



تحلیل فرآیند فرمدهی تدریجی دونقطه‌ای با استفاده از روش قاچی به همراه آزمایش‌های تجربی

علیرضا صابری^۱، سید محسن صفوی^{۲*}، محمود کخدایی^۳، فرهاد ربیعی^۴

- ۱- کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان
- ۲- دانشیار مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان
- ۳- استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان
- ۴- کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

* اصفهان، کد پستی ۸۴۱۵۶۸۳۱۱۱، mosafavi@cc.iut.ac.ir

چکیده- به منظور تولید قطعات پوسته‌ای شکل با کاربردهای گوناگون، لزوم استفاده از فرآیندی نوین در فرمدهی ورق‌های فلزی امری اجتناب‌ناپذیر است. از جمله این روش‌ها، تکنیکی است که در آن حرکت ابزار فرمدهنده کاملاً تدریجی و کنترل شده می‌باشد. این نوع خاص از عملیات شکل‌دهی، اصطلاحاً فرآیند فرمدهی تدریجی ورق‌های فلزی نامیده می‌شود. این تکنیک به دو روش قابل انجام است که روش اول با نام فرمدهی تدریجی دونقطه‌ای و روش دوم، فرمدهی تدریجی تک نقطه‌ای است. در فرآیند فرمدهی تدریجی دونقطه‌ای، ورق فلزی بر روی سنبه‌ای با شکل خاص قرار می‌گیرد و با حرکت تدریجی و برنامه‌ریزی شده ابزار به دور سنبه، تغییر فرم موردنظر (متناسب با شکل سنبه) در ورق ایجاد می‌شود. به این ترتیب، می‌توان تغییر شکل‌های پیچیده را در ورق‌های فلزی ایجاد نمود. همچنین، به منظور ایجاد حرکت کنترل شده ابزار فرمدهنده، از ماشین کنترل عددی استفاده می‌شود. در این مقاله، بر اساس آزمایش‌های تجربی و تحلیل‌های تئوری (آنالیز قاچی)، رفتار ورق در فرآیند فرمدهی تدریجی دونقطه‌ای بررسی شده و بر این اساس، تحلیل جامعی در مورد مکانیزم فرم‌پذیری ورق در این فرآیند ارائه می‌شود.
کلیدواژگان: فرمدهی تدریجی ورق‌های فلزی، فرمدهی دونقطه‌ای، آنالیز قاچی، داده‌های تجربی.

Two point incremental forming analysis using slab analysis with experimental data

A. Saberi¹, S. M. Safavi^{2*}, M. Kadkhodaei³, F. Rabiei⁴

1- MSc. Student, Mech. Eng., Isfahan Univ. of Thech., Isfahan, Iran

2- Assoc. Prof., Mech. Eng., Isfahan Univ. of Thech., Isfahan, Iran

3- Assis. Prof., Mech. Eng., Isfahan Univ. of Thech., Isfahan, Iran

4- MSc. Student, Mech. Eng., Isfahan Univ. of Thech., Isfahan, Iran

* P. O. B. 8415683111 Isfahan, Iran. mosafavi@cc.iut.ac.ir

Abstract- In order to produce shell parts with different applications, using the new method in sheet metal forming is inevitable. In this article, is introduced a new process that movement of forming tool is completely gradual and controlled. In this method can create complicated shapes in sheets metal. Also, in order to create controlled movement of tool, is used Computer Numerical Controlled (CNC) machine. In this process, with inserting a punch under the sheet and gradual movement of tool in a special path, creates a deformation in accordance to punch shape. In this research, by use of experimental tests and theoretical analysis (slab analysis), is presented a comprehensive study of the governing equations in process. With calculating of stress field, can present applied load at tool and sheet. Calculation of this force is a suitable gauge for choosing kind of CNC machine equipment, sheet type and etc. Also, according to analysis results can make decision about the effect of immeasurable important parameters in this process. In this article, according to experimental data and theoretical analysis (slab analysis), is studied sheet forming mechanism in Two Point Incremental Forming (TPIF).

Keywords: Incremental Sheet Metal Forming, Two Point Forming, Slab Analysis, Experimental Data.

کرد. بنابراین، با تعیین مختصات نقاط مربوط به مسیر حرکت ابزار و ارسال آن به کنترلر، امکان کنترل حرکت ابزار فراهم می‌شود. این نوع خاص از عملیات فرمدهی، اصطلاحاً فرآیند فرمدهی تدریجی ورق‌های فلزی^۴ نامیده می‌شود. در این فرآیند، با حرکت تدریجی و برنامه ریزی شده ابزار در یک مسیر خاص، تغییر فرم موردنظر در ورق فلزی ایجاد می‌شود.

فرآیند فرمدهی تدریجی ورق‌های فلزی، متناسب با نوع قالب استفاده شده، به دو گروه اصلی تقسیم‌بندی می‌شود. در صورت استفاده از سنبه در زیر ورق، فرآیند موردنظر فرمدهی مثبت^۵ نامیده می‌شود. این فرآیند، فرمدهی تدریجی دونقطه‌ای نیز نامگذاری می‌شود، زیرا ورق فلزی از یک سو با ابزار و از سوی دیگر با سنبه در تماس است. از طرف دیگر، در صورت عدم استفاده از سنبه در زیر ورق، عملیات فرمدهی منفی^۶ نامیده می‌شود.

