



## بررسی عددی عدد ناسلت و ضریب اصطکاک در هیتر کمائی شکل موتور استرلینگ

حسن فرضی<sup>1</sup>، علی کشاورز ولیان<sup>2\*</sup>، علیرضا بتویی<sup>3</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

3- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

\* تهران، صندوق پستی 19395-1999، keshavarz@kntu.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 21 بهمن 1395

پذیرش: 14 اسفند 1395

ارائه در سایت: 14 فروردین 1396

کلید واژگان:

موتور استرلینگ

جریان رفت و برگشتی

عدد ناسلت

ضریب اصطکاک

حل عددی

### چکیده

در دنیای امروز استفاده از موتورهای استرلینگ در صنایع فضایی، زیردریایی‌ها و سیستم‌های همزمان تولید حرارت و توان، نیاز به تحلیل دقیق‌تر این موتورها را افزایش می‌دهد. موتور استرلینگ یک موتور احتراق خارجی است که حرارت موردنیاز جهت کارکرد خود را به‌وسیله هیتر از یک منبع حرارتی خارجی می‌گیرد به همین علت بحث انتقال حرارت در آن دارای اهمیت زیادی می‌باشد. در این مقاله عدد ناسلت و ضریب اصطکاک در جریان رفت و برگشتی در مبدل حرارتی یک موتور استرلینگ به صورت عددی مورد مطالعه قرار گرفته است. مبدل حرارتی مورد مطالعه، یک هیتر است که لوله‌های آن به شکل کمائی هستند. پارامترهای مختلفی جهت بررسی مقدار انتقال حرارت و یا ضریب اصطکاک در این هیتر انتخاب شده‌اند. پنج پارامتر انتخاب شده عبارتند از: فرکانس زاویه‌ای، جنس سیال، فشار گاز کاری، رژیم جریان و هندسه هیتر. با افزایش فرکانس زاویه‌ای و فشار گاز کاری، مقدار عدد ناسلت افزایش می‌یابد و همچنین ضریب اصطکاک کاهش می‌یابد. تاثیر سیال‌های کاری مختلف مانند کربن دی‌اکسید، هوا و هلیوم مورد بحث قرار گرفت. کربن دی‌اکسید دارای بیشترین عدد ناسلت نسبت به بقیه سیال‌ها می‌باشد و رابطه‌ای برای عدد ناسلت کربن دی‌اکسید و هوا، ارائه شده است. همچنین عدد ناسلت و ضریب اصطکاک با تغییر رژیم جریان مورد بررسی قرار گرفته است. مقایسه‌ای نیز بین دو هیتر با هندسه عصایی و کمائی انجام شده است که نشان می‌دهد انتقال حرارت در هیتر با هندسه کمائی بیش‌تر از هندسه عصایی است و ضریب اصطکاک آن دو بسیار نزدیک به هم است.

## A numerical investigation of Nusselt number and friction coefficient in an arc-type Stirling engine heater

Hassan Farzi, Ali Keshavarz Valian\*, Alireza Batooei

Department of Mechanical Engineering, Khaje Nasir Toosi University of Technology, Tehran, Iran

\* P.O.B. 19395-1999, Tehran, Iran, keshavarz@kntu.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 09 February 2017  
Accepted 04 March 2017  
Available Online 03 April 2017

#### Keywords:

Stirling engine  
Reciprocating flow  
Nusselt number  
Friction coefficient  
Numerical solution

### ABSTRACT

The usages of Stirling engine in many industries such as aerospace, submarines and combined heat and power systems, requires more and detailed analysis in such engines. This type of engine is an external combustion which may use almost any type of fuel. In this article the Nusselt number and friction coefficient of a Stirling engine heat exchanger is investigated numerically. The geometry of this heat exchanger is an arc shape pipe with reciprocating flow. Various parameters such as angular frequencies, type of fluids, working gas pressures, flow regime and heater geometry impact on the Nusselt number and friction coefficient of the heater were investigated. By increasing the angular frequency and the working gas pressure the Nusselt number increases but the friction coefficient decreases. The influences of different working fluids indicated that carbon dioxide has the highest Nusselt number. The results also show that the friction coefficient is highly dependent on the flow regime. Comparison between the two different geometry type heaters shows that the arc-type geometry led to higher Nusselt number. The friction coefficients of both geometries are almost similar to each other at high frequencies.

### 1- مقدمه

امروزه تمرکز زیادی جهت تولید موتورهایی که علاوه بر داشتن بازده مناسب بتوانند با منابع انرژی تجدیدپذیر به‌خوبی سوخت‌های فسیلی کار کنند، وجود دارد موتور استرلینگ<sup>1</sup> از جمله این موتورها است. موتور استرلینگ یک موتور احتراق خارجی است که قابلیت استفاده از هر منبع انرژی خارجی، مانند انرژی خورشیدی، حرارت‌های اتلافی صنعتی و بایومس<sup>2</sup> را دارا است و به

همین دلیل از نظر زیست محیطی بسیار مورد توجه است.

سه مبدل حرارتی مهم در موتورهای استرلینگ عبارتند از هیتر<sup>3</sup>، کولر<sup>4</sup> و بازایاب<sup>5</sup>، که نقش عمده‌ای در انتقال حرارت موتورهای استرلینگ ایفا می‌کنند.

جریان رفت و برگشتی<sup>6</sup> شاخه‌ای از جریان نوسانی می‌باشد. در واقع

<sup>3</sup> heater

<sup>4</sup> cooler

<sup>5</sup> Regenerator

<sup>6</sup> Reciprocating

<sup>1</sup> Stirling engine

<sup>2</sup> Biomass

### Please cite this article using:

H. Farzi, A. Keshavarz Valian, A. Batooei, A numerical investigation of Nusselt number and friction coefficient in an arc-type Stirling engine heater, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 4, pp. 85-91, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

و مشخص گردید که در فرکانس‌های پایین، لوله حلقه مارپیچ نسبت به لوله‌های صاف دارای انتقال حرارت و افت فشار بیشتری است. قیث و همکاران [13] نیز با تمرکز بر هیتر و با در نظر گرفتن پارامترهای مختلف به بهینه‌سازی عملکرد موتور استرلینگ نوع گاما پرداختند. نی و همکاران [14] نیز در یک هیتر با هندسه خاص، مشخصات انتقال حرارت جریان نوسانی را با تغییر پارامترهای مختلفی نظیر جنس سیال، به‌صورت تجربی بررسی کردند. اکثر مطالعات گذشته به بررسی جریان نوسانی در لوله‌های صاف پرداخته‌اند و جریان نوسانی در هندسه‌های خمیده کمتر مورد بررسی قرار گرفته است. در این مقاله جریان نوسانی در هیتر کمائی شکل موتور استرلینگ نوع گاما به‌صورت عددی مورد مطالعه قرار می‌گیرد و تاثیر عوامل مختلفی مانند فرکانس زاویه‌ای، فشار کاری سیال، رژیم جریان، جنس سیال و هندسه، بر روی جریان نوسانی مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد.

