

تحلیل رفتار خمشی تیر ساندویچی با رویه‌های کامپوزیتی با استفاده از تئوری مرتبه بالا غیر خطی ارتقاء یافته

سهیل داریوشی^۱، مجتبی صدیقی^{۲*}

۱- دانشجوی دکترا، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

۲- دانشجوی دکترا، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه امیرکبیر، تهران

* تهران، صندوق پستی ۱۵۹۱۶۳-۴۳۱۱

چکیده

در این مقاله تئوری غیر خطی مرتبه بالا سازه‌های ساندویچی برای تحلیل رفتار یک تیر ساندویچی تحت بارگذاری استاتیکی ارائه شده است. در این تئوری، با فرض تغییر شکل‌های بزرگ برای کلیه اجزای سازه ساندویچی، روابط سینماتیکی رویه‌ها و هسته بر اساس تانسور کرنش گرین نوشتۀ شد. در تئوری ارائه شده، رویه‌ها به صورت تیر تیموشنکو و هسته به صورت یک جسم دو بعدی که می‌تواند در راستای ضخامت فشرده شود، مدلسازی گردید. پس از ارائه فرمول بندهای معادلات با استفاده از اصل مینیمم انرژی بیناسیل استخراج و با بکارگیری روش نیوتون-رافسون حل شد. به منظور ارائه یک مثال با استفاده از این تئوری، نتایج مربوط به بارگذاری خمش سه نقطه‌ای برای یک تیر ساندویچی محاسبه گردید. البته به منظور مقایسه بهتر، نتایج مربوط به تحلیل خطی نیز ارائه شد. در قسمت تجربی، تیرهای ساندویچی با رویه‌های کامپوزیتی و هسته‌های از جنس لانه زینوری نومکس با طول‌های کوتاه و بلند ساخته شدند و تحت آزمون خمش سه نقطه‌ای قرار گرفتند. مقایسه نتایج حاصل از حل تحلیلی با نتایج حاصل از آزمون‌های تجربی نشان داد که تئوری غیر خطی ارائه شده پیش‌بینی‌های بهتری از رفتار تیر ساندویچی را نسبت به تئوری خطی ارائه می‌کند. همچنین مشاهده شد که میزان خطای تحلیل خطی با افزایش طول تیر افزایش می‌یابد. علاوه در یک مطالعه پارامتری تأثیر پارامترهای هندسی مانند طول تیر، ضخامت رویه و ضخامت هسته بر میزان اختلاف بین تحلیل خطی و غیر خطی مورد بحث و بررسی قرار گرفت.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۰۸ خرداد ۱۳۹۳

پذیرش: ۱۶ مرداد ۱۳۹۳

ارائه در سایت: ۰۶ آبان ۱۳۹۳

کلید واژگان:

تئوری مرتبه بالا سازه ساندویچی

تحلیل شکل‌های غیر خطی

کرنش بزرگ

بررسی تجربی

Analysis of composite sandwich beam with enhanced nonlinear high order sandwich panel theory

Soheil Dariushi¹, Mojtaba Sadighi^{2*}

1-Department of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran.

1-Department of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran.

* P.O.B. 159163-4311 Tehran, Iran, mojtaba@aut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 29 May 2014

Accepted 07 August 2014

Available Online 28 October 2014

Keywords:

High order sandwich panel theory

Large deformation

Finite strain

Experimental study

ABSTRACT

A novel geometrically nonlinear high order sandwich panel theory considering finite strains of sandwich components is presented in this paper. The equations are derived based on high order sandwich panel theory in which the Green strain and the second Piola-Kirchhoff stress tensor are used. The model uses Timoshenko beam theory assumptions for behavior of the composite face sheets. The core is modeled as a two dimensional linear elastic continuum possessing shear and vertical normal and also in-plane rigidities. Nonlinear equations for a simply supported sandwich beam are derived using Ritz method in conjunction with minimum potential energy principle. After obtaining nonlinear results based on this enhanced model, simplification was applied to derive the linear model in which kinematic relations for face sheets and core reduced, based on small displacement theory assumptions. A parametric study is done to illustrate the effect of geometrical parameters on difference between results of linear and nonlinear models. Also, to verify the analytical predictions some three point bending tests were carried out on sandwich beams with glass/epoxy face sheets and Nomex cores. In all cases good agreement is achieved between the nonlinear analytical predictions and experimental results.

مخالف، لازم و ضروری به نظر می‌رسد. تئوری کلاسیک، تئوری مرتبه اول

برشی، تئوری الاستیسیته و تحلیل المان محدود مشهورترین این روش‌ها و

تئوری‌ها می‌باشند که هر یک دارای مزايا و معایبي هستند [۱-۳]. امروزه در

سازه‌های ساندویچی پیشرفته، عموماً از هسته‌های فومی یا لانه زینوری نرم

-۱ مقدمه

کاربرد سازه‌های ساندویچی در صنایع هوایی، دریابدی، ساخت قطار و خودرو

به طور افزون در حال گسترش است. از این رو یافتن روشی برای تحلیل

هر چه دقیق‌تر و ساده‌تر از رفتار سازه‌های ساندویچی در برابر بارگذاری‌های

Please cite this article using:

S. Dariushi, M. Sadighi, Analysis of composite sandwich beam with enhanced nonlinear high order sandwich panel theory, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 16, pp. 1-8, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

S. Dariushi, M. Sadighi, Analysis of composite sandwich beam with enhanced nonlinear high order sandwich panel theory, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 16,

پس از انجام فرمول بندی، استخراج و حل کامل معادلات، برای بررسی صحت نتایج به دست آمده، مقایسه نتایج تحلیلی با نتایج بدست آمده از آزمون های تجربی انجام گرفت. در قسمت تجربی، تیرهای ساندویچی با جنس رویه های کامپوزیتی و جنس هسته لانه زنبوری نومکس در دو اندازه کوتاه و بلند در آزمایشگاه ساخته شد و آزمون خمش سه نقطه ای بر روی آنها صورت گرفت. به منظور مقایسه بهتر، نتایج تحلیلی مربوط به حل مرتبه بالای خطی نیز در کنار نتایج تجربی و نتایج تحلیل غیر خطی ارائه شد تا تأثیر در نظر گرفتن تغییر شکل های بزرگ به خوبی مشخص شود. در قسمت پایانی نیز در یک مطالعه پارامتری تأثیر پارامترهای مختلف مانند طول تیر ساندویچی، ضخامت رویه ها و ضخامت هسته بر میزان اختلاف بین تحلیل خطی و غیر خطی ارائه شد.

2- قسمت تحلیل

برای استخراج تئوری مرتبه بالای سازه ساندویچی ارتفا یافته، رویه ها به صورت تیر تیموشنکو و هسته به صورت یک جسم دو بعدی که می تواند در راستای ضخامت فشرده شود با استفاده از روابط الاستیسیته مدلسازی شد. روابط سینماتیکی رویه ها و هسته با استفاده از تانسور کرنش گرین نوشته شده است و هسته در برابر بارهای برشی، عمودی و درون صفحه ای از خود مقاومت نشان می دهد. بعلاوه در کلیه نقاط تماس، اتصال بین رویه ها و هسته کامل فرض شده است. هندسه تیر ساندویچی و دستگاه مختصات مفروض برای رویه بالایی، هسته و رویه پایینی در شکل 1 نشان داده است.