فرآیند فرمدهی تدریجی ورق‌های فلزی، در سال ۱۹۶۰ توسط راکس و در سال ۱۹۶۷ توسط لیزاك به عنوان یک ایده اولیه مطرح شد [۱]. در سال ۱۹۹۰، با انجام آزمایش‌های اولیه در کشور ژاپن، تحقیقات گسترشده در این زمینه آغاز گردید. در فرآیند فرمدهی تدریجی ورق‌های فلزی، پارامترهایی از قبیل جنس ورق، ضخامت ورق، شعاع ابزار، ارتفاع عمودی طی شده توسط ابزار در هرگام، سرعت دورانی ابزار، سرعت پیشروی ابزار و غیره تأثیر زیادی در میزان فرم‌پذیری ورق دارند. در این راستا، تحقیقات گوناگونی به منظور بررسی تأثیر پارامترهای مختلف در حین فرآیند انجام شده است. در سال ۲۰۰۶ آمروجیو به همراه سایر همکاران [۲] تأثیر عمق گام و شعاع ابزار در فرم‌پذیری ورق را بررسی نمود. همچنان، تأثیر ضخامت ورق، مسیر حرکت ابزار، اندازه ابزار و عمق گام توسط هام و جسویت [۳]، بررسی شد. نتایج حاصل از این تحقیقات نشان می‌دهد افزایش ضخامت ورق و کاهش شعاع ابزار میزان فرم‌پذیری ورق را افزایش خواهد داد. کیم و پارک [۴] با تأیید این موضوع، بهترین شعاع قابل استفاده در مورد ابزار سر کروی را ۱۰ میلی‌متر بیان کردند. از سوی دیگر، در سال ۲۰۰۹، راتاناچان و چانگچو [۵]، تأثیر سرعت ابزار بر میزان فرم‌پذیری ورق را بررسی کردند. در این تحقیق، فرآیند فرمدهی تدریجی منفی به ازای سرعت‌های مختلف ابزار انجام شد و در پایان

۱- مقدمه

در فرآیندهای متداول فرمدهی ورق‌های فلزی، عموماً با قرارگیری ورق بر روی قالب و حرکت مستقیم سنبه به سمت آن، تغییر شکل دائمی موردنظر در ورق ایجاد می‌شود. در این فرآیندها، به دلیل سطح تماس گسترده سنبه و ورق، نیروی بسیار زیادی از طرف سنبه و قالب به ورق وارد می‌شود. اعمال نیروی زیاد به ورق فلزی، محدوده فرم‌پذیری آن را به شدت کاهش می‌دهد. یکی دیگر از فرآیندهای متداول فرمدهی ورق‌های فلزی، عملیات چرخکاری^۱ است. در این نوع خاص از عملیات فرمدهی، ورق فلزی بر روی سنبه دوار^۲ به صورت ثابت بسته می‌شود و همراه با آن شروع به حرکت دورانی می‌کند. با حرکت تدریجی ابزار بر روی ورق، به تدریج فرم موردنظر در محصول نهایی ظاهر می‌شود. در این فرآیند، به دلیل کاهش سطح تماس ابزار و ورق، نیروی مورد نیاز تا حد زیادی کاهش می‌یابد. این امر سبب افزایش محدوده فرم‌پذیری ورق می‌شود. از سوی دیگر، با استفاده از عملیات چرخکاری، فقط می‌توان قطعات متقارن را ایجاد کرد. بنابراین، به منظور تولید قطعات پوسته‌ای شکل با فرم‌های پیچیده و نامتقارن، نمی‌توان از فرآیند چرخکاری استفاده کرد.

به منظور کاهش نیروهای اعمال شده به ورق فلزی، افزایش محدوده فرم‌پذیری ورق و تولید قطعات پوسته‌ای شکل با فرم‌های پیچیده و نامتقارن، لزوم استفاده از فرآیندی نوین در فرمدهی ورق‌های فلزی امری اجتناب‌ناپذیر است. نحوه طراحی این فرآیند جدید به‌گونه‌ای است که از بروز بسیاری از معایب و محدودیت‌های مطرح شده در حین عملیات فرمدهی جلوگیری نماید. در این فرآیند، به منظور کاهش نیروهای فرمدهی و افزایش محدوده فرم‌پذیری ورق از ابزاری با ابعاد بسیار کوچک استفاده می‌شود. این امر سبب می‌شود تا در مدت زمان مشخص عملیات تغییر فرم پلاستیک در ناحیه کوچکی از ورق متتمرکز شود. بنابراین، می‌توان بسیاری از آسیب‌های احتمالی در محصول نهایی را حذف کرد.

نکته قابل توجه دیگر در این فرآیند امکان ایجاد حرکت‌های گوناگون در ابزار می‌باشد. به منظور ایجاد حرکت برنامه‌ریزی شده ابزار می‌توان از ربات یا ماشین کنترل عددی^۳ استفاده

