



ارزیابی دینامیک یک موتور سوخت مایع معین به کمک مدل سازی ریاضی غیر خطی و تعیین مدل فرکانسی آن به روش توابع توصیفی

علی جعفرقلی¹، حسن کریمی مزرعه شاهی^{2*}، سیدرضا موسوی فیرده³

1- دانشجوی دکترای مهندسی هوافضا- پیشران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

2- دانشیار، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

3- دانشجوی دکترای مهندسی برق- کنترل، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

* تهران، صندوق پستی 16569-83911، karimi@kntu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 07 اسفند 1393

پذیرش: 16 اردیبهشت 1394

ارائه در سایت: 30 خرداد 1394

کلید واژگان:

موتور سوخت مایع

مدل غیرخطی

حوزه فرکانس

تابع توصیفی

دامنه ورودی

چکیده

الگوریتم‌هایی جهت مدل‌سازی دینامیکی غیرخطی و یافتن مدل فرکانسی موتورهای سوخت مایع ارائه شده، ملاحظات آن که سبب تسهیل فرآیند مدل‌سازی و اشکال‌زدایی می‌شود، بیان شده است. سپس الگوریتم‌ها، برای یک موتور سوخت مایع خاص به همراه مخازن سوخت و اکسیدکننده پیاده شده است. معادلات توصیفی موتور مذکور، در قالب زیرسیستم‌هایی دسته‌بندی شده‌اند و سپس شبیه‌سازی در محیط سیمولینک متلب صورت گرفته است. نتایج حاصل از مدل‌سازی موتور مذکور پس از توصیف فرآیندهای گذرای آغاز به کار و فرآیندهای رژیم نامی، نمایانگر شرایط مناسب توصیف رفتاری موتور با خطای زیر 3 درصد در رژیم پایا است. سپس بر مبنای مدل غیرخطی حاصله، مدل یک ورودی- یک خروجی موتور در حوزه فرکانس با استفاده از روش توابع توصیفی به دست آمده است. جهت استخراج مدل فرکانسی موتور، نرم‌افزار پاسخ فرکانسی در محیط متلب نوشته شده است. با توجه به رژیم‌های کاری موتور، دامنه ورودی یا سیگنال تحریک و بازه فرکانسی مناسب انتخاب شده و با تحریک مدل دینامیکی غیرخطی با ورودی‌های سینوسی شامل چهار دامنه و فرکانس‌های 0/05 تا 140 رادیان بر ثانیه، مدل فرکانسی به دست آمده است. این امر با انتگرال‌گیری و یافتن خروجی موتور و محاسبه انتگرال‌های فوریه در زمانی که خروجی به حالت پایدار رسیده باشد و سپس محاسبه بهره‌ها و فازهای سیستم در فرکانس‌ها و دامنه‌های مختلف انجام شده است و مدل‌های تابع‌های توصیف‌کننده سیستم حاصل شده است. با ارزیابی مدل فرکانسی مشخص شده است می‌توان با بهره‌گیری از مدل فرکانسی، ضمن در نظر گرفتن مهم‌ترین ویژگی‌های دینامیکی موتور در بازه فرکانس‌های کنترلی، شرایط مناسب‌تر و ساده‌تر و کارآمدتری جهت تحلیل دینامیکی موتور فراهم ساخت.

Dynamic Evaluation of A LPRE Using Non-Linear Mathematical Modeling and Its Frequency Model Determination Based on Describing Function

Ali Jafargholi¹, Hasan Karimi Mazraeshahi^{2*}, Seyed Reza Musavi Firdeh³

1,2- Department of Aerospace Engineering, K.N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran.

3- Department of Electrical engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran.

* P.O.B. 16569-83911 Tehran, Iran, karimi@kntu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 26 February 2015

Accepted 06 May 2015

Available Online 20 June 2015

Keywords:

LPE

nonlinear model

frequency domain

describing function

input amplitude

ABSTRACT

In this paper, the algorithms for low frequency non-linear dynamic modeling and frequency model determination of LPRE are presented. Considerations that facilitate modeling and debugging processes are also investigated. Use of defined algorithms and also presented considerations are considered for a liquid propellant engine with oxidizer and fuel tanks. Describing equations of LPE are classified as many subsystems. Simulation is done in the SIMULINK environment of MATLAB software. Each simulated subsystem shows one or more physical subsystems whose interaction is determined in LPE configuration modeling results demonstrate excellent dynamic behavior of LPE.

Then SISO engine model in frequency domain is the outcome based on the resulted non-linear model of LPE using describing function. Frequency response code is developed for derivation of engine frequency model. Adequate frequency interval and input or excited signal amplitude are selected regarding LPE operating modes. In the next step, frequency model is derived by stimulation of non-linear dynamic model with sinusoidal inputs including considered amplitudes and frequencies. This subject is done by integration and engine output obtaining and Furrier integrals calculation at the time that output reaches steady state. Then the system gains and phases calculation is done at the various amplitudes and frequencies for obtaining describing functions models. Frequency model evaluation characterized that can provide more efficient, simple and adequate conditions for analysis of LPE dynamics.

1- مقدمه

پیچیدگی زیادی برخوردارند، به گونه‌ای که توصیف آن‌ها به کمک روابط

فرآیندهایی که در زیرمجموعه‌های موتورهای سوخت مایع رخ می‌دهد از ریاضی به دشواری صورت می‌گیرد. این دشواری ناشی از ارتباطات زیاد

Please cite this article using:

A. Jafargholi, H. K. Mazraeshahi, S. R. Musavi Firdeh, Dynamic Evaluation of A LPRE Using Non-Linear Mathematical Modeling and Its Frequency Model Determination Based on Describing Function, Modares Mechanical Engineering, Vol. 15, No. 7, pp. 403-414, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

A. Jafargholi, H. K. Mazraeshahi, S. R. Musavi Firdeh, Dynamic Evaluation of A LPRE Using Non-Linear Mathematical Modeling and Its Frequency Model Determination Based on Describing Function, Modares Mechanical Engineering, Vol. 15, No. 7, pp. 403-414, 2015 (In Persian)

خروجی یک سیستم غیرخطی، می توان هر ترم غیرخطی را با یک بهره شبه فرکانسی، که وابسته به دامنه سیگنال تحریک کننده است، جایگزین کرد [15,14]. تابع شبه فرکانسی مربوطه را تابع توصیف کننده آن ترم غیرخطی می نامند. این تابع بستگی به نوع سیگنال تحریک کننده ای دارد که از پیش فرض می شود [16].