2-1- معادلات رویه ها بر اساس تانسور کرنش گرین
جابجایی در رویه بالایی و پایینی بر اساس فرض های تئوری مرتبه اول برشی به صورت روابط (1) و (2) است.

$$u^{t,b}(x,z) = u_0^{t,b}(x) + z\phi_0^{t,b}(x) \quad (1)$$

$$w^{t,b}(x,z) = w_0^{t,b}(x) \quad (2)$$

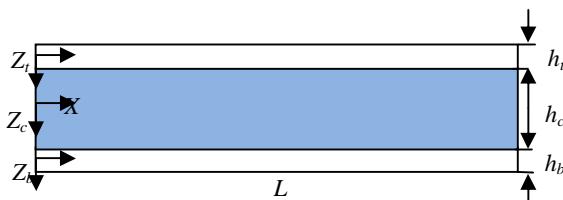
در حالیکه بالانویس t و b نشان دهنده رویه بالایی و پایینی است. u_0 و w_0 به ترتیب جابجایی نقاط صفحه میانی در جهات x و z و دوران حول محور y می باشند. روابط سینماتیکی رویه ها بر اساس تانسور کرنش گرین به صورت روابط (3)، (4) و (5) خواهد بود.

$$E_{xx}^{t,b} = u_{,x}^{t,b} + \frac{1}{2} \left(\left(u_{,x}^{t,b} \right)^2 + \left(w_{,x}^{t,b} \right)^2 \right) \quad (3)$$

$$E_{zz}^{t,b} = w_{,z}^{t,b} + \frac{1}{2} \left(\left(u_{,z}^{t,b} \right)^2 + \left(w_{,z}^{t,b} \right)^2 \right) \quad (4)$$

$$E_{xz}^{t,b} = \frac{1}{2} \left(u_{,z}^{t,b} + w_{,x}^{t,b} + u_{,x}^{t,b} u_{,z}^{t,b} + w_{,x}^{t,b} w_{,z}^{t,b} \right) \quad (5)$$

تنش متناظر با تانسور کرنش گرین (E_{ij}) تانسور تنش مرتبه دوم پیالو- کریشهف (S_{ij}) است. رابطه بین تانسور تنش پیالو- کریشهف و کرنش گرین از



شکل 1 هندسه تیر ساندویچی و دستگاه مختصات مفروض برای رویه بالایی، هسته و رویه پایینی

استفاده می شود. نرمی و تراکم پذیری هسته در جهت ضخامت، رفتار کلی سازه را تحت تأثیر قرار داده و باعث می شود کاربرد تئوری هایی که قابلیت مدلسازی این رفتار هسته را ندارند محدود شود [5.4]. در سال 1992 حل ویژه ای تحت عنوان حل مرتبه بالای سازه های ساندویچی توسط فرانسیگ و همکارانش ارائه شد [6]. در این حل، سازه ساندویچی به سه ناحیه رویه بالا و جسم سه بعدی هسته و رویه پایین تقسیم می شود و فرض بر این است که رویه های بالا و پایین از روابط کلاسیک ورق پیروی کرده و هسته طبق تئوری الاستیسیته سه بعدی رفتار کند. با حل این سه ناحیه با هم و در نظر گرفتن معادلات پیوستگی جایجایی ها در محل تماس هسته با رویه ها، رفتار سازه بررسی شده و مقدار فشردنگی هسته نیز بدست می آید.

از مزایای روش مرتبه بالا می توان به امکان اعمال شرایط مرزی مختلف بر رویه بالایی و پایینی و نیز در نظر گرفتن فشردنگی و اثر برشی در هسته اشاره کرد. فرانسیگ، همکارانش و دیگر پژوهشگران از تئوری مرتبه بالای ساندویچ برای بررسی رفتار سازه های ساندویچی تحت بارگذاری های مختلف، با اشکال متفاوت تیر، ورق و پوسته و با شرایط مرزی مختلف استفاده نمودند [10-6].

به تدریج این تئوری ارتفا داده شد و گسترش یافت [13-11] و به منظور افزایش دقیق تئوری در پیش بینی رفتار سازه های ساندویچی در برخی از مراجع، تأثیر غیر خطی های هندسی نیز در نظر گرفته شد. اغلب مقالاتی که بر غیر خطی بودن تئوری ارائه شده، تاکید دارند تهها رفتار غیر خطی رویه ها را با در نظر گرفتن روابط سینماتیکی رویه بر پایه کرنش فون - کارمن مدلسازی نموده اند و در این حالت هسته ها نیز از روابط کرنش ها و تغییر مکان های کوچک پیروی می کنند [13-16] تنها در دو مرجع [18.17] رفتار غیر خطی هسته در نظر گرفته شده که در هیچ یک از این دو، به واسطه پیچیدگی زیاد، حل کامل معادلات بدست آمده، انجام نگرفته و ساده سازی های گسترده ای در مسیر حل انجام شده است.

علاوه بر آنکه فرمول بندی، استخراج و حل معادلات با در نظر گرفتن تغییر شکل های بزرگ برای کلیه اجزای سازه ساندویچی از نظر تئوری دارای ارزش بالایی می باشد و تاکنون توسط سایر پژوهشگران ارائه نشده است، از نظر مهندسی نیز در بسیاری از سازه های ساندویچی به دلیل بزرگی سازه ها، نازکی رویه ها و نرمی هسته، تغییر شکل های اجزای سازه ساندویچی تغییر شکل های بزرگ است که تئوری های خطی با درصد خطای بالایی به پیش بینی میزان این تغییر شکل ها می پردازند. با توجه به این دلایل، لزوم در نظر گرفتن این نرم های غیر خطی و حل معادلات تا حصول نتایج امری روشن است. در تحلیل ارائه شده در این مقاله، فرض تغییر شکل های بزرگ برای رویه و هسته در نظر گرفته شده و تا پایان مرحله حل کامل معادلات هیچ گونه ساده سازی انجام نشده است.