4. Incremental Sheet Metal Forming (ISMF)

5. Positive

6. Negative

1. Spinning

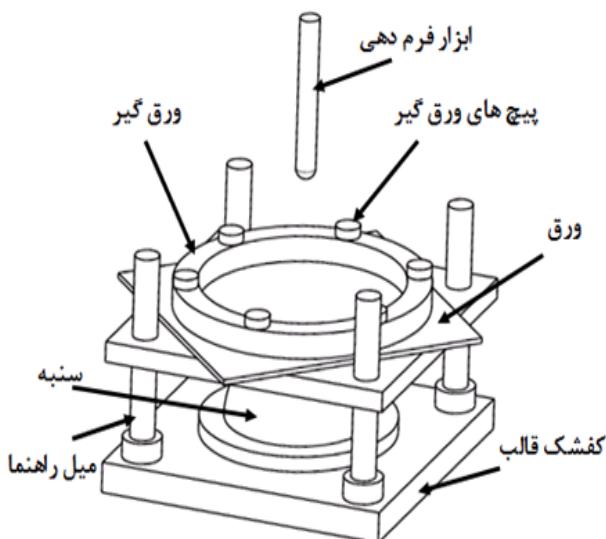
2. Mandrel

3. Computed Numeric Control (CNC)

بوده است و نتایج ارائه شده توسط محققین عموماً بر اساس آزمایش‌های تجربی بیان شده‌اند. همچنین، با وجود شبهات‌های متعدد، بین فرآیند فرمدهی تدریجی مثبت و منفی، تاکنون تحلیل فرآیند فرمدهی تدریجی دونقطه‌ای (فرمدهی مثبت) توسط محققین ارائه نشده است و اغلب تحلیل‌ها مربوط به فرآیند تک نقطه‌ای (فرمدهی منفی) می‌باشد. بنابراین، با ارائه تحلیل جامعی از این فرآیند پارامترهایی از قبیل شعاع ابزار، ضخامت ورق، ضرب اصطکاک و زاویه سنبه در محاسبات وارد می‌شود. به این ترتیب، با محاسبه میدان تنش و نیروی اعمال شده به ابزار بر اساس این پارامترها می‌توان در مورد تأثیر هر یک از عوامل مهم در این فرآیند تصمیم‌گیری کرد.

۲- معرفی فرآیند فرمدهی تدریجی دونقطه‌ای

همان‌گونه که در شکل ۱ نشان داده شده است در عملیات فرمدهی تدریجی دونقطه‌ای، ورق فلزی با استفاده از یک رینگ (ورق‌گیر) و تعدادی پیچ به صفحه فوقانی قالب متصل می‌شود. همچنین، حرکت ورق فلزی در راستای قائم، توسط میل راهنمایی قالب کنترل می‌شود. به این ترتیب، می‌توان از انحراف ورق در صفحه افق جلوگیری کرد. در این فرآیند، با حرکت تدریجی و برنامه‌ریزی شده ابزار در یک مسیر خاص تغییر فرم موردنظر (متناسب با شکل سنبه) در ورق فلزی ایجاد می‌شود.



شکل ۱ تجهیزات لازم در فرآیند فرمدهی تدریجی دونقطه‌ای

سرعت بهینه‌ای برای حرکت دورانی ابزار (۱۰۰ دور بر دقیقه) و پیشروی آن (۳۰۰ میلی‌متر بر دقیقه) پیشنهاد شد. در این مقاله، افزایش سرعت ابزار به عنوان عاملی برای کاهش فرم‌پذیری ورق معرفی شد. همچنین، مارتینز و همکاران [۶] سرعت ابزار را به عنوان یکی از عوامل مؤثر بر اصطکاک بین سطوح معرفی کردند.

جبهه قابل توجه دیگر در تحقیقات انجام شده، ارائه تحلیل‌های گوناگون به منظور پیش‌بینی رفتار ورق در حین فرآیند است. با توجه به حرکت کاملاً تدریجی و برنامه‌ریزی شده ابزار در این روش، پیچیدگی‌های تحلیل این فرآیند نسبت به سایر فرآیندهای شکل‌دهی متداول دوچندان است. این تحلیل‌ها، عموماً در دو سطح ارائه شده‌اند. از یک سو، با استفاده از قوانین اساسی حاکم بر تغییر شکل فلزات، میزان شکل‌پذیری ورق‌های فلزی و تنش‌های ایجاد شده در این فرآیند بررسی شده است. در این راستا مارتینز به همراه سایر همکاران [۶] در سال ۲۰۰۸ با استفاده از آنالیز غشایی^۱، تحلیل جامعی در مورد شکل‌پذیری ورق در فرآیند شکل‌دهی منفی ارائه نمود.

در این مقاله، با انجام آزمایش‌های تجربی و ارائه تحلیل‌های تئوری، مبانی علمی عملیات فرمدهی تدریجی مثبت (دونقطه‌ای) بررسی می‌شود. انجام آزمایش‌های تجربی، از جهات گوناگون حائز اهمیت است. از یک سو انجام چندین آزمایش مطلوب موققت‌آمیز بودن فرآیند را تضمین می‌کند. از سوی دیگر، بر اساس داده‌های حاصل از آزمایش‌های تجربی می‌توان تحلیل جامعی در مورد مکانیزم فرم‌پذیری ورق و عوامل محدودکننده آن ارائه کرد. در آزمایش‌های تجربی با استفاده از دو نیروسنج^۲ نیروی ایجاد شده در حین عملیات فرمدهی اندازه‌گیری شده است. همچنین، در این تحقیق با در نظر گرفتن بارگذاری اعمال شده به المانی از ماده، روابط کلی حاکم بر فرآیند فرمدهی تدریجی مثبت محاسبه می‌شود. بنابراین، پس از محاسبه تقریبی میدان تنش با استفاده از آنالیز قاچی^۳، می‌توان نیروی اعمال شده به ابزار را تعیین کرد. محاسبه نیروی اعمال شده به ابزار معیار مناسبی به منظور انتخاب نوع ماشین کنترل عددی در اختیار کاربر قرار می‌دهد. از سوی دیگر، با توجه به ساختار نوین فرآیند، بررسی تحلیلی عملیات فرمدهی تدریجی مثبت کمتر مورد توجه پژوهشگران

