



## بررسی پارامتری ارتعاشات ورق ساندویچی با رویه‌های چند لایه مرکب و هسته هوشمند مگنتورئولوژیکال

مجتبی عسگری<sup>1</sup>، غلامحسن پایگانه<sup>2\*</sup>، کرامت ملکزاده فرد<sup>3</sup>، فهیمه راشد سقواوا<sup>4</sup>

1- دانشجوی دکترا، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران

3- دانشیار، مهندسی مکانیک مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

4- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران

\* تهران، صندوق پستی 16785-163، g.payganeh@srttu.edu

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 14 مرداد 1394

پذیرش: 21 شهریور 1394

ارائه در سایت: 20 آبان 1394

کلید واژگان:

کامپوزیت

مگنتورئولوژیکال

فرکانس طبیعی

ارتعاشات آزاد

ضریب استهلاک

### چکیده

در این مقاله ارتعاشات آزاد ورق ساندویچی مربعی ساخته شده از مواد مرکب با هسته مگنتورئولوژیکال و یک لایه مقید کننده مورد بررسی قرار گرفته است. از اصل همپلتون برای استخراج معادلات حرکت ورق ساندویچی استفاده شده و براساس روش نویر، حل تحلیلی ورق با شرایط مرزی ساده ارائه شده است. برای مدل‌سازی رویه‌های مرکب از تئوری کلاسیک ورق‌های چندلایه‌ی مرکب بهره برده و در مدل‌سازی هسته، تنها انرژی کرنشی برشی در نظر گرفته شده است. کرنش برشی در هسته، با نوشتن روابط پیوستگی جابه‌جایی در محل اتصال رویه‌ها به هسته، برحسب مؤلفه‌های جابه‌جایی در رویه‌ها بیان شده است. مدول برشی مختلط ماده مگنتورئولوژیکال در ناحیه قبل از تسلیم با مدول برشی مختلط که تابع شدت میدان مغناطیسی است مدل شده و درستی روابط از مقایسه نتایج برحسب فرکانس طبیعی، با نتایج موجود در دبیره نشان داده شده است. اثر شدت میدان مغناطیسی، نسبت منظری، ضخامت هسته و ضخامت لایه مقید کننده برای سه نوع لایه‌چینی مختلف بر فرکانس طبیعی و ضریب استهلاک مودال مربوط به مود اول ورق مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان از تأثیر قابل ملاحظه پارامترهای فیزیکی و هندسی، بر فرکانس طبیعی و ضریب استهلاک مودال مربوط به مود اول ورق ساندویچی دارند.

## A parametric study of the free vibration analysis of composite sandwich plate with magneto-rheological smart core

Mojtaba Asgari<sup>1</sup>, Gholamhasan Payganeh<sup>2\*</sup>, Keramat Malekzade Fard<sup>3</sup>, Fahimeh Rashed Saghavaz<sup>4</sup>

1- Department of Aerospace Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

2- Department of Aerospace Engineering, Shahid Rajaei Teacher Training University, Tehran, Iran

3- Department of Aerospace Engineering, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

4- Department of Mechanical Engineering, Shahid Rajaei Teacher Training University, Tehran, Iran

\* P.O.B. 16785-163, Tehran, Iran, g.payganeh@srttu.edu

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 05 August 2015

Accepted 12 September 2015

Available Online 11 November 2015

Keywords:

Composite

Magneto Rheological

Natural Frequency

Free Vibration

Loss Factor

### ABSTRACT

Free vibration characteristics of rectangular composite plate with constrained layer damping and magneto-rheological fluid (MR) core are presented. Hamilton principal is used to obtain the equation of motion of the sandwich plate. Based on the Navier method, a closed-form solution is presented for free vibration analysis of MR sandwich plate under simply supported boundary conditions. The governing equation of motion is derived on the base of classical lamination theory for the faceplates. Only shear strain energy density of the core is considered. Using displacement continuity conditions at the interface of the layers and core, shear strain of the core is expressed in terms of displacement components of the base and constraint layers. The complex shear modulus of the MR material in the pre-yield region was described by complex modulus approach as a function of magnetic field intensity. The validity of the developed formulation is demonstrated by comparing the results in terms of natural frequencies with those in the available literature. The effects of magnetic field intensity, plate aspect ratio, and thickness of the MR core, base layer and constrained layer for three different stacking sequences of composite faceplates on the fundamental frequency and loss factor of the first mode are discussed. The results indicate significant effect of physical and geometrical parameters on the natural frequency and loss factor associated with the first mode.

### 1- مقدمه

مکان مکانیکی را به خروجی الکتریکی تبدیل نمایند. از نمونه‌های دیگر مواد هوشمند، می‌توان به آن دسته از موادی که انرژی حرارتی را به کرنش مکانیکی تبدیل می‌کنند و یا آن‌هایی که حرکت ذرات شیمیایی در ماده را به خروجی مکانیکی و یا سیگنال‌های الکتریکی تبدیل می‌کنند اشاره کرد [1].

مواد هوشمند موادی هستند که بین چند حوزه فیزیکی مختلف از خود واکنش نشان می‌دهند. نمونه‌های متداولی از این گونه مواد، شامل انواعی هستند که می‌توانند سیگنال‌های الکتریکی را به تغییر مکان مکانیکی و تغییر

Please cite this article using:

M. Asgari, Gh. Payganeh, K. Malekzade Fard, F. Rashed Saghavaz, A parametric study of the free vibration analysis of composite sandwich plate with magneto-rheological smart core, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 11, pp. 396-404, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.11.38.4]

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-09-23]

ساندویچی مورد بررسی قرار دادند. ایشان محل بهینه قرارگیری لایه‌های MR جزئی را برای بیشینه کردن پنج ضریب استهلاک مودال نخست تیر به‌طور جداگانه و هم‌زمان مورد بررسی قرار دادند. بشارتی و همکاران [17]، بررسی میراگرهای لایه مقید فعال و غیرفعال در کاهش ارتعاشات سازه ورق را بررسی کردند و معادلات حاکم بر ورق با لایه پیزوسرامیک را استخراج کردند. ژوو و وانگ [18] خواص دینامیکی تیر ساندویچی با رویه‌های مقیدکننده رسانا و هسته انعطاف‌پذیر از جنس الاستومر مگنتورئولوژیکال را بررسی کردند. آن‌ها برای مدل‌سازی میدان جابه‌جایی در هسته از فرضیات تئوری نخست فروستیک برای پنل‌های ساندویچی استفاده کردند. حجت و همکاران [19] به بررسی رفتار گذرای سیال مگنتورئولوژیکال در کوپلینگ مغناطیسی پرداختند. ایشان جریان الکتریکی ورودی را به‌صورت تابع نمایی و نرخ برشی را به‌صورت متغیر در نظر گرفتند. رضایی‌پژند و همکار [20] ارتعاشات گذرای غیرخطی و نوسانات چرخه حد صفحات ساندویچی کامپوزیتی با لایه سیال الکتروئولوژیکال را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها برای تحریک نخستین از یک بار گسترده یکنواخت و جریان هوای مافوق صوت استفاده کردند و برای مدل‌سازی رفتار سیال الکتروئولوژیکال از مدل پلاستیک بینگهام بهره بردند. سلیمانی و همکاران [21]، ارتعاشات آزاد ورق مستطیلی ساندویچی با لایه میانی سیال الکتروئولوژیکال را مورد بررسی قرار دادند. تیکنی و همکاران [22] به شبیه‌سازی و ارزیابی تجربی دسته موتور هیدرولیکی مگنتورئولوژیکال پرداختند. ملک‌زاده و همکاران [23] مسأله ضربه سرعت پایین روی ورق ساندویچی با هسته هوشمند مگنتورئولوژیکال را بررسی کردند. آن‌ها در این بررسی رویه‌ها را از جنس آلومینوم و هسته را از جنس روغن مگنتورئولوژیکال در نظر گرفتند و برای شبیه‌سازی نیروی ضربه از مدل جرم و فنر استفاده کردند.

پایگانه و همکاران [24]، اثر پارامترهای هندسی و فیزیکی بر پاسخ ضربه ورق ساندویچی سه لایه با هسته مگنتورئولوژیکال را بررسی کردند. عشاقی و همکاران [25] به بررسی اثر مایع مگنتورئولوژیکال بر ارتعاشات ورق ساندویچی پرداختند، همچنین از تست‌های تجربی و روش اجزای محدود استفاده کردند. زانگ و هانگ [26] با استفاده از نرم‌افزار انسیس به تحلیل دینامیکی ورق ساندویچی مستطیلی با هسته MR پرداختند. در مطالعات خود چند روش مختلف برای شبیه‌سازی ورق ساندویچی مستطیلی ارائه کردند. با مقایسه نتایج تئوری و نتایج شبیه‌سازی، بهترین روش شبیه‌سازی ورق ساندویچی مستطیلی را ارائه دادند. جیایی یه [27] رفتار ارتعاشاتی چهار مود ورق ساندویچی ایزوتروپ با هسته مگنتورئولوژیکال را با استفاده از روش اجزای محدود مورد بررسی قرار داده است. رامامورثی و همکاران [28]، رفتار ارتعاشی یک ورق ساندویچی کامپوزیتی که به‌طور موضعی از مایع مگنتورئولوژیکال مملو شده است را مورد مطالعه قرار دادند.

در این مقاله با در نظر گرفتن رویه‌های چند لایه مرکب و هسته هوشمند، رفتار دینامیکی ورق ساندویچی با هسته مایع مگنتورئولوژیکال در سه نوع لایه‌چینی متفاوت و از نوع متعامد مورد بررسی قرار گرفته و معادلات حرکت ورق با استفاده از روش انرژی و اصل همپلتون استخراج شده است. از روش تحلیلی نویر برای حل معادلات حرکت و استخراج فرکانس طبیعی و ضریب استهلاک مودال ورق، برای شرایط مرزی ساده استفاده شده و اثر شدت میدان مغناطیسی، ضخامت هسته، ضخامت لایه مقید کننده و نسبت منظری ورق بر فرکانس طبیعی و ضریب استهلاک مودال مربوط به مود نخست ورق بررسی شده است. از ویژگی‌های متمایز کننده کار حاضر می‌توان به حل تحلیلی مسأله، بررسی رفتار ارتعاشی ورق در سه نوع لایه‌چینی متعامد

مواد هوشمند از نظر تعداد بسیار گسترده بوده و از میان آن‌ها می‌توان به مواد پیزوالکتریک [2]، آلیاژهای حافظه‌دار [3]، مواد با الاستیسیته مغناطیسی، مواد خودترمیم، مایعات الکتروئولوژیکال و مایعات مگنتورئولوژیکال [4] اشاره کرد.