فرض صفر بودن تنش ها و یا مقاومت داخل صفحه ای هسته برای سازه های ساندویچی در بین محققان بسیار مرسوم است و این فرض معمولاً با توجه به مقاومت بسیار زیاد رویه ها نسبت به هسته توضیح داده می شود [6]. ولی با افزایش مدول الاستیسیته و سفتی هسته نسبت به رویه خطای در نظر گرفتن فرض فوق فوق افزایش می یابد، این فرض در اغلب مقالات نوشته شده بر پایه تئوری مرتبه بالا نیز وجود دارد [9-6], [12.11], [11-14], [18-14]. اما در مقاله حاضر به منظور افزایش دقیق و قابل اعتماد بودن تئوری ارائه شده برای جنس های مختلف هسته و رویه با هر نسبت مدول الاستیسیته، مقاومت درون صفحه ای هسته نیز در نظر گرفته شد.

$$\begin{aligned} u^c(x, z) &= u_0^c(x) + \varphi_0^c(x)z_c + \frac{2}{c^2}[u_0^t(x) + \frac{h_t}{2}\varphi_0^t(x) + \\ &u_0^b(x) - \frac{h_b}{2}\varphi_0^b(x) - 2u_0^c(x)]z_c^2 - \frac{4}{c^3}[u_0^t(x) + \\ &\frac{h_t}{2}\varphi_0^t(x) - u_0^b(x) + \frac{h_b}{2}\varphi_0^b(x) + c\varphi_0^c(x)]z_c^3 \end{aligned} \quad (17)$$

همانگونه که در معادلات (16) و (17) مشاهده می‌شود، تعداد متغیرهای مربوط به مولفه‌های تغییر مکان هسته با مکمک روابط پیوستگی جابجایی‌ها از 7 متغیر به 3 متغیر کاهش یافت و 4 متغیر بر حسب سایر متغیرهای رویه‌ها و هسته نوشته شد. در کل تعداد این متغیرها در رویه‌ها و هسته به نه متغیر شامل w_0 و φ_0 برای رویه بالایی، رویه پایینی و هسته تبدیل شد. معادلات کرنش- تغییر مکان بر حسب متغیرهای مستقل را می‌توان از جایگذاری معادلات (16) و (17) در معادلات (9) تا (11) بدست آورد. پس از محاسبه کرنش در هسته و برای بدست آوردن تنش‌های متناظر، تانسور تنش مرتبه دوم پیالو- کریشهف (S_{ij}) از معادلات ساختاری رابطه (18) بدست می‌اید.

$$\begin{bmatrix} S_{xx}^c \\ S_{zz}^c \\ S_{xz}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}^c & C_{13}^c & 0 \\ C_{13}^c & C_{33}^c & 0 \\ 0 & 0 & 2C_{55}^c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{xx}^c \\ E_{zz}^c \\ E_{xz}^c \end{bmatrix} \quad (18)$$

در رابطه فوق، C_{ij} ها مولفه‌های ماتریس سفتی هستند. برای مواد ایزوتrop و ارتوتروپ ماتریس سفتی مربوطه در مرجع [19] موجود است.

2-4- روش ریتز

انرژی پتانسیل کل (I) از دو بخش انرژی کرنشی (U) و کار نیروهای خارجی (W) تشکیل می‌شود (رابطه (19)).

$$\Pi = U + W \quad (19)$$

تانسور مرتبه دوم تنش پیالو- کریشهف و تانسور کرنش گرین با یکدیگر از نظر انرژی مزدوج¹ هستند [19]. بنابر این انرژی کرنشی سازه ساندویچی که از مجموع انرژی رویه‌ها و هسته تشکیل می‌شود، به صورت رابطه (20) بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} U &= \int_{v_t} \left(\frac{1}{2} S_{xx}^t E_{xx}^t + \frac{1}{2} S_{zz}^t E_{zz}^t + S_{xz}^t E_{xz}^t \right) dv_t \\ &+ \int_{v_c} \left(\frac{1}{2} S_{xx}^c E_{xx}^c + \frac{1}{2} S_{zz}^c E_{zz}^c + S_{xz}^c E_{xz}^c \right) dv_c \\ &+ \int_{v_b} \left(\frac{1}{2} S_{xx}^b E_{xx}^b + \frac{1}{2} S_{zz}^b E_{zz}^b + S_{xz}^b E_{xz}^b \right) dv_b \end{aligned} \quad (20)$$

کار نیروهای خارجی شامل نیروها و ممان‌های گستردۀ و نقطه‌ای که می‌توانند بر روی رویه‌های بالایی و پایینی وارد شوند، به صورت رابطه (21) محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned} W = - \sum_{j=t,b} \left[\int_0^L (n_x^j u_0^j + p_z^j w_0^j + m_{xz}^j \varphi_0^j) dx + \right. \\ \left. \sum_{k=1}^{NL} \int_0^L (N_{xk}^j u_0^j + P_{zk}^j w_0^j + M_{xz}^j \varphi_0^j) \delta_d(x - x_k) dx \right] \end{aligned} \quad (21)$$

در رابطه (21) n_x و p_z به ترتیب نیروهای گستردۀ در راستای عمودی و داخل

معادلات ساختاری (6) بدست می‌آید.

$$\begin{bmatrix} S_{xx}^{t,b} \\ S_{zz}^{t,b} \\ S_{xz}^{t,b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}^{t,b} & C_{13}^{t,b} & 0 \\ C_{13}^{t,b} & C_{33}^{t,b} & 0 \\ 0 & 0 & 2C_{55}^{t,b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{xx}^{t,b} \\ E_{zz}^{t,b} \\ E_{xz}^{t,b} \end{bmatrix} \quad (6)$$

در رابطه (6)، C_{ij} ها مولفه‌های ماتریس سفتی هستند که با توجه به روابطی که در کتاب‌های مرجع کامپوزیت [19] موجود است به خواص مکانیکی لایه‌های تشکیل دهنده رویه مربوط می‌شوند. با استفاده از رابطه (6) می‌توان تنش‌های رویه‌ها را بر حسب کرنش‌ها بدست آورد.

2-2- معادلات هسته بر اساس تانسور کرنش گرین

مولفه‌های تغییر مکان عمودی و صفحه‌ای در هسته، به ترتیب چند جمله‌ای هایی از مرتبه دو و سه به شکل روابط (7) و (8) فرض می‌شوند.

$$w^c(x, y, z) = w_0^c(x, y) + w_1^c(x, y)z_c + w_2^c(x, y)z_c^2 \quad (7)$$

$$u^c(x, y, z) = u_0^c(x, y) + \varphi_0^c(x, y)z_c + u_2^c(x, y)z_c^2 + u_3^c(x, y)z_c^3 \quad (8)$$

در معادلات فوق بالاترین c نشان دهنده هسته است. w_0 و u_0 به ترتیب جابجایی عمودی و داخل صفحه‌ای در جهت x می‌باشند و φ_0 شب صفحه میانی در جهت x است و نیز سایر ضرایب (w_1 , w_2 , u_2 و u_3) ضرایب مجهولی هستند که با استفاده از پیوستگی تغییر مکان‌ها در فصل مشترک رویه بالایی و پایینی با هسته محاسبه می‌شوند.