## 2- تعریف مساله

در مطالعه حاضر هیتر یک موتور استرلینگ نوع گاما جهت بررسی انتخاب گردیده است. مشخصات محفظه انبساط و هیتر این موتور در جدول 1 آمده است.

هیتر موتور استرلینگ مورد بررسی دارای 20 عدد لوله کمائی شکل، جهت افزایش سطح انتقال حرارت است. "شکل 1" هندسه لوله کمائی شکل مورد مطالعه را به‌صورت شماتیکی نمایش می‌دهد.

جریان رفت و برگشتی مطابق با معادله (1) در ورودی و خروجی به صورت سینوسی شبیه‌سازی می‌شود که منجر به تغییر جهت پروفیل سرعت در هر نیم سیکل از نوسان می‌گردد.

$$u_m = u_{\max} \sin(\omega t) \quad (1)$$

که  $u_{\max}$  دامنه نوسان سرعت متوسط سیال و  $\omega$  فرکانس زاویه‌ای است. دما در ورودی یکنواخت در نظر گرفته شده است و دمای دیواره لوله نیز ثابت و برابر با 653 درجه کلونین می‌باشد و مقدار آن بیش‌تر از دمای ورودی است. قطر لوله مورد بررسی 0.6 سانتی‌متر و نسبت طول به قطر لوله 54.4 است.

جدول 1 مشخصات محفظه انبساط و هیتر

| دامنه جابجایی             | قطر محفظه | تعداد لوله‌های | قطر لوله | طول لوله |
|---------------------------|-----------|----------------|----------|----------|
| محفظه انبساط <sup>a</sup> | انبساط    | هیتر           | هیتر     | هیتر     |
| (mm)                      | (mm)      | (mm)           | (mm)     | (mm)     |
| 75                        | 96        | 20             | 6        | 326.5    |

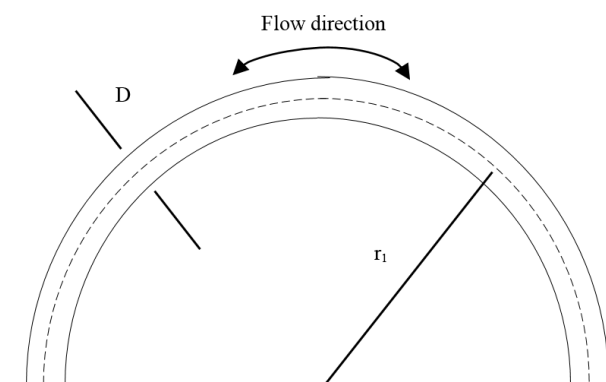


Fig. 1 Schematic of the problem

شکل 1 شکل شماتیک مساله

<sup>a</sup> Expansion space

جریان‌های نوسانی<sup>1</sup> به دو صورت رفت و برگشتی و پالسی<sup>2</sup> هستند که در جریان رفت و برگشتی میانگین سرعت صفر می‌باشد و در جریان پالسی جریان در یک جهت حرکت می‌کند که در نتیجه میانگین سرعت صفر نیست. جریان سیال در مبدل‌های حرارتی موجود در موتورهای استرلینگ از نوع رفت و برگشتی می‌باشد که این نوع جریان دارای ویژگی‌های خاصی است که با جریان یکنواخت متفاوت است. ریچاردسون و تیلور [1] بر روی توزیع سرعت در جریان نوسانی در یک لوله مستقیم به مطالعه پرداختند و نشان دادند که در پروفیل سرعت جریان نوسانی، ماکزیمم سرعت در نزدیکی دیواره‌ها رخ می‌دهد که به این پدیده اثر حلقوی<sup>3</sup> یا اثر ریچاردسون گفته می‌شود. پوشیدا [2] اولین حل تحلیلی بر روی یک جریان آرام و توسعه یافته را در یک جریان نوسانی انجام داد و مشاهده کرد که اثر حلقوی در هر رینولدز سینتیک<sup>4</sup> رخ نمی‌دهد بلکه این اثر در رینولدزهای بالا به وجود می‌آید. سیمون و سیومی [3] مرور جامعی را بر روی مبدل‌های حرارتی موتور استرلینگ انجام دادند و به بررسی معادلات حاکم و معرفی پارامترهای مهم در جریان نوسانی پرداختند و نشان دادند که در هیتر و کولر بسیاری از موتورهای استرلینگ، فرض تراکم‌ناپذیری سیال برقرار است. کیونگ و مونیر [4] به حل عددی جریان نوسانی در سه رژیم آرام، گذار و نوسانی پرداختند. آن‌ها رژیم آشفته را با مدل آشفتگی  $k-\varepsilon$  بررسی کردند و دریافتند که جواب‌های حاصل از این مدل دارای دقت مناسبی هستند. مکی و استریت [5] در تحقیقی در لوله‌های دارای پره، انتقال حرارت در دو جریان پایا و نوسانی را به‌صورت مجزا بررسی کردند و نشان دادند جریان نوسانی در فرکانس‌های پایین انتقال حرارت بهتری نسبت به جریان پایا دارد. بویر و همکاران [6] به‌صورت تجربی بر روی جریان نوسانی هوا در یک لوله استوانه‌ای به مطالعه پرداختند و اثر دمای دیواره بر انتقال حرارت را مورد بررسی قرار دادند. ژائو و چنگ [7] جابجایی اجباری یک جریان نوسانی در یک لوله با دمای دیواره ثابت را به صورت عددی حل کردند و رابطه‌ای برای عدد ناسلت ارائه دادند و گزارش دادند که پروفیل دما نیز مانند پروفیل سرعت در رینولدزهای سینتیک بالا دارای اثر حلقوی است. آکداگ و ازگوک [8] بر روی جریان نوسانی یک ستون آب بر روی یک سطح با شار گرمایی ثابت مطالعه کردند و مشخصات جریان نوسانی را با تغییر فرکانس و شار گرمایی مورد مطالعه قرار دادند. کوسا و همکاران [9] به بررسی اثر افزودن سطوح جانبی به لوله و همچنین اثر لوله‌هایی با سطح مقطع غیر دایره‌ای در هیتر و کولر موتور استرلینگ پرداختند و نشان دادند که افزودن سطوح جانبی 2.72 درصد بازده موتور استرلینگ را افزایش می‌دهد. تارگو و کاهالراس [10] اثر فرکانس، دامنه و صفحه‌های متخلخل در یک مبدل دو لوله‌ای را به صورت عددی مورد بررسی قرار دادند و نشان دادند که نوسانی کردن جریان، موجب افزایش انتقال حرارت نسبت به جریان غیرنوسانی می‌گردد. اکسایو و همکاران [11] به‌صورت تجربی به مطالعه انتقال حرارت در یک هیتر 36 لوله‌ای موتور استرلینگ پرداختند و تاثیر عواملی مانند توان حرارتی کل، فشار کاری گاز و فرکانس زاویه‌ای<sup>5</sup> بر روی انتقال حرارت را بررسی کردند. پن و همکاران [12] نیز براساس معادله‌های ناویر استوکس، انتقال حرارت و افت فشار یک جریان نوسانی را در یک لوله حلقه مارپیچ، به‌وسیله کد تجاری فلوئنت<sup>6</sup> حل کردند و