مایع تغییر شکل دهنده مغناطیسی یا مگنتورئولوژیکال (MR) نوعی از مایعات هوشمند است که تعلیقی از ذرات مغناطیسی میکرومتری در یک مایع که معمولاً نوعی روغن است. به هنگام اعمال میدان مغناطیسی، ویسکوزیته مایع تا حدی بالا می‌رود که به شکل یک جامد ویسکوالاستیک در می‌آید. تنش تسلیم مایع وقتی در حالت فعال خود قرار دارد با اعمال تغییر در شدت میدان مغناطیسی قابل کنترل است و می‌توان قابلیت سیال در انتقال نیرو را، با آهنربای الکتریکی کنترل کرد، این ویژگی قابلیت این نوع سیالات را در بسیاری از کاربردهای با پایه کنترلی افزایش می‌دهد. از کاربردهای مایعات مگنتورئولوژیکال می‌توان به دمپرهای مگنتورئولوژیکال [6,5] و سیستم‌های آب‌بندی فاقد اصطکاک [7] اشاره کرد.

در سال‌های اخیر مطالعات زیادی بر مدل‌سازی و کنترل رفتار دینامیکی تیرها و ورق‌های ساندویچی کامپوزیتی و ایزوتروپیک هوشمند صورت گرفته است. از جمله این مطالعات می‌توان به موارد زیر اشاره کرد.

استفانو و همکاران [8] رفتار ویسکوالاستیک الاستومرهای مغناطیسی را مورد مطالعه قرار دادند. ایشان در این مطالعه از سه روش تجربی تست کشیدگی<sup>1</sup>، برش استاتیکی و دینامیکی استفاده کردند. گان و همکاران [9] به مطالعه مواد مگنتورئولوژیکال متشکل از کربونیل در شدت میدان‌های مغناطیسی مختلف پرداختند. جیایی یه و چن [10] اثرات به‌کارگیری هسته الکتروئولوژیکال (ER) را در یک ورق ساندویچی مستطیلی مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها برای حل مسأله از روش اجزای محدود استفاده کردند و اثر تغییر ضخامت رویه‌ها، ضخامت لایه ER و شدت میدان الکتریکی بر فرکانس و ضریب استهلاک مودال چهار مود نخست ارتعاشی ورق را بررسی کردند. رحیمی نسب و همکار [11] با استفاده از روش اجزای محدود، ارتعاشات گذرای صفحات کامپوزیتی ساندویچی با لایه سیال الکتروئولوژیکال را مورد بررسی قرار دادند. یه و همکاران [12] ویژگی‌های ارتعاشی و ضریب استهلاک مودال ورق ساندویچی دایروی با رویه‌های اورتوتروپیک و هسته ER را بررسی کردند، همچنین از روش اجزای محدود برای بررسی مسأله بهره بردند. رامکومار و گنسان [13] مایع ER را به عنوان هسته در دیواره یک ستون توخالی ساندویچی به‌کار بردند و به مقایسه به‌کارگیری یک نوع مایع ER و یک نوع ماده ویسکوالاستیک در تغییر ویژگی‌های ارتعاشی ستون پرداختند. راجاموحن و همکاران [14] یک تیر ساندویچی با هسته MR را با در نظر گرفتن اثرات برشی لایه مقید کننده MR در هسته و به‌کار بردن مدول برشی معادل، مدل‌سازی کردند. آن‌ها برای حل مسأله از دو روش اجزای محدود و ریتز استفاده کردند و اثر تغییر شدت میدان مغناطیسی و پارامترهای هندسی تیر را بر ویژگی‌های ارتعاشی تیر ساندویچی، در شرایط مرزی مختلف و بارگذاری اجباری بررسی کردند، همچنین با استفاده از مدل چوی و همکاران [15] مدول مختلط مایع MR به‌کار رفته را تخمین زدند و روابطی از نوع چند جمله‌ای درجه دوم وابسته به شدت میدان مغناطیسی را برای مدل‌سازی مدول برشی مایع مگنتورئولوژیکال ارائه دادند. راجاموحن و همکاران [16] مدل ارائه شده در مرجع [15] را برای یافتن محل بهینه قرارگیری لایه‌های MR جزئی و بیشینه کردن ضریب استهلاک مودال تیر

1- elongation

و شدت میدان مغناطیسی پیشنهاد داده‌اند استفاده شده است. مدول برشی مختلط برای مواد ویسکوالاستیک به صورت رابطه (2,1) است. در رابطه (1)، تنش برشی،  $\gamma$  کرنش برشی است و  $G^*$  مدول برش مختلط است. در رابطه (2) قسمت حقیقی  $G'$  مدول برشی ذخیره نامیده می‌شود و توانایی ماده برای ذخیره انرژی کرنش الاستیک را نشان می‌دهد. در حالی که قسمت موهومی  $G''$ ، مدول برشی اتلاف نامیده می‌شود و با اتلاف انرژی در طول مدت تغییر شکل مرتبط است. همان ضریب اتلاف برشی سازه ( $\eta$ ) است.

$$\tau = G^* \gamma \quad (1)$$

$$G^* = G' + iG'' \\ = G' \left(1 + i \frac{G''}{G'}\right) \quad (2)$$

مدول برش مختلط برای ماده MR به صورت یک تابع چند جمله‌ای از میدان مغناطیسی  $B$  (برحسب گاوس) به صورت رابطه (3) تعریف می‌شوند [14].

$$G' = -3/3691B^2 + 4/9975 \times 10^3 B + 0/873 \times 10^6 \\ G'' = 0/9B^2 + 0/8124 \times 10^3 B + 0/1855 \times 10^6 \quad (3)$$

## 2-2- مدل ریاضی و روابط پایه‌ای

در شکل 2، ورق مستطیلی ساندویچی که از یک ورق پایه با ضخامت  $h_3$ ، یک لایه مقیدکننده هسته MR با ضخامت  $h_1$  و هسته MR به ضخامت  $h_2$  تشکیل شده است مشاهده می‌شود.

در مدل ارائه شده فرضیات زیر در نظر گرفته شده است:

- 1- ورق پایه و لایه مقید کننده الاستیک بوده و می‌توانند ایزوتروپیک یا از جنس مواد کامپوزیتی باشند.
- 2- فرض می‌شود هیچ‌گونه لغزشی بین لایه‌های الاستیک و لایه MR وجود ندارد.
- 3- جابه‌جایی عرضی  $W$  برای تمام نقاط روی یک سطح مقطع فرضی از ورق ساندویچی یکسان فرض می‌شوند.
- 4- فرض می‌شود در لایه MR تنش نرمال وجود ندارد، همچنین از کرنش‌های برشی عرضی در لایه‌های الاستیک هم صرف نظر می‌شود.
- 5- ماده MR در شرایط پیش از تسلیم و به صورت ماده ویسکوالاستیک خطی مدل می‌شود.

از شرایط سینماتیکی فرض شده در بالا، روابط جابه‌جایی در لایه‌های الاستیک به صورت روابط (4-6) بیان می‌شود.

$$U_i(x, y, z_i, t) = u_i(x, y, t) - z_i \frac{\partial w}{\partial x} \quad (4)$$

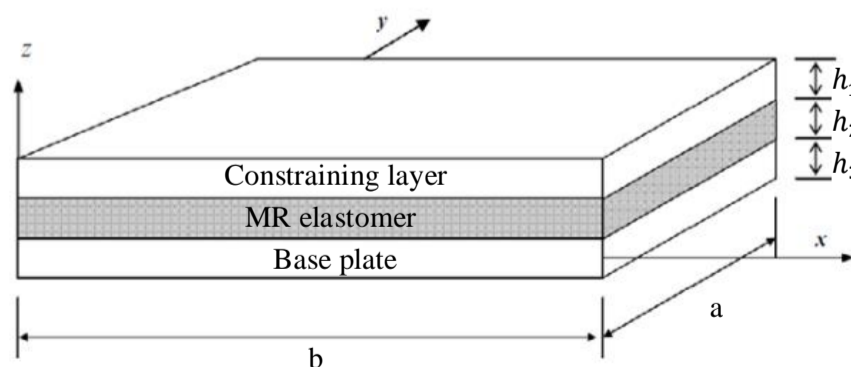


Fig. 2 Sandwich plate geometry with MR fluid core [27]

شکل 2 هندسه ورق ساندویچی با هسته MR [27]

متفاوت و بررسی رفتار ارتعاشی ورق در نسبت‌های پایین ضخامت لایه مقیدکننده و هسته اشاره کرد. همچنین بررسی رفتار دینامیکی ورق در نسبت منطری‌های پایین از ویژگی‌های دیگر متمایز کننده این مقاله است که با توجه به اطلاعات نویسنده تا به حال در مراجع دیگر به آن اشاره نشده است. از نتایج دیگر حائز اهمیت در این مقاله رابطه عکس فرکانس و ضریب استهلاک مودال در لایه‌چینی‌هاست. به گونه‌ای که هر لایه‌چینی که بیشترین فرکانس طبیعی را دارد کمترین ضریب استهلاک مودال را خواهد داشت و بالعکس.

## 2- مدل سازی ریاضی مسأله

### 1-2- روابط ساختاری مایع MR

برای درک و پیش‌بینی رفتار یک مایع MR باید بتوان سیال را به صورت ریاضی مدل کرد. مایعات هوشمند در غیاب اعمال میدان مغناطیسی ویسکوزیته پایینی دارند، اما در نتیجه اعمال میدان مغناطیسی به حالت شبه جامد تبدیل می‌شوند. در مورد مایعات MR و ER فرض می‌شود که مایع در حالت فعال<sup>1</sup> خود یعنی در حالت اعمال میدان مغناطیسی، خواصی قابل مقایسه با یک جامد ویسکوالاستیک تا یک نقطه تسلیم پیدا می‌کند (تنش برشی که بالاتر از آن برش اتفاق می‌افتد).