اگرچه می توان از انواع مختلف سیگنال تحریک کننده استفاده کرد، ولی نشان داده شده است که مدل های توابع توصیف کننده با ورودی سینوسی برای بسیاری از کاربردها مناسب تر است [17-19].

در این مقاله، نخست گسترش معادلات ریاضی حاکم، در یک موتور سوخت مایع معین، در بازه فرکانس پایین و بسط مدل کامل شیرهای کنترلی و صحنه گذاری مدل انجام شده است. سپس ارزیابی دینامیکی مدل ریاضی صحنه گذاری شده، به انجام رسیده است. در ادامه رفتار ورودی - خروجی موتور سوخت مایع یادشده بر مبنای تابع های توصیف کننده با ورودی سینوسی در حوزه فرکانس بررسی شده است. به این منظور مدل غیرخطی شبیه سازی شده در محیط سیمولینک، به ازای 4 دامنه مختلف ورودی و در محدوده فرکانسی مورد نظر تحریک شده و پس از محاسبه توابع توصیفی مربوطه، پاسخ فرکانسی موتور سوخت مایع، تحلیل و به ازای دامنه های مختلف با هم مقایسه شده است.

2- ساختار و عملکرد موتور سوخت مایع

برای آن که بتوان توصیف ریاضی مناسبی از هر سیستمی داشت، نیاز است ساختار، ارتباطات اجزای سازنده و عملکرد آن سیستم به درستی شناخته شود. ساختار موتور سوخت مایع مورد بررسی و اجزای سازنده آن در شکل 1 نشان داده شده است. سیستم موتور متشکل از اجزای زیر است:

(1) محفظه احتراق، (2) مولد گاز، (3) استارتر، (4) توربین، (5) پمپ سوخت، (6) پمپ اکسیدکننده، (7) شیر دیافراگمی سوخت، (8) شیر استابیلایزر، (9) شیر یک طرفه، (10) شیر دیافراگمی اکسیدکننده، (11) شیر قطع اکسیدکننده، (12) عملگر کنترلر نیروی پیشران، (13) سروو موتور، (14) شیر قطع اکسیدکننده مولد گاز (15) اگزوز. سایر اجزای نشان داده شده در شکل لوله های رابط میان اجزای مختلف موتور است.

چگونگی عملکرد موتور به این ترتیب است که نخست فشار بالای مخازن مؤلفه های سوخت و اکسیدکننده به حد معینی می رسد. با درک سطح فشار بالای مخازن توسط سیگنالرهای، فرمان الکتریکی به استارتر (3) ارسال شده، احتراق استارتر آغاز می شود. تحت اثر فشار گازهای حاصل از احتراق استارتر، کاتری که در ساختار شیرهای دیافراگمی تعبیه شده، دیافراگم آن ها را می برد و مسیر عبور مؤلفه های سوخت و اکسیدکننده به سمت پایین موتور را باز می کند. از سوی دیگر گازهای حاصل از احتراق استارتر سبب دوران توربین (4) شده، توان تولیدی حاصل سبب دوران شافت مجموعه توربوپمپ و به تبع آن پمپ ها می شود. با دوران پمپ ها، انرژی لازم به مؤلفه های عبوری انتقال داده می شود و فشار مؤلفه ها در خروج پمپ ها بالا می رود. به این ترتیب مؤلفه های سوخت و اکسیدکننده وارد مسیرهای منتهی به محفظه احتراق و مولد گاز می شود.

در مسیر مؤلفه سوخت، سوخت پس از عبور از لوله خروجی از پمپ سوخت، وارد شیر استابیلایزر (8) شده، در قسمت انشعاب آن، به دو شاخه تقسیم می شود. در شاخه نخست، قسمت اعظم سوخت به سمت ژاکت خنک کاری محفظه احتراق (1) می رود. سوخت پس از عبور از ژاکت و انجام خنک کاری پوسته داخلی محفظه و پیش گرم شدن، وارد فضای بالای

هیدرولیکی و گاز دینامیکی المان های موتور و برهم کنش آن هاست. تحلیل ریاضی فرآیندها و معلومات تجربی موجود، امکان تفکیک عوامل اصلی تعیین کننده فرآیندهای درون موتوری را فراهم می سازد. اغلب به همین دلیل، به موازات تست های متداول و روش های تجربی ارزیابی دینامیک موتور، روش مدل سازی ریاضی هم مورد نظر قرار می گیرد [1,2].

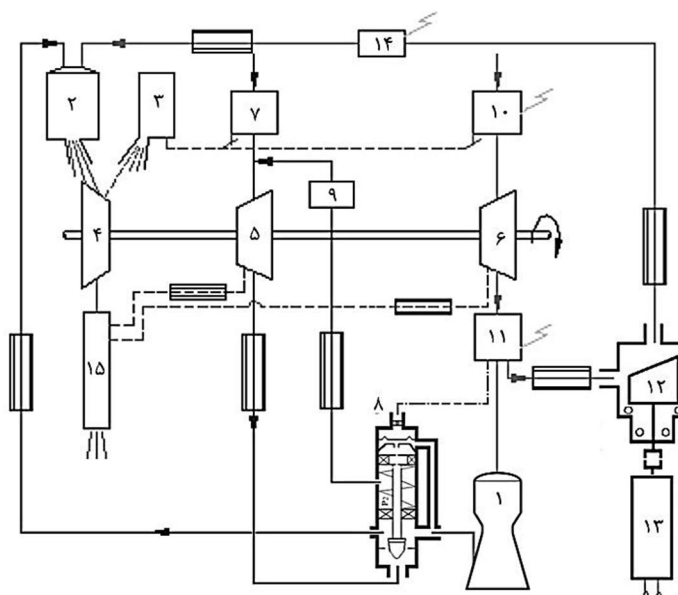
استفاده از روش های مدل سازی متضمن مزایای بسیاری از جمله کاهش هزینه های طراحی و بهینه سازی، شناخت برهم کنش اجزا و المان ها در پیکره موتور، فراهم آوردن امکان عیب یابی و ... است [3]. در عمل، گاهی پیش از مرحله طراحی و ساخت نیز، عملیات مدل سازی انجام می گیرد [4].

