



شبیه سازی عددی شکست جت مایع با استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH)

مجید پورعبدیان¹، پوریا امیدوار^{2*}، محمدرضا مراد³

1- کارشناسی ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یاسوج، یاسوج

3- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

* یاسوج، صندوق پستی 75914-353، omidvar@yu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 12 آبان 1394

پذیرش: 28 دی 1394

ارائه در سایت: 08 اسفند 1394

کلید واژگان:

شکست جت مایع

هیدرودینامیک ذرات هموار

طول شکست

کشش سطحی

چکیده

در این مقاله شکست جت مایع با استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار که یک روش عددی لاگرانژی بدون شبکه است، شبیه سازی شده است. بدین منظور، ابتدا معادلات حاکم بر سیال براساس روش هیدرودینامیک ذرات هموار گسسته سازی شد. در این تحقیق از کد متن باز اسپیزیکس برای حل عددی استفاده و همچنین با افزودن اثرات کشش سطحی، کد مذکور توسعه داده شده است. سپس روش ارائه شده با استفاده از مساله نمونه شکست سد با مانع اعتبارسنجی اولیه شد. در نهایت شبیه سازی جریان جت مایع دوبعدی و بررسی رفتار شکسته شدن آن برای جریان تک فاز انجام شده است. طول شکست مایع در رژیم ریلی برای شرایط مختلف جریان نظیر اعداد رینولدز و وبر متفاوت، محاسبه و با یک رابطه تجربی اعتبارسنجی شده است. تمامی حل های عددی برای دو تابع میانایب وندلند و اسپیلاین مکعبی انجام گرفت و در تمامی موارد تابع میانایب وندلند متجر به نتایج با دقت بهتری شد. همچنین نتایج حاضر با روش عددی ام پی اس برای مایع غیرلزج نیز مقایسه شده است. مدل سازی های انجام شده نشان داد که روش هیدرودینامیک ذرات هموار می تواند به عنوان یک روش بهینه برای مدل سازی پدیده شکست جت مایع مورد استفاده قرار گیرد.

Numerical simulation of liquid jet breakup using smoothed particle hydrodynamics (SPH)

Majid Pourabdian¹, Pourya Omidvar^{2*}, Mohammad Reza Morad¹

1- Department of Aerospace Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Yasouj University, Yasouj, Iran

* P.O.B. 75914-353, Yasouj, Iran, omidvar@yu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 03 November 2015
Accepted 18 January 2016
Available Online 27 February 2016

Keywords:

Liquid Jet Breakup
Smoothed Particle Hydrodynamics
Breakup Length
Surface Tension

ABSTRACT

In this paper, breakup of liquid jet is simulated using smoothed particle hydrodynamics (SPH) which is a meshless Lagrangian numerical method. For this aim, flow governing equations are discretized based on SPH method. In this paper, SPHysics open source code has been utilized for numerical solutions. Therefore, the mentioned code has been developed by adding the surface tension effects. The proposed method is then validated using dam break with obstacle problem. Finally, simulation of two-dimensional liquid jet flow is carried out and its breakup behavior considering one-phase flow is investigated. Length of liquid breakup in Rayleigh regime is calculated for various flow conditions such as different Reynolds and Weber numbers and the results are validated by an experimental correlation. The whole numerical solutions are accomplished for both Wendland and cubic spline kernel functions and Wendland kernel function gave more accurate results. The results are compared to MPS method for inviscid liquid as well. The accomplished modeling showed that smoothed particle hydrodynamics (SPH) is an efficient method for simulation of liquid jet breakup phenomena.

1- مقدمه

موضوعات جالب در زمینه مهندسی-پزشکی، استفاده از انژکتورهای نانو جت و میکروجت برای کنترل داروهای وارده به بدن است که طول شکست مایع ارتباط مستقیم با عمق نفوذ دارو در بدن بیمار دارد [32]. دینامیک جت مایع طیف گسترده ای از خواص فیزیکی را شامل می شود که از این بین می توان به کشش سطحی مایع، لزجت و چگالی مایع در مقایسه با محیط اطراف آن اشاره کرد. در کاربردهای کوچکتر نظیر نانومتر، جت ها به نوسانات دمایی

شکسته شدن مایع پیوسته به قطرات ریز یا اصطلاحاً فرآیندهای شکست مایع و اتمیزه شدن مایع در بسیاری از کاربردهای مهندسی نظیر افشانه¹ سوخت در محفظه احتراق موتورهای جت و احتراق داخلی ظاهر می شود به صورتی که اندازه افشانه سوخت بر بازده موتور تاثیر بسزایی دارد [1]. یکی از

1- Spray

Please cite this article using:

M. Pourabdian, P. Omidvar, M. R. Morad, Numerical simulation of liquid jet breakup using smoothed particle hydrodynamics (SPH), Modares Mechanical Engineering, Vol. 16, No. 3, pp. 55-66, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

M. Pourabdian, P. Omidvar, M. R. Morad, Numerical simulation of liquid jet breakup using smoothed particle hydrodynamics (SPH), Modares Mechanical Engineering, Vol. 16, No. 3, pp. 55-66, 2016 (in Persian)

مدل سازی عددی این پدیده از کد متن باز اسفیزیکس⁹ استفاده شده است [23]. این کد برای حل عددی جریان های سطح آزاد و مسائل هیدرودینامیکی ارائه شده و دارای مسائل نمونه محدودی است، لذا برای مدل سازی عددی جریان شکست جت مایع، در این تحقیق کد متن باز اسفیزیکس با افزودن اثرات کشش سطحی توسعه داده شده است. در ادامه به توضیح اصول کلی روش اس پی اچ پرداخته شده است و در بخش سوم نتایج حاصل شده ارائه و مورد بررسی قرار گرفته است.

2- حل عددی به روش هیدرودینامیک ذرات هموار

2-1- هیدرودینامیک ذرات هموار

روش اس پی اچ اولین بار توسط گینگلد و مونگان و به طور جداگانه توسط لوسی در سال 1977 معرفی شد [24]. از آنجا که اولین نسخه اس پی اچ اصل پایستگی مومنوم خطی و زاویه ای را ارضا نمی کرد، در سال 1982 گینگلد و مونگان الگوریتم اولیه آن را با استفاده از لاگرانژین متناظر ذرات بهبود بخشیدند تا برای سیال تراکم پذیر فاقد استهلاک، پایستگی مومنوم خطی و زاویه ای ارضا شود [25]. مونگان برای اولین بار با استفاده از فرض تراکم پذیری مصنوعی¹⁰، روش اس پی اچ را برای حل جریان سیال تراکم ناپذیر بکار برد [26]. در سال 1998 کومینز و رودمن با بکاربردن روش تصویرسازی¹¹ جریان سیال در یک حفره را شبیه سازی کرده و این اولین باری بود که روش تصویر سازی برای شبیه سازی جریان به کمک روش اس پی اچ بکار برده می شد [27]. در سال 2003 کلگروسی و لندیرینی با تغییر در معادله ای حالت توانستند سیالات چند فاز با اختلاف چگالی بالا را شبیه سازی کنند [28]. در سال 2006 هو و آدامز روشی را برای مدل سازی کشش سطحی ارائه کردند [29] و سپس در سال 2007 هو و آدامز به مدل سازی جریان سیال چند فازی پرداختند [30]. در سال های 2012 و 2013 امیدوار و همکاران با توسعه روش اس پی اچ به کمک توزیع متغیر جرم ذره، اجسام شناور روی آب را شبیه سازی کردند [32,31]. با توجه به اینکه روش اس پی اچ در مدل سازی سیال چند فاز با اختلاف چگالی بالا دارای خطای زیاد است، در سال 2013 مونگان و رفیعی توانستند الگوریتمی ارائه دهند که در عین سادگی، در پایداری حل عددی جریان دوفاز با نسبت چگالی بالا بسیار موثر می باشد [33]. در سال 2015 نیز امیدوار و همکاران انتشار امواج آب را درون یک کانال با استفاده از روش ترکیبی اس پی اچ و ای ال ای¹² شبیه سازی کردند و نشان دادند که این روش ترکیبی حل عددی را پایدارتر می کند و سبب کاهش نویزهای میدان فشار می شود [34]. همانطور که دیده می شود روش هیدرودینامیک ذرات هموار در مقایسه با روش های عددی پیشین جوان تر و نیازمند توسعه بیش تری است و همچنین بسیاری از مسائل که طبیعت لاگرانژی دارند هنوز با این روش شبیه سازی نشده اند.

2-2- معادلات حاکم

معادلات اصلی حاکم بر سیال در مسائل مکانیک سیالات شامل معادلات بقای جرم (پیوستگی) و بقای اندازه حرکت (ممنتوم) می باشد (1و2):

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot \mathbf{u} \quad (1)$$

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \mathbf{g} + \boldsymbol{\theta} + \mathbf{F}_s \quad (2)$$

9- SPHysics

10- Weakly Compressibility

11- Projection Method

12- Arbitrary Lagrange-Euler

حساس هستند. در حالی که در کاربردهای بزرگ، فعل و انفعالات گرانشی اهمیت می یابند. پیچیدگی عوامل فیزیکی، تحلیل پدیده شکست جت مایع را سخت می کند. در شرایط ایده آل که می توان تاثیرات برخی از عوامل فیزیکی را صرف نظر کرد، حل تحلیلی این پدیده امکان پذیر است. در سال های اخیر شکست جت مایع به دلیل کاربرد فراوان آن در انژکتور محفظه احتراق موتورهای مختلف و افزایش بازدهی موتور با ایجاد افشانه بهینه و همچنین کاربرد آن در مسائل بیولوژیک مورد توجه بوده است.

