مجله مهندسی مکانیک مدرس، فوق‌العاده اسفند 1393، دوره 14، شماره 15، ص‌ص 96-102

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

بررسی برداشت انرژی از ارتعاشات تیر ذوزنقه‌ای با یک لایه پیزوالکتریک با استفاده از روش پارامترهای توزیع شده

محمدرضا اصغرزاده[1]، کمال جهانی[2*]، آرمان کیانپور[3]، مرتضی همایون صادقی[4]

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه تبریز، تبریز
2- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه تبریز، تبریز
3- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز
4- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز
*تبریز، صندوق پستی 51665-315، ka_jahani@tabrizu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 31 تیر 1393
پذیرش: 04 شهریور 1393
ارائه در سایت: 28 مهر 1393

کلید واژگان:
برداشت انرژی
پیزوالکتریک
ارتعاشات
تیر ذوزنقه
روش پارامترهای توزیع‌شده

چکیده

نیاز به تأمین انرژی مدارهای کم‌مصرف الکترونیکی نظیر سنسورها و سیستم‌های بی‌سیم در سال‌های اخیر مورد توجه محققان زیادی قرار گرفته است.وزن زیاد، عمر محدود باتری‌ها و همچنین مشکل تعویض آن‌ها، دلایل اصلی برای برداشت انرژی الکتریکی از منابع انرژی محیطی است. در میان منابع مختلف انرژی محیطی، ارتعاشات مکانیکی به دلیل در دسترس بودن، رواج زیادی پیدا کرده است. از بین روش‌های گوناگون برداشت انرژی از ارتعاشات محیطی، روش پیزوالکتریک به دلیل داشتن تأثیرات مساعد کوپل الکتریکی-مکانیکی از روش‌های خوب برداشت انرژی است. متداول‌ترین وسیله برداشت‌کننده انرژی از ارتعاشات، تیر یکسرگیردار با یک یا چند لایه پیزوالکتریک است.در مقاله حاضر، تولید انرژی الکتریکی از ارتعاشات تیر یکسرگیردار ذوزنقه‌ای اویلر-برنولی، با یک لایه پیزوالکتریک و تحریک پایه، با استفاده از روش پارامترهای توزیع شده بررسی می‌گردد. در ابتدا، معادلات حرکت سیستم به صورت تحلیلی به دست آمده و سپس با استفاده از روش مودهای فرضی (مربوط به تیر مستطیلی)، فرکانس‌های طبیعی سیستم محاسبه شده و نمودارهای مربوط به ولتاژ، جریان و توان ارائه گردیده‌اند. جهت صحه‌گذاری بر نتایج به دست آمده، نمودارهای ولتاژ، جریان و توان برای پیکره‌بندی ذوزنقه‌ای نزدیک به پیکره‌بندی مستطیلی، که نتایج آن در مراجع منتشر شده است، مورد مقایسه قرار می‌گیرد. در ادامه، پارامترهای عملکردی برداشت‌کننده انرژی با پیکره‌بندی ذوزنقه‌ای، با تغییرات مقدار مقاومت مصرف‌کننده انرژی مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد.

Energy Harvesting Investigation from Unimorph Trapezoidal Beam Vibrations using Distributed Parameters Method

Mohammadreza Asgharzadeh[1], Kamal Jahani[2*], Arman Kianpoor[3], MortezaHomayoun Sadeghi[4]

1- Department of Aerospace Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran.
2- Department of Aerospace Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran
3-Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran
4-Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran
*P.O.B. 51665-315Tabriz, Iran, ka_jahani@tabrizu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 22 July 2014
Accepted 26 August 2014
Available Online 20 October 2014

Keywords:
Energy harvesting
Piezoelectric
Vibrations
Trapezoidal beam
Distributed Parameters Method

ABSTRACT

In recent years, the need for low power electronic circuits like sensors and wireless systems has been considered by many researchers. Excessive weight, limited lifetime of the batteries and also the problem of replacing them, are the main reasons for harvesting energy from ambient vibrations. Among the various sources of environmental energy, mechanical vibrations have gained in popularity due to their availability. Between the different methods of ambient vibration energy harvesting, piezoelectric method, is one of the good ways to harvest energy due to the favorable effects of electromechanical coupling. The most common means of harvesting energy from vibrations is a cantilevered beam with one or more piezoelectric layers. In the present paper, electrical energy harvesting from Euler-Bernoulli trapezoidal cantilevered unimorph beam with base excitation using distributed parameter method has been considered. First, equations of motion are analytically obtained and then using Assumed modes method(for rectangular beam), system's natural frequencies are calculated and output voltage, current and power diagrams are presented. For verifying results, presented voltage, current and power output diagrams for trapezoidal configuration close to rectangular configuration, the results of which are published in references, will be compared. Then, functional parameters for trapezoidal energy harvester with resistance value changes for energy consumer have been analyzed.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

M. R. Asgharzadeh, K. Jahani, A. Kianpoor, M. H. Sadeghi, Energy Harvesting Investigation from Unimorph Trapezoidal Beam Vibrations using Distributed Parameters Method, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 14, No. 15, pp. 96-102, 2015 (In Persian)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-28]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.15.37.4]

1- مقدمه

فرآیند به دست آوردن انرژی از محیط اطراف و تبدیل آن به انرژی الکتریکی قابل استفاده را برداشت انرژی[1] گویند. با پیشرفت‌های اخیر تکنولوژی در زندگی روزمره، تقاضا برای وسایل الکترونیکی قابل حمل و کم-مصرف رو به افزایش است. چون این وسایل قابل حمل می‌باشند، ضروری است که بتوانند منبع ذخیره انرژی خود را نیز حمل کنند. به طور سنتی این سیستم‌ها از باتری به عنوان منبع انرژی استفاده می‌کنند.

مشکل اصلی استفاده از باتری‌ها این است که آن‌ها عمر محدودی دارند و تعویض آن‌ها می‌تواند به یک کار تکراری و خسته‌کننده تبدیل شود. حتی در مورد وسایلی مانند سنسورهای بی‌سیم که می‌توانند در جاهای غیرقابل-دسترس، مثل بدنه پل‌ها، بر روی حیوانات برای ردیابی آن‌ها و یا همچنین بر روی سیستم‌های GPS نصب شوند، تعویض باتری می‌تواند امری غیرممکن باشد.در چنین مواردی تنها راه تغذیه این تجهیزات، استفاده از انرژی محیطی، همچون انرژی مکانیکی(ارتعاشات) است. یکجا بودن منبع تغذیه و سنسورها، باعث کاهش تلفات انرژی شده و میزان سیم‌کشی‌های لازم جهت تغذیه سنسورها را کاهش می‌دهد.