1. Membrane Analysis

2. Load Cell

3. Slab Analysis

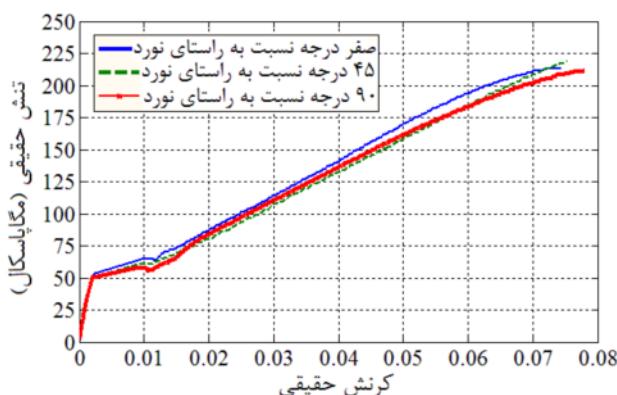
۳- معرفی تجهیزات

به منظور تولید قطعات پوسته‌ای شکل با اشکال خاص، ابتدا سنبه‌ای به شکل موردنظر طراحی و ساخته می‌شود. در فرآیند فرمدهی تدریجی دونقطه‌ای، ورق فلزی بر روی سنبه کشیده شده و به این ترتیب، فرم موردنظر (متناسب با شکل سنبه) در ورق ایجاد می‌گردد. در شکل ۲، سنبه‌ای به شکل نیمکره (با قطر ۱۰ سانتی‌متر) و سنبه‌ای به فرم مخروط (با زاویه ۶۲ درجه نسبت به محور افق) نشان داده شده است. ارتفاع سنبه‌ها برابر با ۵ سانتی‌متر است.

همان‌گونه که در شکل ۳ نشان داده شده است به منظور فرمدهی ورق فلزی از یک ابزار سرکروی با قطر ۱۰۱ میلی‌متر و طول ۱۵ سانتی‌متر استفاده می‌شود. این ابزار از جنس فولاد سخت ساخته شده است. به منظور جلوگیری از سایش سطح کروی ابزار آبکاری کروم بر روی آن انجام شده است. در شکل ۴ قالب مخصوص طراحی شده در این فرآیند نشان داده شده است. این قسمت از قالب (کفشک) بر روی میز CNpC نصب می‌شود. فضای کاری ایجاد شده در وسط قالب در حدود $20 \times 20 \times 30$ سانتی‌متر می‌باشد. قسمت متحرک قالب در داخل میل راهنمای قرار گرفته و به این ترتیب امکان حرکت صفحه فوقانی در راستای قائم فراهم می‌شود.



شکل ۴ قالب و تجهیزات وابسته



شکل ۵ نمودار تنش بر حسب کرشم ساده



شکل ۲ سنبه‌های استفاده شده در فرآیند فرمدهی تدریجی دونقطه‌ای



شکل ۳ ابزار فرمدهنده

در این فرآیند، لودسل‌هایی با ظرفیت ۴۰۰۰ نیوتن و دقت اندازه‌گیری مناسب تهیه شده است. این لودسل‌های به شکل حرف L بوده و مانند تیر یک سر درگیر عمل می‌کند (تصویر (ج) در شکل ۸). به منظور حفظ تعادل و تقارن قالب بر روی میز CNC دو عدد لودسل در زیر قالب قرار گرفته است. ولتاژ خروجی لودسل‌ها که بیان کننده نیروی ایجاد شده در حین عملیات فرمدهی می‌باشد با استفاده از کارت اکتساب داده^۲ به کامپیوتر منتقل می‌شود (تصویر (الف) در شکل ۸). ولتاژ ایجاد شده توسط لودسل‌ها بسیار کوچک است. بنابراین، به منظور مشاهده اولیه نتایج و تقویت ولتاژ خروجی لودسل‌ها از دو نمایشگر^۳ استفاده می‌شود (تصویر (ب) در شکل ۸).

در شکل ۹ مدار مکاترونیکی استفاده شده در فرآیند به فرم شماتیک نشان داده شده است. با حرکت ابزار بر روی ورق، لودسل‌ها فشرده شده و ولتاژ متناسب با نیروی اعمال شده به ورق فلزی تولید می‌شود. ولتاژ خروجی لودسل‌ها با عبور از دو نمایشگر، توسط کارت اکتساب داده وارد کامپیوتر می‌شود.

با برنامه‌نویسی در نرمافزار LabVIEW^۴ امکان بازخوانی داده‌ها در کامپیوتر فراهم می‌شود. همان‌گونه که در شکل ۱۰ نشان داده شده است با انتخاب ضرایب مناسب می‌توان نیروی اعمال شده به قالب را محاسبه نمود.



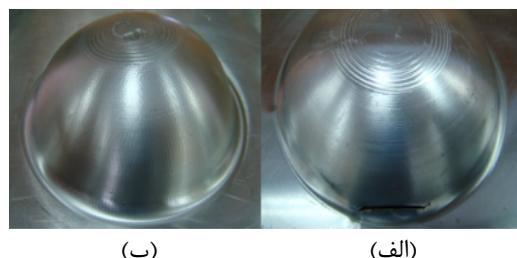
شکل ۸ (الف) کارت اکتساب داده- (ب) نمایشگر- (ج) لودسل

در این فرآیند، سرعت (۳۰۰ دور بر دقیقه) برای حرکت دورانی ابزار و سرعت (۳۰۰ میلی‌متر بر دقیقه) برای پیشروی ابزار استفاده شد. همچنین، با ترسیم مدل سه‌بعدی سنبه در نرم‌افزار MasterCam^۱، امکان استخراج مسیر دقیق ابزار در اطراف سنبه مهیا می‌شود. با ارسال مختصات نقاط به کنترلر دستگاه و با حرکت ابزار بر روی ورق، فرم موردنظر در ورق فلزی ایجاد می‌شود. در شکل ۶ تغییر فرم ورق آلومینیومی (AL2024-O) با استفاده از سنبه کروی نشان داده شده است.

