مد نظر گرفته شده است.

از دیگر زمینه های کنترلی می توان به کاهش ارتعاشات ارباه فرود هواپیما با کمک کنترل سازه ای اجزای ارباه فرود اشاره کرد [11].

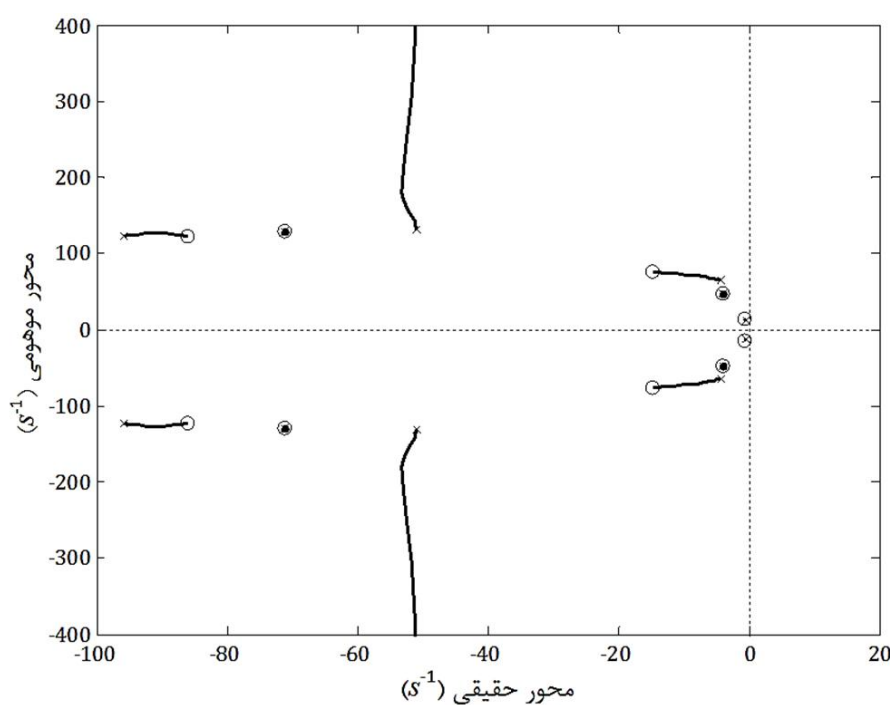
در بحث مدل سازی دینامیکی و ارتعاشی ارباه فرود که پایه و اساس طراحی کنترلرگرها می باشد نیز پژوهش های زیادی صورت گرفته است [12]. ناسا [13] مروری بر مدل دینامیکی ارباه فرود و ارتعاشات آن کرده است. مرجع [14] نیز به ارائه مدل دینامیکی و ارتعاشی ارباه فرود پرداخته است. در این پژوهش معادلات ارتعاشی برای یک مدل شش درجه آزادی به روش تحلیلی استخراج شده است. در ادامه برای صحت سنجی مدل ارائه شده، پاسخ

5- ADAMS
6- Lyapunov
7- Extended Least Square
8- Newton- Euler

1- Nyquist
2- Semi-Active
3- Feedback
4- Magneto-Rheological

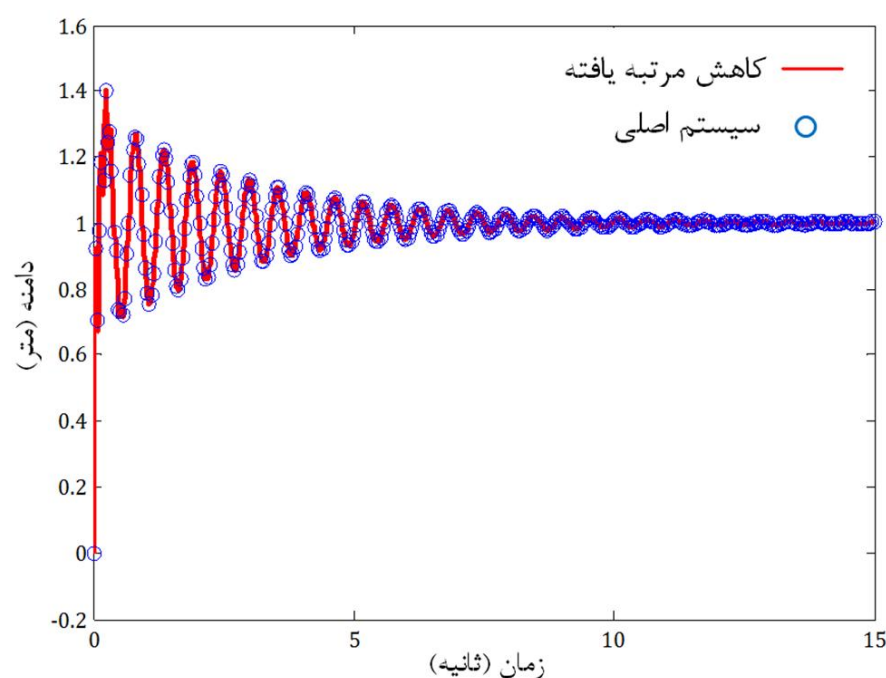


شکل 2 نمودار بود تابع تبدیل بین ورودی و خروجی جابجایی دماغه هواپیما



شکل 3 نمودار مکان هندسی ریشه‌های تابع تبدیل

به همین دلیل با کمک یکی از روش‌های مرسوم [15] رسته سیستم از دوازده به شش کاهش داده شده است، در شکل 4 پاسخ پله سیستم اصلی و کاهش مرتبه یافته ترسیم شده است. همان‌طور که در شکل نیز مشخص است، نورم دو خطا بین این دو پاسخ کمتر از 0/01% می‌باشد که با توجه به کاهش رسته سیستم و حجم محاسبات بسیار مناسب است.



شکل 4 پاسخ پله سیستم اصلی (دایره) و کاهش مرتبه یافته (خط)

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1+k_4 & 0 & 0 & k_4 & 0 & k_4 L \\ 0 & k_2+k_5 & 0 & k_5 & -k_5 r & k_5 L' \\ 0 & 0 & k_3+k_6 & k_6 & k_6 r & k_6 L' \\ k_4 & k_5 & k_6 & k_4+k_5+k_6 & (k_5-k_6)r & -k_4 L+(k_5+k_6)L' \\ 0 & -k_5 r & k_6 r & (k_5-k_6)r & (k_5+k_6)r^2 & (k_5-k_6)L'r \\ k_4 L & -k_5 L' & -k_6 L' & -k_4 L+(k_5+k_6)L' & (k_5-k_6)L'r & k_4 L^2+(k_5+k_6)L'^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$F = [u_1, 0, 0, 0, 0, 0]^T \quad (6)$$