تنش تسلیم به میدان مغناطیسی که به مایع اعمال می‌شود بستگی دارد، اما با افزایش میدان مغناطیسی به نقطه‌ای می‌رسیم که پس از آن افزایش شدت میدان مغناطیسی تأثیر بیشتری ندارد و مایع در این نقطه از نظر مغناطیسی به حالت اشباع<sup>2</sup> می‌رسد؛ بنابراین رفتار مایع مگنتورئولوژیکال (MR) می‌تواند مانند مدل پلاستیک بینگهام<sup>3</sup> فرض شود. هر چند که یک مایع مگنتورئولوژیکال دقیقاً از ویژگی‌های پلاستیک بینگهام پیروی نمی‌کند. برای نمونه زیر تنش تسلیم (در حالت فعال) مایع مانند یک ماده ویسکوالاستیک با یک مدول برشی مختلط که تابعی از شدت میدان مغناطیسی است رفتار می‌کند (شکل 1).

از آنجایی که ماده MR در ناحیه پیش از تسلیم خاصیت مواد ویسکوالاستیک خطی را دارد؛ بنابراین مدول برشی شکل مختلط داشته و وابسته به شدت میدان مغناطیسی است. در این مسأله از رابطه‌ای که راجاموحن و همکاران [14] برای ارتباط بین مدول برشی مختلط مایع MR

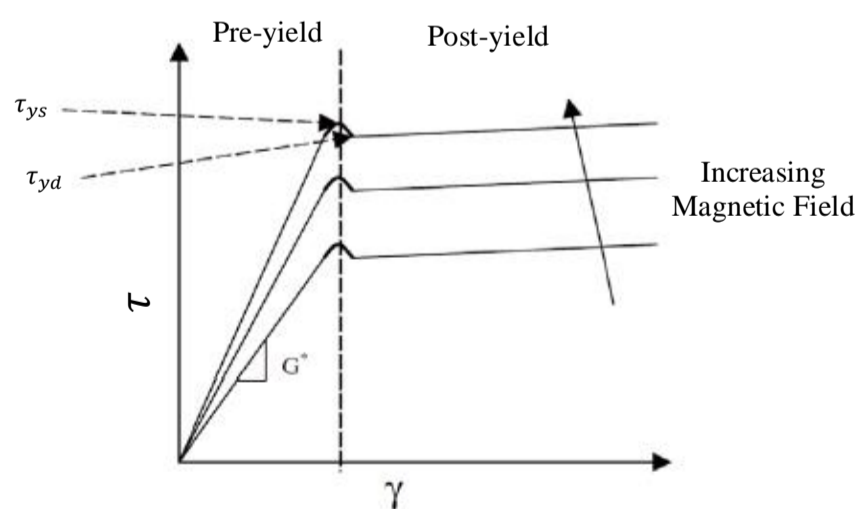


Fig. 1 Shear stress-shear strain relationship of MR material [27]

شکل 1 نمودار تنش - کرنش برای مایع MR [27]

- 1- Active State
- 2- Magnetically saturated
- 3- Bingham plastic

$$\gamma_{yz}^{(2)} = \frac{d}{h_2} \frac{\partial w}{\partial y} + 2 \frac{(v_1 - v_3)}{h_2} \quad (12)$$

در رابطه (12-11)،  $d$  برابر مجموع ضخامت هسته و نصف ضخامت رویه‌هاست. رابطه نهایی بین تنش‌ها و کرنش‌های عرضی در لایه MR به صورت رابطه (13) نوشته می‌شود که  $G_2$  نشان دهنده مدول برشی ویسکوالاستیک مربوط به لایه مایع MR است.

$$\sigma_{xz}^{(2)} = G_2 \gamma_{xz}^{(2)} \quad \sigma_{yz}^{(2)} = G_2 \gamma_{yz}^{(2)} \quad (13)$$

با فرض تنش صفحه‌ای در لایه‌های بالا و پایین، مؤلفه‌های تنش  $k$  امین زیر لایه در هر یک از لایه‌ها با استفاده از رابطه هوک، رابطه (14) حاصل می‌شود.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx}^{(i)} \\ \sigma_{yy}^{(i)} \\ \sigma_{xy}^{(i)} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11}^{(i)} & \bar{Q}_{12}^{(i)} & 0 \\ \bar{Q}_{12}^{(i)} & \bar{Q}_{22}^{(i)} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{66}^{(i)} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(i)} \\ \varepsilon_{yy}^{(i)} \\ \varepsilon_{xy}^{(i)} \end{Bmatrix} \quad (14)$$

که  $\bar{Q}_{\alpha\beta}^{(i)}$  ( $i = 1, 3$ ) نشان دهنده ثابت‌های الاستیک انتقال یافته کاهش یافته در هر زیر لایه در میان لایه‌های 1 و 3 است.

### 3-2- معادلات حرکت و محاسبه فرکانس‌های طبیعی ورق هوشمند

از روابط همیلتون برای استخراج معادلات حاکم بر حرکت ورق مستطیلی ساندویچی به صورت رابطه (15) استفاده شده است.

$$\delta I = \delta \int_{t_1}^{t_2} L dt = \delta \int_{t_1}^{t_2} (T - U + W) = 0 \quad (15)$$

$L$ ،  $T$  و  $U$  به ترتیب نشان دهنده لاگرانژین، انرژی کرنشی کل، انرژی جنبشی کل و کار انجام شده توسط نیروهای خارجی ورق ساندویچی است. برای ارتعاشات آزاد مقدار  $W$  برابر صفر است. تغییرات انرژی کرنشی کل ورق را با توجه به در نظر گرفتن حالت تنش صفحه‌ای در لایه‌های بالا و پایین و در نظر نگرفتن تنش‌های نرمال در لایه MR می‌توان به صورت رابطه (16) بیان کرد.

$$\begin{aligned} \delta u &= \sum_{i=1,3} \int_{V_i} (\sigma_{xx}^{(i)} \delta \varepsilon_{xx}^{(i)} + \sigma_{yy}^{(i)} \delta \varepsilon_{yy}^{(i)} + \sigma_{xy}^{(i)} \delta \gamma_{xy}^{(i)}) dV_i + \\ &\int_{V_2} (\sigma_{xz}^{(2)} \delta \gamma_{xz}^{(2)} + \sigma_{yz}^{(2)} \delta \gamma_{yz}^{(2)}) dV_2 \\ &= \sum_{i=1,3} \int_{\Omega} (N_{xx}^{(i)} \delta \varepsilon_{xx}^{(i)} + N_{yy}^{(i)} \delta \varepsilon_{yy}^{(i)} + N_{xy}^{(i)} \delta \gamma_{xy}^{(i)}) d\Omega \\ &+ \int_{\Omega} (Q_{xx}^{(2)} \delta \gamma_{xz}^{(2)} + Q_{yy}^{(2)} \delta \gamma_{yz}^{(2)}) d\Omega \end{aligned} \quad (16)$$

در رابطه (16)،  $V$  نشان‌دهنده حجم مربوط به هر یک از لایه‌هاست.  $\Omega$  سطح هر لایه در صفحه  $xy$  را نشان می‌دهد، همچنین منته‌های تنش که در رابطه (16) وارد شده است به صورت رابطه (17) تعریف می‌شوند.

$$\begin{aligned} (N_{xx}^{(i)}, N_{yy}^{(i)}, N_{xy}^{(i)}) &= \int_{-\frac{h_2}{2}}^{\frac{h_2}{2}} (\sigma_{xx}^{(i)}, \sigma_{yy}^{(i)}, \sigma_{xy}^{(i)}) dz_i \quad (i = 1, 3) \\ (Q_{xx}^{(2)}, Q_{yy}^{(2)}) &= \int_{-\frac{h_2}{2}}^{\frac{h_2}{2}} (\sigma_{xz}^{(2)}, \sigma_{yz}^{(2)}) dz_2 \end{aligned} \quad (17)$$

$(M_{xx}^{(i)}, M_{yy}^{(i)}, M_{xy}^{(i)})$  منته‌های تنش است و به صورت رابطه (18) تعریف می‌شوند که در رابطه (22) به کار برده شده است.

$$(M_{xx}^{(i)}, M_{yy}^{(i)}, M_{xy}^{(i)}) = \int_{-\frac{h_2}{2}}^{\frac{h_2}{2}} (\sigma_{xx}^{(i)}, \sigma_{yy}^{(i)}, \sigma_{xy}^{(i)}) z_i dz_i \quad (18)$$

$$V_i(x, y, z_i, t) = v_i(x, y, t) - z_i \frac{\partial w}{\partial y} \quad (5)$$

$$w_i(x, y, z_i, t) = w(x, y, t) \quad (6)$$

در این روابط  $z_i$  که  $i$  می‌تواند مقادیر 1 و 3 را اختیار کند مختصات عرضی در سیستم مختصات محلی لایه‌های بالا و پایینی است که در صفحات میانی این لایه‌ها قرار گرفته است.  $u_i(x, y, t)$  و  $v_i(x, y, t)$  به ترتیب تغییر مکان‌های صفحه میانی در راستای  $x$  و  $y$  هستند. با فرض خطی بودن رابطه بین کرنش‌ها و جابه‌جایی‌ها، مؤلفه‌های کرنش در لایه‌های الاستیک کامپوزیتی را می‌توان به صورت روابط (7-9) بیان کرد.

$$\varepsilon_{xx}^{(i)} = \varepsilon_{xx}^{0(i)} + z_i \kappa_{xx}^{0(i)} \quad (7)$$

$$\varepsilon_{yy}^{(i)} = \varepsilon_{yy}^{0(i)} + z_i \kappa_{yy}^{0(i)} \quad (8)$$

$$\gamma_{xy}^{(i)} = \gamma_{xy}^{0(i)} + z_i \kappa_{xy}^{0(i)} \quad (9)$$

که در روابط (9-10)،  $i$  می‌تواند مقادیر 1 و 3 را اختیار کند.

$$\varepsilon_{xx}^{0(i)} = \frac{\partial u_i}{\partial x} \quad \kappa_{xx}^{0(i)} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

$$\varepsilon_{yy}^{0(i)} = \frac{\partial v_i}{\partial y} \quad \kappa_{yy}^{0(i)} = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

$$\gamma_{xy}^{0(i)} = \frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x} \quad \kappa_{xy}^{0(i)} = -2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (10)$$

با توجه به شکل 3، مؤلفه‌های کرنش عرضی در لایه MR برابر با روابط (11) است.

$$\gamma_{xz}^{(2)} = \frac{d}{h_2} \frac{\partial w}{\partial x} + 2 \frac{(u_1 - u_3)}{h_2} \quad (11)$$