در این آزمایش، پارگی ورق آلومینیومی (با ضخامت ۱ میلی‌متر) در ارتفاع ۴۰ میلی‌متر از سطح سنبه به وقوع پیوست (تصویر (الف) در شکل ۶). همچنین، تغییر فرم ورق آلومینیومی با استفاده از سنبه مخروطی، در شکل ۷ نشان داده شده است. با توجه به زاویه انتخاب شده برای سنبه مخروطی (۶۲ درجه) پس از پیشروی ابزار تا عمق ۴۲ میلی‌متر آسیب خاصی در ورق فلزی ایجاد نشد.

۶- اندازه‌گیری نیرو در آزمایش‌های تجربی

در این تحقیق، به منظور اندازه‌گیری نیروی عمودی اعمال شده به قالب از لودسل استفاده می‌شود. این نوع خاص از حسگرها دارای ظرفیت‌های نیرویی متفاوت می‌باشند.



شکل ۶ فرمدهی ورق آلومینیومی به شکل کره



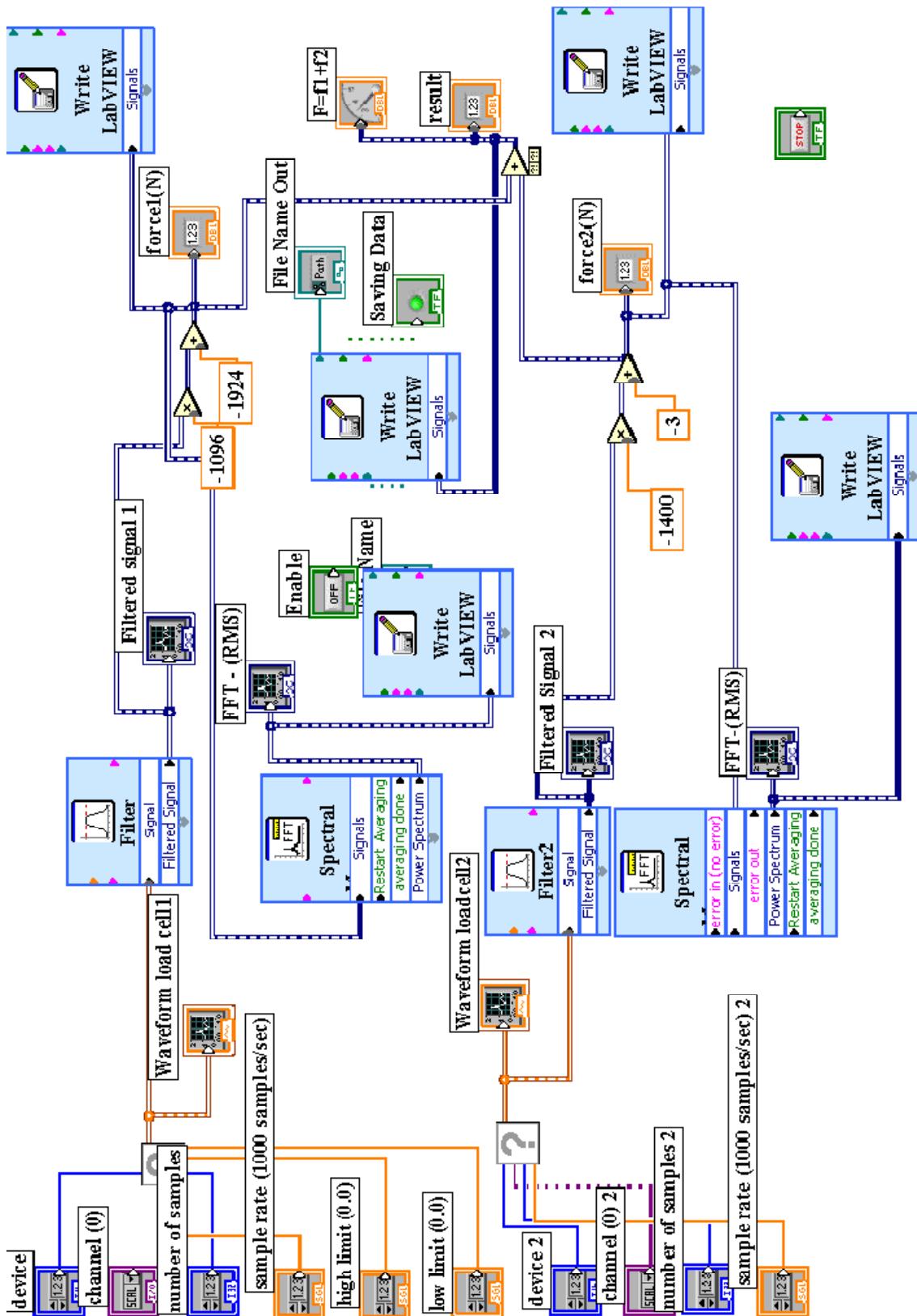
شکل ۹ تجهیزات مکاترونیکی

2. Data Acquisition Card (DAQ)
3. Indicator
4. LabVIEW



شکل ۷ فرمدهی ورق آلومینیومی به شکل مخروط

1. Master CAM

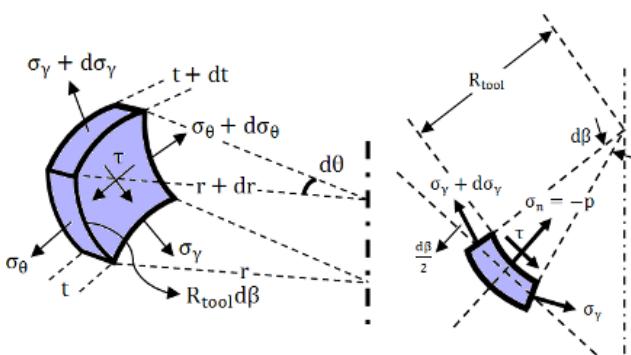


شکل ۱۰ برنامه‌نویسی در نرم‌افزار لب‌ویو

با توجه به تصویر (الف) در شکل ۱۲ ابزار سرکروی از نقطه A تا نقطه B بر سطح ورق مimas است. بنابراین، تنها این قسمت از ابزار (کمان AB) عملیات فرمدهی را انجام می‌دهد. در شکل ۱۳ المانی از ماده و بارگذاری‌های اعمال شده به آن نشان داده شده است. این المان، بخش کوچکی از ورق فلزی می‌باشد که بر روی کمان AB و در فاصله r از محور قائم ابزار قرار دارد. در این شکل، سه مؤلفه تنش در سه راستای متعامد سبب اعمال نیرو به وجوده مختلف المان می‌شود. در راستای محیطی، تنش σ_θ و در جهت عمود بر آن (راستای مimas بر سطح ابزار)، تنش σ_y به المان اعمال می‌شود. همچنین، تنش عمودی با عبارت $\sigma_n = -p$ نشان داده شده است. به دلیل منفی بودن مقدار عددی این پارامتر از عبارت p با علامت مثبت ($p = -\sigma_n$) استفاده می‌کنیم.