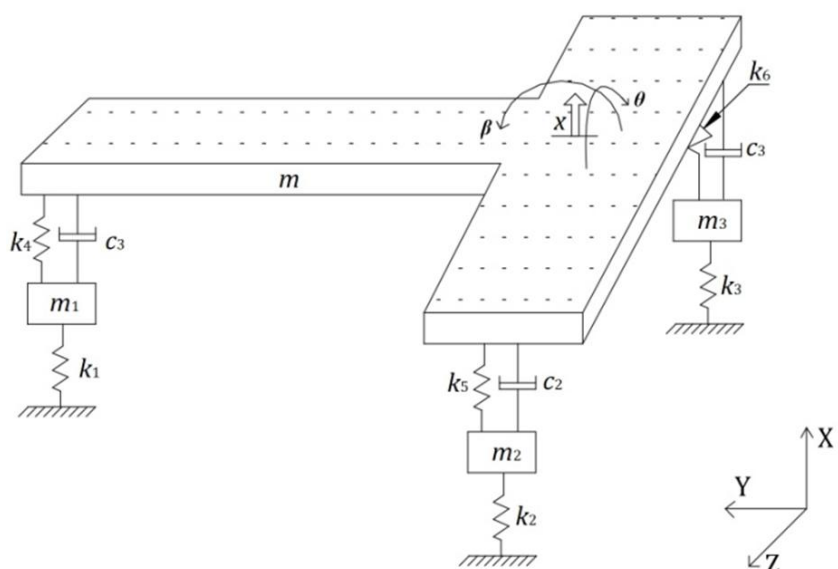
در رابطه (2) جابه‌جایی عمودی بدنه، x_1 جابه‌جایی عمودی چرخ جلو، x_2 و x_3 جابه‌جایی عمودی اربابه فرود چپ و راست، β زاویه رول و θ زاویه پیچ می‌باشد. همچنین در رابطه (3) m ، m_1 ، m_2 و m_3 به ترتیب جرم بدنه هواپیما، جرم دماغه و جرم‌های اربابه فرود اصلی می‌باشند. همچنین I_z و I_y به ترتیب ممان اینرسی جرمی بدنه حول محورهای Y و Z می‌باشد. در رابطه (4) k_1 ، k_2 ، k_3 و k_4 ، k_5 ، k_6 به ترتیب خاصیت فنری تایرها و جاذب‌های ارتعاشی را نشان می‌دهد. همچنین میرایی جاذب ارتعاشی با c_1 ، c_2 ، c_3 در معادله (5) مدل شده است. متغیرهای L ، L' و r به ترتیب فاصله طولی اربابه فرود اصلی از مرکز جرم بدنه، فاصله طولی چرخ جلو از مرکز جرم بدنه و فاصله عرضی اربابه فرود اصلی از مرکز جرم بدنه می‌باشد. در معادله (6) متغیر u_1 در واقع نیروی وارده از طرف عملگر¹ کنترلی می‌باشد.

برای بدست آوردن تابع تبدیل سیستم، ابتدا معادلات فضای حالت استخراج می‌شوند. بدین منظور با در نظر گرفتن دوازده متغیر حالت شامل مشتقات اول و دوم متغیرهای مستقل در رابطه (2)، معادله (1) به شکل (7) بازنویسی می‌شود.

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + BU \\ Y &= C'X \end{aligned} \quad (7)$$

با کمک معادلات فوق، تابع تبدیل بین عملگر نصب شده روی چرخ جلو و جابه‌جایی عمودی همان چرخ بدست می‌آید. در شکل 2 نمودار بود² تابع تبدیل بدست آمده، نمایش داده شده است.

نکته قابل توجه اینست که این سیستم دارای چند درجه کنترل‌ناپذیری است، اما درجات کنترل‌ناپذیری آن پایدار باقی می‌ماند. به دلیل اینکه بعضی از قطب‌های دور از مبدا تأثیر چندانی روی خروجی سیستم ندارند، با در نظر گرفتن قطب‌های نزدیک به مبدا یا همان قطب‌های غالب می‌توان بدون از دست رفتن دقت، رسته سیستم را کاهش داد. برای این کار کافی است منحنی روت-لوکاس³ تابع تبدیل سیستم در شکل 3 رسم شده است.



شکل 1 مدل ارتعاشی شش درجه آزادی اربابه فرود هواپیما [14]

- 1- Actuator
- 2- Bode
- 3- Root- Locus

3- طراحی کنترل کننده تطبیقی مدل مرجع با روش لیپانوف

در این قسمت یک کنترل کننده تطبیقی بر مبنای قضیه لیپانوف به منظور جذب ارتعاشات اربابه فرود هواپیما در لحظه فرود و برخورد با باند طراحی می شود [1]. استفاده از قضیه لیپانوف در استخراج قانون تطابق کنترلی موجب تضمین پایداری سیستم حلقه بسته نیز می شود. در این حالت خطا توسط یک معادله تفاضلی تعریف می گردد. سپس میبایست یک تابع منتخب لیپانوف و یک مکانیزم تطابق به گونه ای طراحی گردد که خطا به سمت صفر میل نماید. با استفاده از تئوری پایداری لیپانوف برای سیستم های تطبیقی متوجه می شویم که در اکثر مواقع مشتق این تابع تنها نیمه منفی معین است. در این حالت برای تضمین پایداری سیستم، از منطق باربالات¹ کمک گرفته شده به نحوی که تابع لیپانوف و تابع خطا دارای مشتق دوم محدود باشند [16]. با داشتن سیستم کاهش مرتبه یافته نهایی، به طراحی این کنترل کننده با روش لیپانوف پرداخته می شود.

ابتدا مدل مرجع مناسبی هم رسته با تابع تبدیل سیستم کاهش یافته انتخاب شده است. پاسخ پله مدل مرجع در شکل 5 نشان داده شده است.

حال برای طراحی ورودی کنترلی مناسب بر اساس قضیه لیپانوف، روند زیر طی خواهد شد. اگر y جابه جایی چرخ جلو هواپیما و y_m پاسخ مدل باشد، آنگاه با تشکیل معادله خطا و مشتقات آن می توان رابطه (8) را نوشت:

$$e = y - y_m \quad (8)$$

ورودی کنترلی با رابطه (9) در نظر گرفته می شود.

$$u(t) = f u_c(t) - q_0 \dot{y}(t) - q_1 y(t) \quad (9)$$

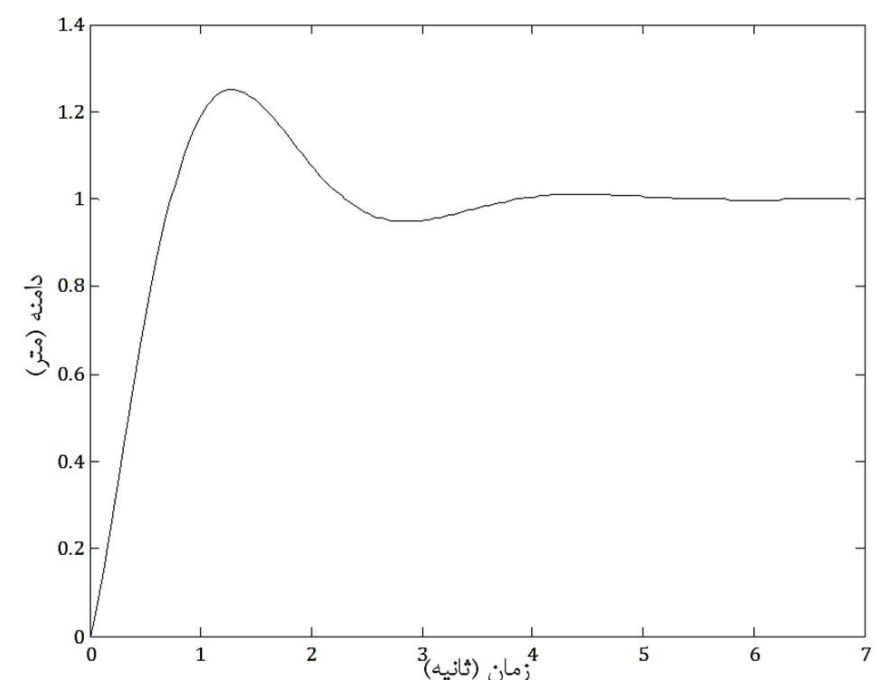
چون سیستم به شکل خطی مدل شده است، تابع منتخب لیپانوف (10) را برای سیستم انتخاب می شود.