طول شکست جت به روش تجربی به وسیله ریکو و اسپالدینگ [4] برای جریان های جت آشفته، تاناساوا و توپودا [5] برای جریان های جت آرام¹ و آشفته و پارک و همکاران [6] برای نفوذ جت به همراه تبخیر مطالعه شده است. برای مطالعه رفتار شکست جت به صورت عددی به یک روشی نیازمندیم که توانایی تغییر شکل بزرگ در سطوح آزاد را داشته باشد. لذا اکثر مطالعات انجام گرفته در این زمینه به صورت تجربی و تحلیلی بوده است [7-12]. همچنین بررسی و شبیه سازی این پدیده با روش های مبتنی بر شبکه یا امکان پذیر نیست و یا نیازمند محاسبات عددی بسیار زمان بر و سنگین است [13،14]. ریچاردز و همکاران پدیده شکست یک جت مایع- مایع را با استفاده از روش حجم سیال² و روش سی اس اف³ مدل سازی و با نتایج تجربی مقایسه کردند [15].

در سال های اخیر، شبیباتا و همکاران [16] شکست جت مایع غیرلزج را که از یک نازل خارج می شد، با استفاده از روش ام پی اس⁴ مطالعه کردند و نتایج خود را برای توزیع اندازه قطرات تشکیل شده گسترش دادند. گانزمنولر و همکاران در سال 2007 از روش اس پی اچ⁵ برای مدل سازی پاشش دیزل استفاده کردند [17]. در سال 2012، تاکاشیما و همکاران [18] شکست جت مایع خروجی از یک نازل سیلندری را با استفاده از روش اس پی اچ تراکم ناپذیر⁶ در حالت پالسی مطالعه کردند. سیروتکین و یوح مدل سازی شکست جت یک مایع بسیار لزج را با استفاده از روش اس پی اچ تصحیح شده انجام دادند و عدد وبر بحرانی برای انتقال جریان از جت به حالت چکه کردن⁷ را بررسی کردند [19]. همچنین در همین سال جریان دوفازی جت با در نظر گرفتن چگالی های یکسان و به صورت محدود توسط هوفلر و همکاران با روش اس پی اچ شبیه سازی شد [20]. هوفلر و همکاران در سال های 2010 و 2013 هم شبیه سازی بر روی جریان تک فازی جت مایع که از یک مخزن بر اثر نیروی گرانش تخلیه می شد را با روش اس پی اچ انجام دادند و به بررسی تاثیرات کشش سطحی بر میدان سرعت جریان پرداختند [22,21].

با توجه به تحقیقات پیشین بیان شده، جریان شکست جت مایع و به ویژه طول شکست آن بسیار محدود با استفاده از روش اس پی اچ مورد مطالعه قرار گرفته است و تحلیل این پدیده با استفاده از روش اس پی اچ نیازمند پژوهش و تحقیقات بیش تری است. در این مقاله برای نخستین بار طول شکست جت مایع خروجی از یک مخزن در رژیم ریلی⁸ با استفاده از معادلات استاندارد اس پی اچ برای عدد رینولدزهای کوچکتر از 1200 مورد مطالعه قرار گرفته است. همچنین تاثیر تابع میانیاب در این پدیده که تاکنون مورد مطالعه قرار نگرفته، در این تحقیق ارزیابی و بررسی شده است. برای

1- Laminar

2- Volume of Fluid

3- Continuous Surface Force

4- Moving Particle Semi-implicit Method

5- Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)

6- Incompressible SPH

7- dripping

8- Rayleigh Regime

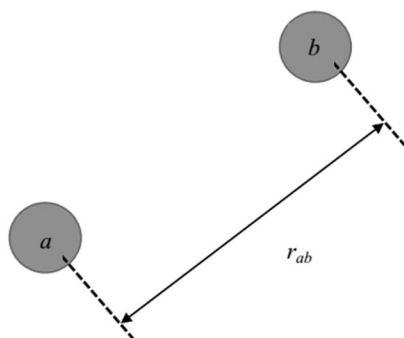


Fig. 1 Definition of particle a in the neighborhood of particle b in distance r_{ab}

شکل 1 تعریف ذره a در مجاورت ذره b در فاصله r_{ab}

در رابطه (5) کمیت $\nabla_a W(r_{ab})$ ، معرف گرادین تابع میانپاب بوده که در مرکز موقعیت ذره a محاسبه شده است. گسسته سازی و تخمین معادله چگالی در روش اس پی اچ از اهمیت بسیار زیادی برخوردار است چرا که اصولاً چگالی توزیع ذرات و طول هموارسازی را معین می کند. محاسبه چگالی در روش اس پی اچ به طور معمول به دو طریق انجام می گیرد. در روش اول می توان چگالی را به طور مستقیم از فرمولاسیون درون یابی روش اس پی اچ که در رابطه (4) بیان شد، به صورت زیر محاسبه کرد.

$$\rho_a \approx \sum_b m_b W_{ab} \quad (6)$$

اما معادله (6) به این دلیل که باید یک بار چگالی و در گام دوم سرعت را محاسبه کرد، به یک حلقه اضافی روی همه ی ذرات نیاز دارد [19]. یک رابطه کارا تر برای حل عددی معادله پیوستگی استفاده از فرم لاگرانژی آن (1) می باشد. در نتیجه می توان با حل معادله ی پیوستگی و رابطه ی دیورژانس در روش اس پی اچ، مقدار چگالی ذرات را محاسبه کرد.

$$\frac{d\rho_a}{dt} = \sum_b m_b u_{ab} \cdot \nabla_a W_{ab} \quad (7)$$

در رابطه (7) متغیر u_{ab} معرف بردار اختلاف سرعت بین a و b می باشد. از دیدگاه جریان تراکم پذیر، به دلیل ثابت بودن تعداد کل ذرات، جرم کل سیستم بر اساس روابط (6) و (7) ابقاء می شود. از دیدگاه جریان تراکم ناپذیر، دیورژانس سرعت به خودی خود صفر نمی شود و در نتیجه هر دو معادله پیوستگی مذکور به طور دقیق پایسته نیستند [36]. همچنین به دلیل اینکه در معادله بقای ممنتوم باید گرادین تابع میانپاب محاسبه شود، استفاده از رابطه (7) انتخاب بهتری است چرا که می توان گرادین میانپاب را در یک زیرروال⁶ محاسبه کرد.

بدست آوردن معادله ممنتوم به روش اس پی اچ شبیه گسسته سازی معادله پیوستگی می باشد. عبارت گرادین فشار در رابطه (2) را می توان به طور معمول برحسب فرمولاسیون روش اس پی اچ به صورت زیر محاسبه کرد.

$$\frac{1}{\rho_a} \nabla P_a \approx \sum_b m_b \left(\frac{P_a}{\rho_a^2} + \frac{P_b}{\rho_b^2} \right) \cdot \nabla_a W(r_{ab}) \quad (8)$$

برای در نظر گرفتن تنش لزجی و عبارت پخش در معادله ممنتوم می توان دو راهکار را مدنظر قرار داد. در راهکار اول می توان از تنش های لزجی جریان آرام در معادله ممنتوم استفاده کرد. اما در راهکار دوم می توان با معادل سازی تنش های لزجی با ترمی به نام لزجت مصنوعی⁷ معادله ممنتوم را حل کرد. عبارات لزجت مصنوعی معمولاً به ترم فشار فیزیکی اضافه

در معادلات بالا $\frac{d}{dt}$ معرف مشتق مادی، ρ جرم مخصوص، u بردار سرعت، P فشار، g شتاب گرانشی، θ و F_s به ترتیب معرف عبارات پخش¹ و کشش سطحی می باشند. در فضای فیزیکی، می توان سیال را توسط تعداد محدودی از حجم های ماکروسکوپییک توصیف کرد. در روش اس پی اچ یک ذره a نماینده ی یک حجم ماکروسکوپییک از سیال است. هر ذره از سیال، حامل اطلاعات مربوط به جرم، چگالی، فشار، سرعت، موقعیت و دیگر کمیت های مربوط به ماهیت جریان و سیال می باشد. جرم در تمام مراحل شبیه سازی ثابت بوده اما فشار، سرعت، موقعیت و دیگر کمیت های فیزیکی در هر گام زمانی به روز می شوند.

شالوده روش اس پی اچ بر دو گام بیان انتگرالی² و تقریب ذره ای³ برای محاسبه متغیرهای موجود در میدان حل استوار است. به طور کلی یک متغیر و یا تابع در روش اس پی اچ در گام اول با میان یابی انتگرالی بیان می شود و سپس انتگرال مورد نظر با جمع گسسته تقریب زده می شود.

$$\phi(r) = \int_{\Omega} \phi(r') W(r-r', h) dr' \quad (3)$$

در روابط روش اس پی اچ، مقدار متغیر Φ در نقطه ی r به مختصات $\vec{r} = (x, z)$ به صورت انتگرال حجم بر روی ناحیه پشتیبانی Ω می باشد (رابطه (3)). W اصطلاحاً تابع میانپاب⁴ خوانده می شود. h طول هموارسازی⁵ است که ناحیه ی تاثیر اطراف یک ذره را مشخص می کند و با افزایش آن، ناحیه تاثیرگذار در میان یابی تابع Φ بزرگتر می شود. مقدار طول هموارسازی h در شبیه سازی های مختلف براساس فاصله اولیه ذرات همراه با یک ضریب بیان می شود که انتخاب این طول معمولاً بستگی به نوع مسئله دارد. این طول در تمامی شبیه سازی های انجام شده در این مقاله $h = 1.3 \Delta x$ در نظر گرفته شده است که Δx فاصله ی اولیه بین ذرات می باشد. توابع میانپاب، توابع یکپه هستند، به این معنا که انتگرال روی حجم آنها برابر یک است و در نتیجه توابع ثابت، به طور دقیق میان یابی می شوند. انتخاب نوع تابع میانپاب در موفقیت این روش تاثیر بسزایی دارد. در هر روش عددی، معادلات حاکم باید به نحوی گسسته شوند تا بتوان معادلات دیفرانسیل حاکم بر سیستم را با مجموعه ای از معادلات جبری تقریب زد. در روش اس پی اچ این گسسته سازی در گام دوم با تقریب انتگرال رابطه (3) انجام می شود.

$$\phi(r) \approx \sum_b \phi_b \frac{m_b}{\rho_b} W_{ab} \quad (4)$$

که در رابطه (4)، a مشخص کننده ی ذره مرکزی، b بیانگر ذرات مجاور ذره ی مرکزی، m جرم، ρ جرم مخصوص و $W_{ab} = W(|r_a - r_b|, h)$ بیانگر تابع درون یابی نسبت به ذره ی a می باشد. نسبت $\frac{m_b}{\rho_b}$ جایگزین المان حجم dr' در بیان انتگرالی شده است. در شکل 1 می توان تعریف ذره را در مقایسه با ذره مجاورش مشاهده کرد.