در میان مکانیزم‌های مختلفی که برای تبدیل انرژی مکانیکی(ارتعاشات) به الکتریسیته وجود دارد(از قبیل الکترومغناطیس، پیزوالکتریک و الکترواستاتیک)، مکانیزم پیزوالکتریک به دلیل راحتی استفاده از آن، دارا بودن خاصیت ذاتی کوپلینگ الکترومکانیکی و همچنین چگالی‌توان[2] بالا، بیش‌ترین توجه را به خود اختصاص داده و مقالات مروری زیادی در این مورد نوشته شده است [2,1].

متداول‌ترین وسیله برداشت کننده انرژی از ارتعاشات، تیر یکسرگیردار با یک یا چند لایه پیزوسرامیک (PZT) است که بر روی یک سازه مرتعش قرار می‌گیرد. کرنش دینامیکی ایجاد شده در لایه‌های پیزوالکتریک منجر به تولید ولتاژ الکتریکی می‌گردد که به وسیله الکترودهایی که سطح لایه پیزوالکتریک را می‌پوشانند، جمع‌آوری و ذخیره می‌گردد. از لحاظ ریاضی فرایند تبدیل انرژی مکانیکی(ارتعاشات) به انرژی الکتریکی قابل‌استفاده را می‌توان به وسیله روابط ساختاری پیزوالکتریک [3] و همچنین روابط مقاومت مصالح تشریح نمود. جهت بیان رفتار ارتعاشی تیر یکسرگیردار PZT، سه نوع مدل‌سازی توسط محققین مورد استفاده قرار گرفته است که عبارت‌اند از: مدل گسسته[3]، مدل پیوسته[4] و مدل اجزاءمحدود[5]، که در اکثر این بررسی‌ها، تیر یکسرگیردار مستطیلی با یک یا دو لایه پیزوالکتریک مورد بررسی قرار گرفته است. اومدا و همکاران [4] جزو اولین محققان در زمینه برداشت کننده‌های انرژی بودند. مدل پیشنهادی آن‌ها یک مدل گسسته بود که از یک جرم، فنر و میراکننده تشکیل شده بود. ویلیامز و ییتز [5]مدل یک درجه آزادی با تحریک پایه و بر اساس مکانیزم الکترومغناطیس ارائه دادند. در سال‌های بعد روندی و همکاران [6] تلاش کردند که مدل‌های قبلی را بهبود ببخشند. آجیتساریا و همکاران[7] تیر یکسرگیردار با دو لایه پیزوالکتریک را با فرض تیر اویلر-برنولی، و همچنین تیر تیموشنکو بررسی کرده و حل تحلیلی ارائه نمودند. ارتورک و اینمن برای تیر یکسرگیردار مستطیلی دولایه حل تحلیلی ارائه کردند[8]. آن‌ها در مقالات خود به بررسی روش گسسته نیز پرداخته و ثابت کردند که این روش برای ارتعاشات طولی و عرضی تیر نتایج غیر دقیقی ارائه می‌کند، در نتیجه ضرایب تصحیحی برای این مدل ارائه نمودند [9]. همچنین آن‌ها روش‌های تحلیلی را با تست‌های تجربی مقایسه نموده و مدل‌های متنوعی پیشنهاد داده‌اند.

روندی و همکاران[10] ادعا کردند که پیکره‌بندی ذوزنقه‌ای شکل می‌تواند عملکرد بهتری در تولید انرژی الکتریکی نسبت به پیکره‌بندی مستطیل داشته باشد. دنیس و همکاران [11] نیز بررسی کردند که هندسه ذوزنقه‌ای قادر به تولید توان بیشتری است، اما هیچ فرمول یا رابطه‌ای برای آن ارائه نکردند.

برای تیر یکسر گیردار با لایه PZT، به دلیل اینکه کرنش تیر با پیکره‌بندی ذوزنقه‌ای معکوس (قائده ذوزنقه در محل تکیه‌گاه بزرگ‌تر از نوک تیر است) بیشتر از تیر مستطیلی است، لذا توان الکتریکی بیشتری تولید می-کند. همچنین با حجم مشخص تیر ذوزنقه‌ای مستقیم به دلیل سطح تماس بزرگ‌تر در محل اتصال به پایه دارای سطح تنش کمتر و در نتیجه دارای عمر بیشتری نسبت به دو پیکره‌بندی قبلی است. در این مقاله، برداشت انرژی الکتریکی از یک تیر اویلر-برنولی با پیکره‌بندی ذوزنقه‌ای شکل مستقیم تک لایه با استفاده از روش پارامترهای توزیع شده بررسی گردیده و نمودارهای مربوط به ولتاژ، جریان و توان خروجی ترسیم شده است. حرکت پایه هارمونیک و دائمی فرض شده است که منجر به تولید خروجی الکتریکی پیوسته از سیستم می‌گردد و الکترودها به صورت سری به لایه پیزوالکتریک متصل شده‌اند. تحت شرایط یکسان، پیکره‌بندی سری الکترودها منجر به تولید ولتاژ خروجی بیشتر و پیکره‌بندی موازی آن‌ها منجر به تولید جریان خروجی بیشتری می‌گردد. همچنین سیستم مدل شده خطی فرض شده است، بدین معنی که آستانه تحریک باید تا جایی باشد که ترم‌های غیرخطی هندسی و پیزوالاستیک در سیستم ظاهر نشود. فرمول‌بندی پارامترهای توزیع‌شده‌ی خطی ارائه شده، نسخه‌ی الکترومکانیکی روش رایلی-ریتز است. لازم به ذکر است که روابط ارائه شده در این مقاله برای تیر ذوزنقه‌ای معکوس نیز قابل اعمال است، با این توضیح که در آن حالت، نسبت طول قاعده ذوزنقه در ریشه به نوک تیر کوچک‌تر از یک خواهد بود. مزیت روش پارامترهای توزیع شده نسبت به روش گسسته این است که در این روش رابطه تنش-کرنش در کل تیر وارد محاسبه می‌شود. بررسی عملکرد تیر تک لایه PZT با پیکره‌بندی ذوزنقه‌ای با استفاده از روش پارامترهای توزیع شده نوآوری این کار تحقیقاتی می‌باشد که تاکنون توسط محققین دیگر گزارش نشده است.

2- مدل‌سازی به روش پارامترهای توزیع شده

در این مقاله، تیر یکسرگیردار اویلر-برنولی با پیکره‌بندی ذوزنقه‌ای شکل و یک لایه پیزوالکتریک، به عنوان برداشت کننده انرژی در نظر گرفته شده است(شکل1). مدل مذکور از طریق الکترودهایی به یک مدار ساده متصل شده که فقط شامل یک مقاومت‌الکتریکی به عنوان مصرف‌کننده توان است. فرض شده است که الکترودها تمام سطح لایه پیزوالکتریک را پوشانده و لایه پیزوالکتریک به طور کامل به سطح تیر چسبیده باشد. حرکت عرضی تیر را می‌توان به صورت معادله (1) نشان داد.

$$W(x,t) = w_{\mathrm{b}}(x,t) + w_{\mathrm{rel}}(x,t) \quad (1)$$

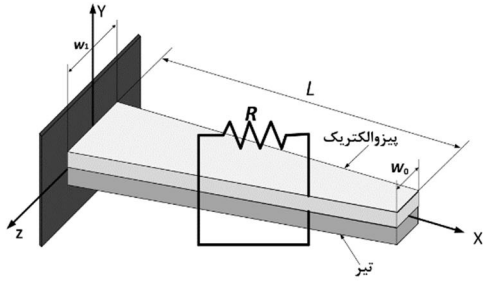
که در آن $w_{\mathrm{b}}(x,t)$ حرکت پایه تیر و $w_{\mathrm{rel}}(x,t)$جابجایی عرضی تیر نسبت به انتهای گیردار است.