بدیهی است برای یک موتور می توان مدل های با درجات مختلف دقت و تمرکز بر معادلات اجزاء را ایجاد کرد و این به مفهوم آن است که درجه پیچیدگی مدل با توجه به محدوده های مختلف مدل حاصله براساس میزان تغییر پارامترها، دامنه فرکانسی و ... متفاوت خواهد بود. برای نمونه در مرجع [5]، مدل شیرهای کنترلی در پیکره مدل غیرخطی موتور، به صورت اریفیس، ارائه شده است. به همین دلیل مدل سازی به ویژه در فرآیند گذرای کار موتور به درستی انجام نشده است.

یکی از دلایل دشواری توصیف ریاضی فرآیندهای یک سیستم پیچیده مانند موتور سوخت مایع، غیرخطی بودن شدید رفتار بسیاری از زیرسیستم ها و فرآیندهای آن است که ماهیتاً متفاوت از یکدیگرند. البته غالب سیستم های موجود در طبیعت، سیستم های غیرخطی است که گاهی برای ایجاد سهولت در تحلیل و بررسی، با مدلی خطی تقریب زده می شوند؛ استفاده از مدل غیرخطی، با توجه به ویژگی های یک سیستم پیچیده مانند موتور سوخت مایع که شامل حجم بالایی از معادلات توصیف کننده، تعداد زیاد متغیرهای حالت و درجه بالای پیچیدگی معادلات توصیف کننده فرآیندها است، برای طراحی کنترل کننده و مباحث کنترلی دیگر، تقریباً ناممکن است. از سوی دیگر، استفاده از مدل خطی که از روش های خطی سازی مرسوم، به دست می آید، به دلیل دقت به نسبت پایین آن چندان مطلوب نیست. در این شرایط، گاه لازم است از روش های بینابینی بهره برد که هم امکان بهره گیری از تئوری غنی روش های خطی در مباحث دینامیکی و کنترلی را فراهم سازد و هم تا حد امکان مدل توصیف کننده قادر به توصیف رفتار مطلوب دینامیکی موتور باشد و نگذارد دینامیک های مهم سیستم حذف شود. یکی از این روش ها، روش توصیف دینامیک یک سیستم با استفاده از تابع توصیفی است. استفاده از این روش، با توجه به مزایای مختلف آن در حال توسعه است [6-11].

روش تابع توصیفی، مهم ترین خاصیت مدل های غیرخطی، که همان حساسیت بهره سیستم به دامنه سیگنال ورودی و معیاری برای ارزیابی میزان غیرخطی بودن یک سیستم است، حفظ می کند و توانسته است پلی میان مدل های غیرخطی سیستم های فیزیکی که در عمل وجود دارد و تئوری غنی سیستم های خطی را ایجاد کند [7,11]. بر مبنای معیار یادشده روش های مختلف طراحی شامل روش های تک، دو و چند دامنه ای قابل استخراج است [12].

مزیت مهم دیگر این روش، قابلیت اعمال آن به سیستم های غیرخطی که شامل ترم های غیرخطی ناپیوسته و چند ارزشی (مانند اشباع و پس ماند) است [12,13] می باشد. قابلیتی که در بسیاری از روش های دیگر به عنوان محدودیت تلقی می شود. بر مبنای این روش جهت متمایز کردن رفتار ورودی



شکل 1، فلوچارت کنترل، موتو،

منجر به تسهیل فرآیند مدل سازی خواهد شد.

الگوریتم مدل‌سازی ریاضی سیستم و زیرسیستم‌های موتور سوخت مایع، در شکل 2 نشان داده شده است. الگوریتم از تعریف صورت مسأله و داده‌های ورودی مدل‌سازی آغاز می‌شود. فرآیند تعریف صورت مسأله مدل‌سازی، معمولاً طولانی بوده، داده‌های مختلفی را می‌طلبد که لزوماً ارتباطی با گسترش معادلات ریاضی حاکم نداشته، می‌تواند شامل اطلاعات درباره ساختار موتور و زیرسیستم‌های آن، تکنولوژی ساخت و تولید، شرایط کاربری و تست، داده‌ها و اطلاعات موجود در مراجع و ... باشد. بایستی توجه داشت ایجاد مدل ریاضی می‌تواند هم‌زمان با مراحل طراحی موتور یا یکی از زیرسیستم‌های آن انجام پذیرد.

گام بعدی در مدل سازی ریاضی، تعیین داده های لازم، شناسایی اجزا و فرایندهای مختلفی است که در سیستم یا زیرسیستم های موتور وجود دارد. سپس ساختار موتور یا زیر سیستم آن بنا بر مدل فیزیکی یا نوع فرآیندهایی که در اجزای سازنده آن رخ می دهد، به زیرسیستم ها و زیرساختارهای ساده تر تفکیک و تجزیه می شود. در ادامه، گسترش معادلات حاکم بر اساس فرآیندهای فیزیکی در هر یک از این زیرسیستم ها و سیستم ها انجام می پذیرد.