یکی از مزایای میانپابی توابع به روش اس پی اچ این است که مشتقات یک تابع به صورت تحلیلی به دست می آیند که در مقایسه با روشی مانند اختلاف محدود که از فاصله موجود بین نقاط همسایه استفاده می شود، ساده تر است [35]. در این روش گرادین متغیر Φ را می توان به صورت تابعی از Φ و مشتقات تابع میانپاب که در ادامه آمده، تعریف کرد.

$$\nabla \phi(r_a) \approx \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} (\phi_b - \phi_a) \nabla_a W(r_{ab}) \quad (5)$$

1- Diffusion Terms
2- Integral Representation
3- Particle Approximation
4- Kernel Function
5- Smoothing Length

6- Subroutine
7- Artificial Viscosity

عاملی برای کاهش مساحت سطح کل است (و متعاقباً انرژی سطح). برای δ_s در رابطه (11) انتخاب های متفاوتی وجود دارد. اما در هر حال این نرمال کننده باید طوری برگزیده شود که انتگرال آن روی سطح تماس برابر با واحد شود. این شرط بدین منظور است که با افزایش دقت حل، فیزیک سطح تماس به درستی بازیابی شود. در نتیجه می توان از تابع دلتای سطحی به صورت زیر استفاده کرد.

$$\delta_s = |n| \quad (13)$$

که $|n|$ اندازه بردار عمود بر سطح تماس است. سطح تماس هوا و آب می تواند توسط یک تابع به نام تابع رنگ⁵ تشخیص داده شود. تابع رنگ برای محاسبه بردار نرمال و متعاقباً محاسبه انحنا⁵ سطح تماس بکار گرفته می شود. در بیان تقریب ذره ای روش اس پی اچ تابع رنگ به صورت زیر بیان می شود:

$$C_a = \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} W_{ab} \quad (14)$$

قبل از شروع حل عددی، تابع رنگ برای ذرات آب یک و برای ذرات هوا صفر مفروض می شود. در نتیجه در طول حل عددی در نواحی دور از سطح تماس آب و هوا، تابع رنگ برای ذرات آب و هوا تقریباً ثابت و به ترتیب برابر یک و صفر باقی می ماند، در حالی که در نزدیکی های سطح آزاد و سطح تماس دو سیال تابع رنگ تا حدود $0.4 \sim 0.5$ افت می کند. می توان بردار نرمال سطح را بر حسب گرادیان تابع رنگ به صورت زیر تخمین زد.

$$n = \nabla C \quad (15)$$

همچنین بردار یکه نرمال هم در ادامه محاسبه می شود.

$$\hat{n} = \frac{n}{|n|} \quad (16)$$

انحنای سطح تماس به صورت دیورژانس بردار یکه نرمال تعریف می شود.

$$\kappa = \nabla \cdot \hat{n} \quad (17)$$

بنابراین بر اساس رابطه های (15) و (17) می توان تقریب عددی بردار نرمال و انحنا را به صورت زیر نوشت [40]:

$$n_a = \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} (C_b - C_a) \nabla_a W_{ab} \quad (18)$$

و

$$\kappa = (\nabla \cdot \hat{n})_a = \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} (\hat{n}_b - \hat{n}_a) \cdot \nabla_a W_{ab} \quad (19)$$

در نتیجه بر طبق این فرمول بندی، سطح تماس منطقه ای است که مقدار تابع رنگ تغییر زیادی کند. سطح تماس دارای عرض محدودی می باشد. هنگامی که تعداد ذرات به سمت بی نهایت میل کنند، عرض سطح تماس نیز به سمت صفر می گراید. همانطور که اشاره شد در نواحی دور از سطح تماس، تابع رنگ تقریباً ثابت است و در نتیجه هنگامی که رابطه (16) برای ناحیه خارج از سطح تماس استفاده شود، بردارهای n بسیار کوچک می شوند و این موضوع منجر به مقادیر بسیار بزرگ $\hat{n}$ و در نتیجه κ می شود. این اتفاق باعث می شود تا جهت ها و مقادیر نیروی کشش سطحی به درستی محاسبه نشود. یکی از راه ها برای جبران این نادرستی، فیلتر کردن $\hat{n}$ به شکل زیر است.

$$N_a = \begin{cases} 1 & , \quad \text{اگر } |n| > \varepsilon \\ 0 & , \quad \text{در غیر اینصورت} \end{cases} \quad (20)$$

و

می شود و باعث می شود که متغیرهای غیر هموار در جریان نفوذ کرده و انرژی ترم های فرکانس بالا حذف شود. برای وارد کردن تاثیرات لزجت در معادله ممنتوم به روش اس پی اچ، مونگان عبارتی تحت عنوان لزجت مصنوعی Π_{ab} را به معادله ممنتوم به صورت زیر اضافه کرد [37]:

$$\frac{du_a}{dt} = - \sum_b m_b \left(\frac{P_a}{\rho_a^2} + \frac{P_b}{\rho_b^2} + \Pi_{ab} \right) \cdot \nabla_a W(r_{ab}) \quad (9)$$

که در آن $u_a = \frac{dr_a}{dt}$. در واقع ترم دیفیوژن θ بیان شده در معادله (2) با ترم لزجت مصنوعی Π_{ab} در گرادیان فشار همسان سازی شده است. ویسکوزیته مصنوعی سبب افزایش پایداری حل عددی شده که به صورت زیر شبیه سازی می شود:

$$\Pi_{ab} = \begin{cases} -\frac{\alpha_{vis} h \bar{c}_{ab} u_{ab} \cdot r_{ab}}{\bar{\rho}_{ab} r_{ab}^2 + \eta^2} & , \quad u_{ab} \cdot r_{ab} < 0 \\ 0 & , \quad u_{ab} \cdot r_{ab} \geq 0 \end{cases} \quad (10)$$

α_{vis} پارامتر ثابتی است که در مسائل مختلف می تواند تغییر کند و معمولاً در مسائل هیدرودینامیکی بین $[0.01-1]$ فرض می شود [38]. $\bar{\rho}_{ab} = \frac{\rho_a + \rho_b}{2}$ و $\bar{c}_{ab} = \frac{c_a + c_b}{2}$ به ترتیب چگالی و سرعت صوت متوسط است و c_a و c_b به ترتیب سرعت های صوت ذره a و b است. h طول هموار ساز و همچنین $\eta^2 = 0.01 h^2$. پارامتر η سبب جلوگیری از واگرایی حل عددی در شرایطی که دو ذره به هم نزدیک می شوند، می گردد.

3-2- کشش سطحی

همانطور که قبلاً بدان اشاره شد، در این مقاله برای حل عددی از کد متن باز اسفیزیکس استفاده شده است [23]. به دلیل اینکه این کد متن باز از اثرات کشش سطحی صرف نظر کرده، در نتیجه در این تحقیق این کد با افزودن اثرات کشش سطحی توسعه داده شده است. برای مدل سازی اثرات کشش سطحی در قالب روش اس پی اچ تلاش هایی صورت گرفته است که اکثر آنها از روش نیروی سطحی پیوسته¹ استفاده کرده اند [39]. در این روش کشش سطحی به عنوان یک نیروی حجمی در یک ناحیه نازک در نزدیکی سطح تماس دو سیال در نظر گرفته می شود. این روش این امکان را می دهد تا نیازی به اعمال محدودیت در هندسه جریان نباشد. موریس [40] بر اساس همین تئوری نیروی سطحی پیوسته، روشی را برای مدلسازی کشش سطحی با استفاده از انحنا² سطح تماس و تابع دلتای سطحی³ ارائه کرد. این متغیرها توسط یک میدان رنگ⁴ محاسبه می شوند.

نیروی کشش سطحی به صورت عمودی بر سطح تماس دو سیال اعمال می شود و انرژی سطحی را کاهش می دهد. بر طبق تئوری سی اس اف کشش سطحی F_s به یک نیرو بر واحد حجم تبدیل می شود.

$$F_s = f_s \delta_s \quad (11)$$

در رابطه (11)، δ_s یک تابع نرمال کننده (تابع دلتای سطحی) است و f_s نیرو بر واحد سطح به صورت زیر می باشد.

$$f_s = \sigma \kappa \hat{n} \quad (12)$$

که در رابطه بالا σ ضریب کشش سطحی، $\hat{n}$ بردار یکه عمود بر سطح تماس و κ انحنا² سطح تماس هستند. در این روش فرض شده است که کشش سطحی در تمام سیال ثابت و از گرادیان سطح چشم پوشی شده است. نیرو بیان شده در رابطه (12) به صورت عمود بر سطح تماس و بر انحنا² محلی عمل می کند. این نیرو، نواحی دارای انحنا² زیاد را هموار می کند و

1- Continuum Surface Force (CSF)

2- Curvature

3- Surface Delta Function

4- Color Field

5- Color Function

که $q = \frac{r}{h}$ و مقدار κ برای محاسبات یک بعدی، دوبعدی و سه بعدی به ترتیب $\frac{1}{\pi}$ ، $\frac{10}{7\pi}$ و $\frac{2}{3}$ می باشد. این میانیاب تاکنون متداول ترین تابع در مقالات و شبیه سازی های انجام شده به روش اس پی اچ بوده است چرا که شبیه تابع میانیاب گوسین می باشد با این تفاوت که دارای ناحیه پشتیبانی کوچکتری است و از نظر حجم محاسباتی مزیت بهتری نسبت به میانیاب گوسین دارد. این تابع توسط وندلند در سال 1995 ارائه شده است [43] و به صورت

$$W(r, h) = \frac{\kappa}{h^v} \times \begin{cases} (1+2q)(2-q)^4 & , 0 \leq q < 2 \\ 0 & , q \geq 2 \end{cases} \quad (28)$$

که مقدار κ برای محاسبات یک بعدی، دوبعدی و سه بعدی به ترتیب $\frac{3}{4}$ ، $\frac{7}{8\pi}$ و $\frac{7}{4\pi}$ می باشد. تابع میانیاب مرتبه ی پنج مانند وندلند برای شبیه سازی های عدد رینولدز خیلی پایین موجب بقای پایداری شده در حالی که تابع میانیاب کیوبیک نویزهایی را در نتایج سرعت و فشار موجب می شود. تابع میانیاب بهینه برای داشتن دقت و زمان حل عددی مناسب تابع وندلند می باشد.