$$V(e, \theta) = \frac{1}{2} \{ \gamma e^T P e + (\theta - \theta_0)^T (\theta - \theta_0) \} \quad (10)$$

که در رابطه فوق، θ ماتریس ضرایب ورودی کنترلی، θ_0 مقادیر اولیه آن و γ یک عدد مثبت می باشد. همچنین ماتریس P به گونه ای تعریف می شود که در رابطه (11) صدق کند.

$$A^T P - P A = -Q < 0 \quad (11)$$

در معادله (11)، Q یک ماتریس مثبت معین می باشد. مشتق تابع V باید یک مقدار منفی باشد تا این تابع به عنوان یک تابع با شرایط لیپانوف پذیرفته



شکل 5 پاسخ پله مدل مرجع

شود. باید قانون کنترلی را به گونه ای انتخاب کرد تا تضمینی برای برقراری این شرط باشد. با اعمال قانون کنترلی ذکر شده در معادله (9) و محاسبه مشتق تابع منتخب لیپانوف، معادله ی تنظیم پارامترهای کنترلی (قانون تطابق²) به صورت رابطه (12) بدست می آید.

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{\gamma}{2} (\dot{e}^T P e + e^T P \dot{e}) + (\theta - \theta_0)^T \frac{d\theta}{dt} \\ &= -\frac{\gamma}{2} e^T Q e + (\theta - \theta_0)^T \left(\frac{d\theta}{dt} + \gamma u_c B^T P e \right) \end{aligned} \quad (12)$$

برای منفی معین شدن رابطه (12)، قانون تطابق باید به شکل (13) باشد.

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma u_c B^T P e \quad (13)$$

با توجه به رابطه فوق، ضرایب ورودی کنترلی با کمک یک رابطه دیفرانسیلی تنظیم می گردد. در واقع مقدار این ضرایب از یک شرایط اولیه به مقدار مطلوب خود با کمک قانون تطابق همگرا می شود.

4- طراحی کنترل کننده حداقل واریانس تطبیقی

در این بخش هدف طراحی کنترل کننده ای است که بتواند به بهترین شکل ممکن اغتشاشات وارد شده از سطح باند به هواپیما در حالت حرکت تاکسی جذب کند. بدین منظور ابتدا باید اغتشاشات سطح باند را به خوبی مدل کرد. یکی از مرسوم ترین روش ها برای مدل کردن این اغتشاشات، یک تابع اتفاقی با توزیع گوسی میانگین صفر و با واریانس مشخص (نویز سفید) می باشد [17]. در اینجا از نویز رنگی برای مدل کردن این اغتشاشات استفاده شده است. گرچه این مدل بسیار کامل تر از نویز سفید بوده اما فرایند شناسایی سیستم را با مشکل مواجه می کند. نویز رنگی برخلاف نوع سفید به شکل حافظه دار می باشد. درواقع این نویز گذشته خود را به یاد دارد و ضریب خودهمبستگی³ آن یک است. این ضریب برای نویز سفید صفر است. به هر نحو نویز رنگی به حالت سفید به دلیل کامل تر بودن ترجیح داده شده است. برای طراحی این کنترل کننده که از نوع بهینه تطبیقی می باشد، برخلاف حالت قبل که از توصیف فضای حالت معادلات استفاده شد، از تابع تبدیل سود برده می شود. بدین منظور ابتدا باید این تابع تبدیل پیوسته را با زمان نمونه برداری مناسب گسسته سازی کرد. لازم به ذکر است که در این بخش نیز از تابع تبدیل کاهش یافته برای طراحی کنترل کننده استفاده می شود. حال معادلات سیستم به شکل رابطه (14) بازنویسی می شوند [18.1].

$$Y(\xi) y(\kappa) = U(\xi) u(\kappa) + E(\xi) e(\kappa) \quad (14)$$

که در آن رابطه (15) برقرار است:

$$\begin{aligned} Y(\xi) &= 1 + \alpha_1 \xi^{-1} + \alpha_2 \xi^{-2} + \dots + \alpha_{ny} \xi^{-ny} \\ U(\xi) &= 1 + \beta_1 \xi^{-1} + \beta_2 \xi^{-2} + \dots + \beta_{nu} \xi^{-nu} \\ E(\xi) &= 1 + \delta_1 \xi^{-1} + \delta_2 \xi^{-2} + \dots + \delta_{ne} \xi^{-ne} \end{aligned} \quad (15)$$

در معادله (15)، α ، β و δ ضرایب چندجمله ای، ny ، nu و ne به ترتیب مرتبه چندجمله ای خروجی، ورودی و نویز می باشند. همچنین ξ^{-1} عملگر انتقال زمانی پیشرو و پسرو به ترتیب می باشند. مسئله مهمی که در طراحی این کنترل کننده باید در نظر گرفت، غیرحداقل فاز بودن سیستم است. بدین منظور چند جمله ای $U(\xi)$ به صفرهای قابل حذف با زیروند "+" و صفرهای

2- Adjustable rule
3- Autocorrelation

1- Barbalat

غیرقابل حذف با زیروند "-" تجزیه می‌شود.

$$U(\xi) = U^+(\xi)U^-(\xi) \quad (16)$$

در این روش برای بدست آوردن قانون کنترلی، ابتدا باید پارامترهای سیستم و نویز شناسایی گردند. الگوریتم حداقل مربعات توسعه یافته بازگشتی (ELS) بدلیل توانایی شناسایی پارامترهای نویز $(E(\xi))$ به همراه پارامترهای سیستم، گزینه‌ی مناسبی به حساب می‌آید [19]. بایاس داشتن تخمین پارامترها به دلیل رنگی بودن نویز اعمالی به سیستم دور از انتظار نیست. حال الگوریتم نحوه استخراج قانون کنترلی مورد بحث قرار می‌گیرد. بدین منظور ابتدا فزونی قطب به شکل رابطه (17) تعریف می‌شود.

$$d = ny - nu \quad (17)$$

با ضرب d در طرفین معادله (14)، رابطه (18) به‌دست می‌آید:

$$Y(\xi)y(\kappa + d) = U(\xi)u(\kappa + d) + E(\xi)e(\kappa + d) \quad (18)$$

با تقسیم طرفین معادله (18) بر چندجمله‌ای ضریب خروجی رابطه (19) حاصل می‌شود.

$$y(\kappa + d) = \frac{U(\xi)}{Y(\xi)}u(\kappa + d) + \frac{E(\xi)}{Y(\xi)}e(\kappa + d) \quad (19)$$

اگر ضریب نویز در معادله فوق ساده شود، معادله (19) به شکل (20) بازنویسی می‌شود.

$$\frac{E(\xi)}{Y(\xi)}\xi^{d-1} = F(\xi) + \frac{G(\xi)}{Y(\xi)} \Rightarrow \xi^{d-1}E(\xi) = Y(\xi)F(\xi) + G(\xi) \quad (20)$$