در توضیح الگوریتم باید توجه داشت که هر زیرسیستم موتور (مانند محفظه احتراق، مولد گاز، توربوپمپ، شیرهای کنترلی و ...) خود شامل چند زیرساختار است؛ بنابراین هر زیرسیستم موتور، خود می‌تواند یک سیستم در نظر گرفته شود. براین اساس پس از تعریف و انجام تست‌های مورد نیاز، مدل ریاضی زیربخش‌های زیرسیستم بسط داده شده، پس از تجمیع مدل‌های مجزای زیر ساختارها در مدل کلی، مدل ریاضی زیرسیستم مورد نظر به دست می‌آید. در ادامه، تجمیع نهایی مدل زیرسیستم‌ها در پیکره‌ای واحد بنا بر ارتباطات آن‌ها در ساختار کلی سیستم موتور، مدل کلی را تولید خواهد کرد. در هر سطح از تجمیع مدل زیرساختارها و یا تجمیع مدل زیرسیستم‌ها، می‌توان اعتباردهی با نتایج تست یا داده‌های تستی حاصل از نمونه‌های مشابه را انجام داد و نسبت به اشکال‌زدایی و اصلاحات لازم تا رسیدن به دقت مطلوب اقدام کرد.

برای تسهیل مدل‌سازی ریاضی، همچنان که در الگوریتم مدل‌سازی مورد

انژکتورهای سوخت شده، از آنجا وارد محفظه احتراق می‌شود، تا با مؤلفه اکسیدکننده که زودتر از مؤلفه سوخت به محفظه رسیده، محترق شود. در شاخه دوم قسمت کمی از سوخت به سمت مسیر مولد گاز (2) حرکت کرده، با عبور از مسیر منتهی به مولد گاز، وارد آن می‌شود.

در مسیر اکسیدکننده، مؤلفه در خروج از پمپ (6) وارد شیر قطع (11) شده و در آن‌جا از طریق انشعاب به دو شاخه تقسیم می‌شود. بخش اعظم اکسیدکننده وارد عدسی محافظه شده، از طریق انژکتورها وارد محافظه احتراق می‌شود. بخش دیگر به سمت عملگر کنترل نیروی پیشران (12) می‌رود و پس از عبور از آن، به سمت مولد گاز حرکت کرده، پس از عبور از مسیر مربوطه و عبور از شیر قطع (14)، وارد مولد گاز (2) می‌شود تا با مؤلفه سوخت که زودتر از مؤلفه اکسیدکننده به مولد گاز رسیده است، محترق شود. به این ترتیب توان لازم برای ادامه کار توربین پس از اتمام احتراق استارتر تأمین می‌شود. گازهای تولیدی در مولد گاز پس از دادن انرژی خود به توربین، از طریق اگرز (15) به فضای آزاد تخلیه می‌شود.

در این موتور، تنظیم و تغییر فشار محفظه یا به عبارتی تنظیم و تغییر تراست توسط عملگر کنترل نیروی پیشران (12) صورت می‌گیرد. برای این امر، سروو موتور (16) که متصل به نیم‌کوپلینگ عملگر است و از کنترل‌کننده موتور فرمان می‌گیرد موقعیت امان کنترلی عملگر و به تبع آن فشار خروجی از آن را تنظیم می‌کند.

با تغییر فشار خروجی عملگر، فشار مولد گاز تغییر کرده، دور توربوپمپ و در نتیجه فشارهای خروجی از پمپ‌ها و فشار مسیرهای پایین پمپ‌ها تغییر کرده، نیروی پیشران تغییر می‌کند. تنظیم نسبت میزان دبی مؤلفه اکسیدکننده به دبی مؤلفه سوخت مجموعه موتور نیز به کمک سامانه کنترل نسبت مؤلفه‌ها صورت می‌گیرد.

3- ملاحظات و الگوریتم مدل سازی ریاضی

پیشگیری ساختار موتورهای سوخت مایع و فرایندهایی که در زیرمجموعه‌های موتورهای سوخت مایع رخ می‌دهد، سبب دشوار شدن توصیف مناسب و صحیح فیزیک فرایندها و در نتیجه توصیف ریاضی مجموعه موتور می‌شود. وجود یک روش مدون که بدون از دست دادن انتظارات و قابلیت‌های مدل بتواند مراحل مختلف انجام کار را تبیین سازد

فرضی صحیح خواهد بود [21]. در مورد انشعابات و نیز شیرهای کنترلی دارای لوله فیدبک، اثرات ظرفیتی سیال هم در نظر گرفته شده است [22,23].

با توجه فرضیات بیان شده، معادلات زیرسیستم های موتور گسترش داده شده است.

4- گسترش معادلات حاکم و مدل ریاضی

1-1- مخازن

معادلات مخازن با در نظر گرفتن اینرسی ستون سیال، به صورت روابط (3-1) گسترش می یابد.

$$J_{t,ox} \frac{d\dot{m}_{ox}}{dt} = \rho_{ox} g H_{t,ox} - \frac{1}{\rho_{ox}} \xi_{\Sigma,ox} \dot{m}_{ox}^2 \quad (1)$$

$$\frac{dV_{t,ox}}{dt} = - \frac{1}{\rho_{ox}} \dot{m}_{ox} \quad (2)$$

$$H_{t,ox} = \frac{V_{t,ox}}{A_{t,ox}} \quad (3)$$

2-2- پمپ ها و توربین

پارامترهای تعیین گر عملکرد پمپ ها، در رژیم های مختلف کار موتورها، در بازه وسیعی تغییر می کند. هنگام استارت موتور، نسبت (Q/n) ، نسبت دبی حجمی به دور، در پمپ ها، از مقادیر بزرگی برخوردار است؛ بنابراین پمپ هنگام استارت موتور، مانند توربین عمل کرده، گشتاور تولید می کند. بالعکس، در انتهای کار موتور و هنگام توقف آن، پمپ ها، در مقادیر (Q/n) نزدیک به صفر کار می کنند. درنظر گرفتن این نکته در نوشتن معادلات ریاضی پمپ ها از اهمیت خاصی برخوردار است. معمولاً باز شدن شیر شروع از نظر زمانی، همراه با آغاز دوران توربوپمپ است. به همین دلیل، جبهه سیال به صورت پیکانی شکل به سمت پمپ ها جاری می شود. دینامیک تغییر دبی سیال عبوری از پمپ و پدیدار گشتن هد پمپ هنگام فرآیند پر شدن و به گردش در آمدن پمپ، با معادلات (4-8) توصیف می شود.