همچنین حرکت پایه به صورت رابطه (2) بیان می‌شود.

$$w_{\mathrm{b}}(x,t) = g(t) + xh(t) \quad (2)$$

1- Energy harvesting
2- Power Density
3- Lumped parameter model
4- Distributed parameter model
5- Finite element model

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-28]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.15.37.4]



شکل1 تیر ذوزنقه با یک لایه پیزوالکتریک

در رابطه بالا $g(t)$ حرکت عرضی تیر در جهت y و $h(t)$ چرخش تیر حول محور z می‌باشد.

معادله حرکت تیر اویلر-برنولی تحت ارتعاشات آزاد و در صفحه x-y به صورت معادله (3) بیان می‌شود.

$$YI(x)\frac{\partial^2 M(x,t)}{\partial x^2} + m(x)\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (3)$$

در رابطه فوق، Y مدول یانگ تیر، $I(x)$ ممان اینرسی سطح مقطع، $M(x,t)$ ممان خمشی، $m(x)$ جرم بر واحد طول تیر و $w(x,t)$ حرکت عرضی تیر است.

برای نشان دادن تلفات مکانیکی دو نوع مختلف میرایی را می‌توان برای سیستم در نظر گرفت [12]. نوع اول میرایی خارجی یا مقاومت هوا(میرایی ویسکوز) و نوع دوم میرایی داخلی یا سازه‌ای. با وارد کردن ضرایب میرایی در سیستم، معادله حرکت به صورت رابطه (4) خواهد بود:

$$YI(x)\frac{\partial^2 M(x,t)}{\partial x^2} + c_s I(x)\frac{\partial^5 w(x,t)}{\partial x^4 \partial t}t + c_a\frac{\partial w(x,t)}{\partial t} + m(x)\frac{\partial^2 w(x)}{\partial t^2} = 0 \quad (4)$$

رابطه (5) با جایگذاری رابطه (1) در معادله (4) به دست می‌آید:

$$\frac{\partial^2 M(x,t)}{\partial x^2} + c_s I(x)\frac{\partial^5 w_{rel}(x,t)}{\partial x^4 \partial t} + c_a\frac{\partial w_{rel}(x,t)}{\partial t} + m(x)\frac{\partial^2 w_{rel}(x,t)}{\partial t^2} = -m(x)\frac{\partial^2 w_{b(x,t)}}{\partial t^2} - c_a\frac{\partial w_b(x,t)}{\partial t} \quad (5)$$

در رابطه (5)، c_a ضریب میرایی ویسکوز و$c_s I(x)$ ترم میرایی سازه‌ای معادل برای سطح مقطع کامپوزیتی است.

با استفاده از روابط ساختاری پیزوالکتریک، ممان خمشی داخلی $M(x,t)$ به صورت رابطه (6) محاسبه خواهد شد:

$$M(x,t) = -\int_{h_a}^{h_b} T_1^s w(x) y dy - \int_{h_b}^{h_c} T_1^p w(x) y dy \quad (6)$$

که در رابطه فوق، $w(x)$ عرض تیر ذوزنقه‌ای، T_1^s تنش در تیر و T_1^pتنش در لایه پیزوالکتریک می‌باشد.

رابطه (7) با جایگذاری روابط تنش پیزوالکتریک در معادله (6) به دست می‌آید.

$$M(x,t) = \int_{h_a}^{h_b} Y_s w(x)\frac{\partial^2 w_{rel}(x,t)}{\partial x^2} y^2 dy + \int_{h_b}^{h_c} Y_p w(x)\frac{\partial^2 w_{rel}}{\partial x^2} y^2 dy - \int_{h_b}^{h_c} V(t) Y_p w(x)\frac{d_{31}}{h_p} y dy \quad (7)$$

با ساده‌سازی، رابطه (7) به رابطه (8) تبدیل خواهد شد:

$$M(x,t) = YI(x)\frac{\partial^2 w_{rel}(x,t)}{\partial x^2} + \vartheta V(t) \quad (8)$$

از رابطه بالا، ترم کوپلینگ الکترومکانیکی به صورت رابطه (9) به دست می‌آید.

$$\vartheta = -\frac{Y_p d_{31} w(x)}{2h_p}(h_c^2 - h_b^2) \quad (9)$$

در روابط بالا d_{31} ثابت پیزوالکتریک، Y_p مدول یانگ لایه پیزوالکتریک، h_a، h_b و h_c به ترتیب فاصله پایین‌ترین لایه تیر از محور خنثی، پایین‌ترین لایه پیزوالکتریک از محور خنثی و بالاترین لایه پیزوالکتریک از محور خنثی است.

همچنین روابط مربوط به ممان اینرسی و عرض تیر به صورت روابط (10) و (11) تعریف می‌گردند.

$$I(x) = \frac{I_1}{L}[L - \frac{(r-1)}{r}\frac{x}{L}] \quad (10)$$

و

$$w(x) = w_1(1 - \frac{(r-1)}{r}\frac{x}{L}) \quad (11)$$

که در روابط فوق r نسبت عرض تیر در انتهای گیردار w_1، به عرض تیر در انتهای آزاد w_0 است و I_1 عبارت است از ممان اینرسی مقطع تیر مرکب در محل تکیه‌گاه. طبق رابطه (12) داریم:

$$r = \frac{w_1}{w_0} \quad (12)$$

در نهایت با استفاده از روابط (8-12) معادله حرکت به صورت رابطه (13) خواهد بود.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[YI(x)\frac{\partial^2 w_{rel}(x,t)}{\partial x^2} + \vartheta V(t)\right] + c_s I(x)\frac{\partial^5 w_{rel}}{\partial x^4 \partial t} + c_a\frac{\partial w_{rel}(x,t)}{\partial t} + m(x)\frac{\partial^2 w_{rel}(x,t)}{\partial t^2} + \vartheta V(t) = -m(x)\frac{\partial^2 w_b(x,t)}{\partial t^2} - c_a\frac{\partial w_b(x,t)}{\partial t} \quad (13)$$

معادله (13)، معادله حرکت مکانیکی با کوپلینگ الکتریکی است. حال برای به دست آوردن معادله مدارالکتریکی با کوپلینگ مکانیکی از روابط پیزوالکتریک به صورت رابطه (14) استفاده می‌شود.

$$D_3 = d_{31}T_1 + \varepsilon_{33}^T E_3 \quad (14)$$

در رابطه (14)، D_3 جابجایی الکتریکی، ε_{33}^T ظرفیت الکتریکی در تنش ثابت و E_3 میدان‌الکتریکی است. همچنین زیرنویس‌های 1 و 3 به ترتیب منطبق بر محورهای x و y می‌باشند.