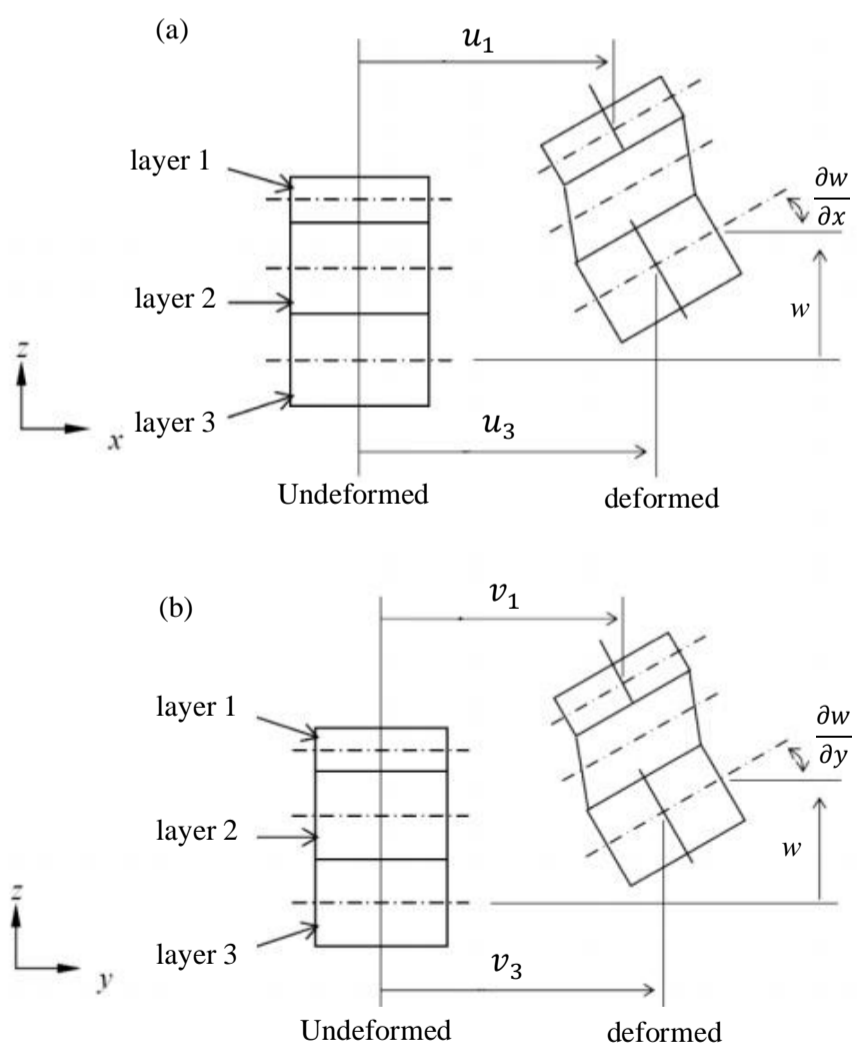


Fig. 3 Undeformed and deformed configurations of the sandwich rectangular plate (a)  $xz$ -plane (b)  $yz$ -plane [27]

شکل 3 مقطع ورق ساندویچی پیش و پس از تغییر شکل (a) صفحه  $xz$  (b) صفحه  $yz$  [27]

$$\begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & L_{14} & L_{15} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & L_{24} & L_{25} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & L_{34} & L_{35} \\ L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} & L_{45} \\ L_{51} & L_{52} & L_{53} & L_{54} & L_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_3 \\ v_3 \\ w \\ u_1 \\ v_1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

اپراتورهای دیفرانسیلی  $L_{ij}$  در پیوست آورده شده است.

حل معادلات دیفرانسیل با استفاده از روش نویر [29] انجام شده است. استفاده از روش نویر منجر به ایجاد یک دستگاه معادلات خطی خواهد شد. لازم به ذکر است برای استفاده از روش نویر در حل مسأله ارتعاشات آزاد ورق ساندویچی باید درایه‌های  $A_{16}, A_{26}, B_{16}, B_{26}, D_{16}, D_{26}$  در لایه‌چینی رویه‌های بالایی و پایینی برابر صفر باشند.

در نهایت با فرض ارتعاشات هارمونیک به یک مسأله مقدار ویژه با مقادیر ویژه مختلط خواهیم رسید که از آن فرکانس‌های طبیعی و ضرایب استهلاک سیستم برای مودهای مختلف ارتعاشی استخراج خواهند شد. برای ورق با تکیه گاه ساده، شرایط مرزی هندسی به صورت رابطه (27) است.

$$\begin{cases} u_i(x, 0, t) = u_i(x, b, t) = v_i(0, y, t) = u_i(a, y, t) = 0 \\ w(x, 0, t) = w(x, b, t) = w(0, y, t) = w(a, y, t) = 0 \\ \partial w(x, 0, t) / \partial x = \partial w(x, b, t) / \partial x = \partial w(0, y, t) / \partial y = 0 \\ \partial w(0, y, t) / \partial y = 0 \quad (i = 1, 3) \end{cases} \quad (27)$$

شرایط مرزی طبیعی را نیز می‌توان به صورت رابطه (28) نوشت.

$$\begin{cases} N_{xx}^{(i)}(0, y, t) = N_{xx}^{(i)}(a, y, t) = N_{yy}^{(i)}(x, 0, t) = N_{yy}^{(i)}(x, b, t) = 0 \\ M_{xx}^{(1)}(0, y, t) + M_{xx}^{(3)}(0, y, t) = M_{xx}^{(1)}(a, y, t) = M_{xx}^{(3)}(a, y, t) = 0 \\ M_{yy}^{(1)}(x, 0, t) + M_{yy}^{(3)}(x, 0, t) = M_{yy}^{(1)}(x, b, t) = M_{yy}^{(3)}(x, b, t) = 0 \\ (i = 1, 3) \end{cases} \quad (28)$$

مؤلفه‌های جابه‌جایی  $u_i, v_i, w$  باید تمام شرایط مرزی هندسی و طبیعی ذکر شده در روابط (28,27) را برآورده کنند. بسط فرم سری فوریه دوتایی مناسب برای این مؤلفه‌ها به صورت رابطه (29) است.

$$\begin{aligned} u_i(x, y, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} u_{mn}^{(i)} \cos(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) e^{i\omega t} \\ v_i(x, y, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} v_{mn}^{(i)} \sin(\alpha_m x) \cos(\beta_n y) e^{i\omega t} \\ w(x, y, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} w_{mn} \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) e^{i\omega t} \\ (i = 1, 3) \end{aligned} \quad (29)$$

در این روابط  $u_{mn}^{(i)}, v_{mn}^{(i)}$  و ضرایب جابه‌جایی مجهول و  $\alpha_m = m\pi/a$  و  $\beta_n = n\pi/b$  است.

حال با جای‌گذاری رابطه (26) در رابطه (25) معادلات نهایی را می‌توان به شکل ماتریسی رابطه (30) نوشت.

$$Z_{mn} \xi_{mn} = 0 \quad (30)$$

$$\xi_{mn} = [u_{mn}^{(1)}, u_{mn}^{(3)}, v_{mn}^{(1)}, v_{mn}^{(3)}, w_{mn}]^T$$

با استخراج ریشه‌های دترمینان ماتریس ضرایب، فرکانس طبیعی و ضریب استهلاک مودال ورق قابل محاسبه است. در رابطه (31)،  $\tilde{\omega}$  به صورت یک عدد مختلط است که از آن می‌توان فرکانس‌های طبیعی ( $\omega$ ) و ضرایب استهلاک مودال مختلف ( $\eta_v$ ) ارتعاشی را به دست آورد.

$$\omega = \sqrt{\text{Re}(\tilde{\omega}^2)} \quad , \quad \eta_v = \frac{\text{Im}(\tilde{\omega}^2)}{\text{Re}(\tilde{\omega}^2)} \quad (31)$$

انرژی جنبشی ورق ساندویچی با صرف نظر کردن از اینرسی دورانی در لایه‌های الاستیک و مؤلفه‌های صفحه‌ای انرژی جنبشی در هسته به دست می‌آید.

$$\delta T = \sum_{i=1,3} \delta \int_{\Omega} 1/2 \rho_i h_i (\dot{u}_i^2 + \dot{v}_i^2 + \dot{w}_i^2) d\Omega + \delta \int_{\Omega} 1/2 \{ \rho_2 h_2 \dot{w}_i^2 + I_2 [(\dot{\gamma}_{xz}^{(2)})^2 + (\dot{\gamma}_{yz}^{(2)})^2] \} d\Omega \quad (19)$$

در رابطه (19)،  $\rho_i$  نشان‌دهنده چگالی جرمی در لایه  $i$  ام و  $I_2 = p_2 h_2^3 / 12$  ممان اینرسی جرمی لایه MR است. با جای‌گزین کردن روابط (12-7) در روابط (19,17) و استفاده از قاعده گرین و اصل اساسی حساب تغییرات، فرم کلی معادله حرکت برای ارتعاشات آزاد ورق ساندویچی با هسته مایع هوشمند به دست می‌آید.

$$\delta u_i: \frac{\partial N_{xx}^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}^{(i)}}{\partial y} - (\delta_i / h_2) Q_x^{(2)} = \rho_i h_i \ddot{u}_i + (\delta_i I_2 / h_2^2) (\ddot{u}_1 - \ddot{u}_3) + (\delta_i I_2 d / h_2^2) \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x} \quad (20)$$

$$v_i: \frac{\partial N_{yy}^{(i)}}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}^{(i)}}{\partial x} - (\delta_i / h_2) Q_y^{(2)} = \rho_i h_i \ddot{v}_i + (\delta_i I_2 / h_2^2) (\ddot{v}_1 - \ddot{v}_3) + (\delta_i I_2 d / h_2^2) \frac{\partial \ddot{w}}{\partial y} \quad (21)$$

$$\delta w = \sum_{i=1,3} \left[ \frac{\partial^2 M_{xx}^{(i)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_{yy}^{(i)}}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^{(i)}}{\partial y \partial x} \right] + (d/h_2) \left( \frac{\partial Q_x^{(2)}}{\partial x} + \frac{\partial Q_y^{(2)}}{\partial y} \right) = (\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 + \rho_3 h_3) \ddot{w} - I_2 \left( \frac{d}{h_2^2} \right) \left( \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial y^2} \right) - I_2 \left( \frac{d}{h_2^2} \right) \left[ \frac{\partial}{\partial x} (\ddot{u}_1 - \ddot{u}_3) + \frac{\partial}{\partial x} (\ddot{v}_1 - \ddot{v}_3) \right] \quad (22)$$

در روابط (22-19) اگر  $i$  برابر یک باشد  $\delta_i$  برابر یک است و اگر  $i$  برابر سه باشد  $\delta_i$  برابر منفی یک است.