2-6- شرایط مرزی

اعمال شرایط مرزی در روش اس پی اچ هنوز به تکاملی مشابه اعمال شرایط مرزی در روش های مبتنی بر شبکه نرسیده است و احتیاج به تحقیقات بیشتری دارد. برای مثال هنوز نحوه اعمال شرط مرزی جریان ورودی و خروجی به طور کامل مشخص نیست. در این مقاله از روش نیروی دافعه⁵ برای اعمال شرایط مرزی استفاده شده است. در این روش، همانند نیروهای بین مولکولی، ذراتی که به عنوان مرز شناخته می شوند نیروهای مرکزی خارجی به ذرات سیال اعمال می کنند. این روش در سال 1999 توسط موناگان و کس [44] با بکارگیری یک فرآیند تقریب زنی بهبود یافت. در سال 2008 راجرز و همکاران [45] برای آسان کردن شرایط مرزی پیچیده و اندرکنش بین ذرات و مرز، این روش را اصلاح کردند. در این روش نیروی بر ذرات سیال در جهت نرمال سطح وارد می شود که مقدار این نیرو برابر است با:

$$f = nR(\psi)P(\xi)\varepsilon(z, u_{\perp}) \quad (29)$$

که در رابطه ی (28) بیانگر نرمال واحد و $R(\psi)$ تابع نیروی دافعه برحسب فاصله ی ψ است که ψ خود فاصله ی عمودی از دیواره ی مرز می باشد. تابع $P(\xi)$ بیانگر این مورد است که وقتی ذرات سیال در بین دو ذره ی مرزی حرکت کند نیرویی که از طرف ذرات مرزی وارد می شود به مقدار ثابت و به موازات ذرات مرزی است. ξ ، تصویر فاصله ی قطری ذره بر روی دو ذره ی مرز است. در نهایت $\varepsilon(z, u_{\perp})$ یک عبارتی است که برای اصلاح روش اولیه پیشنهاد شده توسط موناگان و کس به رابطه نیروی دافعه افزوده شده است که مقدار نیروی وارده را بر حسب عمق محلی سیال و سرعت عمود بر مرز ذرات سیال، تنظیم می کند.

2-7- الگوی جستجوی ذرات

حل مسائل با تعداد ذرات زیاد با استفاده از یک الگوریتم جستجوی معمولی، مدت زمان اجرای برنامه را افزایش خواهد داد. در این تحقیق از الگوریتم جستجوی لیست اتصال⁶ استفاده شده است [46]. در این روش مدت زمان برای جستجوی ذرات متناسب با $N \log N$ می باشد. استفاده از این الگوریتم جستجو نه تنها موجب کاهش مدت زمان لازم برای پردازش شده بلکه حجم

$$\hat{n}_a = \begin{cases} \frac{n_a}{|n_a|} & , \text{ اگر } N_a = 1 \\ 0 & , \text{ در غیر این صورت} \end{cases} \quad (21)$$

در رابطه (20) معمولاً ε برابر $0.01/h$ در نظر گرفته می شود. بنابراین رابطه (19) به صورت زیر اصلاح می شود [40].

$$(\nabla \cdot \hat{n})_a^* = \sum_b \min(N_a, N_b) \frac{m_b}{\rho_b} (\hat{n}_b - \hat{n}_a) \cdot \nabla_a W_{ab} \quad (22)$$

همچنین می توان با نرمال کردن انحنا، به جواب های دقیق تری نیز رسید. رابطه (23) تخمینی مطمئن از انحنای سطح تماس می دهد.

$$\kappa = (\nabla \cdot \hat{n})_a = \frac{\sum_b \min(N_a, N_b) \frac{m_b}{\rho_b} (\hat{n}_b - \hat{n}_a) \cdot \nabla_a W_{ab}}{\sum_b \min(N_a, N_b) \frac{m_b}{\rho_b} W_{ab}} \quad (23)$$

در نتیجه رابطه نهایی برای شتاب ناشی از نیروهای کشش سطحی a_s و معادله نهایی ممنوم به صورت زیر نوشته می شوند:

$$(a_s)_a = -\frac{\sigma_b}{\rho_a} (\nabla \cdot \hat{n})_a n_a \quad (24)$$

$$\frac{du_a}{dt} = -\sum_b m_b \left(\frac{P_a}{\rho_a^2} + \frac{P_b}{\rho_b^2} + \Pi_{ab} \right) \cdot \nabla_a W(r_{ab}) + (a_s)_a + g \quad (25)$$

2-4- معادله حالت

نحوه اعمال تراکم ناپذیری در روش های عددی بسیار مورد بحث و چالش بوده است. دلیل این امر را می توان نبود معادله جداگانه برای فشار در سیال های تراکم ناپذیر دانست. اگر بخواهیم برای شبیه سازی جریان های تراکم ناپذیر مانند جریان آب، همچنان از معادله حالت استفاده کنیم، اندازه قدم های زمانی برای ارضاء شرط کورانت یا سی اف ال¹ بسیار کوچک می شود که عملاً شبیه سازی را غیرممکن می سازد. برای رفع این مشکل از یک معادله حالت مصنوعی استفاده می شود. در این معادله سرعت صوت باید به اندازه کافی پایین باشد تا محاسبات بر مبنای آن امکان پذیر باشد و به اندازه کافی بالا باشد تا شرط تراکم ناپذیری خدشه دار نشود؛ تغییرات چگالی از محدوده مشخصی (یک درصد) فراتر نرود. هدف معرفی تراکم پذیری مصنوعی تولید مشتق زمانی فشار است. به جای حل معادله پواسون² برای جریان تراکم ناپذیر در هر گام زمانی، از معادله حالت تیت [41] در این الگوریتم استفاده می شود:

$$P = B \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\gamma} - 1 \right] \quad (26)$$

مقدار γ برای مایع معمولاً 7 و برای هوا 1.4 در نظر گرفته می شود. متغیر ρ_0 چگالی مرجع و B ضریب ثابتی است که به صورت $\frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma}$ اختیار می شود که در آن c_0 سرعت عددی صوت می باشد.

2-5- تابع میانیاب

کارایی روش اس پی اچ به انتخاب تابع میانیاب بسیار وابسته است چرا که نحوه تقریب متغیرها به رفتار میانیاب بستگی دارد. در این تحقیق از دو تابع میانیاب اسپلاین مکعبی³ و وندلند⁴ استفاده شده است. تابع میانیاب اسپلاین مکعبی یک چندجمله ای به صورت زیر می باشد [42]:

$$W(r, h) = \frac{\kappa}{h^v} \times \begin{cases} \left(1 - \frac{3}{2}q^2 + \frac{3}{4}q^3 \right) & , q \leq 1 \\ \frac{1}{4}(2-q)^3 & , 1 < q < 2 \\ 0 & , q \geq 2 \end{cases} \quad (27)$$

1- Courant-Friedrichs-Lewy (CFL)

2- Poisson

3- Cubic Spline

4- Wendland

5- Repulsive Force
6- Link List

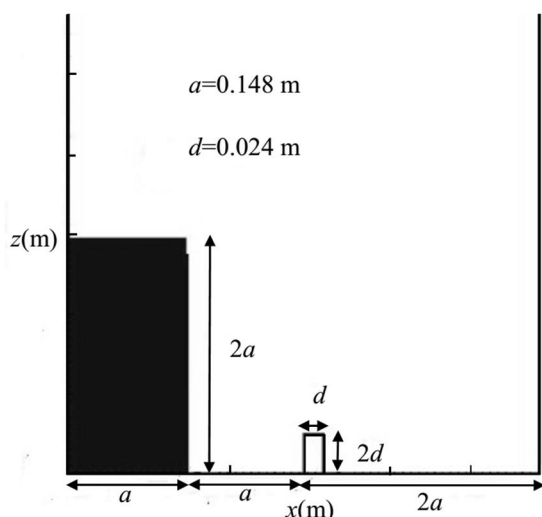


Fig. 2 Geometry of dam-break with obstacle problem

شکل 2 هندسه مساله شکست سد با مانع

جریان شکست سد با مانع را با استفاده از دو تابع میانپایب وندلند و اسپلاین مکعبی مشاهده کرد، به صورتی که تطابق نسبتاً خوبی بین حل عددی به وسیلهی تابع میانپایب های وندلند و اسپلاین وجود دارد. این تطابق تا زمان 0.3 ثانیه بسیار زیاد است اما مشهودترین تفاوت در نیمه دوم زمانی (0.3 - 0.6) ثانیه جداسدن بیشتر ذرات آب در ارتفاع های بالای سد برای تابع میانپایب وندلند است. همانطور که در شکل 3 مشاهده می شود، در زمان 0.1 ثانیه لایه نازکی از آب به مانع جلوی سد رسیده است. در زمان 0.2 ثانیه آب سد با مانع روبرو می شود و در گوشه بالایی و سمت چپ مانع زبانه و انحنایی از مایع تشکیل می شود. در زمان 0.3 ثانیه زبانه و انحنای آب به حرکت خود ادامه داده و انحنای بیشتری به خود می گیرد. در حل های عددی با تابع میانپایب وندلند و همچنین در حل قاسمی دیده می شود که ذراتی از آب از انتهای انحنای جدا شده اند. در حالی که حل عددی با تابع میانپایب اسپلاین نتوانسته این جدایش را مدل کند. در زمان 0.4 ثانیه بخشی از آب به دیواره روبرویی (سمت راست) برخورد کرده و شروع به پایین آمدن می کند و به کف ظرف برخورد می کند. همچنین در زمان 0.5 ثانیه قطرات جدا شده بیش تری از انتهای بالایی انحنای آب در نتایج قاسمی و تابع وندلند دیده می شود. به دلیل صرفنظر کردن از وجود هوا در خارج از جریان اصلی و تاثیر مقاومت سیال هوا، نمی توان اندازه حباب های تشکیل شده در داخل آب را به طور دقیق شبیه سازی کرد. همانطور که در زمان 0.6 ثانیه مشهود است، حباب ایجاد شده درون جریان آب در دو روش عددی از نظر اندازه با هم تفاوت دارند که می توان این اختلاف را ناشی از استفاده شرط مرزی سطح آزاد توسط قاسمی دانست. در نهایت می توان گفت که شبیه سازی جریان تک فازی شکست سد با مانع نتایج قابل قبولی را می دهد اما استفاده از تابع میانپایب وندلند منجر به حصول نتایج دقیق تری می شود.