با جایگذاری $E_3(t) = \frac{-V(t)}{h_p}$ و نیز $\varepsilon_{33}^S = \varepsilon_{33}^T - d_{31}^2 Y_p$ رابطه(14) به صورت رابطه (15) بازنویسی می‌شود.

$$D_3(x,t) = d_{31}Y_p s_1(x,t) - \varepsilon_{33}^S\frac{V(t)}{h_p} \quad (15)$$

با معرفی h_{pc} به عنوان فاصله مرکز لایه پیزوالکتریک از محور خنثی طبق رابطه (16) خواهیم داشت:

$$s_1(x,t) = -h_{pc}\frac{\partial^2 w_{rel}(x,t)}{\partial x^2} \quad (16)$$

که$s_1(x,t)$کرنش خمشی متوسط لایه پیزوالکتریک در نقطه x و زمان t است.

با جایگذاری رابطه (16) در (15) و انتگرال‌گیری از آن، (رابطه 17) بار الکتریکی $q(t)$ نتیجه خواهد شد.

$$q(t) = -\int_{x=0}^{L}(d_{31}Y_p h_{pc} w(x)\frac{\partial^2 w_{rel}(x,t)}{\partial x^2} + \varepsilon_{33}^S w(x)\frac{V(t)}{h_p})dx \quad (17)$$

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-28]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.15.37.4]

پس از به دست آوردن رابطه بار الکتریکی$q(t)$ می‌توان مقادیر مربوط به جریان$i(t)$ و ولتاژ $v(t)$ را به صورت روابط (18) و (19) محاسبه کرد.

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -\int_{x=0}^{L} d_{31}Y_{\mathrm{p}}h_{\mathrm{pc}}w(x)\frac{\partial^3 w_{\mathrm{rel}}(x,t)}{\partial x^2 \partial t}dx - \frac{\varepsilon_{33}^{\mathrm{s}}w(x)L}{h_{\mathrm{p}}}\frac{dV(t)}{dt} \quad (18)$$

$$V(t) = Ri(t) = -R\int_{x=0}^{L} d_{31}Y_{\mathrm{p}}h_{\mathrm{pc}}w(x)\frac{\partial^3 w_{\mathrm{rel}}(x,t)}{\partial x^2 \partial t}dx + \frac{\varepsilon_{33}^{\mathrm{s}}w(x)L}{h_{\mathrm{p}}}\frac{dV(t)}{dt} \quad (19)$$

و در نهایت با مرتب کردن رابطه (19) معادله مدار الکتریکی به صورت رابطه (20) به دست خواهد آمد.

$$\frac{\varepsilon_{33}^{\mathrm{s}}w(x)L}{h_{\mathrm{p}}}\frac{dV(t)}{dt} + \frac{V(t)}{R} = -\int_{x=0}^{L} d_{31}Y_{\mathrm{p}}h_{\mathrm{pc}}w(x)\frac{\partial^3 w_{\mathrm{rel}}(x,t)}{\partial x^2 \partial t}dx \quad (20)$$

3- حل معادلات

در این بخش، برای حل معادلات حاکم بر سیستم از اصل جداسازی متغیرها به صورت رابطه (21) استفاده می‌شود.

$$w_{\mathrm{rel}}(x,t) = \sum_{r=1}^{\infty}\phi_{\mathrm{r}}(x)\eta_{\mathrm{r}}(t) \quad (21)$$

در رابطه فوق $\phi_{\mathrm{r}}(x)$ نماینده قسمت مکانی(شکل مودهای تیر مستطیلی) و $\eta_{\mathrm{r}}(t)$ پاسخ زمانی تیر است، که با قرار دادن رابط (21) در (20) به رابطه (22) خواهیم رسید:

$$\frac{\varepsilon_{33}^{\mathrm{s}}w(x)L}{h_{\mathrm{p}}}\frac{dV(t)}{dt} + \frac{V(t)}{R} = -\int_{x=0}^{L} d_{31}Y_{\mathrm{p}}h_{\mathrm{pc}}w(x)\frac{d^2\phi_{\mathrm{r}}(x)}{dx^2}\frac{d\eta_{\mathrm{r}}(t)}{dt}dx \quad (22)$$

با ساده‌سازی معادله بالا رابطه (23) به دست می‌آید [13]:

$$\frac{dV(t)}{dt} + \frac{h_{\mathrm{p}}}{R\varepsilon_{33}^{\mathrm{s}}w(x)L}V(t) = \sum_{r=1}^{\infty}\phi_{\mathrm{r}}(x)\frac{d\eta_{\mathrm{r}}(t)}{dt} \quad (23)$$

که در آن طبق رابطه (24) داریم:

$$\phi_{\mathrm{r}}(x) = -\frac{d_{31}Y_{\mathrm{p}}h_{\mathrm{pc}}h_p}{\varepsilon_{33}^{\mathrm{s}}L}$$
$$\int_{x=0}^{L}\frac{d^2\phi_{\mathrm{r}}(x)}{dx^2}dx = -\frac{d_{31}Y_{\mathrm{p}}h_{\mathrm{pc}}h_p}{\varepsilon_{33}^{\mathrm{s}}L}\frac{d\phi_{\mathrm{r}}(t)}{dx}\Big|_{x=L} \quad (24)$$

معادله (23) را می‌توان با ضرب فاکتور انتگرال $\mu = e^{\frac{t}{\tau_{\mathrm{c}}}}$ در آن حل کرد. پارامتر τ_{c} معرف ثابت زمانی مدار است که به صورت رابطه (25) تعریف می‌شود.

$$\tau_{\mathrm{c}} = \frac{R\varepsilon_{33}^{\mathrm{s}}w(x)L}{h_p} \quad (25)$$

طبق رابطه (26) داریم:

$$V(t) = e^{\frac{-t}{\tau_{\mathrm{c}}}}[e^{\frac{t}{\tau_{\mathrm{c}}}}\sum_{r=1}^{\infty}\phi_{\mathrm{r}}\frac{d\eta_{\mathrm{r}}(t)}{dt}dt + c] \quad (26)$$

به منظور ساده‌سازی، با فرض ولتاژ اولیه صفر (c=0) در رابطه بالا و مرتب کردن آن، در رابطه (27) داریم:

$$V(t) = e^{\frac{-t}{\tau_{\mathrm{c}}}}\sum_{r=1}^{\infty}\phi_{\mathrm{r}}\int e^{\frac{t}{\tau_{\mathrm{c}}}}\frac{d\eta_{\mathrm{r}}(t)}{dt}dt \quad (27)$$