<sup>1</sup> Oscillating

<sup>2</sup> Pulsating

<sup>3</sup> Annular effect

<sup>4</sup> Kinetic Reynolds

<sup>5</sup> baffle

<sup>6</sup> Angular frequency

<sup>7</sup> Fluent

### 3- معادله‌های حاکم

یک جریان رفت و برگشتی تراکم‌ناپذیر در یک لوله کمائی با رژیم‌های جریان آرام و آشسته در نظر گرفته شده است. همچنین نیروهای حجمی و انتقال حرارت تشعشعی قابل صرف‌نظر می‌باشند. در مسایل جریان، معادله‌های بقای جرم، مومنوم و انرژی اولین معادله‌هایی هستند که باید حل شوند. با استفاده از پارامترهای بی‌بعد مناسب، معادله‌های بی‌بعد شده بقای جرم، مومنوم و انرژی طبق معادله‌های (2) تا (4) به‌دست می‌آیند [7].

$$\nabla \cdot V = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{A_0}{2} [(V \cdot \nabla)V + \nabla P] = \frac{1}{Re_\omega} (\nabla^2 V) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{A_0}{2} (V \cdot \nabla)\theta = \frac{1}{Re_\omega Pr} (\nabla^2 \theta) \quad (4)$$

که مقدار جابجایی بی‌بعد شده سیال به‌صورت معادله (5) و رینولدز سینتیک نیز به‌صورت معادله (6) تعریف می‌گردند [7].

$$A_0 = \frac{x_{\max}}{D} \quad (5)$$

$$Re_\omega = \frac{\rho \omega D^2}{\mu} \quad (6)$$

با توجه به معادله‌های (2) تا (4) مشاهده می‌شود که در یک جابجایی بی‌بعد شده و یک سیال مشخص، رینولدز سینتیک در جریان رفت و برگشتی همان نقشی را دارد که رینولدز در جریان یک‌جهته<sup>1</sup> دارد و سه پارامتر بی‌بعد مهم در جریان رفت و برگشتی، جابجایی بی‌بعد شده، رینولدز سینتیک و پرانتل می‌باشند.

در معادله‌های بی‌بعد شده بقا نیز برای حذف عدد بی‌بعد رینولدز از معادله (7) استفاده شده است [15].

$$Re_{\max} = \frac{A_0}{2} Re_\omega \quad (7)$$

همچنین در مواقعی که رژیم جریان آشسته است علاوه بر معادله‌های بقا به معادله‌های دیگری برای قابل حل بودن مساله نیاز است که به این منظور از معادله‌های آشفتگی  $k - \varepsilon$  مطابق با روابط (8) و (9) استفاده شده است [16].

$$\frac{\partial(\rho K)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho K u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{\mu_t}{\sigma_K} \frac{\partial K}{\partial x_j} \right] + 2\mu_t E_{ij} E_{ij} - \rho \varepsilon \quad (8)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \varepsilon u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{K} 2\mu_t E_{ij} E_{ij} - c_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{K} \quad (9)$$

مقدار ویسکوزیته آشفتگی نیز از معادله (10) به‌دست می‌آید که به معادله ویسکوزیته ادی بوزینسک<sup>2</sup> معروف است.

$$\mu_t = c_\mu \rho \frac{K^2}{\varepsilon} \quad (10)$$

اگر ثابت‌های  $c_\mu$ ،  $c_{1\varepsilon}$ ،  $c_{2\varepsilon}$  و  $\sigma_K$  را به ترتیب ضرایب ثابت اول تا پنجم نام‌گذاری کنیم آن‌گاه مقدار این ثابت‌ها در جدول 2 آورده شده‌اند [4].

جدول 2 ضرایب ثابت‌های معادله  $k - \varepsilon$

| ضریب ثابت | ضریب ثابت | ضریب ثابت | ضریب ثابت | ضریب ثابت |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| اول       | دوم       | سوم       | چهارم     | پنجم      |
| 0.09      | 1.44      | 1.92      | 1.0       | 1.3       |

<sup>1</sup> Unidirectional flow

<sup>2</sup> Boussinesq Eddy viscosity

### 4- روش حل و استقلال شبکه

معادله‌های حاکم به صورت عددی و با روش فشار مینا حل می‌گردند. برای گسسته‌سازی معادله‌های حاکم نیز از روش حجم محدود و برای گسسته‌سازی ترم‌های جابجایی نیز از روش بالا دست مرتبه دوم<sup>3</sup> استفاده شده است.

خیلی مهم است اطمینان حاصل شود که مش‌بندی انجام شده به جوابی صحیح منتهی خواهد شد. برای اعتماد به نتیجه، حل باید مستقل از مش باشد. یعنی با تغییر تعداد شبکه مش، نتایج تغییر نکند.

در مطالعه حاضر چهار شبکه‌بندی با تعداد مش‌های 280000، 350000، 420000 و 500000 عدد مورد بررسی قرار گرفته است. برای اطمینان از استقلال حل از شبکه بندی، مقدار عدد ناسلت را برای گاز کربن دی اکسید در فرکانس زاویه‌ای 120 رادیان بر ثانیه و فشار کاری 9 بار مورد بررسی قرار گرفته است. در "شکل 2" مقدار عدد ناسلت در وسط هندسه، برحسب زمان در یک سیکل رسم گردیده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود حداکثر اختلاف در قله‌های ناسلت به‌وجود می‌آید. مقدار عدد ناسلت در دو شبکه‌بندی با تعداد مش 420000 و 500000 عدد، نزدیک به هم می‌باشند و حداکثر اختلاف در آن دو برابر با 1.5 درصد می‌باشد. در نتیجه با توجه به اختلاف ناچیز حل، شبکه‌بندی با تعداد مش 420000 عدد برای حل مساله انتخاب می‌گردد.