روابط بین منته‌های تنش با کرنش‌ها و انحنای سطح میانی در یک ماده کامپوزیتی را می‌توان به صورت رابطه (23) نشان داد.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (23)$$

ثابت‌های سفتی ظاهر شده در روابط به صورت رابطه (24) تعریف می‌شوند.

$$(A_{jk}^{(i)}, B_{jk}^{(i)}, D_{jk}^{(i)}) = \int_{-h_{1/2}}^{h_{1/2}} (1, z_1, z_i^2) \bar{Q}_{jk} dz_i \quad (24)$$

اندیس‌های  $z$  و  $k$  می‌توانند مقادیر 1، 2 و یا 6 را اختیار کنند، همچنین رابطه بین منته‌های تنش برشی هسته با جابه‌جایی‌ها را می‌توان به صورت رابطه (25) نوشت.

$$\begin{aligned} Q_{xx}^{(2)} &= G_2 \left( d \frac{\partial w}{\partial x} + u_1 - u_3 \right) \\ Q_{yy}^{(2)} &= G_2 \left( d \frac{\partial w}{\partial y} + v_1 - v_3 \right) \end{aligned} \quad (25)$$

جای‌گذاری روابط (24,22) در روابط (21-19)، معادلات حرکت ورق ساندویچی برحسب جابه‌جایی‌ها را می‌توان به صورت رابطه (26) بیان کرد.

شدت میدان مغناطیسی، در هر سه نوع لایه‌چینی، فرکانس طبیعی افزایش و ضریب استهلاک مودال مربوط به مود اول کاهش یافته است. افزایش شدت میدان مغناطیسی بر سفتی ورق ساندویچی می‌افزاید (بدلیل تغییر ماهیت روغن مگنتورئولوژیکال) و این امر سبب افزایش فرکانس طبیعی ورق خواهد شد. ضریب استهلاک مودال مربوط به هر مود را می‌توان به عنوان نسبت انرژی تلف شده در هر سیکل از نوسان در آن مود به سهم انرژی الاستیک کل سازه در آن مود در نظر گرفت. با افزایش شدت میدان مغناطیسی مودل اتلاف مایع مگنتورئولوژیکال و انرژی کرنشی کل سازه افزایش خواهد یافت، اما در مود نخست میزان افزایش انرژی کرنشی سازه نسبت به افزایش انرژی اتلافی در سازه بیشتر است و این امر سبب کاهش ضریب استهلاک مودال مربوط به مود نخست با افزایش شدت میدان مغناطیسی در هر سه نوع لایه‌چینی شده است.

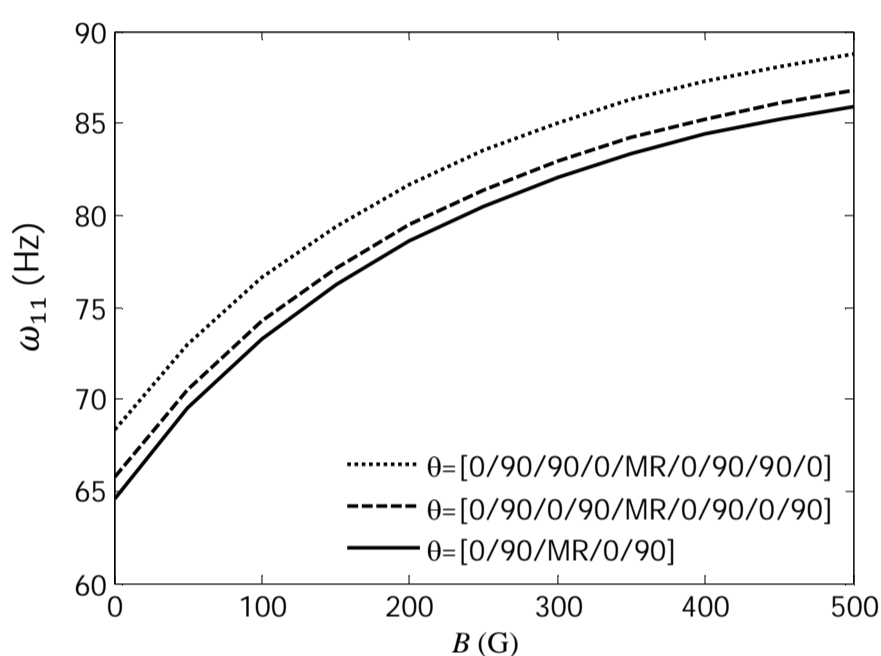


Fig. 4 Influence of variation in the magnetic field intensity on the first mode frequency for three different stacking sequences.

شکل 4 اثر تغییر شدت میدان مغناطیسی بر فرکانس مود اول در سه لایه‌چینی مختلف

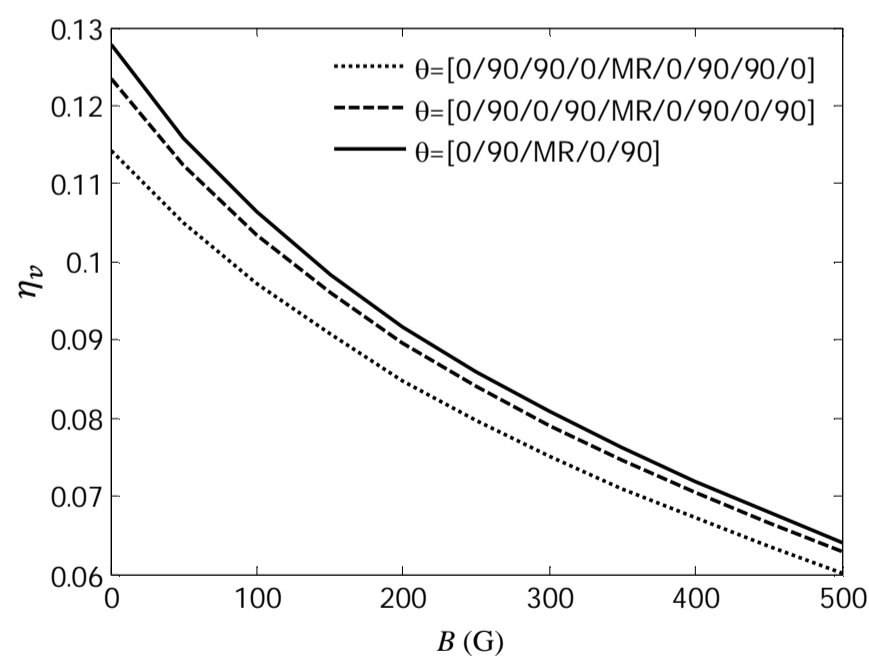


Fig. 5 Influence of variation in the magnetic field intensity on the first mode loss factor for three different stacking sequences.

شکل 5 اثر تغییر شدت میدان مغناطیسی بر ضریب استهلاک مود اول در سه لایه‌چینی مختلف

اثر تغییر ضخامت هسته بر فرکانس طبیعی و ضریب استهلاک مود اول در

جدول 1 مقایسه فرکانس‌های طبیعی ورق ساندویچی کامپوزیتی با هسته MR و نتایج مرجع [28]

Table 1 Comparisons of the natural frequencies of a composite sandwich plate with MR core and those reported in [28]

فرکانس طبیعی (هرتز)	روش حاضر	مرجع [28]
اول	33.6109	35.22
دوم	61.8832	61.66
سوم	74.3790	73.59
چهارم	95.6369	93.77
پنجم	105.1277	103.66

جدول 2 خصوصیات مکانیکی و هندسی ورق ساندویچی با هسته MR [30]

Table 2 Mechanical and geometric properties of the sandwich plate with MR core [30]

خواص	رویه	هسته
$E_{11}$ (GPa)	172.37	-
$E_{22}$ (GPa)	6.89	-
$E_{33}$ (GPa)	6.89	-
$G_{12}$ (GPa)	3.45	معادله 3
$G_{13}$ (GPa)	3.45	معادله 3
$G_{23}$ (GPa)	1.38	معادله 3
$\nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23}$	0.25	-
$\rho$ (kg/m <sup>-3</sup> )	222.64	3500
a (mm)	400	400
b (mm)	400	400
$h_1$ (mm)	0.5	-
$h_2$ (mm)	-	0.5
$h_3$ (mm)	0.5	-

### 3- نتایج

#### 3-1- اعتبارسنجی نتایج

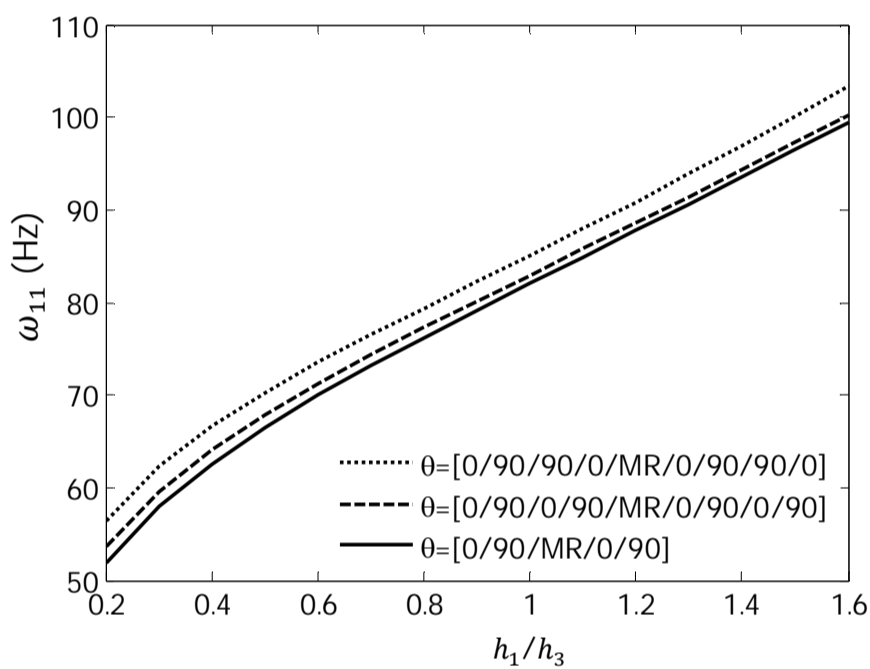
در این بخش برای اطمینان از صحت فرمول‌بندی و کد نوشته شده، پنج فرکانس طبیعی اول ورق ساندویچی با نتایج ارائه شده در مرجع [28] مقایسه شده است. نتایج این مرجع برای یک ورق ساندویچی کامپوزیتی است و با استفاده از روش اجزای محدود استخراج شده است. در مسأله مورد بررسی لایه‌چینی به صورت [0/90/0/MR/0/90/0] و تمامی مشخصات مکانیکی و هندسی از مرجع [28] گرفته شده است. با توجه به جدول 1 همخوانی خوبی بین نتایج به دست آمده از روش حاضر و نتایج حاصل از مرجع [28] مشاهده می‌شود.