برای حل معادله بالا نیاز به دانستن ترم زمانی معادله، $\eta_{\mathrm{r}}(t)$ است. از آنجا که فرض کرده‌ایم سیستم دارای میرایی تناسبی می‌باشد، مقدار $\phi_{\mathrm{r}}(x)$ در رابطه (21) به صورت رابطه (28) قرار داده می‌شود [14]:

$$\phi_{\mathrm{r}}(x) = \sqrt{\frac{1}{mL}}[\cosh\frac{\lambda_{\mathrm{r}}}{L}x - \cos\frac{\lambda_{\mathrm{r}}}{L}x - \sigma_{\mathrm{r}}(\sinh\frac{\lambda_{\mathrm{r}}}{L}x - \sin\frac{\lambda_{\mathrm{r}}}{L}x)] \quad (28)$$

که طبق رابطه (29):

$$\sigma_r = \frac{\sinh\lambda_{\mathrm{r}} - \sin\lambda_{\mathrm{r}}}{\cosh\lambda_{\mathrm{r}} + \cos\lambda_{\mathrm{r}}} \quad (29)$$

شروط عمود بودن مودها برای معادله (28) به صورت رابطه (30) خواهد بود:

$$\int_{x=0}^{L} m\phi_{\mathrm{s}}(x)\phi_{\mathrm{r}}(x)dx = \delta_{\mathrm{rs}},$$
$$\int_{x=0}^{L} YI(x)\phi_{\mathrm{s}}(x)\frac{d^4\phi_{\mathrm{r}}(x)}{dx^4}dx = \omega_{\mathrm{r}}^2\delta_{\mathrm{rs}} \quad (30)$$

با قرار دادن رابطه (21) در معادله حرکت، همچنین استفاده از شروط عمود بودن مودها و حل قسمت زمانی آن معادله (31) حاصل می‌شود.

$$\frac{d^2\eta_{\mathrm{r}}(t)}{dt^2} + 2\xi_{\mathrm{r}}\omega_{\mathrm{r}}\frac{d\eta_{\mathrm{r}}(x)}{dt} + \omega_{\mathrm{r}}^2\eta_{\mathrm{r}}(t) + \chi_{\mathrm{r}}V(t) = N_{\mathrm{r}}(t) \quad (31)$$

در رابطه بالا نسبت میرایی ξ_{r} از رابطه (32) حاصل می‌شود:

$$\xi_{\mathrm{r}} = \frac{c_{\mathrm{s}}I(x)\omega_{\mathrm{r}}}{2YI(x)} + \frac{c_{\mathrm{a}}}{2m(x)\omega_{\mathrm{r}}} \quad (32)$$

همچنین χ_{r} ترم کوپلینگ مودال نامیده شده و به صورت رابطه (33) تعریف می‌شود.

$$\chi_{\mathrm{r}} = \vartheta\frac{d\phi_{\mathrm{r}}(x)}{dx}\Big|_{x=L} \quad (33)$$

با حل معادله (31) پاسخ زمانی مسئله به صورت رابطه (34) بیان خواهد شد.

$$\eta_{\mathrm{r}}(t) = \frac{1}{\omega_{\mathrm{rd}}}\int_{\tau=0}^{t}[N_{\mathrm{r}}(\tau) - \chi_{\mathrm{r}}V(\tau)]e^{-\xi_{\mathrm{r}}\omega_{\mathrm{r}}(t-\tau)}\sin\omega_{\mathrm{rd}}(t-\tau)d\tau \quad (34)$$

در رابطه بالا تابع نیروی مکانیکی و ترم‌های تشکیل‌دهنده آن به صورت روابط (35- 38) بیان می‌شوند.

$$N_r(t) = N_{\mathrm{r}}^{\mathrm{c}}(t) + N_{\mathrm{r}}^{\mathrm{m}}(t) \quad (35)$$

$$N_{\mathrm{r}}^{c}(t) = -c_{\mathrm{a}}[\gamma_{\mathrm{r}}^{\mathrm{w}}\frac{dg(t)}{dt} + \gamma_{\mathrm{r}}^{\theta}\frac{dh(t)}{dt}] \quad (36)$$

$$N_{\mathrm{r}}^{m}(t) = -m(x)[\gamma_{\mathrm{r}}^{\mathrm{w}}\frac{d^2g(t)}{dt^2} + \gamma_{\mathrm{r}}^{\theta}\frac{d^2h(t)}{dt^2}] \quad (37)$$

$$\gamma_{\mathrm{r}}^{\mathrm{w}} = \int_{x=0}^{L}\phi_{\mathrm{r}}(x)dx$$
$$\gamma_{\mathrm{r}}^{\theta} = \int_{x=0}^{L}x\phi_{\mathrm{r}}(x)dx \quad (38)$$

همان‌طور که در رابطه (39) نشان داده شده است با جایگذاری رابطه (34) در (27) خواهیم داشت.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-28]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.15.37.4]

$$V(t) = e^{\frac{-t}{\tau_c}} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\phi_r}{\omega_{rd}} \int e^{\frac{t}{\tau_c}} \frac{d}{dt} \left(\int_{\tau=0}^{t} [N_r(\tau) - \chi_r V(\tau)] e^{-\xi_r \omega_r (t-\tau)} \sin\omega_{rd}(t-\tau) d\tau \right) dt \quad (39)$$

جهت سادگی، حرکت پایه به صورت هارمونیک در نظر گرفته می‌گردد. با این فرض عبارت‌های حرکت عرضی $h(t)$، چرخش کوچک $g(t)$ و ولتاژ $v(t)$ ، به صورت روابط (40) بیان می‌گردند.

$$h(t) = \theta_0 e^{j\omega t} \quad , \quad g(t) = Y_0 e^{j\omega t} \quad , \quad V(t) = V_0 e^{j\omega t} \quad (40)$$

در روابط بالا θ_0 دامنه چرخش، Y_0 دامنه حرکت عرضی در جهت y و V_0دامنه ولتاژ عبوری از مقاومت الکتریکی است.