### 5- اعتبارسنجی نتایج

برای اطمینان از نتایج عددی به‌دست آمده لازم است نتایج حل با نتایج پژوهش‌های گذشته مقایسه گردد. به این منظور برای جریان آشسته از نتایج به‌دست آمده توسط ژائو و چنگ [15] استفاده می‌شود. آن‌ها در یک لوله صاف به قطر 1.35 سانتی‌متر و طولی 70 برابر قطر به بررسی تجربی جریان نوسانی آشسته پرداخته‌اند و با آزمایش‌های متعدد ضریب اصطکاک متوسط یک سیکل در مقدار جابجایی بی‌بعد شده و رینولدزهای سینتیک مختلف را به‌دست آوردند و با توجه به آن نتایج، رابطه‌ای برای ضریب اصطکاک متوسط یک سیکل برازش دادند که در رابطه (11) آمده است. آن‌ها همچنین در تحقیقی دیگر بر روی جریان رفت و برگشتی آرام به مطالعه پرداختند [17] و برای ضریب اصطکاک متوسط سیکل رابطه (12) را برای جریان آرام ارایه

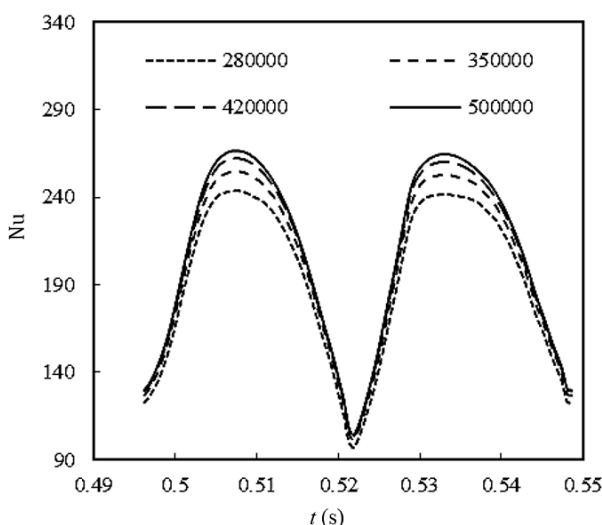


Fig. 2 Grid independency of Nusselt number

شکل 2 استقلال شبکه برای عدد ناسلت

<sup>3</sup> Second order upwind

باید توجه داشت که به دلیل تغییر هر یک از خواص برحسب زمان، باید از هر یک از آن‌ها متوسط‌گیری زمانی کرد. مقدار ناسلت متوسط در یک سیکل طبق معادله (14) به دست می‌آید.

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{h}D}{k} \quad (14)$$

که  $k$  ضریب هدایت حرارتی سیال است. لازم به ذکر است خواصی از سیال، نظیر ضریب هدایت حرارتی و یا ویسکوزیته دینامیکی، ثابت نمی‌باشند و این خواص سیال، با دما متغیر در نظر گرفته شده‌اند.

$\bar{h}$  نیز ضریب انتقال حرارت جابجایی متوسط‌گیری شده سیال است که از رابطه (15) محاسبه می‌گردد.

$$\bar{h} = \frac{\frac{1}{\phi} \int_0^\phi q dt}{\frac{1}{\phi} \int_0^\phi (T_w - T_b) dt} \quad (15)$$

$\phi$  دوره تناوب یک سیکل است و از رابطه (16) به دست می‌آید.

$$\phi = 2\pi / \omega \quad (16)$$

در "شکل 4" مقدار عدد ناسلت متوسط هر سه سیال برحسب چهار فرکانس زاویه‌ای مورد بررسی، رسم گردیده است. طبق معادله (6) با افزایش مقدار فرکانس زاویه‌ای، مقدار رینولدز سینماتیک افزایش می‌یابد که این امر به معنی افزایش آشفتگی جریان است و با توجه به افزایش آشفتگی جریان عدد ناسلت افزایش می‌یابد.

علاوه بر اثر ناشی از فرکانس زاویه‌ای، می‌توان اثر تغییر جنس سیال بر مقدار عدد ناسلت را نیز مشاهده کرد. مشخص است که در هر فرکانس زاویه‌ای، سیال کربن دی‌اکسید دارای بیشترین عدد ناسلت و هلیوم دارای کمترین عدد ناسلت می‌باشد. در واقع کربن دی‌اکسید به دلیل داشتن وزن مولکولی بیش‌تر، در شرایط کاری یکسان نسبت به دو سیال دیگر، قابلیت حمل گرمای بیشتری را دارد. این موضوع نشان می‌دهد که استفاده از گاز کربن دی‌اکسید در موتور استرلینگ می‌تواند سبب بهبود انتقال حرارت در هیتر گردد.

با توجه به نتایج به دست آمده یک منحنی صعودی در "شکل 5" برای نسبت عدد ناسلت متوسط به توان پنج و نیم عدد پرناتل، در برابر رینولدز سینماتیک رسم شده است. نقاط دایره‌ای شکل، برای سیال کربن دی‌اکسید و نقاط مربعی شکل، برای سیال هوا هستند.

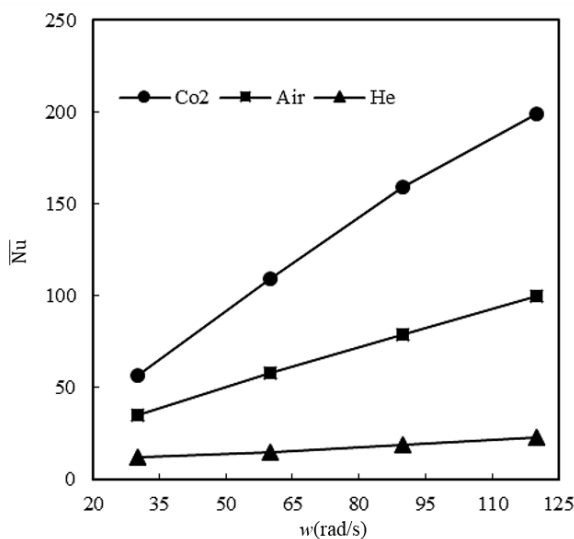


Fig. 4 Average Nusselt number at different angular frequencies

شکل 4 ناسلت متوسط در فرکانس‌های زاویه‌ای مختلف

کردند که هر کدام از این دو معادله در بازه متفاوتی از رینولدزهای سینماتیک و جابجایی‌های بی‌بعد شده برقرار هستند.

$$\bar{C}_{f,t} = \frac{1}{A_0} \left( \frac{76.6}{Re_\omega^{1.2}} + 0.40624 \right) \quad (11)$$

$$\bar{C}_{f,l} = \frac{3.27192}{A_0 (Re_\omega^{0.548} + 2.03946)} \quad (12)$$

در مطالعه حاضر نیز در مقادیر جابجایی بی‌بعد شده سیال و رینولدز سینماتیک مختلفی به حل عددی ضریب اصطکاک متوسط پرداخته شده است و نتایج این حل عددی در "شکل 3" با نتایج ژائو و چنگ مقایسه گردیده است.