به منظور استفاده از تحلیل قاچی، فرضیاتی در نظر گرفته می‌شود که استخراج معادلات نهایی را ساده‌تر می‌کند. برخی از این فرضیات عبارتند از:

- ۱- ورق استفاده شده در فرآیند شکل‌دهی، به عنوان یک ماده همسانگرد^۱ در نظر گرفته می‌شود.
- ۲- از تغییر تنش تسلیم^۲ در حین عملیات شکل‌دهی و ایجاد کارسختی در ناحیه پلاستیک صرف‌نظر می‌گردد. بنابراین، تنش تسلیم به عنوان یک ضریب ثابت (Y) در نظر گرفته می‌شود.
- ۳- همان‌گونه که در بخش قبل بیان شد اصطکاک بین ابزار و ورق و نیز تماس بین ورق و سنبه، نوعی تنش برشی در ورق ایجاد می‌کند.



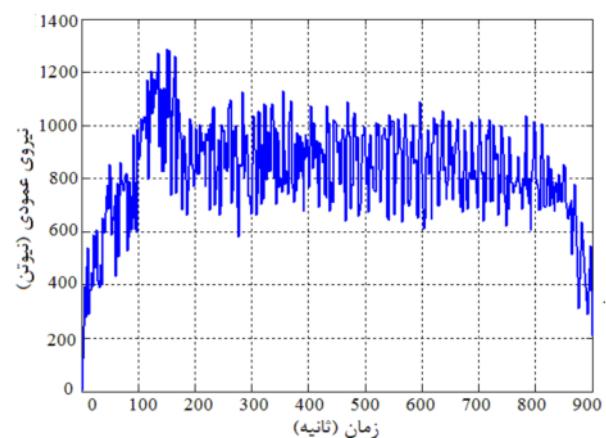
شکل ۱۳ بارگذاری اعمال شده به المان

1. Isotropic
2. Yield Stress

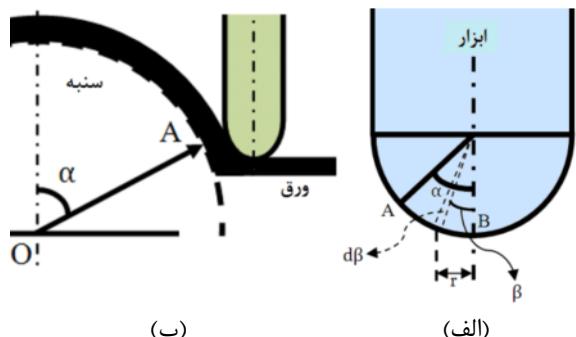
بر اساس داده‌های بدست آمده از نرم‌افزار لبوبو نیروی ایجاد شده در این فرآیند اندازه‌گیری می‌شود. در شکل ۱۱ نمودار نیروی عمودی اعمال شده به قالب بر حسب زمان ترسیم شده است.

۷- تحلیل فرآیند فرمدهی تدریجی دونقطه‌ای با استفاده از روش قاچی

فرآیند فرمدهی تدریجی دونقطه‌ای، در صورتی تغییر فرم موردنظر در ورق فلزی ایجاد می‌شود که سطح مسطح ورق خم شده و بر روی سنبه قرار گیرد. به این منظور ابزار فرمدهنده ضمن حرکت بر روی پروفیل خاص (متناسب با شکل سنبه)، باید عملیات خم کردن سطح صاف ورق و قرار دادن آن بر روی سنبه را انجام دهد. در سنبه‌های کروی (تصویر (ب) در شکل ۱۲) به دلیل تغییر مداوم زاویه دیواره، نحوه فرم‌بزیری ورق فلزی در طول فرآیند متغیر است. میزان تماس ابزار با ورق و به تبع آن مقدار نیروی اعمال شده از طرف ابزار به ورق فلزی ارتباط کاملاً مستقیم با زاویه دیواره دارد.