همان طور که در رابطه (41) نشان داده شده است با جایگذاری روابط (35) و (40) در رابطه (27) و صرف‌نظر از میرایی ویسکوز خواهیم داشت:

$$\frac{d^2\eta_r(t)}{dt^2} + 2\xi_r\omega_r \frac{d\eta_r(x)}{dt} + \omega_r^2\eta_r(t) + \chi_r V_0 e^{j\omega t} = m(x)\omega^2(\gamma_r^w Y_0 + \gamma_r^\theta \theta_0)e^{j\omega t} \quad (41)$$

با حل معادله بالا $\eta_r(t)$ به صورت رابطه (42) به دست می‌آید.

$$\eta_r(t) = \frac{[m(x)\omega^2(\gamma_r^w Y_0 + \gamma_r^\theta \theta_0) - \chi_r V_0 e^{j\omega t}]}{\omega_r^2 - \omega^2 + j2\xi_r\omega_r\omega} \quad (42)$$

حال با قرار دادن $V(t)=V_0e^{j\omega t}$ در رابطه (23) به رابطه (43) خواهیم رسید:

$$\left(\frac{1 + j\omega\tau_c}{\tau_c}\right)V_0 e^{j\omega t} = \sum_{r=1}^{\infty} \phi_r(x) \frac{d\eta_r(t)}{dt} \quad (43)$$

در نهایت با قرار دادن $\eta_r(t)$ در رابطه (43) دامنه ولتاژ به صورت رابطه (44) به دست می‌آید.

$$\left(\frac{1 + j\omega\tau_c}{\tau_c}\right)V_0 = \sum_{r=1}^{\infty} \phi_r \frac{j\omega[m(x)\omega^2(\gamma_r^w Y_0 + \gamma_r^\theta \theta_0) - \chi_r V_0]}{\omega_r^2 - \omega^2 + j2\xi_r\omega_r\omega} \quad (44)$$

پس از ساده کردن رابطه بالا و به دست آوردن V_0 از آن، رابطه (45) را خواهیم داشت:

$$V_0 = \frac{\sum_{r=1}^{\infty} \frac{jm(x)\omega^3\phi_r(\gamma_r^w Y_0 + \gamma_r^\theta \theta_0)}{\omega_r^2 - \omega^2 + j2\xi_r\omega_r\omega}}{\sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega\chi_r\phi_r}{\omega_r^2 - \omega^2 + j2\xi_r\omega_r\omega} + \frac{1 + j\omega\tau_c}{\tau_c}} \quad (45)$$

طبق رابطه $V(t) = V_0 e^{j\omega t}$ ولتاژ عبوری از مقاومت الکتریکی به صورت رابطه (46) بیان خواهد گردید.

$$V(t) = \frac{\sum_{r=1}^{\infty} \frac{jm(x)\omega^3\phi_r(\gamma_r^w Y_0 + \gamma_r^\theta \theta_0)e^{j\omega t}}{\omega_r^2 - \omega^2 + j2\xi_r\omega_r\omega}}{\sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega\chi_r\phi_r}{\omega_r^2 - \omega^2 + j2\xi_r\omega_r\omega} + \frac{1 + j\omega\tau_c}{\tau_c}} \quad (46)$$

همچنین رابطه جریان را می‌توان از تقسیم ولتاژ بر مقاومت الکتریکی به صورت رابطه (47) بیان کرد.

$$V(t) = \frac{\sum_{r=1}^{\infty} \frac{jm(x)\omega^3\phi_r(\gamma_r^w Y_0 + \gamma_r^\theta \theta_0)e^{j\omega t}}{\omega_r^2 - \omega^2 + j2\xi_r\omega_r\omega}}{\sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega\chi_r\phi_r}{\omega_r^2 - \omega^2 + j2\xi_r\omega_r\omega} + \frac{1 + j\omega\tau_c}{\tau_c}} \quad (47)$$

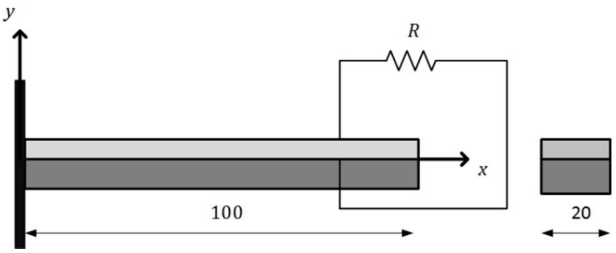
4- صحه‌گذاری فرآیند تحلیل

در این بخش جهت صحه‌گذاری روابط ارائه شده برای تیر ذوزنقه‌ای، نمودارهای مربوط به ولتاژ، جریان و توان خروجی برای تیر مستطیلی با ابعاد نشان داده شده در شکل2 بررسی می‌گردد. لازم به ذکر است که نتایج ارائه شده در این مقاله با نتایج آزمایش انجام گرفته در [13] مقایسه شده‌اند. بدین منظور نسبت عرض تیر در انتهای گیردار w_1 به عرض در انتهای آزاد w_0 را به صورت $r=0/95$ فرض کرده و نمودارهای مربوط به ولتاژ، جریان و توان خروجی برای مقاومت الکتریکی $R=10^4\Omega$ در ادامه ترسیم گردیده‌اند. نمونه مورد مطالعه در شکل 2 نشان داده شده است. جهت وضوح بیشتر نمای بزرگ شده نیز در شکل‌ها نشان داده شده‌اند.

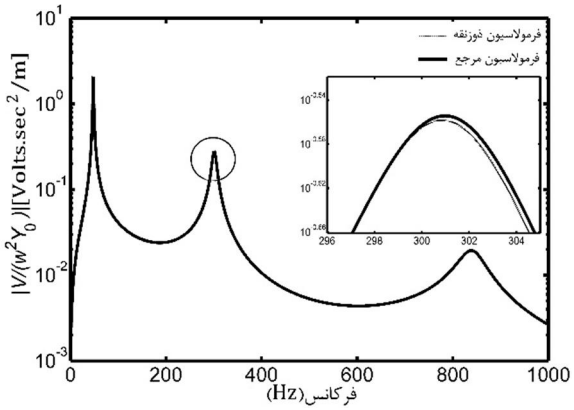
همان طور که در شکل‌های3، 4 و5 مشاهده می‌گردد، نتایج ارائه شده در این مقاله با دقت قابل قبولی با نتایج ارائه شده در [13] برای برداشت کننده مستطیلی مطابقت دارد.

5- بررسی یک نمونه مطالعاتی با در نظر گرفتن تأثیر مقاومت الکتریکی

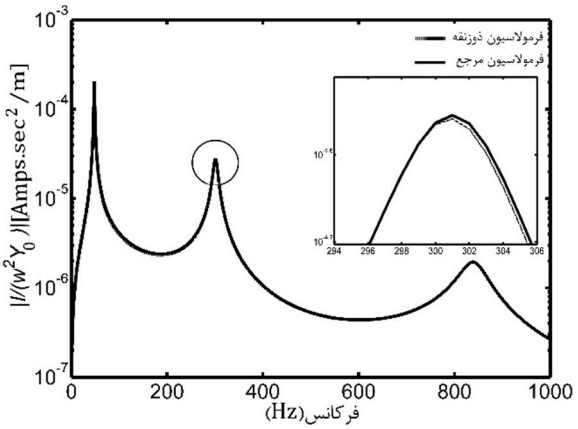
در این بخش یک برداشت‌کننده ذوزنقه‌ای با پارامترهای هندسی ارائه شده در جدول 1 بررسی می‌گردد.