2-3- شکست جریان جت مایع

در شبیه سازی جت از یک مخزن که از ذرات پر شده، به عنوان نازل استفاده شده است. شکل 4 هندسه نازل و ابعاد آن و همچنین قطر اریفیس⁴ را نشان می دهد. لازم به توضیح است که شکل بزرگ شده در شکل 4 یک نمای نمونه و نه واقعی برای بهتر نشان دادن اریفیس نازل و ذرات اطراف آن

حافظه ی جانبی مورد نیاز برای ذخیره ماتریس ها را نیز کاهش می دهد.

2-8- تعیین گام زمانی

مادامی که گام زمانی به اندازه کافی کوچک باشد تا پایداری و دقت حل عددی حفظ شود، نتایج حاصل از روش اس پی ایچ وابستگی زیادی به انتخاب الگوریتم زمانی ندارد [47]. در این مقاله از الگوریتم پیش بینی - تصحیح¹ معادلات [48] استفاده شده است. تعیین گام زمانی در روش های مبتنی بر ذره² یک پارامتر کلیدی برای برقراری پایداری در حل مسائل می باشد. گام زمانی به ترم نیروهای داخلی و خارجی، شرط سی اف ال و ترم انتشار لزجت بستگی دارد. به منظور اعمال شرایطی که ذرات، تحت تاثیر نیروهای داخلی و خارجی بیش از حد به همسایگان خود نزدیک نشوند داریم:

$$\delta t_f = \min_a \sqrt{\frac{h}{|f_a|}} \quad (30)$$

که در رابطه بالا h طول هموارسازی و f_a نیروی داخلی یا خارجی بر واحد جرم است. ترکیب شرط سی اف ال و گام زمانی ویسکوزیته رابطه (31) را حاصل می کند.

$$\delta t_{cv} = \min_a \frac{h}{c_s + \max_b \left| \frac{hu_{ab}r_{ab}}{r_{ab}^2} \right|} \quad (31)$$

در نهایت گام زمانی نهایی δt به صورت زیر تعریف می شود که در آن Cr عدد کورانت³ می باشد.

$$\delta t = Cr \min(\delta t_f, \delta t_{cv}) \quad (32)$$

عدد کورانت برای حفظ دقت حل عددی باید به اندازه کافی کوچک باشد. این عدد $0 < Cr \leq 1$ می باشد. در این تحقیق از عدد کورانت برابر 0.2 استفاده شده است.

3- اعتبارسنجی عددی و شکست جت مایع

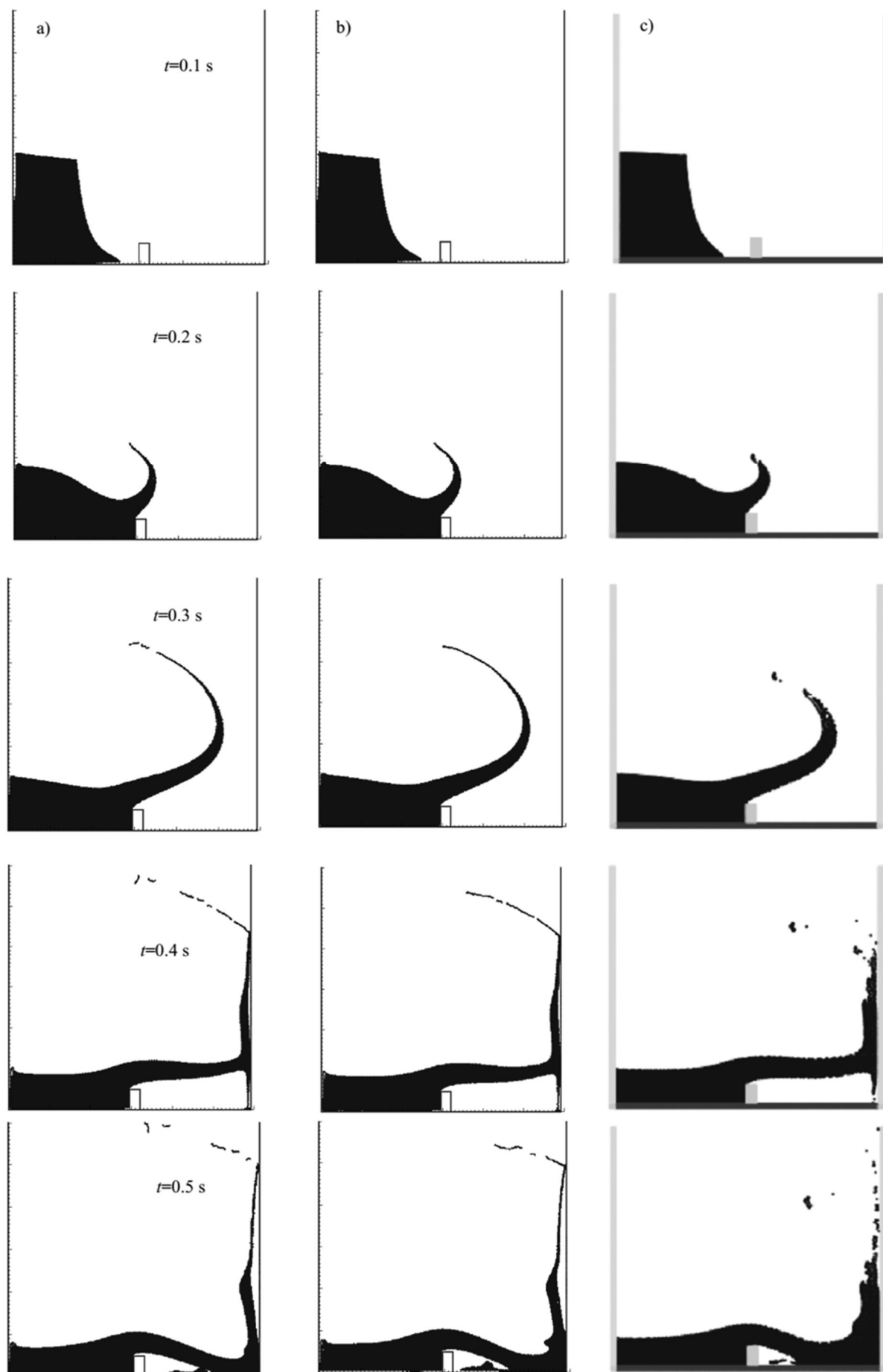
پس از بیان الگوریتم حل عددی به روش اس پی ایچ، قبل از شبیه سازی جریان شکست جت مایع، مساله نمونه جریان شکسته شدن سد با مانع برای اعتبار سنجی اولیه، شبیه سازی شده است.

1-3- جریان شکسته شدن سد با مانع

هندسه مساله شکست سد را می توان در شکل 2 مشاهده کرد. این مساله توسط اندازه عرض جریان سد a بی بعدسازی شده است. ارتفاع سد به اندازه دو برابر عرض سد می باشد و همچنین مانع در مسیر جریان سد نیز با فاصله از سد قرار دارد. d نیز بیانگر ابعاد مانع است. این مساله با استفاده از روش اس پی ایچ تراکم ناپذیر توسط قاسمی [49] بررسی شده که از نتایج آن برای تایید صحت عملکرد کد استفاده شده است. لازم به توضیح است که نتایج قاسمی با نتایج تجربی موجود در مرجع [50] اعتبارسنجی شده است. در این شبیه سازی از آب با چگالی 1000 کیلوگرم بر مترمکعب به عنوان سیال استفاده و از فاز دوم (هوا) صرفنظر شده است. تعداد کل ذرات بکارگرفته شده برای این مساله 22803 ذره بوده است. فاصله اولیه ذرات برابر 0.002 متر، گام زمانی برابر 0.0001 ثانیه، سرعت اولیه صوت 17 متر بر ثانیه و ضریب لزجی نیز 0.3 در نظر گرفته شده است. این مساله با بکارگیری دو تابع میانپایب شبیه سازی شده است. در شکل 3 می توان نتایج مدل سازی

1- Predictor-Corrector Scheme
2- Particle-based Methods
3- Courant Number

4- Orifice



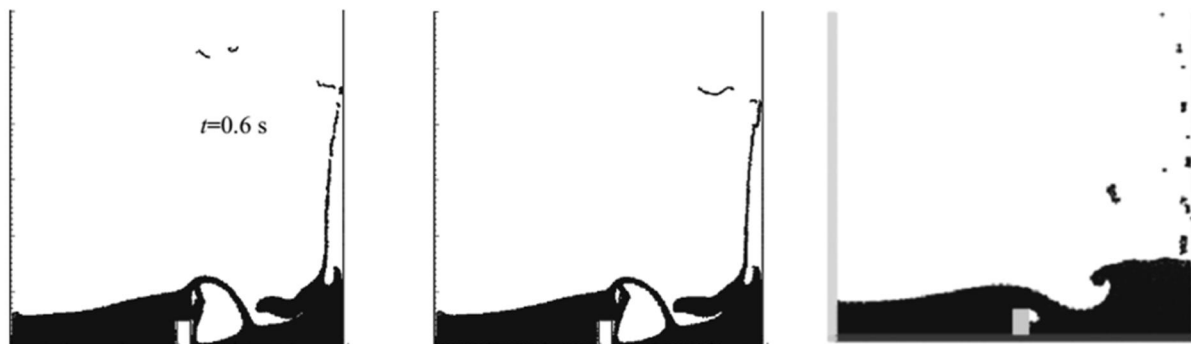


Fig. 3 Comparison of dam-break with obstacle flow for 0.1 to 0.6 s. a) Present work for Wendland kernel b) Cubic spline kernel c) ISPH [49]