با فرض تغییر شکل‌های بزرگ در هسته، معادلات کرنش- تغییر مکان بر اساس تانسور کرنش گرین به شکل روابط (9) تا (11) می‌باشد.

$$E_{xx}^c = u_{,x}^c + \frac{1}{2} \left(\left(u_{,x}^c \right)^2 + \left(w_{,x}^c \right)^2 \right) \quad (9)$$

$$E_{zz}^{t,b} = w_{,z}^c + \frac{1}{2} \left(\left(u_{,z}^c \right)^2 + \left(w_{,z}^c \right)^2 \right) \quad (10)$$

$$E_{xz}^c = \frac{1}{2} \left(u_{,z}^c + w_{,x}^c + u_{,x}^c u_{,z}^c + w_{,x}^c w_{,z}^c \right) \quad (11)$$

2-3- معادلات پیوستگی

معادلات پیوستگی جابجایی در راستای ضخامت (عمودی) و داخل صفحه‌ای در فصل مشترک بین رویه بالایی و هسته ($z=-c/2$) و نیز رویه پایینی و هسته ($z=c/2$) به شکل روابط (12) تا (16) می‌باشد.

$$w^c(x, -\frac{c}{2}) = w^t(x) \quad (12)$$

$$u^c(x, -\frac{c}{2}) = u_0^t(x) + \frac{h_t}{2}\varphi_0^t(x) \quad (13)$$

$$w^c(x, \frac{c}{2}) = w^b(x) \quad (14)$$

$$u^c(x, \frac{c}{2}) = u_0^b(x) - \frac{h_b}{2}\varphi_0^b(x) \quad (15)$$

با جایگذاری معادلات (7) و (8) در روابط (12) تا (15) و انجام عملیات ریاضی مورد نیاز و سپس ساده سازی روابط، طبق روابط (16) و (17) خواهیم داشت.

$$\begin{aligned} w^c(x, z) &= w_0^c(x) + \left[\frac{1}{c} \left(w^b(x) - w^t(x) \right) \right] z_c \\ &+ \left[\frac{2}{c^2} \left(w^t(x) + w^b(x) - 2w_0^c(x) \right) \right] z_c^2 \end{aligned} \quad (16)$$

1- Energetically conjugate

m انتخاب شده، در روش تکرار نیوتن- رافسون باید با چندین مرتبه تکرار به جواب مورد نظر دست یافت. تعداد تکرارها باید به کمک یک شرط پایان محاسبات از قبل تعیین شود. در مساله حاضر این شرط کوچکتر بودن اختلاف دو مرحله از حل از 0/01 میلی متر تعیین گردید.

پس از انجام مراحل حل، تمامی متغیرهای مستقل q_i ها، مشخص شده و با قرار دادن این ضرایب در معادلات (22) تا (27) مقادیر کلیه تغییر شکل‌ها محاسبه شده در نتیجه با کمک معادلات (3) تا (5) و (9) تا (11) کرنش‌ها و با استفاده از معادلات (6) و (18) تنش‌ها در تمام نقاط سازه محاسبه می‌شود. به منظور بررسی میزان تأثیر در نظر گرفتن کرنش‌های بزرگ در حل ارائه شده و مقایسه نتایج حاصل از حل غیر خطی مرتبه بالا با حل خطی، نیوی مرتبه بالای سازه ساندویچی بر پایه تغییر شکل‌های کوچک نیز استخراج گردید. برای این منظور کافی است معادلات کرنش- تغییر مکان که در رویه-ها و هسته بر اساس تانسور کرنش گرین نوشته شده، به صورت روابط (31) تا (33) بر اساس تغییر شکل‌ها و دوران‌های کوچک جایگذاری شود.

$$\varepsilon_{xx}^{t,b,c} = u_{,x}^{t,b,c} \quad (31)$$

$$E_{zz}^{t,b,c} = 0 \quad (32)$$

$$E_{xz}^{t,b,c} = \frac{1}{2} (u_{,z}^{t,b,c} + w_{,x}^{t,b,c}) \quad (33)$$

سایر مراحل حل مانند آنچه برای نیوی غیر خطی توضیح داده شد، می‌باشد. از این رو از تکرار این مراحل اجتناب شده است. تنها نکته قابل ذکر آن است که به دلیل خطی بودن ماتریس [K] و بردار [F] در رابطه (30) دیگر نیازی به استفاده از روش نیوتن- رافسون نیست و مقدار متغیرهای مستقل مستقیماً از رابطه (34) بدست می‌آید.

$$\{q_i\} = [K]^{-1}[F] \quad (34)$$

3- بررسی تجربی

در این قسمت معرفی مواد استفاده شده، نحوه ساخت نمونه‌ها، ابعاد و اندازه نمونه‌ها و چگونگی انجام آزمایش‌ها ارائه می‌گردد.

3-1-3- مواد

مواد به کار رفته برای ساخت نمونه‌ها شامل لایه‌های کامپوزیتی پیش آگشته^۲ تکسو از نوع شبشه اس ۲ و اپوکسی، لایه چسباننده اف ام ۹۴^۳ و هسته لانه زنبوری از نوع نومکس^۴ به ضخامت ۱۰ میلیمتر می‌باشد. لانه زنبوری نومکس یک ساختار غیر فلزی از جنس آرامید است که با رزین فنولیک مقاوم به حرارت پوشش داده شده است. این ساختار دارای سلول‌های شش وجهی با مقاومت بالا و خواص مکانیکی مناسب می‌باشد. خواص مکانیکی هر یک از مواد به کار گرفته شده، در جدول ۱ آمده است.

3-2- روش ساخت نمونه‌ها و انجام آزمون‌ها

برای ساخت نمونه‌های ساندویچی و انجام آزمون‌های عملی، در ابتدا یک ورق ساندویچی اصلی ساخته شد و سپس نمونه‌ها در دو اندازه کوتاه و بلند برای آزمون‌های خمش سه نقطه‌ای به شکل تیر به وسیله اره مخصوص بریده شد. برای ساخت ورق ساندویچی، ابتدا رویه‌های کامپوزیتی تهیه شد و سپس این رویه‌ها با استفاده از لایه چسباننده بر روی هسته چسبانده شدند. برای

2- S2-glass/ FM94 Epoxy prepreg

3- FM94 adhesive layer

4- Nomex

صفحه‌ای و M_{xz} ممان گسترده خارجی می‌باشد. P_z و N_x نیز به ترتیب نیروهای نقطه‌ای در راستای عمودی و داخل صفحه‌ای و M_{xz} ممان متمرکز است. NL تعداد نیروها و ممان‌های متمرکز را نشان می‌دهد و $(X-X_k)^{\delta}$ تابع دلتای دیراک در محل اعمال بارهای نقطه‌ای می‌باشد.

با جایگذاری معادلات (20) و (21) در معادله (19) انرژی پتانسیل کل سازه محاسبه می‌گردد. برای استفاده از روش ریتز کافی است متغیرهای موجود در مسأله به صورت توابعی که شرایط مرزی را ارضاء می‌کنند بسط داده شوند. برای تیرهای با تکیه گاه ساده توابع پیشنهادی به صورت توابع چند جمله‌ای به شکل روابط (22) تا (27) در نظر گرفته شدن.

$$u_0^{t,b}(x) = \sum_{m=1}^{\infty} U_m^{t,b} \left(\frac{x}{L}\right)^{m-1} \quad (22)$$

$$w_0^{t,b}(x) = \sum_{m=1}^{\infty} W_m^{t,b} \left(\frac{x}{L}\right)^m \left(1 - \frac{x}{L}\right) \quad (23)$$

$$\phi_0^{t,b}(x) = \sum_{m=1}^{\infty} \Phi_m^{t,b} \left(\frac{x}{L}\right)^{m-1} \quad (24)$$

$$u_0^c(x) = \sum_{m=1}^{\infty} U_m^c \left(\frac{x}{L}\right)^{m-1} \quad (25)$$

$$w_0^c(x) = \sum_{m=1}^{\infty} W_m^c \left(\frac{x}{L}\right)^m \left(1 - \frac{x}{L}\right) \quad (26)$$

$$\phi_0^c(x) = \sum_{m=1}^{\infty} \Phi_m^c \left(\frac{x}{L}\right)^{m-1} \quad (27)$$