$$\frac{d\dot{m}_{P,ox}}{dt} = \frac{P_{in,P,ox} + \rho_{ox} g H_{P,ox} - P_{out,P,ox}}{L_{P,ox}} \quad (4)$$

$$\frac{H_{P,ox}}{n^2} = \phi(A_{P,ox}) \left[a_{P,ox} \left(\frac{\dot{m}_{out,P,ox}}{n} \right)^2 + b_{P,ox} \left(\frac{\dot{m}_{out,P,ox}}{n} \right) + c_{P,ox} \right] \quad (5)$$

$$\frac{d\dot{M}_{out(P,ox)}}{dt} = \dot{m}_{in,P,ox} - \dot{m}_{out,P,ox} \quad (6)$$

$$\phi(A_{P,ox}) = 5A_{P,ox}^4 - 2A_{P,ox}^3 - A_{P,ox}^2 - A_{P,ox} \quad (7)$$

$$A_{P,ox} = \frac{M_{P,ox}}{M_{P,ox}^*} \quad (8)$$

مشخصه استاتیکی پمپ مؤلفه اکسیدکننده، یا به عبارت دیگر توصیف عملکرد این پمپ در رژیم نامی، از طریق روابط (9-15) بیان می شود [2].

$$H_{P,ox} = (a_{P,ox} \omega^2 + b_{P,ox} \omega Q_{ox} - c_{P,ox} Q_{ox}^2) / g \quad (9)$$

$$a_{P,ox} = (0.97 + 0.8q_{P,ox,n}) \left(\frac{H_{P,ox,n}}{\omega_n} \right) \quad (10)$$

$$q_{P,ox,n} = \frac{1}{1 + \frac{2\pi H_{P,ox,n} b_{P,ox,2} \tan(\beta_{P,ox,2bl})}{Q_{ox,n} \omega_n K_{P,ox} \eta_{P,ox,hyd,n}}} \quad (11)$$

$$b_{P,ox} = (0.325 - 0.8q_{P,ox,n}) \left(\frac{H_{P,ox,n}}{\omega_n^2} \right) \left(\frac{Q_{ox,n}}{\omega_n} \right)^{-1} \quad (12)$$

$$c_{P,ox} = 0.296 \frac{\left(\frac{H_{P,ox,n}}{\omega_n^2} \right)}{\left(\frac{Q_{ox,n}}{\omega_n} \right)^2} \quad (13)$$

اشاره قرار گرفت، بهتر است مدل ریاضی را، بنابر اصل جزء به جزء ایجاد کرد. در مقایسه با روش مرحله ای مدل سازی فرآیندهای پیچیده، نگاه جزء به جزء به مساله مدل سازی، مزایای زیادی در رابطه با مشاهده پذیری، اشکال زدایی راحت و قابلیت کنترل مدل ها دارد.

قاعده مهم دیگر، در نظر گرفتن معقول محدوده پویایی دینامیکی مدل ریاضی برای بررسی فرآیندهای ناپایاست. ماهیت این قاعده سبب می شود که مدل ها، جهت باز تولید پدیده های دینامیکی، تنها در محدوده فرکانسی معینی با دقت لازم، ایجاد گردند. این محدوده فرکانسی، برای حل مسایل در بازه ای که مورد بررسی عملکردی قرار می گیرند، معنا و مفهوم خواهد داشت. اصولاً در نظر گرفتن الزام دقت بالای مدل سازی فرآیندهای بسیار آهسته و بسیار سریع، به صورت هم زمان، نامناسب یا غیرضروری است. زیرا گسترش محدوده فرکانسی مدل ها بیش از مقدار لازم، منجر به افزایش غیرقابل پیش بینی مدت زمان صرف شده حل به کمک رایانه می شود. در مسایل کنترل و تنظیم موتورها سوخت مایع، اغلب اوقات محدوده فرکانس های موجود در حدود صفر تا بیست هرتز، تعیین می شوند [20,1]. رشد سریع و غیرعادی و همچنین ارتعاشات پارامترها در زمان های بسیار کوتاه، که کسری از صدم ثانیه را شامل می شوند، عموماً در مسایلی که در این جا جهت مدل سازی مورد بحث هستند، تحت بررسی قرار نمی گیرند.

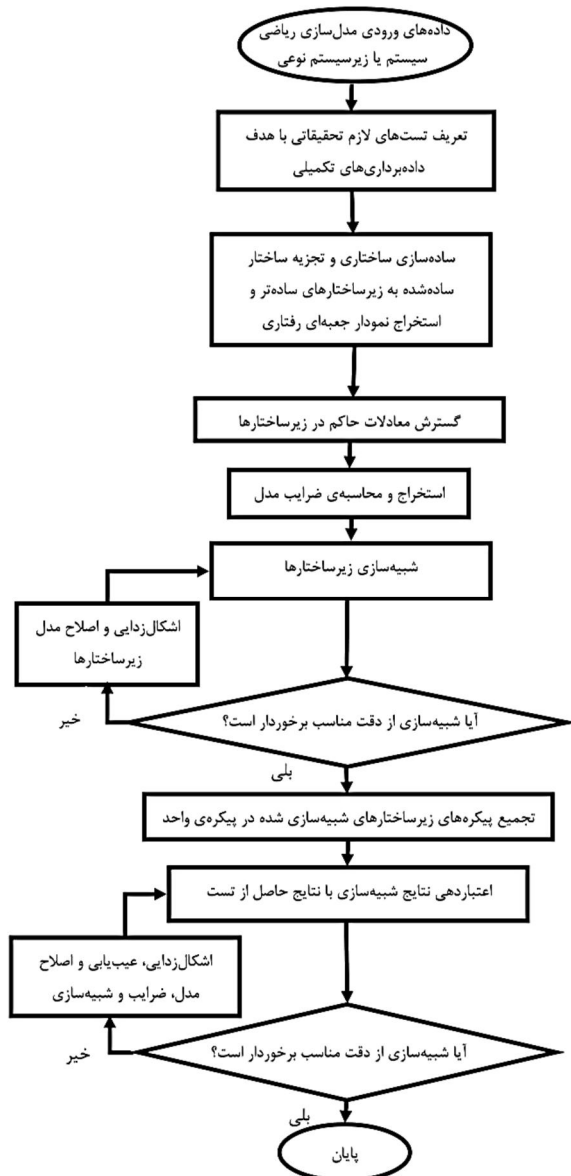
یکسان بودن دقت مدل سازی اجزای سازنده موتور، اصل مهم دیگری است که هنگام ایجاد مدل ریاضی در نظر گرفته می شود. این امر به مفهوم تناسب دقت داده های نخستین، شیوه انتخاب توصیف ریاضی فرآیندها و روش حل معادلات است. انجام این الزامات در دیگر شرایط یکسان، ایجاد مدل و کمینه کردن صرف زمان حل مدل منطقی توسط رایانه را سبب خواهد شد. سیستم معادلاتی که برای توصیف عملکرد موتور سوخت مایع موردنظر در بازه فرکانسی مطلوب نوشته شده است، بالغ بر 160 معادله است که در قالب 32 سیستم و زیرسیستم تقسیم بندی شده است. در مدل غیرخطی، فرآیندهای گذرا هنگام استارت و خاموشی و همچنین فرآیندهای رژیم نامی کار موتور توصیف گردیده اند.