در معادله فوق رابطه (21) را می‌توان نوشت:

$$F(\xi) = \xi^{d-1} + f_1\xi^{d-2} + \dots + f_{d-1} \quad (21)$$

$$G(\xi) = g_0\xi^{ny-1} + g_1\xi^{ny-2} + \dots + g_{ny-1}$$

با جایگذاری معادله (20) در (19)، این معادله به شکل (22) بدست می‌آید.

$$y(\kappa + d) = \frac{U(\xi)}{Y(\xi)}u(\kappa + d) + \left\{F(\xi) + \frac{G(\xi)}{Y(\xi)}\right\}e(\kappa + 1) \quad (22)$$

در نهایت پس از ساده‌سازی معادله فوق به رابطه (23) تبدیل می‌شود.

$$y(\kappa + d) = F(\xi)e(\kappa + 1) + \hat{y}(\kappa + d | \kappa) \quad (23)$$

که در این رابطه می‌توان رابطه (24) را نوشت:

$$\hat{y}(\kappa + d | \kappa) = \frac{G(\xi)}{E(\xi)}\xi y(\kappa) + \frac{U(\xi)F(\xi)}{E(\xi)}\xi u(\kappa) \quad (24)$$

برای حداقل واریانس شدن خروجی در معادله (23)، شرط (25) باید برقرار باشد.

$$\text{var}\{\hat{y}(\kappa + d | \kappa)\} = 0 \quad (25)$$

که در رابطه (25) عملگر var به معنی واریانس می‌باشد. با کمک رابطه مذکور، قانون کنترلی به شکل (26) استخراج می‌گردد.

$$u(\kappa) = -\frac{G(\xi)}{U(\xi)F(\xi)}y(\kappa) = -\frac{S(\xi)}{R(\xi)}y(\kappa) \quad (26)$$

در رابطه (26) چندجمله‌ای $R(\xi)$ و $S(\xi)$ با حل معادله (27) (که به معادله دیوفانتین¹ معروف است) بدست می‌آید. این معادله با ضرب $U(\xi)$ در طرفین رابطه (20) حاصل می‌شود.

$$\xi^{d-1}\hat{U}^+(\xi)\hat{U}^{-*}(\xi)\hat{E}(\xi) = \hat{Y}(\xi)R(\xi) + \hat{U}(\xi)S(\xi) \quad (27)$$

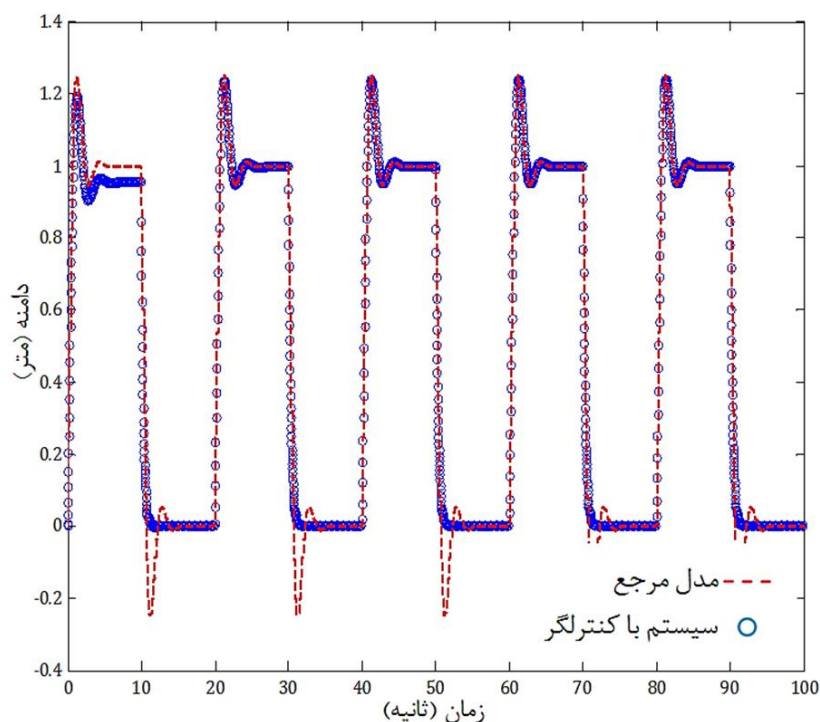
در معادله فوق علامت " $\wedge$ " و " $*$ " به ترتیب بیانگر چندجمله‌ای تخمین زده شده و معکوس می‌باشد. با حل معادله فوق به روش ماتریس سیلوستر²،

ورودی کنترلی بدست می‌آید. لازم به ذکر است برای اینکه معادله (27) جواب داشته باشد، درجه چند جمله‌ای‌های $E(\xi)$ و $Y(\xi)$ یکسان باشند. این مسأله رنگی بودن نویز اعمالی را نیز نشان می‌دهد.

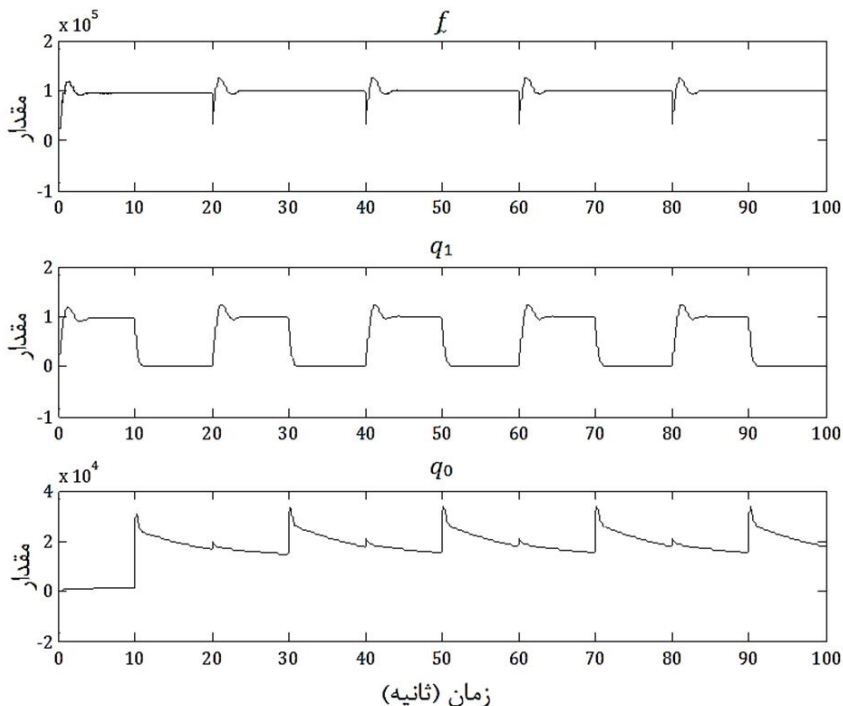
5- شبیه‌سازی

5-1- کنترل‌کننده مدل مرجع

در این قسمت برای بررسی کارایی این کنترل‌کننده، ورودی مرجع پله و سینوسی را به سیستم اعمال کرده و ردیابی این سیگنال مطلوب مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای این شبیه‌سازی زمان نمونه‌برداری 0/01 ثانیه در نظر گرفته شده و در فاصله زمانی 0 تا 10 ثانیه به صورت تناوبی شبیه‌سازی انجام شده است. همچنین مشخصات دینامیکی و تابع تبدیل سیستم کاهش مرتبه یافته در پیوست مقاله ذکر شده است. سرعت هواپیما در زمان فرود 70 m/s در نظر گرفته شده است [5]. برای ورودی مطلوب پله، خروجی سیستم کنترل‌شده در شکل 6 ترسیم شده است. همچنین به منظور بررسی کارایی کنترل‌کننده، نحوه تغییرات ضرایب ورودی کنترلی در معادله (9) در شکل 7 نیز ترسیم شده است. مشاهده همزمان شکل‌های 6 و 7 برای تحلیل رفتار کنترلگر اهمیت بسزایی دارد. همان‌طور که در بخش 3 ذکر شد، مقدار