با جایگذاری روابط (22) تا (27) در معادله انرژی پتانسیل کل سازه که بر حسب متغیرهای جابجاً محاسبه شده است، مقدار انرژی کل بر حسب متغیرهای مستقل رابطه (28) بدست می‌آید.

$$\{q_i\} = \left\{ \left\{ U_m^{t,b,c} \right\}, \left\{ W_m^{t,b,c} \right\}, \left\{ \Phi_m^{t,b,c} \right\} \right\} \quad (28)$$

حال برای مینیمم کردن انرژی پتانسیل کل (Π) نسبت به متغیرهای مستقل مسأله q_i ها از رابطه (29) استفاده می‌شود.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = 0 \Rightarrow \frac{\partial U}{\partial q_i} + \frac{\partial W}{\partial q_i} = 0 \quad (29)$$

برای هر یک از متغیرهای مستقل یک معادله از رابطه (29) استخراج می‌شود. در نتیجه تعداد این معادلات ($9 \times m$) می‌باشد. این معادلات را می‌توان به شکل ماتریسی (30) نوشت.

$$[K(q_i)] \{q_i\} - [F] = 0 \quad (30)$$

در معادله (30) ماتریس $[K(q_i)]$ یک ماتریس ضرایب غیر خطی است که هر یک از جملات آن می‌تواند تابعی از متغیرهای مستقل q_i باشد. ماتریس $[F]$ نیز بردار نیرو است. برای حل دستگاه معادلات غیر خطی فوق از روش تکرار نیوتن- رافسون^۱ استفاده شد [20]. در این روش ابتدا یک حدس اولیه به عنوان جواب در نظر گرفته می‌شود و سپس با استفاده از یک رابطه تکراری نتایج گام به گام به جواب اصلی نزدیکتر می‌گردد. در مسأله موجود، حل معادلات خطی به عنوان حدس اولیه در نظر گرفته شد. در حل این معادلات m یعنی تعداد جملات در بسط متغیرها بیشتر شود، جواب بدست آمده می‌تواند به مقدار دلخواه به جواب واقعی مسأله نزدیک شود. حال به ازای هر

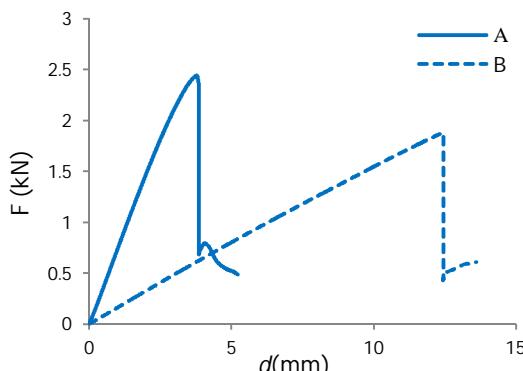
1- Newton-Raphson iteration method

4- نتایج و بحث

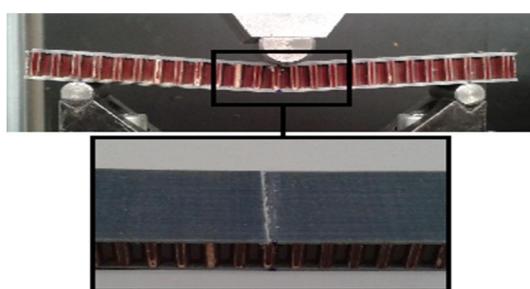
4-1- مقایسه نتایج تحلیلی و تجربی

شکل 3 نمودار نیرو- جابجایی مربوط به تست خمش سه نقطه‌ای بر روی تیرهای کوتاه (A) و بلند (B) را نشان می‌دهد. همانگونه که مشاهده می‌شود، در تیرهای بلند ماکریزم نیروی نهایی کمتر و تغییر شکل نهایی بزرگتر از تیرهای کوتاه است. شکست تیرهای کوتاه و بلند که به ترتیب در شکل‌های 4 و 5 نشان داده شده‌اند، به علت شکست رویه بالایی در زیر محل بارگذاری می‌باشد.

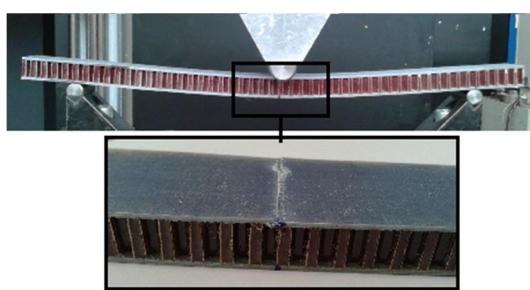
با استفاده از خواص مکانیکی مواد که در جدول ۱ آمده و بر منای حل تحلیلی مرتبه بالای ساندویچ غیر خطی و خطی که در قسمت فرمول بندی تحلیلی ارائه شده است، نمودارهای نیرو- جابجایی در محدوده الاستیک برای تیرهای ساندویچی رسم گردید. درصد بیشینه خطای تحلیل غیر خطی و خطی برای تیرهای کوتاه ساندویچی به ترتیب ۱۴% و ۵% و برای تیرهای بلند به ترتیب ۱۷% و ۴% می‌باشد. همانطور که در شکل‌های 6 و 7 دیده می‌شود، مقایسه منحنی‌های نیرو- جابجایی بدست آمده بر حسب روش تحلیلی برای تیرهای کوتاه و بلند با نتایج تجربی نشان می‌دهد که در هر دو گروه تیرهای ساندویچی میزان خطای روش تحلیلی غیر خطی به میزان قابل توجهی کمتر از میزان خطای روش خطی است. میزان خطای تحلیل خطی با افزایش طول



شکل 3 نمودار نیرو- جابجایی برای تیرهای کوتاه و بلند ساندویچی



شکل 4 شکست تیرهای کوتاه تحت آزمون خمش سه نقطه‌ای



شکل 5 شکست تیرهای بلند تحت آزمون خمش سه نقطه‌ای

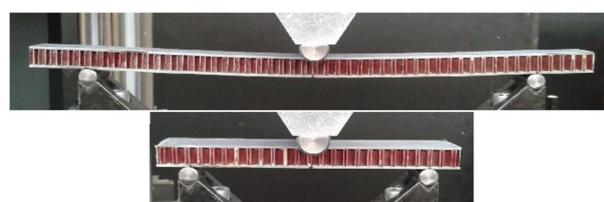
جدول 1 خواص مکانیکی مواد اولیه

خصوصیات	لایه‌های کامپوزیتی پیش آخته [21]	لایه‌های زنگوری نومکس [22]
E_1	(GPa) 48/9	(MPa) 295
E_2	(GPa) 5/5	(MPa) 45/5
E_3	(GPa) 5/5	(MPa) 5
G_{12}	(GPa) 5	(MPa) 65
G_{23}	(GPa) 5	(MPa) 23
v_{12}	0/33	0/27
v_{12}	0/0371	0/04

ساخت رویه‌های تمام کامپوزیتی از لایه‌های الیاف شیشه و اپوکسی پیش آخته استفاده شد. لایه‌ها بر طبق لایه چینی از پیش طراحی شده به صورت [۰/-۹۰/-۹۰/-۹۰/-۹۰/-۹۰] بر روی یکدیگر چیده شد و سپس این مجموعه در زیر پارچه داکرون و بریدر قرار گرفت و سپس کل مجموعه به طور کامل در زیر کیسه و کیوم قرار داده شد و با فشار و کیوم در حدود ۱ بار هوای موجود در زیر کیسه و کیوم تخلیه گردید. نمونه به مدت ۳ ساعت در دمای ۱۲۰ درجه سانتیگراد و فشار ۶ بار داخل اتوکلاو قرار گرفت. لایه‌ای کامپوزیتی بدست آمده دارای خمامت نهایی ۱/۲ میلیمتر بودند.