شکل2تیر مستطیل با یک لایه پیزوالکتریک

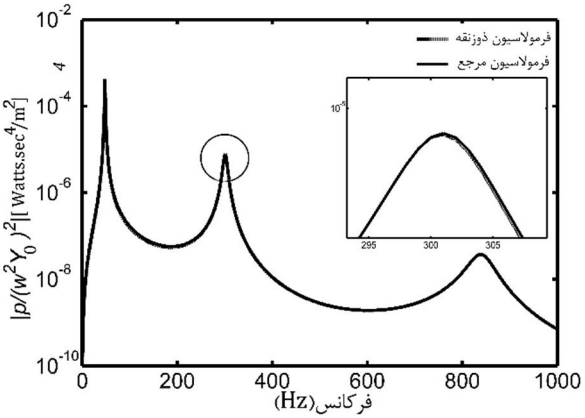


شکل3نمودار ولتاژ خروجی مقایسه شده



شکل4نمودار جریان خروجی مقایسه شده

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-28]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.15.37.4]



شکل5نمودار توان خروجی مقایسه شده

جدول1پارامترهای هندسی نمونه

[1] پارامتر	[2] تیر (s)	[3] پیزوالکتریک
[4] طول L(mm)	[5] 100	[6] 100
[7] ضخامت h(mm)	[8] 0/5	[9] 0/4
[10] عرض تیر در پایه w_1(mm)	[11] 20	[12] 20
[13] عرض تیر در انتهای آزاد w_0(mm)	[14] 10	[15] 10
[16] مدول یانگ Y(GPa)	[17] 100	[18] 66
[19] چگالی ρ (kg/m^3)	[20] 7165	[21] 7800
[22] ثابت پیزوالکتریک d_{31}(Pm/V)	[23] -	[24] -190
[25] ظرفیت الکتریکی ε_{33}^{S} (nF/m)	[26] -	[27] 15/93

نسبت‌های میرایی از داده‌های آزمایشگاهی[13] به دست آمده، همچنین برای به دست آوردن سه فرکانس طبیعی اول سیستم از روش رایلی-ریتز استفاده شده است. بنابراین سه فرکانس طبیعی اول سیستم در محدوده Hz 0-1000 عبارت‌اند از:

$\omega_1 = 65\text{Hz}$, $\omega_2 = 356\text{Hz}$, $\omega_3 = 956\text{Hz}$

همچنین ضرایب میرایی سیستم عبارت‌اند از:

$\xi_1 = 0/010 \quad \xi_2 = 0/013 \quad \xi_3 = 0/033$

از آنجایی که مقدار مقاومت‌الکتریکی R پارامتر مهمی در تعیین رفتار دینامیکی سازه است، توابع ولتاژ، جریان و توان خروجی برای 3 مقدار مختلف R از $10^2\Omega$تا$10^4\Omega$ ترسیم خواهد گردید.

برای رسم تابع فرض می‌کنیم حرکت پایه هارمونیک باشد و تیر فقط در جهت عرضی حرکت کند و از چرخش تیر نیز صرف‌نظر می‌کنیم$(h(t)=0)$. همچنین جهت بی‌بعدسازی، نسبت ولتاژ به شتاب پایه و جریان به شتاب پایه را به صورت روابط (48) و (49) در نظر گرفته و نمودارهای مربوطه ترسیم می‌گردند.

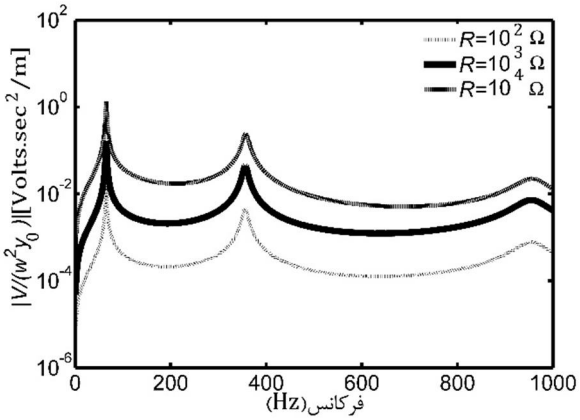
$$\frac{V(t)}{-\omega^2 Y_0 e^{j\omega t}} = \frac{\sum_{r=1}^{\infty} \frac{-jm(x)\omega\phi_r\gamma_r^w}{\omega_r^2-\omega^2+j2\xi_r\omega_r\omega}}{\sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega\chi_r\phi_r}{\omega_r^2-\omega^2+j2\xi_r\omega_r\omega} + \frac{1+j\omega\tau_c}{\tau_c}} \qquad (48)$$

$$\frac{i(t)}{-\omega^2 Y_0 e^{j\omega t}} = \frac{\sum_{r=1}^{\infty} \frac{-jm(x)\omega\phi_r\gamma_r^w}{\omega_r^2-\omega^2+j2\xi_r\omega_r\omega}}{R(\sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega\chi_r\phi_r}{\omega_r^2-\omega^2+j2\xi_r\omega_r\omega} + \frac{1+j\omega\tau_c}{\tau_c})} \qquad (49)$$

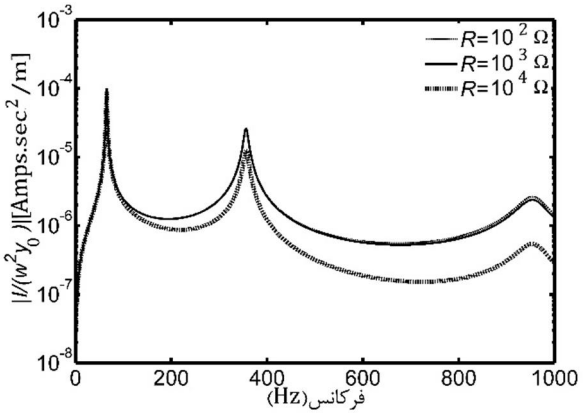
همان‌گونه که در شکل 6 مشاهده می‌گردد، نمودار پاسخ فرکانسی ولتاژ خروجی (رابطه48) بر حسب فرکانس برای سه مقدار مختلف مقاومت-الکتریکی ترسیم گردیده است. قله‌هایی که در نمودار مشاهده می‌گردند، نمایانگر فرکانس‌های طبیعی سیستم می‌باشند، که برای سیستم مورد مطالعه در محدوده فرکانسی Hz 0-1000 فقط سه فرکانس طبیعی در این محدوده قرار دارند. بنابراین، نمودارهای ترسیم شده دارای سه قله می‌باشند.

با توجه به نمودار ولتاژ خروجی، اندازه ولتاژ به دست آمده از سیستم رابطه مستقیمی با مقاومت‌الکتریکی دارد، یعنی با افزایش مقاومت الکتریکی اندازه ولتاژ برداشت‌شده از سیستم افزایش می‌یابد.