هنگام گسترش معادلات حاکم، فرضیاتی در رابطه با هر یک از زیرسیستم ها، با توجه به تحلیل دینامیکی فرکانس پایین، درنظر گرفته شده اند. فرضیاتی که در رابطه با معادلات محفظه احتراق و مولد گاز در نظر گرفته شده اند عبارتند از:

الف- برای گاز تولیدی، معادلات حالت و بقای انرژی کافی است.
ب- امواج فشار در محفظه به طور ناگهانی توزیع می شوند. این امر اجازه می دهد در هر لحظه زمانی، فشار گازها در تمامی محفظه احتراق یکسان در نظر گرفته شود.

ج- از تبادل حرارت محصولات احتراق با محیط بیرون صرف نظر شده است. در نوشتن معادلات پمپ ها، فرض بر آن است که کاویتاسیون در بخش گذرای پمپ ها وجود ندارد و از تراکم پذیری سیال عبوری و نیز انعطاف پذیری دیواره های پمپ ها صرف نظر شده است.

در تبیین و بررسی معادلات حاکم در مسیرهای عبوری، فرض بر این است که سیال تراکم ناپذیر است، اما اینرسی و لزجت در نظر گرفته شده است. در این شرایط مقدار لحظه ای دبی در طول مسیر یکسان بوده، افت فشار تنها به دلیل تأثیر اینرسی و اتلاف ناشی از اصطکاک در طول مسیر تغییر می کند. با توجه به این که ثابت زمانی اینرسیونی مسیرها نسبت به ثابت زمانی ظرفیتی آن ها بسیار بزرگتر است ($T_{inertia} \gg T_{capacity}$)، این فرض،



شکل 2 الگوریتم گسترش مدل ریاضی سیستم و زیرسیستم های موتور سوخت مایع

طول مشخصه از رابطه (27) به دست می آید.

$$L_{cc}^* = \frac{V_{cc}}{A_{1,th}} \quad (27)$$

سرعت مشخصه را می توان از طریق رابطه (28) بیان کرد.

$$C_{cc}^* = \frac{\sqrt{R_1 T_1}}{\Gamma_{cc}} \quad (28)$$

که در این رابطه، Γ_{cc} از رابطه (29) به دست می آید.

$$\Gamma_{cc} = \sqrt{k} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \quad (29)$$

با قرار دادن معادله های (27,28) در معادله (26)، رابطه (30) به دست می آید:

$$\frac{dm_1}{dt} = \frac{L_{cc}^* A_{1,th}}{C_{cc}^* \Gamma_{cc}^2} \cdot \frac{dP_{cc}}{dt} \quad (30)$$

با قرار دادن معادله های (24) و (30) در معادله (23)، رابطه (31) به دست می آید.

$$\frac{L_{cc}^* A_{1,th}}{C_{cc}^* \Gamma_{cc}^2} \cdot \frac{dP_{cc}}{dt} + \frac{A_{1,th}}{C_{cc}^*} P_{cc} = \dot{m}_{1,fu}(t - \tau_1) + \dot{m}_{1,ox}(t - \tau_1) \quad (31)$$

$$Q_{ox} = \frac{\dot{m}_{ox}}{\rho_{ox}} \quad (14)$$

$$T_{P,ox} = \frac{\rho_{ox} g H_{P,ox} Q_{ox}}{\omega \eta_{P,ox}} \quad (15)$$

یادآور می شود نقش پمپ ها در موتور به دو گونه است. بخش عبوری آن ها، المان مسیر هیدرولیکی موتور و روتور آن ها، المان محرک مکانیکی سیستم توربوپمپ است. به این ترتیب، پمپ ها به عنوان المان مسیر هیدرولیکی دارای دو ورودی و دو خروجی اند که ورودی آن ها عبارت است از: فشار ورودی (P_{in}) و دبی سیال ورودی ($\dot{m}_{in}$) و خروجی آن ها: فشار خروجی (P_{out}) و دبی خروجی ($\dot{m}_{out}$). پمپ ها به عنوان المان محرک مکانیکی، دارای یک ورودی است: دور پمپ (n). معادلات پمپ اکسیدکننده و همچنین پمپ سوخت با توجه به این امر بسط داده شده است.

ویژگی های استارت توربین در رژیم هایی که مقدار پارامتر u/c کم است، به ویژه در مراحل آغازین استارت موتور، اهمیت فراوانی دارد. به دلیل میزان بالای فاز مایع در حجم گاز نخستین ورودی به توربین، توان توربین در آغاز کار کاهش خواهد یافت. در نظر گرفتن این ویژگی ها برای گسترش درست معادلات حاکم در توربین، از اهمیت فراوانی برخوردار است.