برای اتصال رویه‌های بالایی و پایینی به هسته نومکس در بین رویه‌ها و هسته از یک لایه چسباننده استفاده شد. پس از قرار دادن رویه پایینی، لایه چسباننده، هسته، لایه چسباننده و رویه بالایی بر روی صفحه کار لازم است تا نمونه ساندویچی در اتوکلاو قرار گیرد. به این منظور نمونه باید به مدت ۳ ساعت در دمای ۱۲۰ درجه سانتیگراد و فشار ۱ بار داخل اتوکلاو قرار گیرد. پس از انجام مراحل پخت، ورق ساندویچی ساخته شده به شکل تیرهای با طول‌های ۱۵ و ۳۰ سانتی متر و عرض ۳ سانتی متر برش داده شد. از هر گروه تیر ساندویچی سه نمونه ساخته شد و مورد آزمایش قرار گرفت تا تکرار پذیری نتایج نیز بررسی شده باشد.

نحوه انجام تست بر اساس استاندارد ای اس تی ام ۳۹۳^۱ تعیین گردید. تیرهای بلند و کوتاه ساندویچی با شرایط مرزی به صورت تکیه گاه ساده که دهانه این تکیه گاه به ترتیب ۲۶ و ۱۳ سانتی متر بود، در شکل 2 به نمایش در آمداند. همه این نمونه‌ها تحت بارگذاری توسط استوانه فولادی با شعاع ۱.۵ سانتی متر قرار گرفتند. برای اعمال بار از دستگاه زویک^۲ با ظرفیت ۲۰ کیلو نیوتن استفاده شد و سرعت بارگذاری ۵ میلیمتر بر دقیقه تعیین گردید. نمودارهای نیرو- تغییر مکان برای هر نمونه بدست آمد، که در بخش نتایج و بحث ارائه خواهد شد.

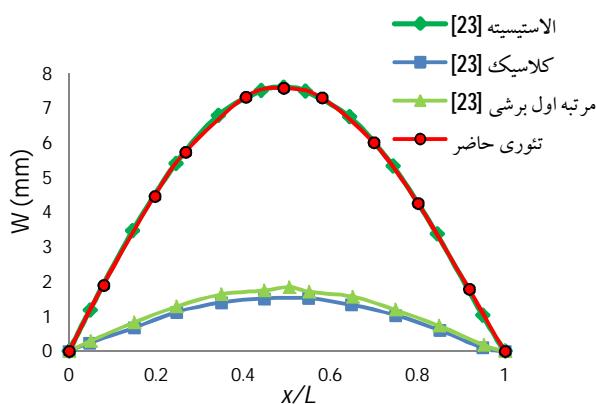


شکل 2 تیرهای ساندویچی تحت بارگذاری خمش سه نقطه‌ای

1- ASTM C 393
2- Zwick

جدول 2 خواص مکانیکی مواد اولیه به کار رفته در مرجع [23]

خصوصیات	گرافیت/اپوکسی	لایه‌های کامپوزیتی	لانه زنبوری
E_1		(GPa) 181	(MPa) 32
E_2		(GPa) 10/3	(MPa) 32
E_3		(GPa) 10/3	(MPa) 300
G_{12}		(GPa) 7/17	(MPa) 13
G_{23}		(GPa) 5/96	(MPa) 48
G_{31}		(GPa) 7/17	(MPa) 48
v_{12}		0/277	0/25
v_{13}		0/016	.25



شکل 8 نمودار جایجایی رویه بالایی در طول تیر ساندویچی با استفاده از تئوری‌های مختلف

4-2 مقایسه با نتایج موجود در مراجع

به منظور مقایسه نتایج با نتایج ارائه شده در سایر مراجع، یک تیر ساندویچی با ابعاد و خواص معرفی شده در مرجع [23] در نظر گرفته شد. طول و عرض تیر ساندویچی به ترتیب 400 و 40 میلیمتر و ضخامت رویه‌ها و هسته به ترتیب 2 و 16 میلیمتر در نظر گرفته شده است. خواص مکانیکی رویه‌ها و هسته نیز در جدول 2 آمده است. نتایج حاصل از تئوری ارائه شده در مقاله حاضر محاسبه و با نتایج بدست آمده از تئوری الاستیسیته، تئوری کلاسیک و تئوری مرتبه اول برپی که در مرجع [23] موجود است، مقایسه شد. جابجایی عرضی نقاط رویه بالایی در طول تیر، در شکل 8 نشان داده شده و تطبیق خوب نتایج تئوری حاضر با نتایج تئوری الاستیسیته را نشان می‌دهد. همانطور که در شکل 8 دیده می‌شود، تئوری کلاسیک و مرتبه اول برپی به دلیل فرضیات غیر واقعی از جمله در نظر نگرفتن فشردنگی هسته، پیش‌بینی‌های دور از واقعیت را ارائه می‌دهند.

3-4 بررسی پارامتری

در این بخش تأثیر پارامترهای هندسی مختلف مانند طول تیر، ضخامت رویه و ضخامت هسته بر اختلاف بین نتایج پیش‌بینی شده توسط حل غیر خطی و حل خطی مورد بررسی قرار گرفته است. برای سهولت مقایسه، اختلاف بین جابجایی پیش‌بینی شده توسط حل غیر خطی و حل خطی با پارامتر δ نامگذاری و به صورت درصد با استفاده از رابطه (35) تعريف شده است.

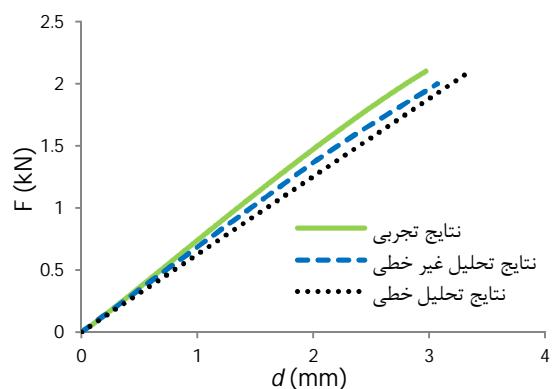
$$\delta = [(w_{NL} - w_L) / w_{NL}] \times 100 \quad (35)$$

به منظور بررسی تأثیر طول تیر ساندویچی بر روی اختلاف بین نتایج پیش‌بینی شده توسط حل غیر خطی و حل خطی، یک تیر ساندویچی مانند تیرهای کوتاه (گروه A) در نظر گرفته شد و با تیرهای ساندویچی مشابه از نظر خواص مکانیکی و ابعاد که تنها طول آنها به ترتیب 2, 3, 4 برابر شده بود، مقایسه شد.