#### 3-2- فرکانس طبیعی ورق ساندویچی با هسته MR و رویه کامپوزیتی

در این بخش به بررسی اثر تغییر پارامترهای مختلف بر فرکانس طبیعی و ضریب استهلاک مودال اول ورق ساندویچی با سه نوع لایه‌چینی مختلف پرداخته می‌شود. خواص هندسی و مکانیکی ورق مورد مطالعه در جدول 2 آورده شده است [30].

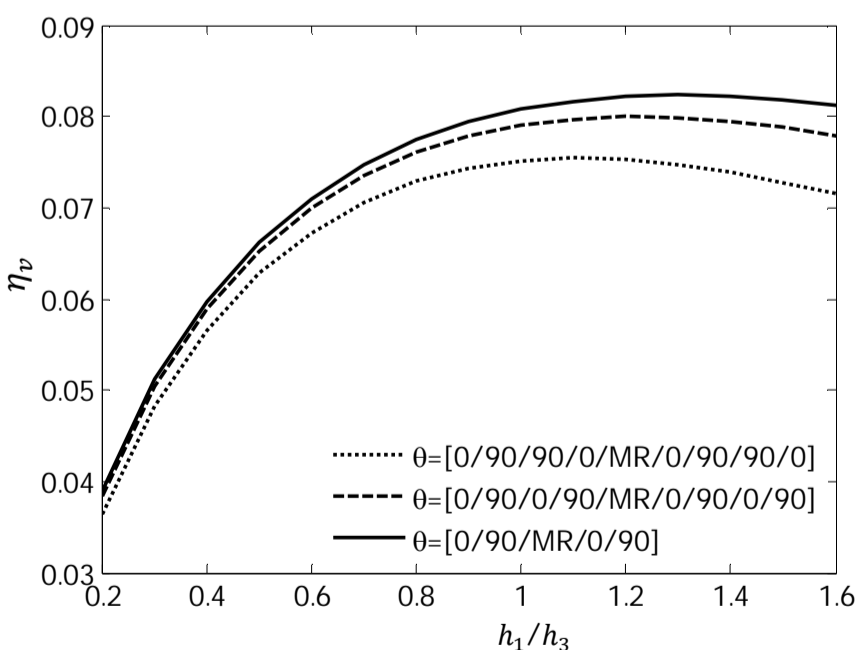
در شکل 4 و 5 نمودارهای فرکانس طبیعی و ضریب استهلاک مودال مربوط به مود اول در شدت‌های مختلف میدان مغناطیسی برای سه نوع لایه‌چینی رسم شده است. با توجه به شکل‌های 4 و 5 مشاهده می‌شود با افزایش

مودال در مود نخست را به دنبال خواهد داشت. اثر تغییر نسبت منظری ورق بر فرکانس طبیعی و ضریب استهلاک مودال ورق در مود نخست در شکل‌های 10 و 11 نشان داده شده است. با توجه به شکل 10، با افزایش نسبت منظری فرکانس طبیعی ورق کاهش یافته و در مقادیر بزرگتر به مقدار ثابتی همگرا می‌شود. این نشان می‌دهد، در نسبت منظری بزرگتر از 1/5 ورق ساندویچی رفتار ارتعاشی شبیه به تیر از خودش نشان می‌دهد و افزایش بیشتر نسبت منظری تأثیر ناچیزی در فرکانس طبیعی نخست ورق ساندویچی دارد. با توجه به شکل 11 مشاهده می‌شود ضریب استهلاک مودال ورق ساندویچی با افزایش نسبت منظری تا 0/5، ابتدا افزایش و سپس کاهش یافته و در نهایت به یک مقدار تقریباً ثابت میل می‌کند. دلیل این امر این است که، فرکانس طبیعی مربوط به مود اول با افزایش نسبت منظری شدیداً کاهش خواهد یافت (با توجه به شکل 10) و کاهش شدید فرکانس طبیعی سبب کاهش شدید انرژی کرنشی کل سازه در مود نخست شده و این امر، افزایش شدید ضریب استهلاک مودال را در پی خواهد داشت. با افزایش



**Fig. 8** Influence of the thickness ratio ( $h_1/h_3$ ) of the constraint layer on the first mode frequency at a magnetic field of 300 Gauss

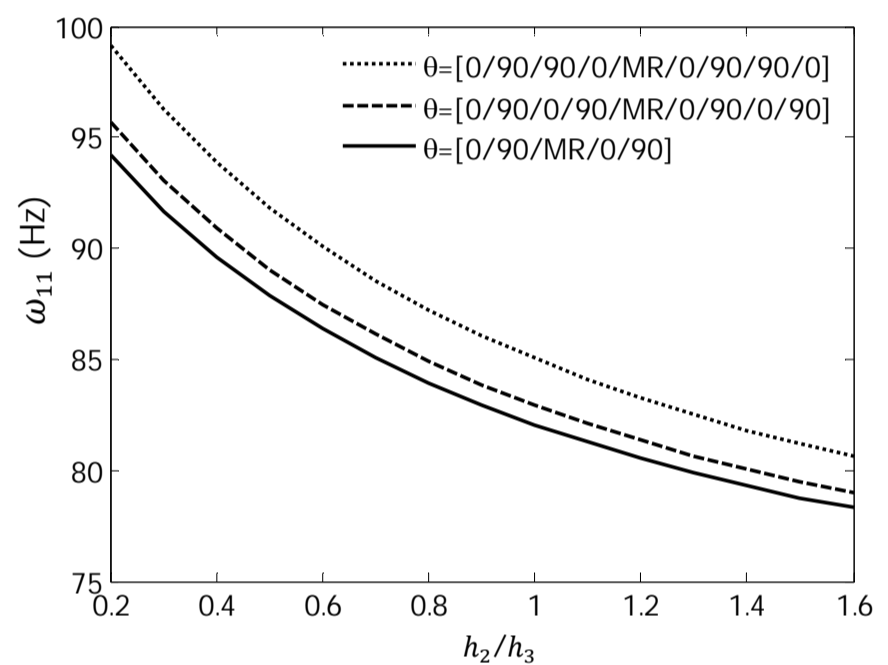
شکل 8 اثر نسبت ضخامت ( $h_1/h_3$ ) لایه مقید کننده بر فرکانس مود نخست در شدت میدان مغناطیسی 300 گاوس



**Fig. 9** Influence of the thickness ratio ( $h_1/h_3$ ) of the constraint layer on the first mode loss factor at a magnetic field of 300 Gauss

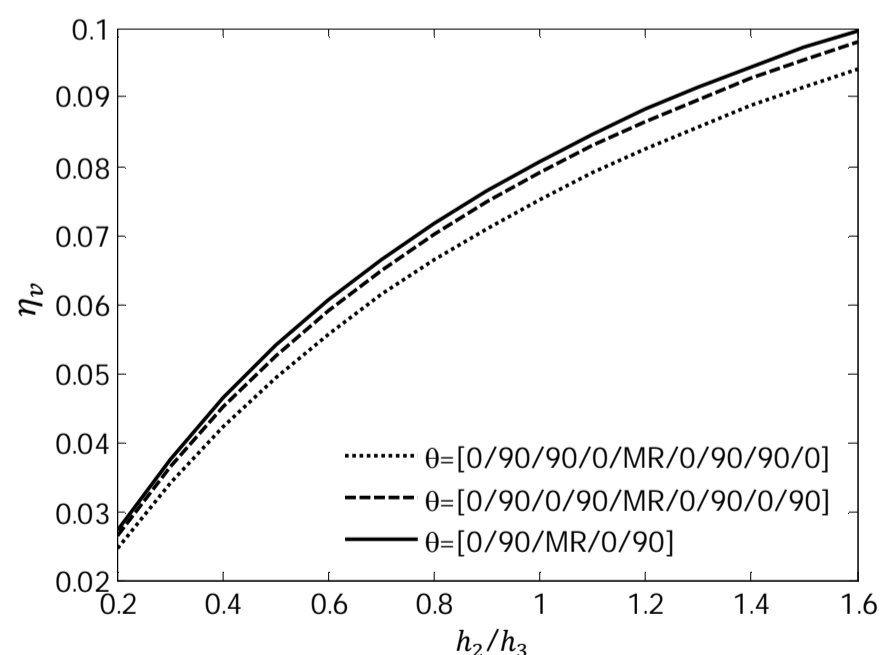
شکل 9 اثر نسبت ضخامت ( $h_1/h_3$ ) لایه مقید کننده بر ضریب استهلاک مود اول در شدت میدان مغناطیسی 300 گاوس

شکل‌های 6 و 7 آورده شده است. با توجه به شکل 6، افزایش نسبت ضخامت هسته به ضخامت لایه اصلی سبب افزایش جرم و سفتی ورق ساندویچی خواهد شد، اما به دلیل این که افزایش جرم سازه نسبت به افزایش سفتی سازه بیشتر بوده است، کاهش فرکانس طبیعی رخ می‌دهد. از طرفی با توجه به شکل 7 افزایش ضخامت هسته، سبب افزایش ضریب استهلاک مودال مود نخست خواهد شد. با افزایش نسبت ضخامت هسته به ضخامت لایه اصلی، انرژی کرنشی مود اول سازه کاهش یافته و این امر سبب افزایش ضریب استهلاک مودال در این مود می‌شود. در شکل‌های 8 و 9 اثر تغییر نسبت ضخامت لایه مقید کننده به لایه اصلی بر فرکانس طبیعی و ضریب استهلاک مودال مود نخست نشان داده شده است. افزایش نسبت ضخامت لایه مقید کننده به لایه اصلی به دلیل افزایش استحکام ورق ساندویچی سبب افزایش فرکانس طبیعی می‌شود، همچنین لایه مقید کننده ضخیم‌تر سبب ایجاد انرژی کرنشی برشی بیشتر در هسته خواهد شد و افزایش ضریب استهلاک