شکل ۱۱ نیروی عمودی اندازه‌گیری شده در آزمایش‌های تجربی



شکل ۱۲ فرمدهی تدریجی با استفاده از ابزار سرکروی

رابطه زیر بدست می‌آید:

$$(dF_{tool})_n = prd \theta R_{tool} d\beta \quad (7)$$

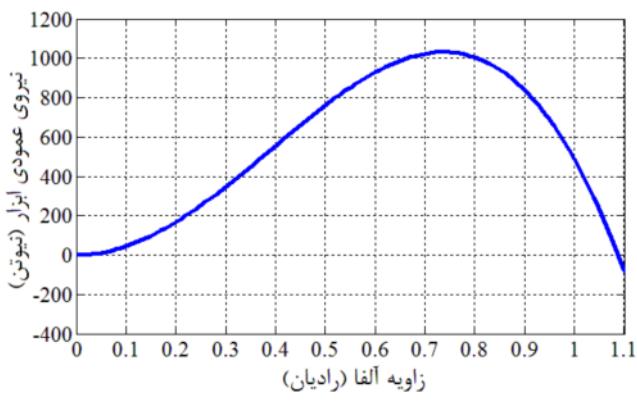
اکنون می‌توان با استفاده از روابط (۴) و (۶) نیروی عمودی اعمال شده به ابزار سکروی را محاسبه کرد. با انتگرال‌گیری از دو طرف رابطه فوق داریم:

$$(F_{tool})_n = \left(\frac{\pi}{2} Y R_{tool}^2 \right) \left(\frac{2\sqrt{3}}{3} (1 - \cos \alpha) + \left(\frac{\pi}{2} Y R_{tool}^2 \right) \left(\frac{3}{4} \left(\frac{\mu R_{tool}}{t_0} \right) (\alpha - \tan \alpha) \right) \right) \quad (8)$$

در آزمایش‌های تجربی، نیروی عمودی ایجاد شده در حین عملیات فرمدهی با استفاده از دو لودسل اندازه‌گیری شده است (شکل ۱۱). به منظور مقایسه نتایج ثئوری و تجربی، مؤلفه قائم نیروی اعمال شده به ابزار محاسبه می‌شود. در این فرآیند شعاع ابزار فرمدهنده برابر با ۵ میلی‌متر و ضخامت ورق آلومینیومی برابر با ۱ میلی‌متر است. ضریب اصطکاک بین سطوح نیز برابر با 0.75 در نظر گرفته می‌شود [۷]. به منظور انتخاب یک مقدار $Y=208\text{Mpa}$ از مقدار تنش نهایی Y ثابت برای پارامتر استفاده می‌کنیم (شکل ۱۴). بنابراین، با استفاده از رابطه (۹) می‌توان نیروی اعمال شده به ابزار در راستای قائم را محاسبه نمود:

$$(F_{tool})_{ny} = 8168(1.15(1 - \cos \alpha)) \cos \alpha + 8168(0.75(\alpha - \tan \alpha)) \cos \alpha \quad (9)$$

نمودار تابع فوق به صورت شکل ۱۴ ترسیم می‌شود.



شکل ۱۴ نیروی قائم اعمال شده به ابزار بر اساس روابط ثئوری

با مقایسه نمودارهای ارائه شده در شکل‌های ۱۱ و ۱۴ تشابه

این تنش برشی، در معادلات لحظه می‌شود. اما به دلیل کوچک بودن مقدار آن، تنش‌های کششی و فشاری اعمال شده بر المان به عنوان تنش‌های اصلی^۱ در نظر گرفته می‌شود. بنابراین، به منظور استفاده از روابط موجود در ناحیه پلاستیک، از تنش برشی صرف‌نظر می‌کنیم و اثر آن را فقط در معادلات تعادل در نظر می‌گیریم.

معادله تعادل در راستای γ به فرم زیر بیان می‌گردد. لازم به ذکر است ضریب اصطکاک بین سطوح (μ) به گونه‌ای انتخاب می‌شود که اثر اصطکاک بین ابزار و رق و اصطکاک

$$\begin{aligned} (\sigma_\gamma + d\sigma_\gamma)(r + dr)(t + dt)d\theta - \sigma_\gamma trd\theta \\ - \mu p R_{tool} d\beta rd\theta = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

با صرف‌نظر از عبارت‌های دیفرانسیلی مرتبه ۲ معادله فوق به فرم زیر ساده می‌شود:

$$d\sigma_\gamma rt + \sigma_\gamma rdt + \sigma_\gamma tdr - \mu p R_{tool} rd\beta = 0 \quad (2)$$

با توجه به رابطه (۱۲) $r = R_{tool} \sin \beta$ و با استفاده از قانون سینوسی $t = t_0 \sin(\pi/2 - \beta)$ معادله فوق بر حسب یک متغیر بازنویسی می‌شود:

$$\frac{d\sigma_\gamma}{d\beta} - \sigma_\gamma \tan \beta + \sigma_\gamma \cot \beta - \frac{\mu p R_{tool}}{t_0 \cos \beta} = 0 \quad (3)$$

در این مقاله، تنش تسلیم به عنوان یک ضریب ثابت (Y) در نظر گرفته می‌شود. با در نظر گرفتن عملیات فرمدهی تدریجی به عنوان یک فرآیند کرنش صفحه‌ای ($d\varepsilon_\theta = 0$) و با استفاده از قوانین جریان، فون‌میزز و حجم ثابت ($d\varepsilon_\gamma + d\varepsilon_\theta + d\varepsilon_n = 0$) راستای نرمال و محیطی به فرم زیر بیان می‌شود:

$$p = \left(\frac{2\sqrt{3}}{3} \right) (Y - \sigma_\gamma) \quad (4)$$

$$\sigma_\theta = 0.5(\sigma_\gamma - p) \quad (5)$$

با استفاده از رابطه (۴) و جایگذاری پارامتر p در معادله (۳) مقدار نهایی و تقریبی تنش در راستای مماسی به فرم زیر بیان می‌شود:

$$\sigma_\gamma = \left(\frac{3}{4} Y \right) \left(\frac{\mu R_{tool}}{t_0} \right) \left(\frac{\sin \alpha}{\cos^2 \alpha} \right) \quad (6)$$