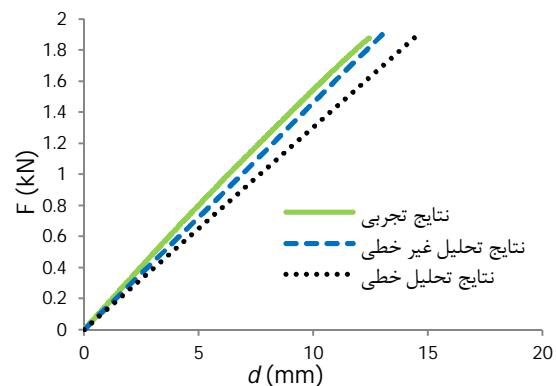
شکل 9 نمودار نیرو بر حسب پارامتر δ را برای تیرهای با طول‌های مختلف نشان می‌دهد. واضح است که با 2 برابر شدن طول تیر، نتایج موجود در نمودارها مربوط به نمونه‌های بلند (گروه B) می‌باشد. طول تیرهای مورد بررسی 13, 26, 39 و 52 سانتی‌متر بود. همانگونه که در شکل 8 مشاهده می‌شود با افزایش طول تیر پارامتر δ نیز افزایش می‌یابد. به عنوان مثال برای تیر با طول 39 سانتی‌متر اختلاف بین پیش‌بینی حل خطی و غیرخطی تا 18% است و برای تیر با طول 52 سانتی‌متر این اختلاف تا 27% افزایش می‌یابد. این اختلاف‌ها نشان می‌دهد که استفاده از حل خطی و در نظر نگرفتن تغییر شکل‌های بزرگ برای تیرهای ساندویچی که ابعاد نسبتاً بزرگی دارند، خطای زیادی را ایجاد کرده و پیش‌بینی‌ها دور از واقعیت خواهد بود.

تیر افزایش می‌یابد در حالیکه میزان خطای تحلیل غیر خطی در تیرهای بلند حتی کمتر شده است. البته دلیل این کاهش را می‌توان به کمتر شدن نیروی بیشینه وارد شده به تیر در محدوده الاستیک مربوط دانست. همانطور که در شکل 6 دیده می‌شود تیرهای کوتاه در محدوده الاستیک بیشینه نیروی برابر با 2100 نیوتون را تحمل می‌کنند در حالیکه این نیرو برای تیرهای بلند تقریباً 1900 نیوتون می‌باشد (شکل 7). اختلاف بین نتایج حاصل از تحلیل غیر خطی و نتایج تجربی را می‌توان به عواملی مانند در نظر نگرفتن اصطکاک تکیه گاه‌ها و نمونه، در نظر نگرفتن لایه چسباننده در مدلسازی تحلیلی و یا وجود عیوبی در ساخت نمونه‌ها مربوط دانست.

4-3 نمودار نیرو- جابجایی مقایسه‌ای برای تیرهای کوتاه ساندویچی



شکل 6 نمودار نیرو- جابجایی مقایسه‌ای برای تیرهای کوتاه ساندویچی



شکل 7 نمودار نیرو- جابجایی مقایسه‌ای برای تیرهای بلند ساندویچی

5- نتیجه گیری

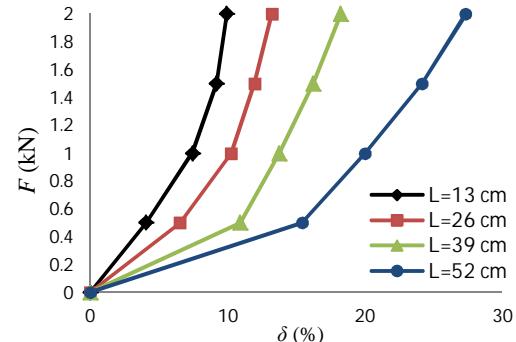
در این مقاله تحلیل رفتار تیرهای ساندویچی تحت بارگذاری استاتیکی، با استفاده از تئوری غیر خطی مرتبه بالای ارتفا یافته سازه‌های ساندویچی انجام گرفت. در تئوری ارائه شده، رویه‌ها به صورت تیر تیموشنسکو و هسته به صورت یک جسم دو بعدی که می‌تواند در راستای ضخامت فشرده شود، مدلسازی گردید و روابط سینماتیکی رویه‌ها و هسته بر اساس تنسور کرنش گرین نوشته شد. پس از انجام فرمول بنندی، استخراج و حل کامل معادلات، برای بررسی صحت نتایج به دست آمده، مقایسه نتایج تحلیلی با نتایج بدست آمده از آزمون‌های تجربی و نیز نتایج موجود در سایر مراجع انجام گرفت.

در بخش تجربی، تیرهای ساندویچی با جنس رویه‌های شیشه/اپوکسی و جنس هسته لانه زنیوری نومکس در دو اندازه کوتاه و بلند ساخته شد و آزمون خمس سه نقطه‌ای بر روی آنها انجام گرفت. مقایسه نتایج تحلیلی و تجربی نشان داد که برای تمام نمونه‌ها، تئوری غیر خطی ارائه شده پیش بینی‌های بهتری از رفتار تیر ساندویچی را نسبت به تئوری خطی ارائه می‌کند. البته میزان خطای تحلیل خطی با افزایش طول تیر افزایش می‌یابد. مقایسه نتایج بدست آمده از تئوری ارائه شده با نتایج حاصل از تئوری الاستیسیته موجود در مراجع تطابق خوب نتایج را برای یک تیر ساندویچی با رویه کامپوزیتی و هسته لانه زنیوری نشان داد.

به منظور بررسی عوامل موثر بر افزایش خطای استفاده از تحلیل خطی، در یک مطالعه پارامتری تأثیر هندسه و ابعاد تیر ساندویچی بر روی اختلاف بین نتایج حاصل از تئوری غیر خطی و تئوری خطی بروزی شد. این بررسی نشان داد که طور کلی افزایش طول تیر، کاهش ضخامت رویه و کاهش ضخامت هسته موجب افزایش اختلاف بین نتایج پیش بینی شده در تحلیل خطی و غیر خطی تا حد قابل ملاحظه‌ای می‌شود. این اختلاف‌ها نشان می‌دهد که استفاده از تحلیل خطی و در نظر نگرفتن تغییر شکل‌های بزرگ می‌تواند خطای زیادی را ایجاد کند و تخمين نتایج بر این اساس دور از واقعیت خواهد بود.