در "شکل 3" مشاهده می‌شود که تطابق خوبی بین نتایج عددی و نتایج تجربی وجود دارد و بیشترین اختلاف در جریان آشفتنه و در رینولدز سینماتیک 400 وجود دارد که مقدار آن 12.5 درصد است و در بقیه نقاط اختلاف بین حل عددی و نتایج تجربی کمتر از این مقدار است در نتیجه روش حل عددی را می‌توان قابل اعتماد دانست.

## 6- نتایج

سه سیال کربن دی‌اکسید، هوا و هلیوم در شرایط مختلف مورد بررسی قرار گرفته‌اند. پارامتر فرکانس زاویه‌ای در چهار مقدار 30، 60، 90 و 120 رادیان برثانی و پارامتر فشار کاری سیال نیز در چهار مقدار 3، 5، 7 و 9 بار مورد بررسی قرار گرفته است. برای تعیین نوع رژیم جریان نیز از رابطه (13) استفاده گردیده است [15] که نشان می‌دهد اگر مقدار  $\beta$  بیش‌تر از 761 باشد جریان دارای رژیم آشفتنه است.

$$\beta = A_0 \sqrt{Re_\omega} > 761 \quad (13)$$

## 6-1- بررسی اثر فرکانس زاویه‌ای و جنس سیال

یکی از پارامترهای موثر بر جریان رفت و برگشتی فرکانس زاویه‌ای می‌باشد. سیال‌های کربن دی‌اکسید، هوا و هلیوم در چهار فرکانس زاویه‌ای 30، 60، 90 و 120 و در فشار کاری 9 بار مورد بررسی قرار گرفته‌اند. فرکانس زاویه‌ای در واقع بیانگر سرعت دورانی در موتور می‌باشد. و هرچه سرعت دورانی موتور بیشتر باشد فرکانس زاویه‌ای نیز بیشتر می‌گردد.

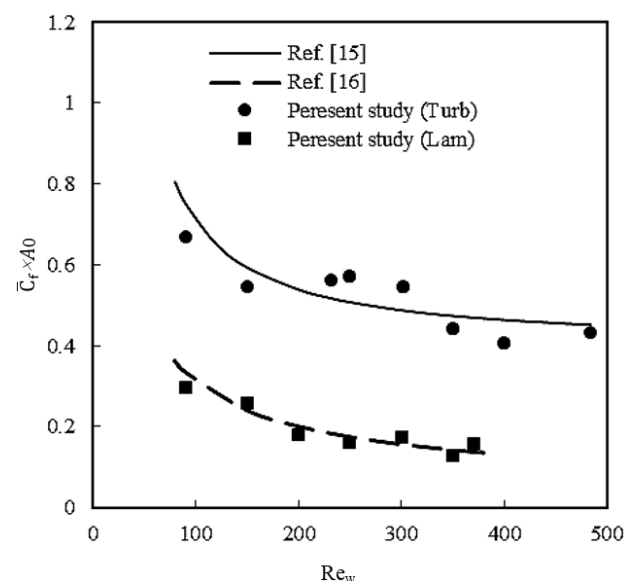


Fig. 3 Verification of numerical solution

شکل 3 اعتبارسنجی حل عددی

مقدار ضریب اصطکاک متوسط هر سیکل نیز مطابق با رابطه (18) برابر است با:

$$\bar{C}_f = \frac{\bar{\tau}_w}{\frac{1}{2}\rho u^2} \quad (18)$$

که تنش برشی متوسط دیواره از رابطه (19) به دست می آید.

$$\bar{\tau}_w = \frac{1}{\phi} \int_0^\phi \tau_w dt \quad (19)$$

روند تغییرات ضریب اصطکاک متوسط هر سیکل نسبت به تغییر فشار کاری نیز در "شکل 7" نمایش داده شده است.

مشاهده می شود که در جریان های نوسانی نیز مانند جریان های یکنواخت با افزایش فشار و در نتیجه افزایش آشفستگی جریان، ضریب اصطکاک متوسط کاهش می یابد.

### 3-6- بررسی اثر تغییر رژیم جریان

یکی از پارامترهای مهم در جریان سیالات، رژیم جریان می باشد. معمولاً یکی از راه های افزایش انتقال حرارت آشفته نمودن جریان است. با بررسی گاز هلیوم در رژیم جریان آرام و آشفته، مطابق انتظار در "شکل 8" مشاهده می گردد که با تغییر رژیم جریان عدد ناسلت به سرعت افزایش می یابد.

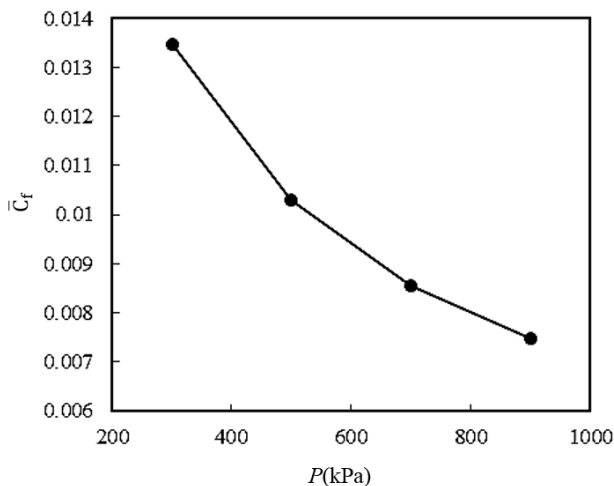


Fig. 7 Average friction coefficient at different angular pressures  
شکل 7 ضریب اصطکاک متوسط در فشارهای کاری مختلف

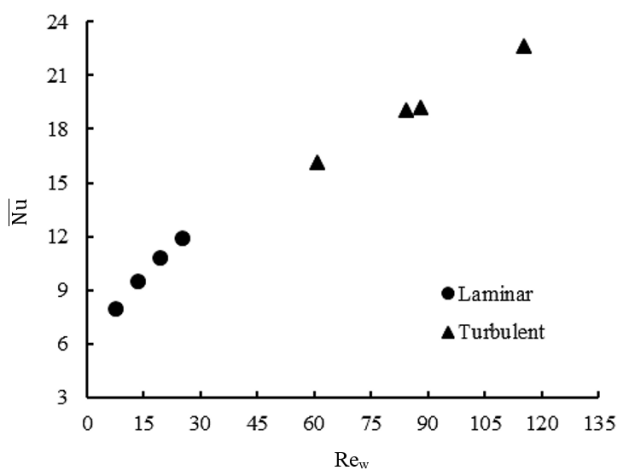


Fig. 8 Average Nusselt number at different kinetic Reynolds  
شکل 8 ناسلت متوسط در رینولدز سینتیک های مختلف