نمودار پاسخ فرکانسی جریان خروجی بر حسب فرکانس در شکل 7 ترسیم شده است. برخلاف رفتار سیستم در نمودار ولتاژ خروجی، در نمودار پاسخ فرکانسی جریان خروجی، مقدار جریان برداشت‌شده از سیستم با مقاومت الکتریکی رابطه عکس دارد. به عبارت دیگر، با افزایش مقاومت الکتریکی مقدار جریان به دست آمده از سیستم کاهش می‌یابد. همچنین نمودار پاسخ فرکانسی توان خروجی بر حسب فرکانس (حاصل‌ضرب ولتاژ در جریان) در شکل 8 ترسیم گردیده است. همان‌گونه که مشاهده می‌گردد، بر خلاف دو نمودار قبلی که رفتار مشخصی نسبت به افزایش مقاومت الکتریکی دارند، رفتار نمودار توان با افزایش مقاومت الکتریکی قابل پیش‌بینی نیست. به هر حال، همان طوری که از این شکل مشخص است، میزان توان قابل استحصال در مود اول به مراتب بیشتر از مودهای بعدی است که علت این امر، به وجود آمدن کرنش‌های زیاد در مود اول ارتعاشی است.



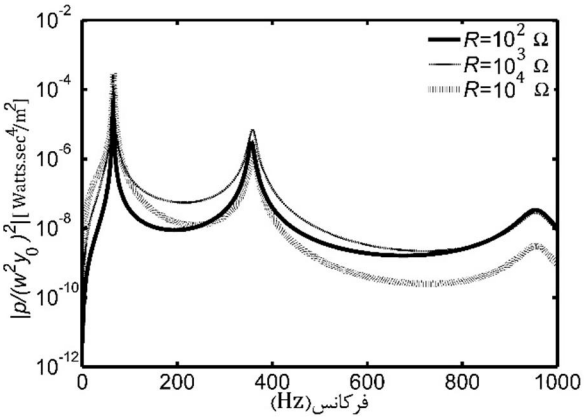
شکل6نمودار ولتاژ خروجی برای سه مقدار مختلف مقاومت الکتریکی مدل ذوزنقه



شکل7 نمودار جریان خروجی برای سه مقدار مختلف مقاومت الکتریکی مدل ذوزنقه

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-28]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.15.37.4]



شکل8 نمودار توان خروجی برای سه مقدار مختلف مقاومت الکتریکی مدل ذوزنقه

6- بحث و نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر، برداشت انرژی از ارتعاشات تیر یکسرگیردار ذوزنقه‌ای با استفاده از روش پارامترهای توزیع شده بررسی گردید. معادلات مربوط به ولتاژ، جریان و توان خروجی استخراج گردیده و نمودارهای مربوطه برای محدوده فرکانسیHZ 1000-0 ترسیم گردید. صحه‌گذاری نتایج با نزدیک کردن پیکره‌بندی ذوزنقه‌ای به حالت مستطیلی که اطلاعات منتشر شده برای آن در دسترس است، ارائه شد. نتایج تحلیل‌ها برای تیر پیزوالکتریک یکسرگیردار تک لایه با پیکره‌بندی‌های ذوزنقه‌ای و مستطیلی با حجم یکسان نشان داد که میزان انرژی برداشت شده از برداشت‌کننده ذوزنقه‌ای مستقیم کمتر از مقدار به دست آمده از برداشت‌کننده مستطیلی است. دلیل این امر می‌تواند تولید کرنش کمتر در حالت ذوزنقه‌ای مستقیم نسبت به حالت مستطیلی باشد.

نکته قابل تأمل در نمودارها تأثیر قابل توجه مقدار مقاومت‌الکتریکی مدار مصرف‌کننده به میزان انرژی برداشت شده است که تأثیر این پارامتر در نمودارهای ولتاژ و جریان عکس یکدیگر است، به‌طوریکه با افزایش مقاومت، ولتاژ خروجی افزایش پیدا کرده و جریان عبوری کاهش می‌یابد. برخلاف ولتاژ و جریان، رفتار نمودار توان با افزایش مقاومت الکتریکی قابل پیش‌بینی نیست. به هر حال، نتایج نشان می‌دهند که میزان توان قابل استحصال در مود اول به مراتب بیشتر از مودهای بعدی است که علت این امر می‌تواند به وجود آمدن کرنش‌های زیاد در مود اول ارتعاشی باشد.

7- مراجع

[1] M. C. Hamilton, Recent advances in energy harvesting technology and techniques, in *Proceeding of*, 6297-6304.

[2] H. Kim, J.-H. Kim, J. Kim, A review of piezoelectric energy harvesting based on vibration, *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, Vol. 12, No. 6, pp. 1129-1141, 2011/12/01, 2011. English

[3] IEEE Standard on Piezoelectricity, *ANSI/IEEE Std 176-1987,* pp. 0_1, 1988.

[4] U. Mikio, N. Kentaro, U. Sadayuki, Analysis of the Transformation of Mechanical Impact Energy to Electric Energy Using Piezoelectric Vibrator, *Japanese Journal of Applied Physics,* Vol. 35, No. 5S, pp. 3267, 1996.

[5] C. B. Williams, R. B. Yates, Analysis Of A Micro-electric Generator For Microsystems, in *Proceeding of*, 369-372.

[6] S. Roundy, E. S. Leland, J. Baker, E. Carleton, E. Reilly, E. Lai, B. Otis, J. M. Rabaey, P. K. Wright, V. Sundararajan, Improving power output for vibration-based energy scavengers, *Pervasive Computing, IEEE*, Vol. 4, No. 1, pp. 28-36, 2005.

[7] J. Ajitsaria, S. Y. Choe, D. Shen, D. J. Kim, Modeling and analysis of a bimorph piezoelectric cantilever beam for voltage generation, *Smart Materials and Structures*, Vol. 16, No. 2, pp. 447, 2007.

[8] A. Erturk, D. J. Inman, An experimentally validated bimorph cantilever model for piezoelectric energy harvesting from base excitations, *Smart Materials and Structures*, Vol. 18, No. 2, pp. 025009, 2009.

[9] A. Erturk, D. J. Inman, On Mechanical Modeling of Cantilevered Piezoelectric Vibration Energy Harvesters, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 19, No. 11, pp. 1311-1325, 2008.

[10] S. Roundy, On the effectiveness of vibration-based energy harvesting, *Journal of intelligent material systems and structures,* Vol. 16, No. 10, pp. 809-823, 2005.

[11] D. Benasciutti, L. Moro, S. Zelenika, E. Brusa, Vibration energy scavenging via piezoelectric bimorphs of optimized shapes, *Microsystem Technologies*, Vol. 16, No. 5, pp. 657-668, 2010/05/01, 2010. English

[12] J. Humar, *Dynamics of Structures: Second Edition*: Taylor & Francis, 2002.

[13] A. Erturk, D. J. Inman, A Distributed Parameter Electromechanical Model for Cantilevered Piezoelectric Energy Harvesters, *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 130, No. 4, pp. 041002-041002, 2008.

[14] A. Erturk, D. J. Inman, *Piezoelectric Energy Harvesting*: Wiley, 2011.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-28]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.15.37.4]