**Fig. 6** Influence of the thickness ratio ( $h_2/h_3$ ) of the core on the first mode frequency at a magnetic field of 300 Gauss

شکل 6 اثر نسبت ضخامت ( $h_2/h_3$ ) هسته بر فرکانس مود نخست در شدت میدان مغناطیسی 300 گاوس



**Fig. 7** Influence of the thickness ratio ( $h_2/h_3$ ) of the core on the first mode loss factor at a magnetic field of 300 Gauss

شکل 7 اثر نسبت ضخامت ( $h_2/h_3$ ) هسته بر ضریب استهلاک مود اول در شدت میدان مغناطیسی 300 گاوس

پرداخته شده است. همچنین معادلات حاکم با استفاده از روش انرژی و اصل همیلتون استخراج شده و فرکانس طبیعی و ضریب استهلاک مودال اول ورق با استفاده از روش نویر به دست آمده است. نمودارهای فرکانس طبیعی و ضریب استهلاک مودال در شدت‌های مختلف میدان مغناطیسی و نسبت‌های مختلف ضخامت هسته به ضخامت لایه مقیدکننده به ضخامت لایه اصلی و ضرایب منظری بررسی و رسم شده است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که با تغییر شدت میدان مغناطیسی اعمال شده، می‌توان مقدار سفتی، ضریب استهلاک سازه‌ای را تغییر داد و کنترل نمود. فرکانس طبیعی در هر سه نوع لایه‌چینی با افزایش شدت میدان مغناطیسی افزایش یافته و ضریب استهلاک مودال کاهش پیدا می‌کند. افزایش ضخامت هسته هوشمند سبب کاهش فرکانس طبیعی و افزایش ضریب استهلاک مودال مربوط به مود نخست می‌شود. افزایش ضخامت لایه مقیدکننده سبب افزایش فرکانس طبیعی و افزایش ضریب استهلاک مودال مربوط به مود نخست شده است. فرکانس طبیعی ورق با افزایش نسبت منظری در هر سه نوع لایه‌چینی کاهش یافته و به مقدار تقریباً ثابتی همگرا می‌شود، همچنین با افزایش نسبت منظری، ضریب استهلاک مودال ابتدا افزایش و سپس کاهش پیدا کرده و به مقدار ثابتی همگرا شده است. بیشترین فرکانس طبیعی و کمترین ضریب استهلاک مودال در مود نخست مربوط به لایه‌چینی  $[0/90/90/0]$  است و کمترین فرکانس طبیعی و بیشترین ضریب استهلاک مودال مربوط به لایه‌چینی  $[0/90/MR/90/0]$  اتفاق افتاده است.

### 5- پیوست

اپراتورهای دیفرانسیلی  $L_{ij}$ :

$$L_{11} = -\alpha_m^2 A_{11}^{(1)} - \beta_n^2 A_{66}^{(1)} + p_1 h_1 w^2 - \frac{G_2}{h_2} + I_2 \frac{w^2}{h_2^2}$$

$$L_{12} = -\alpha_m \beta_n (A_{12}^{(1)} + A_{66}^{(1)})$$

$$L_{13} = \frac{G_2}{h_2} - \frac{I_2 w^2}{h_2^2}$$

$$L_{15} = \alpha_m^3 B_{11}^{(1)} + \alpha_m \left( \frac{I_2 w^2 d}{h_2^2} - \frac{G_2 d}{h_2} \right) + \alpha_m \beta_n^2 (B_{12}^{(1)} + 2B_{66}^{(1)})$$

$$L_{21} = \frac{G_2}{h_2} - \frac{I_2 w^2}{h_2^2}$$

$$L_{23} = -\alpha_m^2 A_{11}^{(3)} - \beta_n^2 A_{66}^{(3)} + p_3 h_3 w^2 - \frac{G_2}{h_2} + I_2 \frac{w^2}{h_2^2}$$

$$L_{24} = -\alpha_m \beta_n (A_{12}^{(3)} + A_{66}^{(3)})$$

$$L_{25} = \alpha_m^3 B_{11}^{(3)} + \alpha_m \left( \frac{I_2 w^2 d}{h_2^2} - \frac{G_2 d}{h_2} \right) + \alpha_m \beta_n^2 (B_{12}^{(3)} + 2B_{66}^{(3)})$$

$$L_{31} = -\alpha_m \beta_n (A_{12}^{(1)} + A_{66}^{(1)})$$

$$L_{32} = -\alpha_m^2 A_{66}^{(1)} - \beta_n^2 A_{22}^{(1)} + p_3 h_3 w^2 - \frac{G_2}{h_2} + I_2 \frac{w^2}{h_2^2}$$

$$L_{34} = \frac{G_2}{h_2} - \frac{I_2 w^2}{h_2^2}$$

$$L_{35} = \alpha_m^2 \beta_n (B_{12}^{(1)} + 2B_{66}^{(1)}) + \beta_n^3 \beta_n^{(1)} - \beta_n \left( \frac{I_2 w^2 d}{h_2^2} - \frac{G_2 d}{h_2} \right)$$

$$L_{42} = \frac{G_2}{h_2} - \frac{I_2 w^2}{h_2^2}$$

$$L_{43} = -\alpha_m \beta_n (A_{12}^{(3)} + A_{66}^{(3)})$$

$$L_{44} = -\alpha_m^2 A_{66}^{(3)} - \beta_n^2 A_{22}^{(3)} + p_3 h_3 w^2 - \frac{G_2}{h_2} + I_2 \frac{w^2}{h_2^2}$$

$$L_{45} = \alpha_m^2 \beta_n (B_{12}^{(3)} + 2B_{66}^{(3)}) + \beta_n^3 \beta_n^{(3)} - \beta_n \left( \frac{I_2 w^2 d}{h_2^2} - \frac{G_2 d}{h_2} \right)$$

$$L_{51} = \alpha_m^3 B_{11}^{(1)} + \alpha_m \beta_n^2 (B_{12}^{(1)} + 2B_{66}^{(1)}) + \alpha_m \left( -\frac{dG_2}{h_2} + I_2 \frac{dw^2}{h_2^2} \right)$$

$$L_{52} = \beta_n^3 B_{22}^{(1)} + \alpha_m^2 \beta_n (B_{12}^{(1)} + 2B_{66}^{(1)}) + \beta_n \left( -\frac{dG_2}{h_2} + I_2 \frac{dw^2}{h_2^2} \right)$$

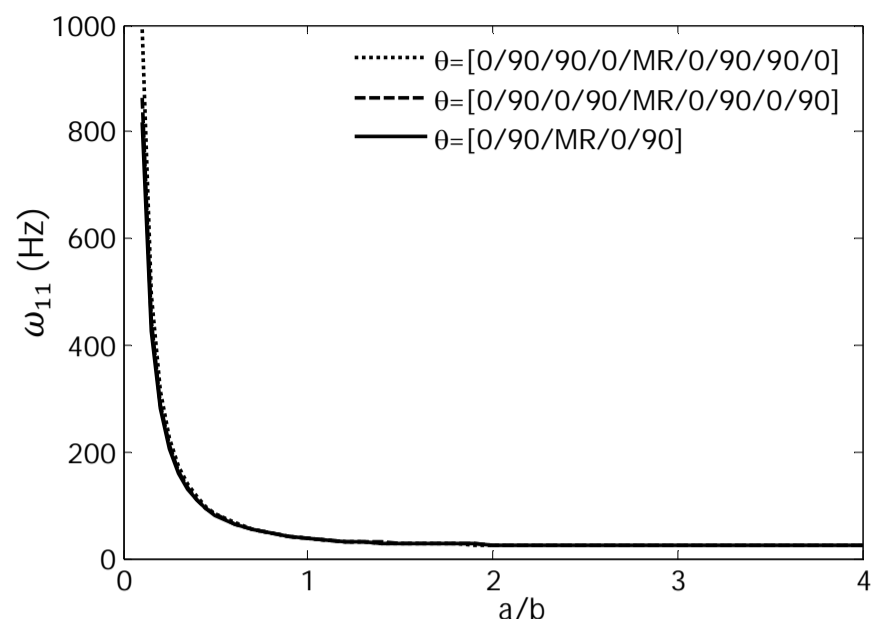


Fig. 10 Influence of the plate aspect ratio ( $a/b$ ) on the first mode frequency at a magnetic field of 300 Gauss

شکل 10 اثر نسبت منظری ورق ( $a/b$ ) بر فرکانس مود نخست در شدت میدان مغناطیسی 300 گاوس

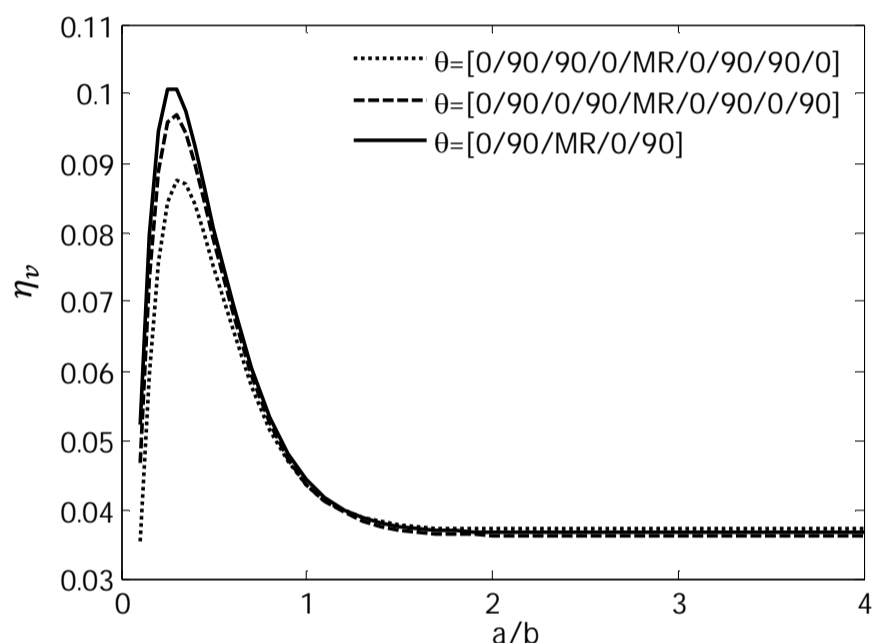


Fig. 11 Influence of the plate aspect ratio ( $a/b$ ) on the first mode loss factor at a magnetic field of 300 Gauss

شکل 11 اثر نسبت منظری ورق ( $a/b$ ) بر ضریب استهلاک مود نخست در شدت میدان مغناطیسی 300 گاوس

بیشتر نسبت منظری، از حدود 2 به بعد، فرکانس طبیعی و در نتیجه انرژی کرنشی کل سازه در مود اول تقریباً ثابت شده است و به دلیل کاهش انرژی اتلافی در سازه با افزایش ضریب منظری، ضریب استهلاک مودال مربوط به این مود نیز تقریباً ثابت شده است.