شکل 3 مقایسه جریان شکست سد با مانع برای زمان های 0.1 تا 0.6 ثانیه، از چپ به راست به ترتیب a: نتایج تحقیق حاضر برای تابع میانپایب وندلند، b: اسپلاین مکعبی، c: نتایج روش اس پی ایچ تراکم ناپذیر [49]

می باشد. تمامی ابعاد با استفاده از قطر اریفیس بی بعدسازی شده است تا بتوان درک درست تری از ابعاد این نازل داشت. بنابراین نسبت منطری (ارتفاع نازل به قطر اریفیس) نازل در این تحقیق 15 می باشد که با توجه به بررسی های انجام شده نسبت منطری بین 4 الی 20 در تحقیقات گذشته مرسوم بوده است. البته واضح است که می توان نسبت منطری نازل را برای وجود ذرات بیش تر افزایش داد اما این موضوع زمان محاسباتی را به شدت افزایش می دهد. در این مقاله شبیه سازی همانند مساله شکست سد با مانع برای دو تابع میانپایب اسپلاین مکعبی و وندلند انجام شده است و هدف اصلی به دست آوردن طول شکست جت مایع می باشد. برای شبیه سازی جت تک فازی (صرف نظر کردن فاز هوا) از معادلات استاندارد روش اس پی ایچ استفاده شده است. قطر اولیه نازل $D_o = 0.01 \text{ m}$ ، لزجت دینامیکی آب $\mu = 0.001 \text{ kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$ ، $\rho_o = 1000 \text{ kg/m}^3$ ، $\sigma = 72 \text{ mN/m}$ ، $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ، سرعت اولیه صوت 10 متر بر ثانیه و ضریب لزجی نیز 0.3 در نظر گرفته شده است. تعداد کل ذرات بکارگرفته شده برای این مساله 80175 ذره بوده است. شکل 5 شبیه سازی جت تک فاز برای آب را نشان می دهد. روند جریان جت آب با سرعت اولیه $u_o = 0.25 \text{ m/s}$ با گذر زمان در این شکل دیده می شود. این حالت از جریان جت به وسیله تابع میانپایب وندلند حل شده است. همچنین برای وضوح بیش تر، دو نمای بزرگ شده از لحظه ی شکست جت مایع نیز در قسمت پایین شکل 5 آورده شده است. با توجه به تعریف طول

$$We = \frac{\rho_o u_o^2 R}{\sigma} \quad (33)$$

$$Re = \frac{\rho_o u_o R}{\mu} \quad (34)$$

$$Oh = \frac{\sqrt{We}}{Re} \quad (35)$$

$$Fr = \frac{u_o}{\sqrt{g D_o}} \quad (36)$$

روابط مذکور (33-36) به ترتیب بیانگر عدد وبر، رینولدز، اهنسرج¹ و فرود² هستند. همچنین در این روابط R و D_o شعاع و قطر اریفیس، u_o سرعت اولیه جت، ρ_o چگالی مایع، μ لزجت دینامیکی مایع، σ ضریب کشش سطحی و g شتاب گرانش می باشند. در رابطه (33) عدد وبر، We ، بیانگر نسبت نیروی اینرسی بر کشش سطحی و در رابطه (34) عدد رینولدز، Re ، برابر نسبت نیروی اینرسی بر نیروی لزجت است. نسبت عدد وبر و رینولدز، عدد بی بعد اهنسرج، Oh ، را نشان می دهند (رابطه 35) که بیانگر نسبت نیروهای لزجی بر کشش سطحی است. عدد فرود، Fr ، در رابطه (36) نیز نسبت نیروهای اینرسی به گرانشی را نشان می دهد. در جدول 1 مشخصات جریان و همچنین طول های شکست به دست آمده به وسیله دو تابع میانپایب

می باشد. تمامی ابعاد با استفاده از قطر اریفیس بی بعدسازی شده است تا بتوان درک درست تری از ابعاد این نازل داشت. بنابراین نسبت منطری (ارتفاع نازل به قطر اریفیس) نازل در این تحقیق 15 می باشد که با توجه به بررسی های انجام شده نسبت منطری بین 4 الی 20 در تحقیقات گذشته مرسوم بوده است. البته واضح است که می توان نسبت منطری نازل را برای وجود ذرات بیش تر افزایش داد اما این موضوع زمان محاسباتی را به شدت افزایش می دهد. در این مقاله شبیه سازی همانند مساله شکست سد با مانع برای دو تابع میانپایب اسپلاین مکعبی و وندلند انجام شده است و هدف اصلی به دست آوردن طول شکست جت مایع می باشد. برای شبیه سازی جت تک فازی (صرف نظر کردن فاز هوا) از معادلات استاندارد روش اس پی ایچ استفاده شده است. قطر اولیه نازل $D_o = 0.01 \text{ m}$ ، لزجت دینامیکی آب $\mu = 0.001 \text{ kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$ ، $\rho_o = 1000 \text{ kg/m}^3$ ، $\sigma = 72 \text{ mN/m}$ ، $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ، سرعت اولیه صوت 10 متر بر ثانیه و ضریب لزجی نیز 0.3 در نظر گرفته شده است. تعداد کل ذرات بکارگرفته شده برای این مساله 80175 ذره بوده است. شکل 5 شبیه سازی جت تک فاز برای آب را نشان می دهد. روند جریان جت آب با سرعت اولیه $u_o = 0.25 \text{ m/s}$ با گذر زمان در این شکل دیده می شود. این حالت از جریان جت به وسیله تابع میانپایب وندلند حل شده است. همچنین برای وضوح بیش تر، دو نمای بزرگ شده از لحظه ی شکست جت مایع نیز در قسمت پایین شکل 5 آورده شده است. با توجه به تعریف طول

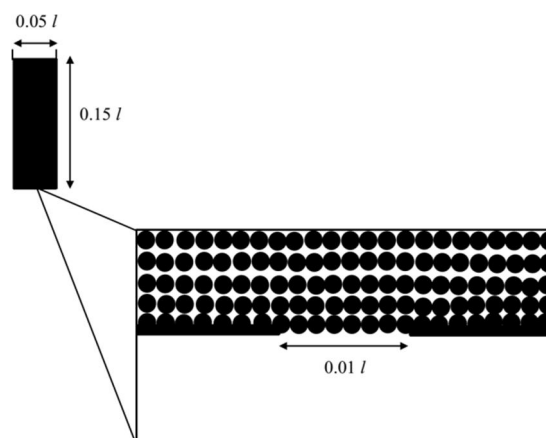


Fig. 4 Jet geometry and solution domain for one-phase jet flow simulation in Rayleigh regime

شکل 4 هندسه جت و دامنه حل برای شبیه سازی جت تک فازی برای رژیم ریلی

1- Ohnesorge
2- Froude

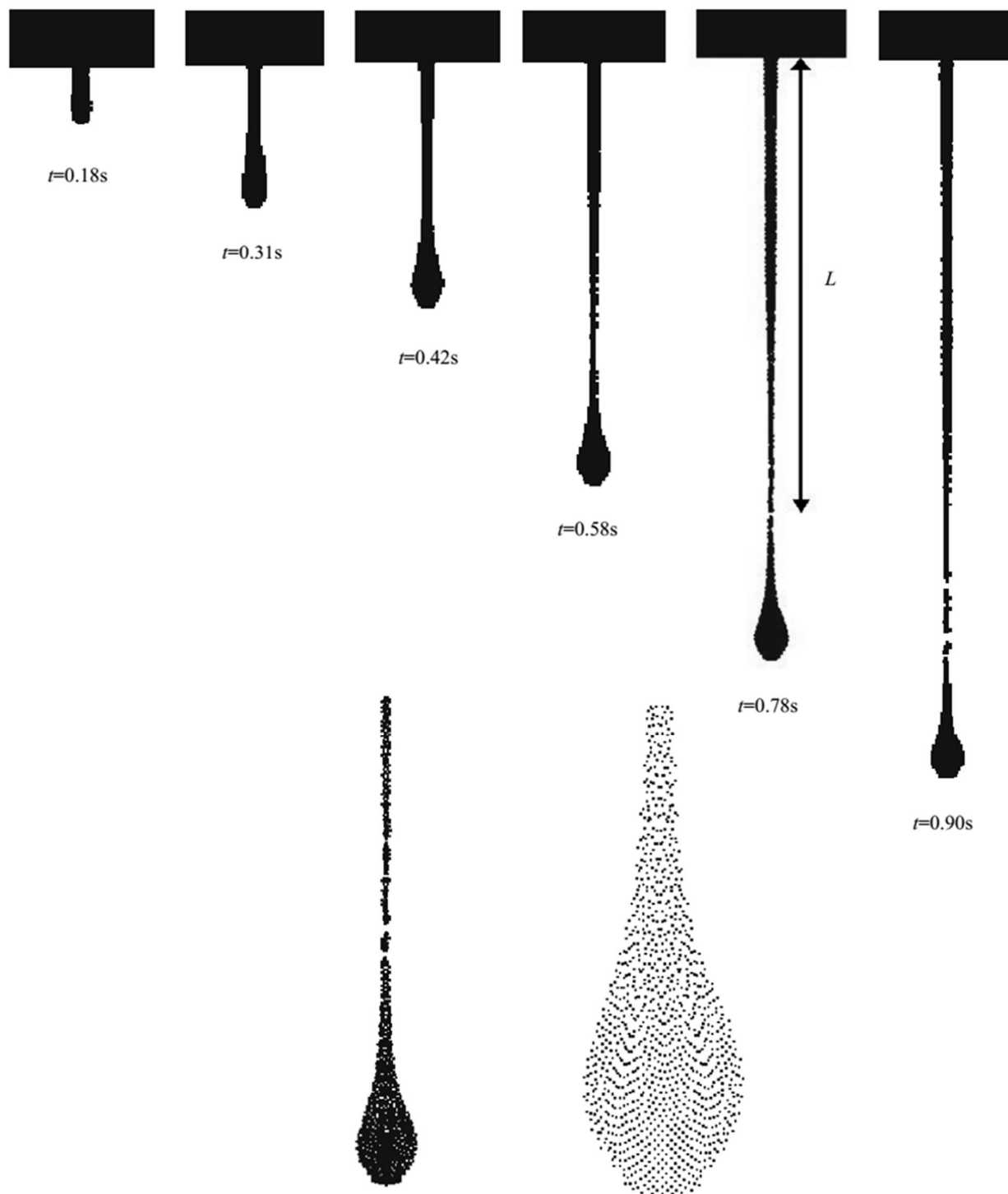


Fig. 5 Up: Liquid jet flow evolution in time for $u_0=0.25$ m/s. Breakup of liquid jet occurs in the instant $t=0.78$ s with $L/d=28.10$. Down: Fine resolutions of liquid jet breakup