شکل 6 خروجی سیستم با کنترلگر (دایره) و خروجی مدل مرجع به ورودی پله (خطچین)



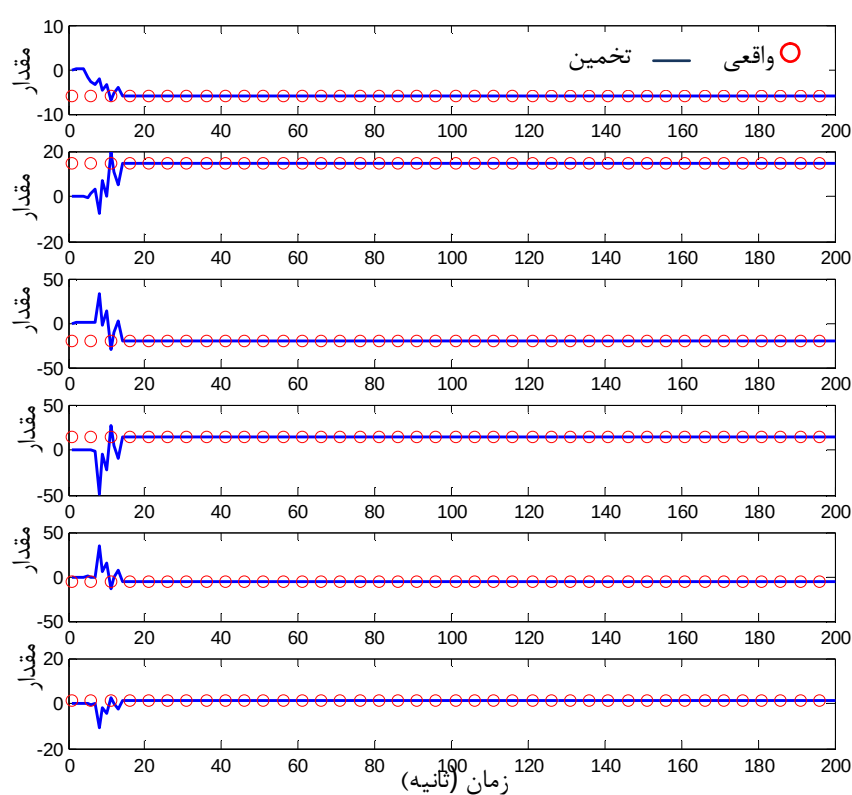
شکل 7 تغییرات ضرایب ورودی کنترلی (بدون بعد³) با ورودی مرجع پله

1- Diophantine
2- Sylvester

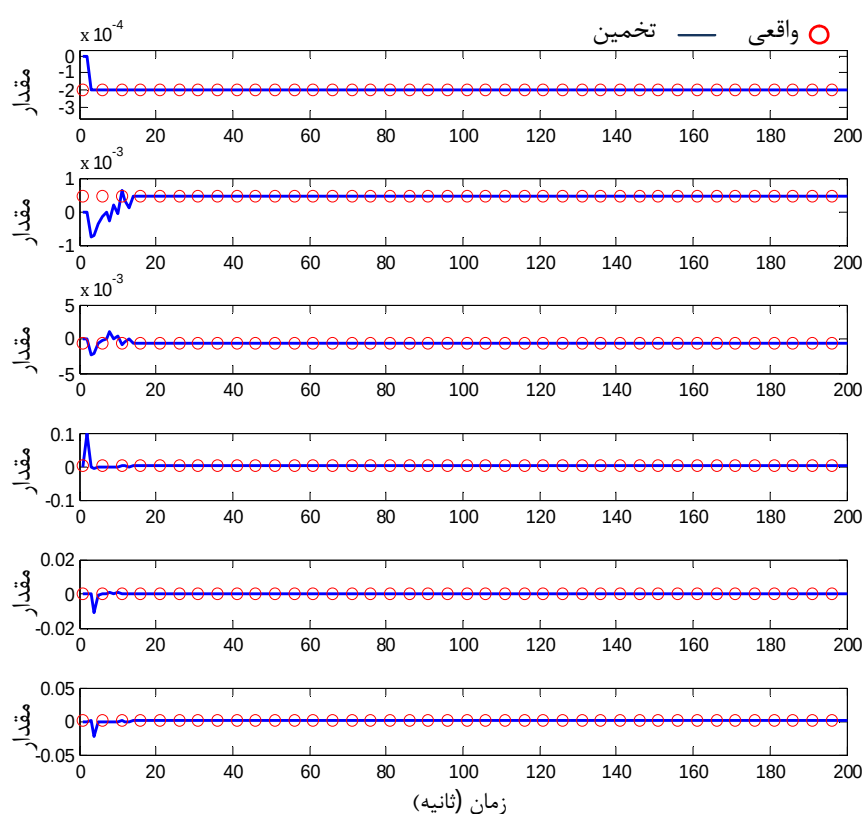
برخوردار بوده و پاسخ گذرای آن به سرعت به مقدار مدل مرجع همگرا می‌شود.

5-2- کنترل کننده حداقل واریانس

در این بخش کارایی کنترل کننده حداقل واریانس در کاهش اغتشاشات سطح باند فرودگاه در هنگام حرکت هواپیما بر روی آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. به منظور انجام این شبیه‌سازی، سرعت هواپیما ثابت و مشابه بخش قبل 70 m/s فرض شده است. دلیل این انتخاب اینست که فاز حرکتی مذکور هم شامل قبل از برخاستن و هم پس از فرود هواپیما می‌باشد، پس سرعت آن ثابت و نزدیک به حالت بیشینه فرض شده است. همان‌طور که ذکر شد، این کنترل کننده ابتدا نیازمند تخمین پارامترهای سیستم و نویز می‌باشد. مقدار اصلی این پارامترها در پیوست مقاله بیان شده‌اند. در شکل‌های 10 تا 12 نرخ همگرایی پارامترهای معادله (14) نشان داده شده است.