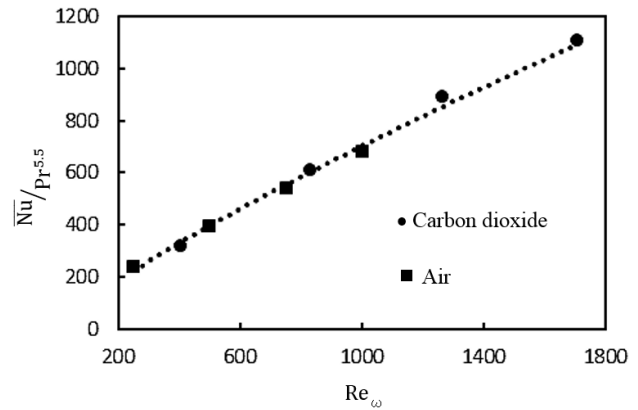


Fig. 5 Numerical regression curve between Nusselt number and kinetic Reynolds number

شکل 5 منحنی صعودی عددی بین عدد ناسلت و عدد رینولدز سینتیک

با توجه به "شکل 5" مشاهده می شود که برای عدد ناسلت دو سیال کربن دی اکسید و هوا می توان رابطه ای مطابق معادله (17) برحسب عدد پرانتل و عدد رینولدز سینتیک ارایه داد.

$$\bar{Nu} = 2.37 Re_w^{0.82} Pr^{5.5} \quad (17)$$

معادله (17) در مقدار جابجایی بی بعد شده 101.9 و در بازه رینولدز سینتیک 250.3 تا 1707.7 صادق است.

### 2-6- بررسی اثر فشار کاری

سیال هلیوم در فرکانس زاویه ای ثابت 120 رادیان بر ثانیه با چهار فشار کاری 3، 5، 7 و 9 بار در هیتر مورد بررسی قرار گرفته است تا اثر فشار نیز بر روی سیال مشاهده گردد.

با افزایش فشار کاری گازها مقدار ویسکوزیته سینماتیک آن ها کاهش می یابد. کاهش ویسکوزیته سینماتیک نیز طبق معادله (6) منجر به افزایش آشفستگی سیال می گردد و همچنین افزایش فشار کاری موجب افزایش دبی جرمی سیال می شود که همین امر باعث بهبود انتقال حرارت و در نتیجه افزایش عدد ناسلت مطابق با "شکل 6" می گردد.

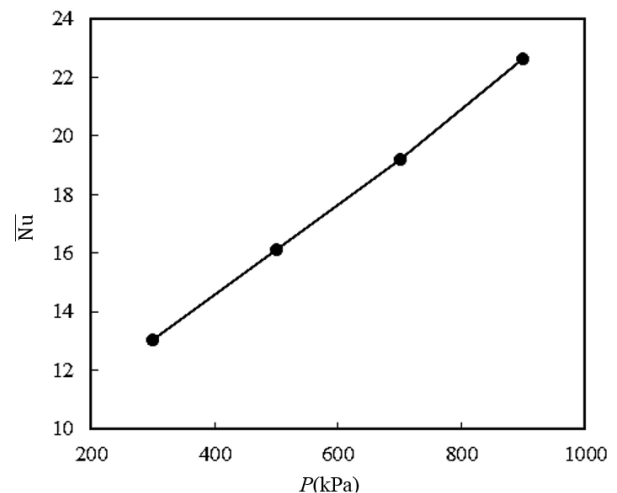


Fig. 6 Average Nusselt number at different angular pressures  
شکل 6 ناسلت متوسط در فشارهای کاری مختلف

بیشتر از هیتر عصایی می‌باشد. در نتیجه از نظر انتقال حرارتی هیتر کمائی عملکرد بهتری نسبت به هیتر عصایی دارد. در خصوص مقدار ضریب اصطکاک نیز مطابق با آنچه در "شکل 12" نشان داده شده است در فرکانس‌های پایین مقدار ضریب اصطکاک هندسه کمائی بیشتر است اما با افزایش فرکانس، در اکثر نقاط این دو هندسه دارای ضریب اصطکاک نزدیک به هم هستند و حتی در فرکانس‌های بالا هیتر کمائی دارای ضریب اصطکاک کمتری نسبت به هیتر عصایی می‌باشد. در نتیجه می‌توان گفت در کل استفاده از هیترهای کمائی در موتورهای استرلینگ به جای هیترهای عصایی، از نظر انتقال حرارتی و افت فشار، نتیجه بهتری به همراه دارد.

#### 7- نتیجه‌گیری

جریان نوسانی در یک لوله کمائی شکل در هیتر یک موتور استرلینگ نوع

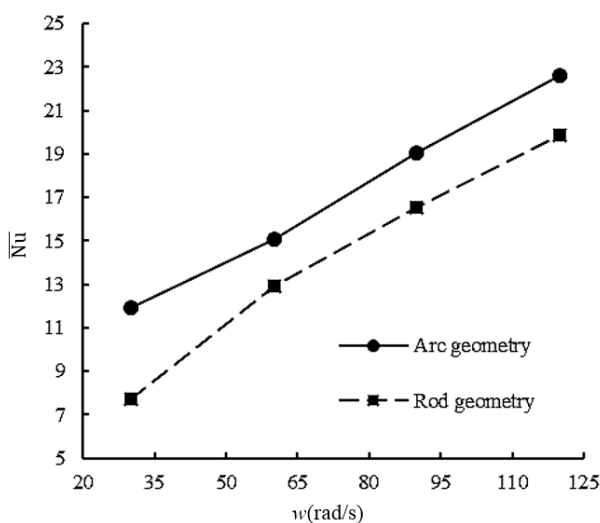


Fig. 11 A comparison between two geometries: Average Nusselt number at different angular frequencies