6- مراجع

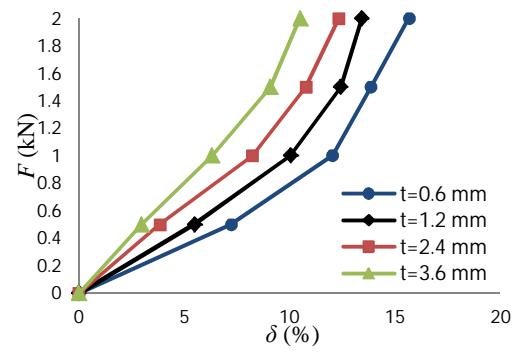
- [1] J. R. Vinson, *The Behavior of Sandwich Structures of Isotropic and Composite Materials*, New York, Technomic, 1999.
- [2] H. Hu, S. Belouettar, M. Potier-Ferry, M. Daya, Review and assessment of various theories for modeling sandwich composites, *Composite Structures*, Vol. 84, pp. 282–292, 2008.
- [3] K. H. Ha, Finite element analysis of sandwich plates: An overview, *Computers & Structures*, Vol. 37, No. 4., pp. 397–403, 1990.
- [4] A. Fereidoon, H. Hemmatian, A. Mohammadzadeh, E. Assareh, *Sandwich panel optimization based on yielding and buckling criteria by using imperialist competitive algorithm*, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 4, pp. 25–35, 2013. (In Persian)
- [5] N. Pirmohammadi, G.H. Liaghat, M. Hossein Pol, Experimental investigation on ballistic behavior of sandwich panels made of honeycomb core, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 4, pp. 21–26, 2014. (In Persian)
- [6] Y. Frostig, M. Baruch, O. Vilnay, I. Sheinman, Bending of nonsymmetric sandwich beams with flexible core-bending behavior, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 117, No. 9, pp. 1931–1952, 1992.
- [7] Y. Frostig, Elastica of sandwich panels with a transversely flexible core- A high order theory approach, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 46, pp. 2043–2059, 2009.
- [8] Y. Frostig, O. T. Thomsen, High-order free vibration of sandwich panels with a flexible core, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 41, pp. 1697–1724, 2004.
- [9] C. Santiste, O. T. Thomsen, Y. Frostig, Thermo-mechanical load interactions in foam cored axi-symmetric sandwich circular plates-High-order and FE models, *Composite Structures*, Vol. 93, pp. 369–376, 2011.
- [10] C. N. Phan, G. A. Kardomateas, Y. Frostig, Blast response of a sandwich beam/wide plate based on the extended high order sandwich panel theory and comparison with elasticity, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 80, No. 6, 2013.



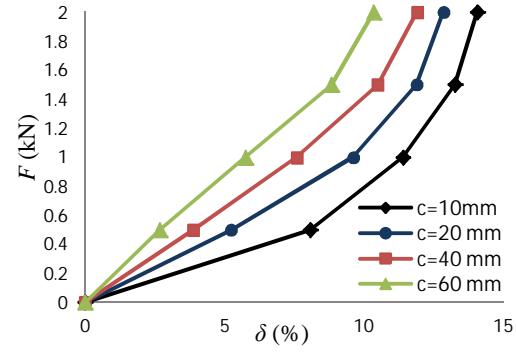
شکل 9 نمودار نیرو بر حسب پارامتر δ برای تیرهای ساندویچی با طول‌های مختلف

برای بررسی تأثیر ضخامت رویه بر روی پارامتر δ تیرهای ساندویچی که ضخامت رویه‌های بالایی و پایینی آنها ۰/۵، ۱، ۲ و ۳ برابر ضخامت رویه‌های نمونه‌های گروه A باشد، در نظر گرفته شدند. شکل 10 نشان می‌دهد که کاهش ضخامت رویه‌های تیر ساندویچی موجب افزایش اختلاف بین تغییر شکل پیش بینی شده توسط حل خطی و غیر خطی می‌شود. از این رو می‌توان نتیجه گرفت که در سازه‌های ساندویچی با ضخامت رویه کم لزوم در نظر گرفتن ترم‌های غیر خطی هندسی در مدلسازی افزایش می‌یابد.

به منظور مطالعه چگونگی تغییر پارامتر δ بر اثر تغییر ضخامت هسته، تیرهای ساندویچی با ساختاری مانند نمونه‌های گروه A و با ضخامت هسته ۱۱، ۱۰، ۲۰، ۴۰ و ۶۰ میلیمتر در نظر گرفته شدند. همانطور که در شکل 11 نشان داده شده است، با کاهش ضخامت هسته اختلاف بین حل خطی و غیر خطی افزایش می‌یابد. در نتیجه هر چه ضخامت هسته کمتر شود، اهمیت در نظر گرفتن تغییر شکل‌های بزرگ در مدلسازی رفتار سازه ساندویچی افزایش بیشتری می‌یابد.



شکل 10 نمودار نیرو بر حسب پارامتر δ برای تیرهای ساندویچی با ضخامت رویه‌های مختلف



شکل 11 نمودار نیرو بر حسب پارامتر δ برای تیرهای ساندویچی با ضخامت هسته‌های مختلف

- [16] H. Schwarts-Givli, O. Rabinovitch, Y. Frostig, High-order nonlinear contact effects in cyclic loading of delaminated sandwich panels, *Composites: Part B*, Vol. 38, pp. 86–101, 2007.
- [17] Y. Frostig, O. T. Thomsen, I. Sheinman, On the nonlinear high order theory of unidirectional sandwich panels with a transversely flexible core, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 42, pp. 1443–1463, 2005.
- [18] J. Hohe, L. Librescu, A nonlinear theory for doubly curved anisotropic sandwich shells with transversely compressible core, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 40, pp. 1059–1088, 2003.
- [19] J. N. Reddy, *Mechanics of laminated composite plates and shells: Theory and Analysis*, Second Edition, New York: CRC Press, 2004.
- [20] J. N. Reddy, *An introduction to nonlinear finite element analysis*, New York: Oxford University Press, 2004.
- [21] http://www.euro-composites.com/SiteCollectionDocuments/_536-68e.pdf
- [22] http://www.hexcel.com/Resources/DataSheets/Brochure-Data-sheets/HexForce_Reinforcements_and_HexPly_Prepregs_for_Industrial.pdf
- [11] J. E. Jam, B. Eftari, S. H. Taghavian, A new improved high-order theory for analysis of free vibration of sandwich panels. *Polymer Composites*, Vol. 31, pp. 2042–2048, 2010.
- [12] H. Schwarts-Givli, O. Rabinovitch, Y. Frostig, Free vibration of delaminated unidirectional sandwich panels with a transversely flexible core and general boundary conditions-A high order approach, *Journal of Sandwich Structures and Materials*, Vol. 10, pp. 99–131, 2008.
- [13] C. N. Phan, Y. Frostig, G. A. Kardomateas, Analysis of sandwich beams with a compliant core and with in-plane rigidity-extended high order sandwich panel theory versus elasticity, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 79, No.4, pp. 1–11, 2012.
- [14] Y. Frostig, O. T. Thomsen, Thermal buckling and post-buckling of sandwich panels with a transversely flexible core, *AIAA Journal*, Vol. 46, pp. 1976–1989, 2008.
- [15] Y. Frostig, O. T. Thomsen, Non-linear thermo-mechanical behaviour of delaminated curved sandwich panels with a compliant core, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 48, pp. 2218–2237, 2011.