با صرف‌نظر از مؤلفه بسیار کوچک تنش مماسی در راستای نرمال، نیروی عمودی اعمال شده از طرف ابزار به ورق فلزی، از

1. Principal Stresses

می‌باید و در نتیجه میزان فرم‌پذیری ورق فلزی کم می‌شود. همان‌گونه که در رابطه (۶) نشان داده شده است با کاهش شعاع ابزار و افزایش ضخامت ورق مقدار تنش در راستای ۷ کاهش می‌باید. بنابراین، به دلیل کاهش سطح عمومی مقادیر تنش، میزان فرم‌پذیری ورق فلزی افزایش می‌باید. هام و جسويت [۳] با استفاده از آزمایش‌های تجربی وابستگی میزان فرم‌پذیری به شعاع ابزار و ضخامت ورق را اثبات نمودند. به این ترتیب، بر اساس روابط تئوری ارائه شده در بخش قبل، امکان تفسیر بسیاری از پدیده‌های تجربی فراهم می‌شود.

۹- مراجع

- [1] Jackson K., Allwood J., "The mechanics of incremental sheet forming", *Journal of Materials Processing Technology*, No. 209, 2009, pp. 1158–1174.
- [2] Ambrogio G., Filice L., Micari F., "A force measuring based strategy for failure prevention in incremental forming", *Journal of Materials Processing Technology*, No. 177, 2006, pp. 413–416.
- [3] Hamd M., Jeswiet J., "Forming Limit Curves in Single Point Incremental Forming", *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, No. 56, 2007, pp. 277-280.
- [4] Kim Y.H., Park J.J., "Effect of process parameters on formability in incremental forming of sheet metal", *Journal of Materials Processing Technology*, No. 140, 2003, pp. 447–453.
- [5] Rattanachan K., Chungchoo C., "Formability in Single Point Incremental Forming of Dome Geometry", *AIJSTPME*, No. 2, 2009, pp. 57-63.
- [6] Martins P.A.F., Bay N., Skjoedt M., Silva M.B., "Theory of single point incremental forming", *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, No. 57, 2008, pp. 247–252.
- [7] Minutolo F.C., Durante M., Formisano A., Langella A., "Evaluation of the maximum slope angle of simple geometries carried out by incremental forming process", *Journal of Materials Processing Technology*, No. 194, 2007, pp. 145–150.

نسبی نتایج و صحت تقریبی روابط اثبات می‌شود. همچنین، با استفاده از تحلیل ارائه شده در بخش قبل می‌توان محدوده تقریبی نیروی اعمال شده به ابزار را تعیین کرد. به عنوان نمونه در این فرآیند، حداکثر نیروی عمومی اعمال شده به ابزار در حدود ۱۱۰۰ نیوتن تخمین زده می‌شود. این مقدار در آزمایش‌های تجربی نیز مشاهده شد. از سوی دیگر همان‌گونه که در شکل‌های ۱۱ و ۱۴ نشان داده شده است در ابتدای فرآیند با افزایش زاویه α نیروی اعمال شده به ابزار افزایش می‌باید. با پیش‌روی ابزار به سمت پایین به دلیل افزایش زاویه α میزان خم موضعی ایجاد شده در ورق بیشتر می‌شود. همچنین، بر اساس قانون سینوسی ($t = t_0 \cos \alpha$)، با افزایش زاویه α تغییر ضخامت ایجاد شده در ورق افزایش می‌باید. بنابراین، افزایش نیرو در حین فرآیند پدیده‌ای کاملاً منطقی و توجیه‌پذیر است. نکته قابل توجه دیگر تغییر فرم توابع در انتهای فرآیند می‌باشد. با افزایش زاویه دیواره سنبه به دلیل کاهش سطح اتکای ابزار، عملًا تنش فشاری کمری به ورق فلزی وارد می‌شود. کاهش تنش فشاری (p) در حین فرآیند با استفاده از روابط (۵) و (۶) نیز اثبات می‌شود. به این ترتیب، با در نظر گرفتن عوامل بیان شده، می‌توان افزایش نیرو در ابتدای فرآیند و کاهش آن در مقاطع میانی فرآیند را پیش‌بینی کرد. تغییر مقدار نیروی اعمال شده به ابزار برحسب زوایای متفاوت دیواره سنبه در شکل ۱۴ نشان داده شده است. نکته قابل توجه در این نمودار، تغییر ناگهانی مقدار تابع در محدوده ۰/۹ تا ۱ رادیان است. از سوی دیگر، پژوهشگران در تحقیقات خود، حداکثر زاویه قابل دسترس در مورد دیواره ورق‌های فلزی را در حدود ۶۰ تا ۷۰ درجه (در حدود ۱ رادیان) بیان کرده‌اند. بنابراین، بر اساس نتایج تقریبی بدست آمده از تحلیل تئوری این فرآیند می‌توان نتیجه‌گیری مشابهی درمورد محدوده بیان شده برای حداکثر شبیه دیواره ورق ارائه نمود. با عبور از این محدوده تغییر ناگهانی در مقدار تابع ایجاد می‌شود. این تغییر ناگهانی، می‌تواند بیانگر پارگی ورق فلزی در انتهای فرآیند باشد. براساس تئوری‌های بیان شده [۶]، تنش میانگین $(\sigma_m = (1/3)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3))$ نقش مهمی در میزان فرم‌پذیری فلزات نرم دارد. به‌گونه‌ای که با افزایش نسبت تنش سه محوره (σ_m/Y) به دلیل افزایش سطح عمومی مقادیر تنش، سرعت رشد آسیب‌های ایجاد شده در ماده افزایش