شکل 5 بالا: روند جریان جت مایع با گذر زمان برای $u_0 = 0.25$ m/s. شکست جت مایع در زمان $t = 0.78$ s و $L/d = 28.10$ پایین: نماهای بزرگ شده از لحظه شکست جت مایع

همانطور که در جدول 1 مشاهده می شود، طول شکست با استفاده از هر دو تابع میاناب مقادیر قابل قبولی در مقایسه با رابطه تجربی داده اند اما تابع وندلند دارای مقادیر طول شکست نزدیکتری نسبت به رابطه تجربی دارد و در نتیجه خطای کمتری را در تمامی شبیه سازی های جریان جت منجر می شود. همچنین با توجه به عدد رینولدزها، جریان جت در رژیم جریان آرام قرار دارد. لازم به توضیح است که با توجه به معادله (10) مقدار لزجت برای

اسپلین و وندلند آورده شده است. برای اعتبار سنجی طول های شکست محاسبه شده، این طول ها با رابطه تجربی (37) که طول شکست بر قطر اریفیس بر اساس اعداد بی بعد می باشد [51]، مقایسه شده است که در ستون آخر جدول 1 مقادیر آن آورده شده است.

$$\frac{L}{D_0} = 13\sqrt{We}(1 + 30h) \quad (37)$$

نقاط مختلف جریان متفاوت است اما این تغییرات کمتر از 5% بوده و می توان با تقریب خوبی عدد رینولدز را محاسبه کرد [19]. در این تحقیق هنگامی که فاصله دو ذره در امتداد جریان جت بیش تر از $1.5h$ شود، به عنوان معیار نقطه شکست جت مایع در نظر گرفته شده است. چرا که در این فاصله ذرات روی هم تأثیری نمی گذارند و ذرات وقتی این فاصله را از هم داشته باشند، دیگر مجدداً به هم متصل نمی شوند بنابراین شکست رخ داده است. شکل های 6 و 7 به ترتیب تغییرات طول شکست جت مایع را بر حسب عدد رینولدز و عدد وبر برای دو تابع میانای اسپلاین و وندلند و همچنین رابطه تجربی (37) نشان می دهند. در این نمودارها طول شکست با افزایش عدد رینولدز و عدد وبر افزایش یافته است که با توجه به رژیم ریلی این قضیه روند درست نمودارها را نشان می دهد. همچنین در این دو نمودار مشهود است که تابع میانای وندلند طول شکست بلندتر و دقیقتری را نسبت به تابع میانای اسپلاین مکعبی محاسبه کرده است. در شکل 8 نتایج حاصل از روش اس پی ایچ با روش ام پی اس [16] و نتایج تجربی [5] مقایسه شده است. همانطور که قبلاً بیان شد، شبیبات و همکاران مسئله شکست جت مایع را با روش ام پی اس شبیه سازی کرده اند اما از اثرات نیروی لزجی صرف نظر کرده اند. بنابراین برای مقایسه نتایج روش اس پی ایچ، در این حالت ما نیز با صرف نظر از لزجت، مسئله را دوباره حل کردیم. با توجه به شکل 8 و با توجه به اینکه مدل استفاده شده برای کشش سطحی برای دو روش عددی متفاوت بوده است، همخوانی خوبی بین دو روش عددی و همچنین نتایج تجربی وجود دارد.

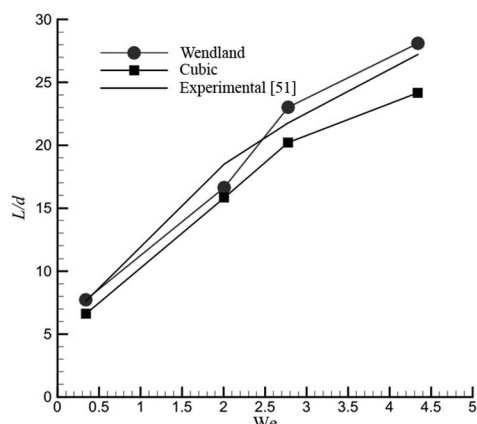


Fig. 7 Variation of liquid jet breakup length with Weber number for spline and Wendland kernels in comparison to experimental correlation

شکل 7 تغییرات طول شکست جت مایع بر حسب عدد وبر برای دو تابع میانای اسپلاین و وندلند در مقایسه با رابطه تجربی

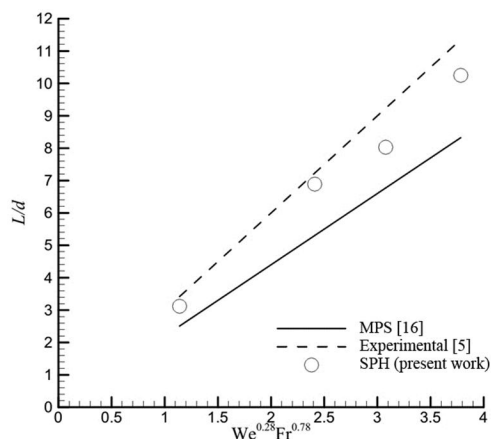


Fig. 8 Comparison of SPH jet breakup lengths with MPS [16] and experimental results [5]

شکل 8 مقایسه طول شکست جت با استفاده از روش اس پی ایچ با نتایج ام پی اس و تجربی

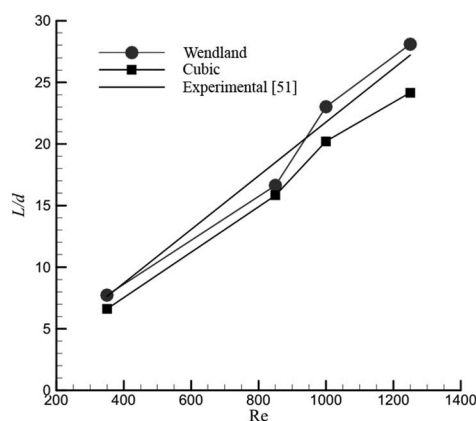


Fig. 6 Variation of liquid jet breakup length with Reynolds number for spline and Wendland kernels in comparison to experimental correlation

شکل 6 تغییرات طول شکست جت مایع بر حسب عدد رینولدز برای دو تابع میانای اسپلاین و وندلند در مقایسه با رابطه تجربی

جدول 1 مشخصات جریان و طول شکست جت

Table 1 Flow Characteristics and liquid jet breakup length

نوع جت	u_0 (m/s)	Re	We	Fr	L/d اسپلاین	L/d وندلند	L/d [51]	خطای (%) اسپلاین	خطای (%) وندلند
1	0.07	350	0.34	0.22	6.61	7.73	7.62	13%	1%
2	0.17	850	2.01	0.54	15.83	16.64	18.51	14%	10%
3	0.20	1000	2.78	0.64	20.22	23.02	21.78	7%	6%
4	0.25	1200	4.34	0.80	24.17	28.10	27.22	11%	3%