یکی دیگر از نکات مهم و قابل توجه در این تحقیق، مشاهده بیشترین فرکانس طبیعی در لایه‌چینی  $[0/90/90/0/MR/0/90/90/0]$  و کمترین فرکانس طبیعی در لایه‌چینی  $[0/90/MR/90/0]$  است. عکس این مطلب در مورد ضریب استهلاک مودال مود اول صدق می‌کند یعنی کمترین ضریب استهلاک مودال مربوط به لایه‌چینی  $[0/90/90/0/MR/0/90/90/0]$  و بیشترین ضریب استهلاک مودال مربوط به لایه‌چینی  $[0/90/MR/90/0]$  است. نتایج بالا در تمامی نمودارهای ارائه شده قابل مشاهده است.

### 4- نتیجه گیری

در این مقاله با در نظر گرفتن ورق ساندویچی با رویه‌های چند لایه مرکب و هسته هوشمند به بررسی تغییرات فرکانس طبیعی و ضریب استهلاک سازه‌ای مربوط به مود نخست با تغییر پارامترهای مختلف هندسی و فیزیکی



- [15] Y. Choi, A. F. Sprecher, H. Conrad, Vibration characteristics of a composite beam containing an electrorheological fluid, *Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 1, No. 1, pp. 91-104, 1990.
- [16] V. Rajamohan, R. Sedaghati, S. Rakheja, Optimum design of a multilayer beam partially treated with magnetorheological fluid, *Smart Materials and Structures*, Vol. 19, No. 6, pp. 65-72, 2010.
- [17] A. Besharati, F. Bakhtiarinejad, M. Sohrabian, Investigation of active and passive constrained layer damping for vibration reduction of plate structures, in *The 17th International Conference on Mechanical Engineering*, Isfahan, Iran, 2009. (in Persian فارسی)
- [18] G. Y. Zhou, Q. Wang, Use of magnetorheological elastomer in an adaptive sandwich beam with conductive skins, Part II: dynamic properties, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, No. 17, pp. 5403-5420, 2006.
- [19] Y. Hojjat, K. Kakavand, M. Ghodsi, A. A. Maddah, Study on the transient state behavior of magnetorheological fluid in magnetic coupling, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 12, pp. 156-162, 2014. (in Persian فارسی)
- [20] J. Rezaeepazhand, J. Rahiminasab, A nonlinear study on transient vibration and limit cycle oscillation of composite sandwich plates with electrorheological fluid layer, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 1, pp. 285-293, 2015. (in Persian فارسی)
- [21] M. Mohammadi Soleymani, M. A. Hajabbasi, S. Mirzade, Free vibration study of rectangular sandwich plate with electrorheological fluid interlayer, in *The 16th International Conference on Mechanical Engineering*, Kerman, Iran, 2008. (in Persian فارسی)
- [22] R. Tikani, S. Ziaei-Rad, M. Esfahanian, Simulation and experimental evaluation of a magneto-rheological hydraulic engine mount, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 10, pp. 43-49, 2014. (in Persian فارسی)
- [23] K. Malekzade Fard, Gh. Payganeh, F. Rashed Saghavaz, Free vibration and low velocity impact analysis of sandwich plates with smart flexible cores, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 13, pp. 191-200, 2015. (in Persian فارسی)
- [24] Gh. Payganeh, K. Malekzade Fard, F. Rashed Saghavaz, Effects of important geometrical and physical parameters on free vibration and impact force for sandwich plates with smart flexible cores, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 1, pp. 21-30, 2015. (in Persian فارسی)
- [25] M. Eshaghi, R. Sedaghati, S. Rakheja, The effect of magneto-rheological fluid on vibration suppression capability of adaptive sandwich plates: Experimental and finite element analysis, *Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 26, No. 14, pp. 1920-1935, 2015.
- [26] Z. Zhang, F. Huang, Dynamic analysis of the MRF rectangular sandwich plate based on ANSYS, in *Proceedings of the 2nd International Conference on Green Communications and Networks 2012 (GCN 2012)*, Chongqing, China: Springer, 2013.
- [27] J. Y. Yeh, Vibration analysis of sandwich rectangular plates with magnetorheological elastomer damping treatment. *Smart Materials and Structures*, Vol. 22, No. 3, pp. 035010, 2013.
- [28] M. Ramamoorthy, V. Rajamohan, J. AK, Vibration analysis of a partially treated laminated composite magnetorheological fluid sandwich plate, *Vibration and Control*, pp. 1-27.
- [29] J. N. Reddy, *Mechanics of laminated composite plates and shells, theory and analysis, Second Edition*, CRC Press, 2003.
- [30] K. Malekzadeh Fard, GH. Payganeh, M. kardan, Dynamic response of sandwich panels with flexible cores and elastic foundation subjected to low velocity impact, *Amirkabir Sciences & Research*, Vol. 45, No. 2, pp. 9-11, 2013.

$$L_{53} = \alpha_m^3 B_{11}^{(3)} + \alpha_m \beta_n^2 (B_{12}^{(3)} + 2B_{66}^{(3)}) - \alpha_m \left( -\frac{dG_2}{h_2} + I_2 \frac{dw^2}{h_2^2} \right)$$

$$L_{54} = \beta_n^3 B_{22}^{(3)} + \alpha_m^2 \beta_n (B_{12}^{(3)} + 2B_{66}^{(3)}) - \beta_n \left( -\frac{dG_2}{h_2} + I_2 \frac{dw^2}{h_2^2} \right)$$

$$L_{55} = -\alpha_m^4 D_{11}^{(1)} - 2\alpha_m^2 \beta_n^2 (D_{12}^{(1)} + 2D_{66}^{(1)}) - \beta_n^4 D_{22}^{(1)} - \alpha_m^4 D_{11}^{(3)} - 2\alpha_m^2 \beta_n^2 (D_{12}^{(3)} + 2D_{66}^{(3)}) - \beta_n^4 D_{22}^{(3)} - (\alpha_m^2 + \beta_n^2) \left( \frac{d^2 G_2}{h_2} - \frac{d^2 I_2 w^2}{h_2^2} \right) + (p_1 h_1 + p_2 h_2 + p_3 h_3) w^2$$

اپراتورهای  $L_{41}$ ,  $L_{33}$ ,  $L_{22}$ ,  $L_{14}$  برابر صفر است.

## 6- مراجع

- [1] L. Donald J. *Engineering Analysis Of Smart Material Systems*, New Jersey: Wiley, 2007.
- [2] A. A. Jafari, M. Fathabadi, Forced vibration of FGM Timoshenko beam with Piezoelectric layers carrying moving load, *Aerospace Mechanics Journal*, Vol. 9, No. 2, pp. 69-77, 2013. (in Persian فارسی)
- [3] B. S. Balaapgol, S. A. Kulkarni, K. M. Bajoria, A review on shape memory alloy structures, *Acoustics and Vibrations*, Vol. 9, No. 2, pp. 61-68, 2004.
- [4] J. Y. Yeh, L. W. Chen, Dynamic stability analysis of a rectangular orthotropic sandwich plate with an electrorheological fluid core, *Composite Structures*, Vol. 72, No. 1, pp. 33-41, 2006.
- [5] I. Bica Damper with magnetorheological suspension, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 241, No. 2-3, pp. 196-200, 2002.
- [6] T. Pranoto, K. Nagaya, A. Hosoda, Vibration suppression of plate using linear MR fluid passive damper, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 276, No. 3-5, pp. 919-932, 2004.
- [7] S. Odenbach, Magnetic Fluids-Suspensions of Magnetic Dipoles and Their Magnetic Control, *Physics: Condensed Matter*, Vol. 15, No. 15, pp. 1497-1508, 2003.
- [8] G. v. Stepanov, S. S. Abramchuk, D. A. Grishin, L. V. Nikitin, E. YU. Kramarenko, A. R. Khokhlov, Effect of a homogeneous magnetic field on the viscoelastic behavior of magnetic elastomers, *polymer*, Vol. 48, No. 2, pp. 488-495, 2007.
- [9] X. Guan, X. Dong, J. Ou, Magnetostrictive effect of magnetorheological elastomer, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 320, No. 3-4, pp. 158-163, 2008.
- [10] J. Y. Yeh, L. W. Chen, Vibration of a sandwich plate with a constrained layer and electrorheological Fluid Core, *Composite Structures*, Vol. 65, No. 2, pp. 251-258, 2004.
- [11] J. Rahiminasab, J. Rezaeepazhand, Transient response analysis of composite sandwich plates with electrorheological layer, in *The 19th International Conference on Mechanical Engineering*, Birjand, Iran, 2011. (in Persian فارسی)
- [12] J. Y. Yeh, J. Y. Chen, C. T. Lin, C. Y. Liu, Damping and vibration analysis of polar orthotropic annular plates with ER treatment, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 325, No. 1-2, pp. 1-13, 2009.
- [13] K. Ramkumar, N. Ganesan, Vibration and damping of composite sandwich box column with viscoelastic/electrorheological fluid core and performance comparison, *Materials and Design*, Vol. 30, No. 8, pp. 2981-2994, 2009.
- [14] V. Rajamohan, R. Sedaghati, S. Rakheja, Vibration analysis of a multi-layer beam containing magnetorheological fluid, *Smart Materials and Structures*, Vol. 11, No.1, pp. 015013, 2010.