با توجه به این ملاحظات روابط (16-21) جهت توصیف عملکرد توربین گسترش داده می شود.

$$N_{Tu} = W_{Tu} \dot{m}_{Tu} \eta_{Tu} \quad (16)$$

$$W_{Tu} = \frac{k}{k-1} R T_{gg} \left(1 - \frac{1}{\Pi_{Tu}^{\frac{k-1}{k}}} \right) \quad (17)$$

$$\dot{m}_{Tu} = \dot{m}^* \frac{P_{gg}}{\sqrt{R T_{gg}}}, \quad \Pi_{Tu} = \frac{P_{gg}}{P_{Ex}} \quad (18)$$

$$\eta_{Tu} = a_{Tu} + b_{Tu} \left(\frac{u}{c} \right) + c_{Tu} \left(\frac{u}{c} \right)^2, \quad u = r\omega \quad (19)$$

$$T_{Tu} = \frac{N_{Tu}}{2\pi n} = \frac{N_{Tu}}{\omega} \quad (20)$$

$$J_{TP} \frac{d\omega}{dt} = T_{Tu} - T_{P,ox} - T_{P,fu} + T_{St} \quad (21)$$

3-4- محفظه احتراق

برای یافتن معادله حرکت محفظه احتراق، ابتدا معادله بالانس جرم در هر لحظه زمانی در محفظه به صورت رابطه (22) نوشته می شود [24].

$$\dot{m}_{1,i}(t - \tau_1) dt = \dot{m}_{1,e}(t) dt + dm_1 \quad (22)$$

با توجه به این که $\dot{m}_{1,i}(t - \tau_1) = \dot{m}_{1,fu}(t - \tau_1) + \dot{m}_{1,ox}(t - \tau_1)$ و با تقسیم معادله بالا به dt ، معادله (23) به دست می آید.

$$\dot{m}_{1,i}(t - \tau_1) = \dot{m}_{1,fu}(t - \tau_1) + \dot{m}_{1,ox}(t - \tau_1) = \dot{m}_{1,e}(t) + \frac{dm_1}{dt} \quad (23)$$

سرعت مشخصه، C_{cc}^* ، از رابطه (24) محاسبه می شود.

$$C_{cc}^* = \frac{P_{cc} A_{1,th}}{\dot{m}_{1,e}} \quad (24)$$

همچنان که مشخص است، قانون یک گاز کامل به صورت رابطه (25) است.

$$m_1 = \frac{P_{cc} V_{cc}}{R_1 T_1} \quad (25)$$

با این فرض که $R_1 T_1$ ثابت باشد، رابطه (26) از مشتق گیری رابطه (25) به دست می آید.

$$\frac{dm_1}{dt} = \frac{V_{cc}}{R_1 T_1} \cdot \frac{dP_{cc}}{dt} \quad (26)$$

$$\frac{l_{fb}}{A_{fb}} \bar{V}_{fb} \frac{d\dot{m}_{7-8}}{dt} = P_7 - P_8 \frac{1}{\rho} (\xi_{fb} \bar{V}_{fb} + 2\xi_{Loc}) \dot{m}_{7-8}^2 \quad (42)$$

$$\frac{d\bar{V}_{fb}}{dt} = \frac{1}{\rho V_{fb}^*} \dot{m}_{in,fb} \quad (43)$$

$$Z \frac{dP_{in,fb}}{dt} = \dot{m}_{in,fb} - \dot{m}_{out,fb} \quad (44)$$

$$Z = \frac{V_{fb}}{a^2} \quad (45)$$

$$V_{fb} = \bar{V}_{fb} \cdot V_{fb}^* \quad (46)$$

با توجه به معادلات فوق، این سامانه کنترلی از دیدگاه شبیه سازی شامل سه ورودی و سه خروجی است. ورودی ها عبارتند از: دبی ورودی، فشار خروجی به سمت محفظه احتراق و مولد گاز و فشار خروجی به سمت فیدبک. خروجی ها: دبی خروجی به سمت محفظه احتراق و مولد گاز، دبی خروجی به سمت فیدبک و فشار مؤلفه در ورود به سامانه کنترل نسبت مؤلفه ها.

4-5- سامانه عملگر کنترل نیروی پیشران

معادلات اصلی حاکم بر عملگر، شامل معادله بالانس گشتاورهای وارده بر استکانی عملگر و معادله دبی گذرنده براساس سطح مقطع عبوری عملگر که وابسته به زاویه دوران استکانی است. با بسط مدل ریاضی عملگر و شبیه سازی آن در محیط سیمولینک نرم افزار متلب، گام دوم از مدل سازی ریاضی مدل تجمیعی موتور به علاوه عملگر و سروو موتور انجام می شود. مقدار کل گشتاور مورد نیاز برای دوران استکانی از رابطه (47) محاسبه می شود.

$$T_{\Sigma} = T_{pl} + T_{p2} + T_{hy} \quad (47)$$

در رابطه ی بالا T_{pl} ، گشتاور ناشی از اصطکاک بین سطح آب بند تفلونی استوانه ای شکل و فلز و T_{p2} ، گشتاور ناشی از اصطکاک بین جداره داخلی تفلون استوانه ای شکل و فلز و T_{hy} ، مقدار گشتاور ناشی از نیروی هیدرودینامیکی یا نیروی ناشی از جت سیال هنگام عبور از مجرای کنترلی است. مقدار دبی عبوری از مجرای کنترلی از رابطه (48) محاسبه می شود.

$$\dot{m} = C_d A \sqrt{2\rho(p_{in} - p_{out})} \quad (48)$$

که در آن، p_{in} فشار ورود به عملگر، p_{out} فشار خروجی از عملگر، ρ چگالی سیال عبوری از عملگر و $C_d A$ ، سطح مقطع زنده جریان عبوری از عملگر است که در آن A با توجه به دو رابطه (50.49) و وابسته به موقعیت زاویه ای سوپاپ کنترلی به دست می آید.