شکل 11 مقایسه‌ای بین دو هندسه: ناسلت متوسط در فرکانس‌های متفاوت

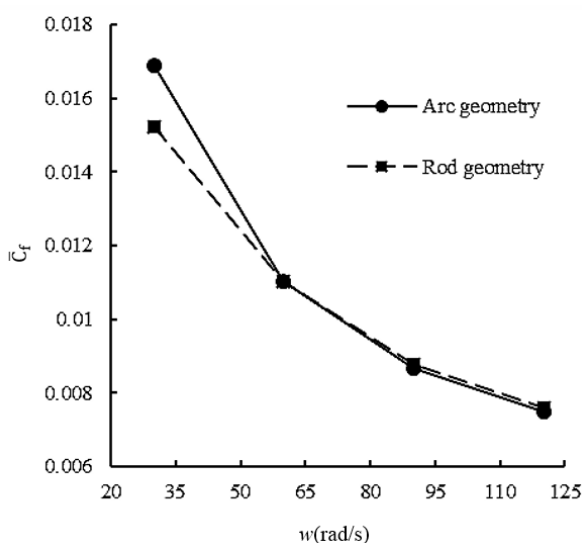


Fig. 12 A comparison between two geometries: Average friction coefficient at different angular frequencies

شکل 12 مقایسه‌ای بین دو هندسه: ضریب اصطکاک متوسط در فرکانس‌های متفاوت

همچنین در جریان‌های یک طرفه و پیوسته ضریب اصطکاک شدیداً تابعی از نوع رژیم جریان است. در "شکل 9" نیز مشاهده می‌گردد که با تغییر رژیم جریان در گاز هلیوم مقدار ضریب اصطکاک در جریان‌های رفت و برگشتی نیز شدیداً افت پیدا می‌کند.

این افزایش انتقال حرارت و کاهش ضریب اصطکاک متوسط می‌تواند در طراحی هیتر موتورهای استرلینگ و رژیم جریان در آن‌ها مدنظر قرار بگیرد و شاید به همین علت است که تعداد زیادی از موتورهای استرلینگ در رژیم آشفته کار می‌کنند [3].

#### 4-6 بررسی اثر تغییر هندسه

در بسیاری از موتورهای استرلینگ از هیترهای عصایی شکل استفاده می‌شود. معمولاً این نوع هیتر دارای کاربرد فراوانی در موتورهای استرلینگ است. به همین دلیل مورد بررسی بسیاری از پژوهشگران قرار گرفته است. جهت بهتر مشخص شدن هندسه این نوع هیتر، تصویری شماتیک از آن در "شکل 10" آورده شده است.

جهت بررسی و مقایسه هیتر عصایی با هیتر کمائی به حل عدد هیتر عصایی نیز پرداخته شده است. هیتر کمائی مورد بررسی قرار گرفته دارای قطر و طولی یکسان با هیتر کمائی است و همچنین شرایط کاری آن دو نیز مشابه یکدیگر قرار داده شده است.

برای مقایسه عدد ناسلت در دو هندسه مذکور، از سیال هلیوم در فشار 9 بار و در فرکانس‌های زاویه‌ای متفاوت استفاده گردیده است.

در "شکل 11" عدد ناسلت برحسب فرکانس زاویه‌ای رسم گردیده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود در هر فرکانس مقدار عدد ناسلت هیتر کمائی

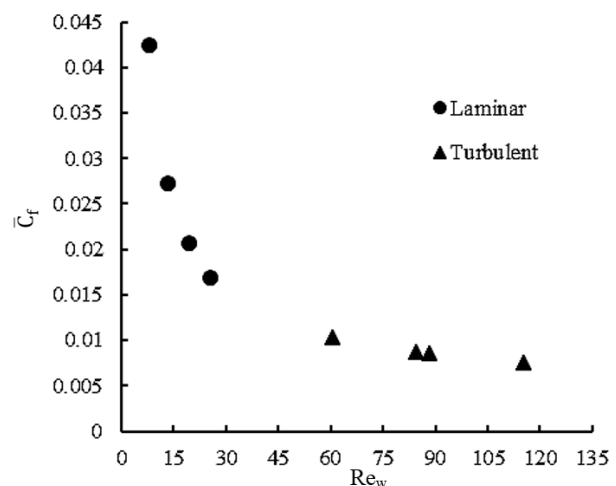


Fig. 9 Average friction coefficient at different kinetic Reynolds

شکل 9 ضریب اصطکاک متوسط در رینولدز سینتیک‌های مختلف

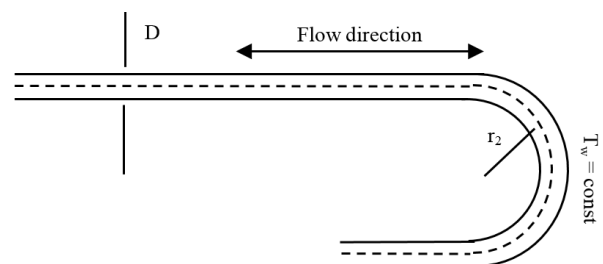


Fig. 10 Schematic of rod heater

شکل 10 تصویر شماتیک از یک هیتر با هندسه عصایی شکل

|                    |                                                    |
|--------------------|----------------------------------------------------|
| $\tau$             | زمان بی‌بعد شده                                    |
| $\bar{\tau}_w$     | تنش برشی متوسط در دیواره لوله ( $\text{Nm}^{-2}$ ) |
| $\phi$             | دوره تناوب یک سیکل (s)                             |
| $\omega$           | فرکانس زاویه‌ای ( $\text{rads}^{-1}$ )             |
| <b>بالانویس‌ها</b> |                                                    |
| —                  | مقدار متوسط گیری شده                               |
| <b>زیرنویس‌ها</b>  |                                                    |
| $i, j$             | مختصات تانسوری                                     |
| $m$                | مقدار متوسط                                        |
| max                | بیش‌ترین مقدار                                     |