شکل 10 همگرایی ضرایب چندجمله‌ای بدون بعد $\gamma(\xi)$ (خط) به مقدار واقعی (دایره)



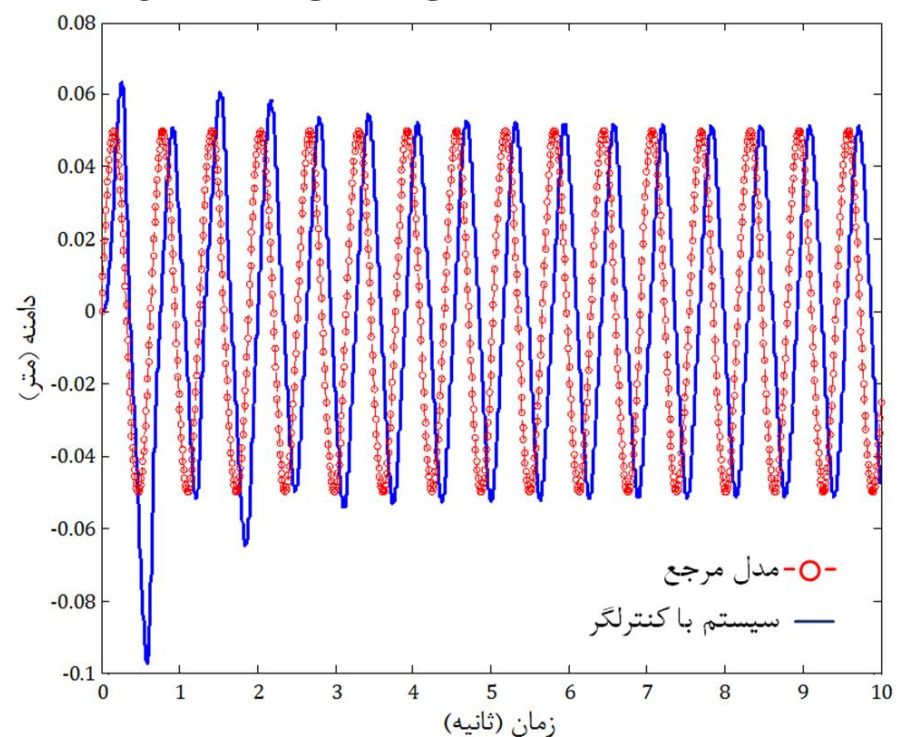
شکل 11 همگرایی ضرایب چندجمله‌ای بدون بعد $U(\xi)$ (خط) به مقدار واقعی (دایره)

هر کدام از ضرایب معادله (9) از یک شرایط اولیه مشخص آغاز شده و بر مبنای معادله تطابق و میزان خطای ردیابی که در شکل 6 نیز قابل مشاهده می‌باشد، به سمت مقدار مطلوب در حال تغییر است.

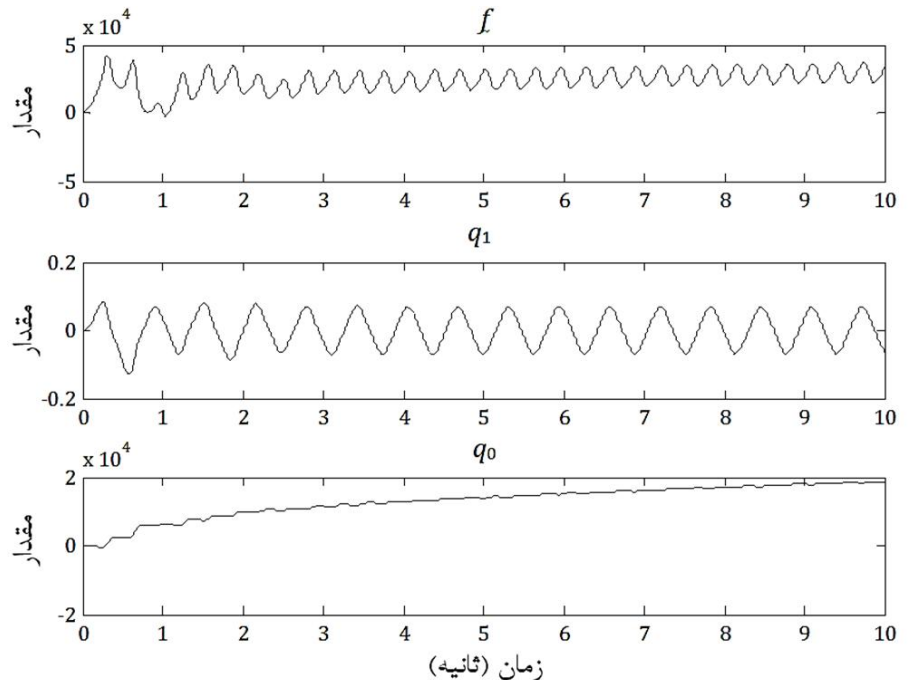
همان‌طور که از نتایج مشخص شده، کارایی کنترل کننده بالا بوده و سیستم به خوبی سیگنال مرجع را دنبال می‌کند. نکته مهم اینست که در ابتدا به دلیل همگرا نشدن پارامترهای کنترل کننده در شکل 7، پاسخ سیستم با مدل اختلاف ناچیزی دارد اما با گذر زمان اندک، سیستم به خوبی مدل مرجع را ردیابی می‌کند. همچنین فراجش سیستم کمتر از مدل مرجع بوده و زمان نشست آن مناسب می‌باشد.

حال به منظور بررسی کارایی کنترلگر در ردیابی ورودی‌های مطلوب دیگر، یک ورودی سینوسی با فرکانس بالا به سیستم اعمال کرده و کارایی و سرعت کنترل کننده با این ورودی مرجع نیز مورد بررسی قرار می‌گیرد (شکل 8). لازم به ذکر است که این ورودی تنها به منظور بررسی قابلیت‌های کنترلگر می‌باشد و چنین رفتاری در واقعیت برای فرود یک هواپیما متصور نمی‌شود.

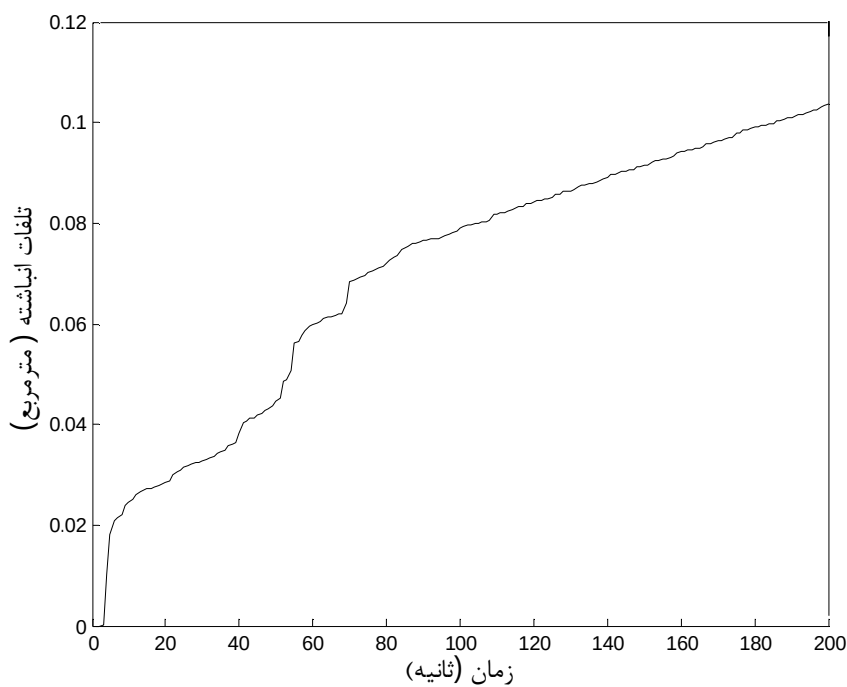
این نتایج (شکل‌های 8 و 9) سرعت بالای این کنترل کننده را نشان می‌دهد. از روی نتایج بدست آمده می‌توان دریافت که این کنترل کننده طراحی شده بر مبنای روش لیپانوف، از دقت بالایی در ردیابی سیگنال مرجع نیز



شکل 8 خروجی سیستم با کنترلگر (خط) و خروجی مدل مرجع به ورودی سینوسی (دایره - خط چین)



شکل 9 تغییرات ضرایب ورودی کنترلی (بدون بعد) با ورودی مرجع سینوسی



شکل 14 نمودار تلفات انباشته خروجی کنترل شده

اغتشاشات جاده، کاملاً واضح است که در هر بار اجرای برنامه خروجی یکسان نخواهد بود و اندکی تفاوت خواهد داشت. تلفات انباشته (مجموع مربعات) خروجی نیز در شکل 14 نشان داده شده است.