6- مراجع

- [1] J. Eggers, E. Villermaux, Physics of liquid jets, *Reports on Progress in Physics*, Vol. 71, No. 3, pp. 1-79, 2008.
- [2] O. Rabinovich, R. Pedrak, I. W. Rangelow, H. Ruehling, M. Maniak, NANOJET as a chemical scalpel for accessing the internal 3D-structure of biological cells, *Microelectronic Engineering*, Vol. 73-74, No. 1, pp. 843-846, 2004.
- [3] T. Han, J. J. Yoh, A laser based reusable microjet injector for transdermal drug delivery, *Journal of Applied Physics*, Vol. 107, No. 3, pp. 103-110, 2010.
- [4] F. P. Ricou, D. P. Spalding, Measurements of entrainment by axisymmetrical turbulent jet, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 11, No. 1, pp. 21-32, 1961.
- [5] Y. Tanasawa, S. Toyoda, On the atomization of liquid jet issuing from a cylindrical nozzle, *Technology Reports of the Tohoku University*, Vol. 19, No. 2, pp. 135-156, 1955.
- [6] H. S. Park, N. Yamano, Y. Maruyama, K. Moriyama, Y. Yang, J. Sugimoto, Study on energetic fuel-coolant interaction in the coolant injection mode of contact, *Proceeding of 6th International Conference on Nuclear Engineering*, San Diego, May 10-15, ICONE-6091, 1998.
- [7] R. P. Grant, S. Middleman, Newtonian jet stability, *American Institute of Chemical Engineering Journal*, Vol. 12, No. 4, pp. 669-677, 1966.
- [8] M. Saito, K. Sato, S. Imahori, Experimental study on penetration behavior of water jet into freon-11 and liquid nitrogen, *Proceeding of 1988 National Heat Transfer Conference*, Houston, July 24-27, pp. 173-183, 1988.
- [9] N. Kolev, *Multiphase Flow Dynamics 1 & 2*, Second Edition, pp. 305-320, Springer, Berlin, 2002.
- [10] S. Nukiyama, Y. Tanasawa, An experiment on the atomization of liquid (3rd Report, On the distribution of the size of droplets), *Transactions of the Japan Society Mechanical Engineers*, Vol. 5, No. 1, pp. 131-135, 1939.
- [11] K. Moriyama, Y. Maruyama, H. Nakamura, A simple evaluation method of the molten fuel amount in a premixing region of fuel-coolant interactions, *Journal of Nuclear Science and Technology*, Vol. 39, No. 1, pp. 53-58, 2002.
- [12] K. Vierow, Development of the VESUVIUS module-molten jet breakup modeling and model verification, *Proceeding of OECD/CSNI Specialists Meeting on Fuel-Coolant Interactions*, Tokai, May 19-21, pp. 541-566, 1997.
- [13] M. Herrmann, Detailed simulations of the breakup process of turbulent liquid jets in subsonic crossflows, *Proceeding of 11th Triennial International Annual Conference on Liquid Atomization and Spray Systems*, Vail, Colorado, USA, 2009.
- [14] O. Desjardins, Detailed numerical investigation of turbulent atomization of liquid jets, *Proceeding of 11th Triennial International Annual Conference on Liquid Atomization and Spray System*, Vail, Colorado, USA, 2009.
- [15] J. R. Richards, A. M. Lenhoff, A. N. Beris, Dynamic breakup of liquid-liquid jets, *Physics of Fluids*, Vol. 6, No. 8, pp. 2640-2655, 1994.
- [16] K. Shibata, S. Koshizuka, Y. Oka, Numerical analysis of jet breakup behavior using a particle method, *Journal of Nuclear Science and Technology*, Vol. 41, No. 7, pp. 715-722, 2004.
- [17] S. Ganzenmüller, A. Nagel, S. Holtwick, W. Rosenstiel, H. Ruder, Object-oriented sph-simulations with surface tension, *High Performance Computing in Science and Engineering*, Vol. 06, No. 1, pp. 69-82, Springer, Berlin Heidelberg, 2007.
- [18] T. Takashima, T. Ito, M. Shigeta, S. Izawa, Y. Fukunishi, Simulation of liquid jet breakup process by three-dimensional incompressible SPH method, *Proceeding of 7th International Conference on Computer Fluid Dynamics (ICCFD7)*, Big Island, Hawaii, July 9-13, 2012.
- [19] F. V. Sirotkin, J. J. Yoh, A new particle method for simulating breakup of liquid jets, *Journal of Computational Physics*, Vol. 231, No. 4, pp. 1650-1674, 2012.
- [20] C. Hoefler, S. Braun, R. Koch, H. J. Bauer, Multiphase flow simulations using the meshfree smoothed particle hydrodynamics method, *ICLASS 2012, Proceeding of 12th Triennial International Conference on Liquid Atomization and Spray Systems*, Heidelberg, Germany, September 2-6, 2012.
- [21] C. Hoefler, R. Koch, H. J. Bauer, Development of a smoothed particle hydrodynamics code for the numerical prediction of primary atomization of fuel injecting nozzles, *Proceedings of the 5th International SPHERIC Workshop*, Manchester, UK, June 23-25, 2010.
- [22] C. Hoefler, S. Braun, R. Koch, H. J. Bauer, Modeling spray formation in gas turbines—A new meshless approach, *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 135, No. 1, pp. 1-8, 2013.
- [23] M. Gómez-Gesteira, A. J. C. Crespo, B. D. Rogers, R. A. Dalrymple, J. M. Dominguez, A. Barreiro, SPHysics - development of a free-surface fluid solver- Part 2: Efficiency and test cases, *Computers & Geosciences*, Vol. 48, No. 1, pp. 300-307, 2012.
- [24] R. A. Gingold, J. J. Monaghan, Smoothed particle hydrodynamics: Theory & application to non-spherical stars, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Vol. 181, No. 1, pp. 375-389, 1977.
- [25] R. A. Gingold, J. J. Monaghan, Kernel estimates as a basis for general particle methods in hydrodynamics, *Journal of Computational Physics*, Vol. 46, No. 1, pp. 429-453, 1982.
- [26] L. Libersky, A. G. Petschek, Smooth particle hydrodynamics with strength of materials advances in free Lagrange methods, *Lecture Notes in Physics*, Vol. 395, No. 1, pp. 248-257, 1991.
- [27] Sh. J. Cummins, M. Rudman, An SPH projection method, *Journal of*

5- فهرست علائم

a	شتاب کشش سطحی (ms^{-2})
B	ضریب ثابت معادله حالت تیت
c	سرعت صوت (m/s)
C	تابع رنگ
Cr	عدد کورانت
D	قطر نازل (m)
f	نیروی کشش سطحی بر واحد سطح (N)
F	نیروی کشش سطحی (N)
Fr	عدد فرود
g	شتاب گرانشی (ms^{-2})
h	طول هموارسازی (m)
l	پارامتر بی بعد کننده ابعاد جت (m)
L	طول شکست مایع (m)
m	جرم (kg)
n	بردار عمود بر سطح تماس
Oh	عدد اهنسرج
P	فشار (Pa)
q	نسبت اندازه بردار مکان به طول هموارسازی
r	بردار مکانی هر ذره
R	شعاع نازل (m)
Re	عدد رینولدز
u	بردار سرعت (ms^{-1})
We	عدد وبر

علائم یونانی

α	ضریب لزجی
γ	نسبت ظرفیت گرمایی
δ	تابع نرمال کننده سطح
κ	انحنای سطح تماس
μ	لزجت دینامیکی ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$)
Π	لزجت مصنوعی
ρ	چگالی (kgm^{-3})
σ	ضریب کشش سطحی
∇	گرادیان
ϕ	متغیر دلخواه
Ω	ناحیه پشتیبانی تابع میاناب

زیر نویس ها

a	ذره دلخواه
b	ذره دلخواه
ab	دو ذره دلخواه در اندرکنش
cv	ترکیب زمانی شرط کورانت و لزجی
f	نیروی داخلی یا خارجی
o	اولیه
s	سطح
vis	لزجت

- surface tension, *Journal of Computational Physics*, Vol. 100, No. 2, pp. 335–354, 1992.
- [40] J. P. Morris, Simulating surface tension with smoothed particle hydrodynamics, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 33, No. 3, pp. 333-353, 2000.
- [41] G. K. Batchelor, Introduction to fluid dynamics, *Cambridge University Press*, pp. 203-206, 1974.
- [42] J. J. Monaghan, J. C. Lattanzio, A refined particle method for astrophysical problems, *Astronomy and Astrophysics*, Vol. 149, No. 1, pp. 135-143, 1985.
- [43] H. Wendland, Piecewise polynomial, positive definite and compactly supported radial functions of minimal degree, *Advances in Computational Mathematics*, Vol. 4, No. 1, pp. 389-396, 1995.
- [44] J. J. Monaghan, A. Kos, Solitary waves on a cretan beach. *Journal of waterway, port, coastal, and ocean engineering*, Vol. 125, No. 3, pp. 145-155, 1999.
- [45] D. B. Rogers, R. A. Dalrymple, P. K. Stansby, SPH modeling of floating bodies in the surf zone, *Proceedings of 31th International Conference on Coastal Engineering*, pp. 204-215, 2009.
- [46] E. Clifford, Jr. Rhoades, A fast algorithm for calculating particle interactions in smooth particle hydrodynamic simulations, *Computer Physics Communications*, Vol. 70, No. 3, pp. 478-482, 1992.
- [47] F. A. Rasio, Particle methods in astrophysical fluid dynamics, Y. Hiwatari et al (Ed.), *Proceedings of the 5th International Conference on Computational Physics (ICCP5)*, Kanazawa, October 11-13, pp. 609-621, 2000.
- [48] J. J. Monaghan, On the problem of penetration in particle methods, *Journal of Computational Physics*, Vol. 82, No. 1, pp. 1-15, 1989.
- [49] G. Varnamkhasti, *Simulation of density currents with SPH method*, MSc Thesis, Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Iran, 2010. (in Persian فارسی)
- [50] O. Ubbink, *Numerical prediction of two fluid systems with sharp interfaces*, PhD Thesis, Department of Mechanical Engineering, Imperial College of Science, Technology & Medicine, UK, 1997.
- [51] N. Ashgriz, *Handbook of Atomization and Sprays, Theory and Applications*, Springer, New York, 2011.
- Computational Physics*, Vol. 152, No. 2, pp. 584-607, 1999.
- [28] A. Colagrossi, M. Landrini, Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics, *Journal of Computational Physics*, Vol. 191, No. 2, pp. 448-475, 2003.
- [29] X. Y. Hu, N. A. Adams, A multi-phase SPH method for macroscopic and mesoscopic flows, *Journal of Computational Physics*, Vol. 213, No. 2, pp. 884-861, 2006.
- [30] X. Y. Hu, N. A. Adams, An incompressible multiphase SPH method, *Journal of Computational Physics*, Vol. 227, No. 1, pp. 264-278, 2007.
- [31] P. Omidvar, P. K. Stansby, B. D. Rogers, Wave body interaction in 2D using smoothed particle hydrodynamics (SPH) with variable Particle Mass, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 68, No. 6, pp. 686-705, 2012.
- [32] P. Omidvar, P. K. Stansby, B. D. Rogers, SPH for 3D floating bodies using variable mass particle distribution, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 72, No. 4, pp. 427-452, 2013.
- [33] J. J. Monaghan, A. Rafiee, A simple SPH algorithm for multi-fluid flow with high density ratios, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 71, No. 5, pp. 537-561, 2013.
- [34] P. Omidvar, H. Norouzi, A. Zarghami, Smoothed particle hydrodynamics for water wave propagation in a channel, *International Journal of Modern Physics C*, Vol. 26, No. 8, pp. 1-20, 2015.
- [35] A. J. C. Crespo, *Application of the smoothed particle hydrodynamics model SPHysics to free-surface hydrodynamics*, PhD Thesis, Departamento De Fisica Aplicada, Universidade De Vigo, 2008.
- [36] R. Issa, *Numerical assessment of the smoothed particle hydrodynamics gridless method for incompressible flows and its extension to turbulent flows*, PhD Thesis, University of Manchester, UK, 2005.
- [37] J. J. Monaghan, Smoothed particle hydrodynamics, *Annual review of astronomy and astrophysics*, Vol. 30, No. 1, pp. 543-574, 1992.
- [38] A. Panizzo, *Physical and numerical modelling of subaerial landside generated waves*, PhD Thesis, Universita Degli Studi di L'Aquila, Italy, 2004.
- [39] J. U. Brackbill, D. B. Kothe, C. Zemach, A continuum method for modelling