## 9- مراجع

- [1] E. G. Richardson, E. Tyler, The transverse velocity gradient near the mouths of pipes in which an alternating or continuous flow of air is established, *Proceedings of the Physical Society*, Vol. 42, pp. 1-15, 1929.
- [2] S. Uchida, The pulsating viscous flow superposed on the steady laminar motion of incompressible fluid in a circular pipe, *Applied Mathematics and Physics*, Vol. 7, No. 5, pp. 403-422, 1956.
- [3] T. W. Simon, J. R. Seume, A survey of oscillating flow in stirling engine heat exchangers, NASA Contractor Report 182108, pp. 1-126, 1988.
- [4] H. A. Kyung, B. I. Mounir, Laminar/turbulent oscillating flow in circular pipes, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 13, No. 4, pp. 340-346, 1992.
- [5] M. R. Mackley, P. Stonestreet, Heat transfer and associated energy dissipation for oscillatory flow in baffled tubes, *Chemical Engineering Science*, Vol. 50, No. 14, pp. 2211-2224, 1995.
- [6] P. Bouvier, P. Stouffs, J. P. Bardon, Experimental study of heat transfer in oscillating flow, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 48, No. 12, pp. 2473-2482, 2005.
- [7] T. ZHAO, P. CHENG, A numerical solution of laminar forced convection in a heated pipe subjected to a reciprocating flow, *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 38, No. 16, pp. 3011-3022, 1995.
- [8] U. Akdag, A. F. Ozguc, Experimental investigation of heat transfer in oscillating annular flow, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, No. 11-12, pp. 2667-2672, 2009.
- [9] M. Kuosa, K. Saari, A. Kankkunen, T. M. Tveit, Oscillating flow in a stirling engine heat exchanger, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 45, No. 1, pp. 15-23, 2012.
- [10] N. Targui, H. Kahalerras, Analysis of a double pipe heat exchanger performance by use of porous baffles and pulsating flow, *Energy Conversion and Management*, Vol. 76, No. 1, pp. 43-54, 2013.
- [11] G. Xiao, C. Chen, B. Shi, K. Cen, M. Ni, Experimental study on heat transfer of oscillating flow of a tubular Stirling engine heater, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 71, No. 1, pp. 1-7, 2014.
- [12] C. Pan, Y. Zhou and J. Wang, CFD study of heat transfer for oscillating flow in helically coiled tube heat-exchanger, *Computers and Chemical Engineering*, Vol. 69, No. 1, pp. 59-65, 2014.
- [13] R. Gheith, H. Hachem, F. Aloui, S. B. Nasrallah, Experimental and theoretical investigation of Stirling engine heater: Parametrical optimization, *Energy Conversion and Management*, Vol. 105, No. 1, p. 285-293, 2015.
- [14] M. Ni, B. Shi, G. Xiao, Z. Luo, K. Cen, Heat transfer characteristics of the oscillating flows of different working gases in U-shaped tubes of a Stirling engine, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 89, No. 1, pp. 569-577, 2015.
- [15] T. Zhao, P. Cheng, Experimental studies on the onset of turbulence and frictional losses in an oscillatory turbulent pipe flow, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 17, No. 4, pp. 356-362, 1996.
- [16] H. K. Versteeg, W. Malalasekera, *An introducing to computational fluid dynamics: The finifte volume method*, Second Editition, Pearson Education Limited, 2007.
- [17] T. Zhao, P. Cheng, Oscillatory heat transfer in a pipe subjected to a laminar reciprocating flow, *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 118, No. 3, pp. 592-598, 1996.

گاما به‌صورت عددی مورد بررسی قرار گرفت. اثر پارامترهای فرکانس زاویه‌ای، فشار کاری سیال، جنس سیال، رژیم جریان و هندسه لوله‌های هیتر بر روی عدد ناسلت و ضریب اصطکاک متوسط مطالعه گردید. براساس این پژوهش دیده شد که فشار کاری سیال موجب افزایش مقدار عدد ناسلت و کاهش ضریب اصطکاک می‌گردد و افزایش فرکانس زاویه‌ای نیز باعث افزایش انتقال حرارت می‌گردد. همچنین بین سه سیال کربن دی‌اکسید، هوا و هلیوم مشخص گردید که گاز کربن دی‌اکسید دارای عدد ناسلت بیشتری نسبت به دو سیال دیگر می‌باشد و برای عدد ناسلت متوسط گازهای کربن دی‌اکسید و هوا یک رابطه برحسب عدد پرانتل و عدد رینولدز سینتیک ارائه گردید. در خصوص رژیم جریان در محدوده بررسی شده نیز می‌توان گفت در جریان رفت و برگشتی با انتقال رژیم جریان از آرام به آشفتگی، مطابق با انتظار مقدار عدد ناسلت و افت فشار بهبود می‌یابند. در انتها نیز بین دو هندسه کمائی و عصایی مقایسه‌ای انجام گردید که نشان می‌دهد هیتر کمائی شکل در فرکانس‌های مختلف عدد ناسلت بزرگتری دارد و همچنین با افزایش فرکانس ضریب اصطکاک آن کم‌تر از هندسه عصایی می‌گردد.

در نهایت اگر هر پارامتر به صورت مجزا از پارامترهای دیگر بررسی گردد، می‌توان گفت افزایش فرکانس زاویه‌ای و فشار کاری و همچنین تغییر رژیم جریان از آرام به آشفتگی، باعث بهبود عملکرد هیتر کمائی موتور استرلینگ می‌گردد. و همچنین بهتر است به‌جای هیترهای عصایی از هیترهای کمائی استفاده گردد.

## 8- فهرست علائم

|                 |                                                                   |
|-----------------|-------------------------------------------------------------------|
| $A_0$           | جابجایی بی‌بعد شده سیال                                           |
| $\bar{C}_f$     | ضریب اصطکاک متوسط یک سیکل                                         |
| $\bar{C}_{f,i}$ | ضریب اصطکاک متوسط یک سیکل در جریان آرام                           |
| $\bar{C}_{f,t}$ | ضریب اصطکاک متوسط یک سیکل در جریان آشفتگی                         |
| $D$             | قطر سطح مقطع لوله                                                 |
| $\bar{h}$       | ضریب انتقال حرارت متوسط یک سیکل ( $\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ ) |
| $K$             | انرژی سینتیک آشفتگی ( $\text{m}^2\text{s}^{-2}$ )                 |
| $k$             | ضریب هدایت حرارتی سیال ( $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ )          |
| $\bar{Nu}$      | عدد ناسلت متوسط یک سیکل                                           |
| $P$             | فشار ( $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$ )                           |
| $Pr$            | عدد پرانتل                                                        |
| $q$             | شار حرارتی ( $\text{Wm}^2$ )                                      |
| $Re_\omega$     | عدد رینولدز سینتیک                                                |
| $T$             | دما (K)                                                           |
| $t$             | زمان (s)                                                          |
| $T_b$           | دمای بالک سیال (K)                                                |
| $T_w$           | دمای دیواره لوله (K)                                              |
| $u_m$           | سرعت میانگین ( $\text{ms}^{-1}$ )                                 |
| $u_{max}$       | دامنه سرعت میانگین ( $\text{ms}^{-1}$ )                           |
| $x_{max}$       | جابجایی سیال (m)                                                  |

## علائم یونانی

|               |                                                                |
|---------------|----------------------------------------------------------------|
| $\varepsilon$ | نرخ پراکندگی انرژی سینتیک آشفتگی ( $\text{m}^2\text{s}^{-3}$ ) |
| $\theta$      | دمای بی‌بعد شده                                                |
| $\mu$         | لزجت دینامیکی ( $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$ )               |
| $\rho$        | چگالی ( $\text{kgm}^{-3}$ )                                    |