همان‌طور که در شکل 14 نیز ملاحظه می‌گردد، در لحظات ابتدایی شیب خط بیشتر بوده که این مسأله به دلیل دامنه خروجی بزرگتر می‌باشد. اما با همگرا شدن پارامترهای سیستم و کاهش دامنه ارتعاشات، شیب خط تلفات انباشته نیز کاهش یافته است. توصیفات انجام شده بیانگر توانایی بالای این کنترل‌کننده در کاهش ارتعاشات چرخ جلو هواپیما و سرعت بالای آن در این مهم می‌باشد.

6- پیوست

مقادیر پارامترهای سیستم اصلی به شکل زیر می‌باشند. لازم به ذکر است که روش‌های ارائه شده مستقل از مقادیر سیستم بوده و قابلیت تطابق با شرایط مختلف را دارند.

$$m = 30000 \text{ kg}, m_1 = m_2 = m_3 = 900 \text{ kg}$$

$$I_y = 6/78 \times 10^4 \text{ kg m}^2$$

$$I_z = 5/16 \times 10^5 \text{ kg m}^2$$

$$L = 10 \text{ m}$$

$$\dot{L} = 3 \text{ m}$$

$$r = 4 \text{ m}$$

$$k_1 = k_2 = k_3 = 25 \times 10^7 \text{ N/m}, k_4 = k_5 = k_6 = 1 \times 10^6 \text{ N/m}$$

$$c_1 = c_2 = c_3 = 1 \times 10^5 \text{ Ns/m}$$

تابع تبدیل سیستم کاهش مرتبه یافته نیز به شکل زیر است.

$$g(s) = \frac{0.09s^4 + 2.97s^3 + 593.10s^2 + 1406.00s + 1.14e^5}{s^6 + 119.90s^5 + 2.61e^4s^4 + 6.69e^5s^3 + 8.97e^6s^2 + 1.40e^8s + 1.14e^{10}}$$

مشخصات سه چندجمله‌ای معادله (14):

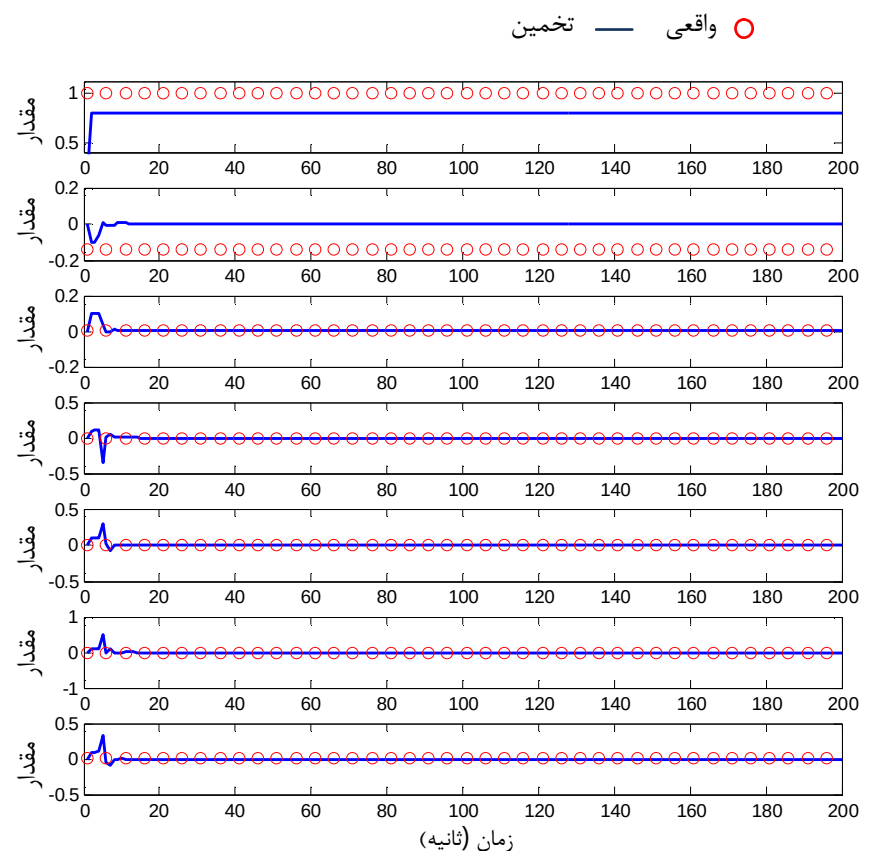
$$Y(\xi) = [1, -5.98, 14.89, -19.77, 14.77, -5.89, 0.98]$$

$$U(\xi) = 1e^{-4} \times [-1.96, 4.72, -6.05, 4.36, -1.67, 0.03]$$

$$C(\xi) = [1, -0.14, 7.87e^{-3}, -2.27e^{-4}, 3.55e^{-6}, -2.84e^{-8}, 9e^{-11}]$$

7- نتیجه‌گیری

در این مقاله به منظور کنترل ارتعاشات اربابه فرود هواپیما در لحظه برخورد با زمین و حرکت روی سطح باند فرودگاه، دو کنترل‌کننده تطبیقی مدل مرجع بر مبنای قضیه لیپانوف و تطبیقی حداقل واریانس طراحی شده است. بدین منظور ابتدا مدل‌سازی دینامیکی شش درجه آزادی سیستم انجام شده و



شکل 12 همگرایی ضرایب چندجمله‌ای بدون بعد $E(\xi)$ (خط) به مقدار واقعی (دایره)

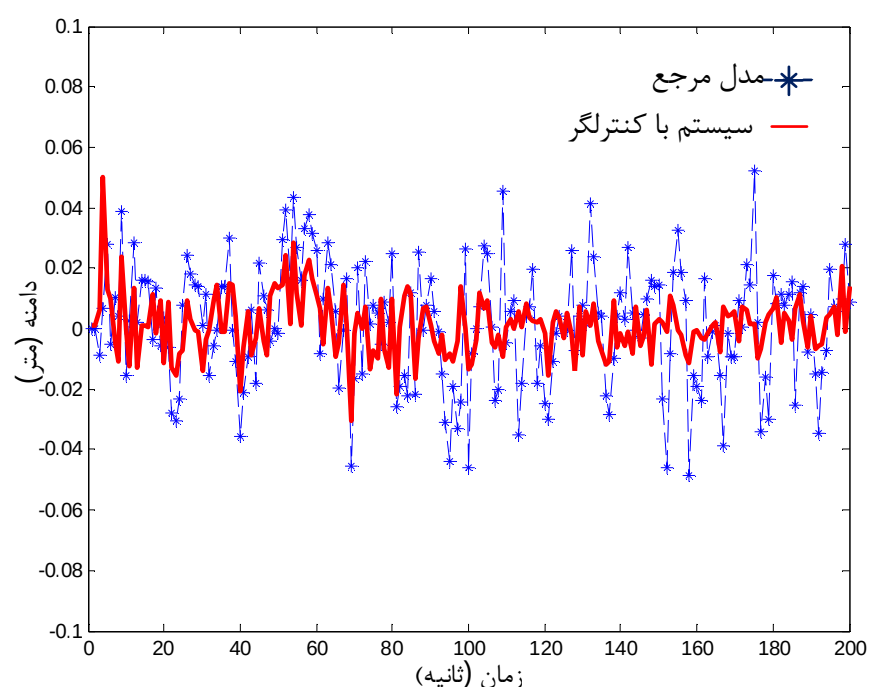
با توجه با شکل‌های فوق، بیشتر پارامترها با دقت مناسبی تخمین زده شده‌اند. همان‌طور که در بخش 4 ذکر شد، به علت وجود نویز رنگی بایاس داشتن این تخمین‌ها قابل انتظار است [1].

در شکل زیر اغتشاشات باند را که به صورت یک نویز رنگی مدل شده بود، در برابر خروجی کنترل شده سیستم به تصویر کشیده شده است.

همان‌طور که در شکل 13 ملاحظه می‌شود، کنترل‌کننده به خوبی اغتشاشات باند را جذب کرده و دامنه ارتعاشات را به شکل قابل توجهی کاهش داده است. با توجه به اینکه این کنترل‌کننده از نوع بهینه و تطبیقی می‌باشد، ورودی کنترلی را به گونه‌ای تنظیم می‌کند تا کمترین میزان واریانس ممکن برای خروجی حاصل شود. در شکل فوق در لحظات ابتدایی دامنه ارتعاشات تا حدودی بیشتر از بقیه زمان‌ها بوده که این مسئله به دلیل عدم همگرایی پارامترهای شناسایی شده در ابتدای تخمین می‌باشد.

همچنین میانگین قدر مطلق خروجی در این حالت برابر 0/00635 متر

می‌باشد که رقم قابل قبول و در خور توجهی است. به دلیل تصادفی بودن



شکل 13 اغتشاشات سطح باند (ستاره - خطچین) در برابر خروجی کنترل شده سیستم (خط)

- [4] A. Hajiloo, W. F. Xie. The stochastic robust model predictive control of shimmy vibration in aircraft landing gears. *Asian Journal of Control*, Vol. 17, 2015.
- [5] H. Tourajizadeh, S. Zare. Optimal control of shimmy oscillation in aircraft nose landing gear. *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 99, 2015 (In Persian).
- [6] A. A. Gharapurkar, A. F. Jahromi, R. B. Bhat, W. Xie. Semi-active control of aircraft landing gear systems using H-infinity control approach. *Int. Conf. on Connected Vehicles and Expo (ICCVE)*, Las Vegas, 2013.
- [7] G. M. Mikułowski, J. Holnicki-Szulc. Adaptive landing gear concept-feedback control validation. *Smart Materials and Structures*, Vol. 16, 2007.
- [8] G. M. Mikułowski, L. Jankowski. Adaptive landing gear: optimum control strategy and potential for improvement. *Shock and Vibration*, Vol. 16, 2009.
- [9] W. Dong-su, G. Hong-bin, L. Hui. GA-based model predictive control of semi-active landing gear. *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 20, 2007.
- [10] L. Hua-lin, C. Yong, H. Qi, L. Jian. Fuzzy PID control for landing gear based on magneto-rheological (MR) damper. *Int. Conf. on Apperceiving Computing and Intelligence Analysis*, Chengdu, 2009.
- [11] S. Kwak, G. Washington, R. K. Yedavalli. Acceleration feedback-based active and passive vibration control of landing gear components. *Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 15, 2002.
- [12] W. Krüger, I. Besselink, D. Cowling, D. B. Doan, W. Kortüm, W. Krabacher. Aircraft landing gear dynamics: simulation and control. *Vehicle System Dynamics*, Vol. 28, 1997.
- [13] J. I. Pritchard. An overview of landing gear dynamics. *NASA Langley Research Center*, 1999.
- [14] M. Vaezinejad, S. M. Moghadas, S. Rahmati. Shock suspension system review and analysis of airplane during landing. *Int. Journal of Advanced Design and Manufacturing*, Vol. 1, 2008 (In Persian).
- [15] A. Varga. Balancing free square-root algorithm for computing singular perturbation approximations. *Proceeding of the 30th Conf. on Decision and Control*, Brighton, 1991.
- [16] H. K. Khalil, *Nonlinear systems*, Third Edition, Prentice Hall, usa, pp. 320-360, 2002.
- [17] J. Cao, H. Liu, P. Li, D. Brown. Adaptive fuzzy logic controller for vehicle active suspensions with interval type-2 fuzzy membership functions. *Int. Conf. on Fuzzy Systems*, Hong Kong, 2008.
- [18] G. C. Goodwin, K. S. Sin, *Adaptive filternig prediction and control*, First Edition, Dover Publications, usa, pp. 30-40, 1984.
- [19] T. Soderstrom, P. Stoica, *System identification*, First Edition, Prentice Hall, usa, pp. 150-200, 1989.

معادلات فضای حالت آن بدست آمده‌اند. برای کاهش رسته سیستم، قطب‌های غالب را به کمک نمودار روت-لوکاس و نمایش جردن بدست آورده و رسته سیستم با خطای ناچیز از دوازده به شش کاهش داده شد. سپس با استفاده از قضیه پایداری لیپانوف یک کنترل‌کننده مدل مرجع تطبیقی برای لحظه فرود هواپیما طراحی شده و ورودی کنترلی با هدف ردیابی سیگنال مرجع استخراج شد. همچنین پایداری سیستم حلقه بسته به دلیل استفاده از قضیه لیپانوف در بدست آوردن این ورودی کنترلی تضمین شده است. در ادامه برای جذب اغتشاشات سطح باند در دیگر رژیم حرکتی هواپیما، کنترل‌کننده بهینه حداقل واریانس تطبیقی طراحی شد. اغتشاشات سطح باند با یک نویز رنگی مدل و تمام پارامترهای سیستم و نویز با کمک الگوریتم شناسایی ELS تخمین زده شد. در نهایت ورودی کنترلی به نحوی تنظیم گردید تا واریانس خروجی به حداقل مقدار خود برسد. برای بررسی کارایی این کنترل‌کننده‌ها، ابتدا ردیابی ورودی‌های مطلوب مختلف برای کنترلگر مدل مرجع و در ادامه جذب اغتشاشات سطح باند برای کنترلگر حداقل واریانس با کمک نرم‌افزار متلب-سیمولینک مورد بررسی قرار گرفته شد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها نشان‌دهنده توانایی بالای کنترل‌کننده‌ها در ردیابی و جذب اغتشاشات با سرعت همگرایی بالا می‌باشد.

8- مراجع

- [1] K. J. Åström, B. Wittenmark, *Adaptive control*, Second Edition, Dover Publications, Sweden, pp. 200-250, 2008.
- [2] L. G. Horta, R. H. Daugherty, V. J. Martinson. Modeling and validation of a navy A6-Intruder actively controlled landing gear system. *NASA Langley Research Center*, 1999.
- [3] M. S. Fallah, S. H. Long, W. F. Xie and R. Bhat. Robust model predictive control of shimmy vibration in aircraft landing gears. *Journal of Aircraft*, Vol. 45, 2008.