$$A = 2rl - 2r^2 \tan(\lambda) + \frac{\pi r^2}{2} \quad (49)$$

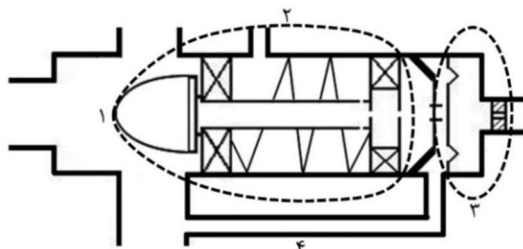
$$A = \frac{(R(\theta_{max}) - \theta)^2 \tan(\lambda)}{2} + \frac{\pi r^2}{2} \quad (50)$$

در رابطه (49)، از معادله (51) به دست می آید.

$$l = R(\theta_{max} - \theta) \tan(\lambda) \quad (51)$$

همچنین با استفاده از روابط هندسی، بیشترین زاویه دوران استکانی از رابطه (52) محاسبه می شود.

$$\theta_{max} = \frac{2A_{nom} + 2r^2 \tan(\lambda) - (\frac{\pi r^2}{2})}{2rR \tan(\lambda)} \quad (52)$$



شکل 3 طرحواره سامانه کنترل نسبت مؤلفه ها

معادله (31)، معادله حرکت احتراق در محفظه است. برای یک P_1 و O/F ، مقادیر T_1 ، C_{cc}^* و k و R_1 در ابتدا و پیش از حل معادلات محفظه، محاسبه شده، به صورت یک جدول مقادیر ورودی به مدل اصلی موتور داده می شود. سپس به صورت پیمایش زمانی شبیه سازی رو به جلو، مقادیر مورد اشاره لازم در P_{cc} و O/F معلوم، به وسیله میان یابی به دست می آید. برای استفاده از مدل بیان شده مربوط به محفظه، برای زیرسیستم مولد گاز، یک سری اصلاحاتی بر فاکتورهای تصحیح، که مقادیر پیش از حل مدل را تنظیم می کند، با توجه به اعتباردهی نسبت به نتایج تجربی، انجام می گیرد. دو معادله (32،33)، که در زیر می آید، معادلات هیدرولیکی مربوط به محفظه است.

$$\dot{m}_{1,ox} = a_{1,1} [2\rho_{ox}(P_{cc,inj,ox} - P_{cc})]^{b_{1,1}} \quad (32)$$

$$\dot{m}_{1,fu} = a_{1,2} [2\rho_{fu}(P_{cc,inj,fu} - P_{cc})]^{b_{1,2}} \quad (33)$$

4-4- سامانه کنترل نسبت مؤلفه ها

سامانه کنترل نسبت مؤلفه ها شامل چهار بخش است: الف- بخش انشعابات، ب- بخش کنترلی، ج- بخش حس کننده، د- لوله فیدبک. با توجه به طرحواره- سامانه ی یادشده که در شکل 3 (المان شماره 8) در شکل 1 نشان داده شده است، معادلات اصلی حاکم بنابر بخش های متشکل بیان شده، به صورت زیر گسترش داده می شود.

الف) بخش انشعاب (شماره 1 در شکل 3)

فشار در ناحیه انشعاب (شماره 1) از رابطه (34) محاسبه می شود [2].

$$\frac{dP_{br}}{dt} = \frac{\dot{m}_{in} - \dot{m}_{cc} - \dot{m}_{gg} - \dot{m}_{fb}}{C_2} + r_2 \left(\frac{d\dot{m}_{in}}{dt} - \frac{d\dot{m}_{cc}}{dt} - \frac{d\dot{m}_{gg}}{dt} - \frac{d\dot{m}_{fb}}{dt} \right) \quad (34)$$

متغیرهای دبی و مقاومت هیدرولیکی از طریق روابط (35.39) بیان می شوند.

$$\frac{d\dot{m}_{in}}{dt} = \frac{P'_{in} - R_{stab,in} |\dot{m}_{in}| - P_{in}}{L_{in}} \quad (35)$$

$$\frac{d\dot{m}_{cc}}{dt} = \frac{P_{in} - R_{stab,cc} |\dot{m}_{cc}| - P_{cc}}{L_{cc}} \quad (36)$$

$$\frac{d\dot{m}_{gg}}{dt} = \frac{P_{in} - R_{stab,gg} |\dot{m}_{gg}| - P_{gg}}{L_{gg}} \quad (37)$$

$$\frac{d\dot{m}_{fb}}{dt} = \frac{P_{in} - R_{stab,fb} |\dot{m}_{fb}| - P_{fb}}{L_{fb}} \quad (38)$$

$$R_{stab,fb} = R_{bod}^* + R_{st,fb}^* \left(\frac{A_{fb}^*}{A_{fb}} \right) \quad (39)$$

ب- بخش کنترلی (بخش خط چین شماره 2 در شکل 3)

معادله کلی تعادل نیروها بر سوپاپ دستگاه کنترلی، که در بخش خط چین شماره 2 در شکل 3 قرار دارد، به صورت معادله (40) است.

$$M\ddot{X} = F_{12} + F_{st} - F_{hyd,st} + F_{hyd,rec} - F_{13} - F_{sp2} - F_{fric} \quad (40)$$

از معادله (40)، تنها به بیان رابطه نیروی $F_{hyd,st}$ به دلیل برتری مقدار آن بر دیگر نیروها از رابطه (41) اکتفا می شود.

$$F_{hyd,st} = P_3(A_{max} - A_u) + P_2 A_u \quad (41)$$

ج- بخش مقایسه گر (بخش خط چین شماره 3 در شکل 3)

معادله برآیند نیروها بر دیافراگم مقایسه گر، که در بخش خط چین شماره 3 در شکل 3 قرار دارد، مشابه معادلات بخش کنترلی، گسترش داده می شود.

د- لوله فیدبک (شماره 4 در شکل 3)

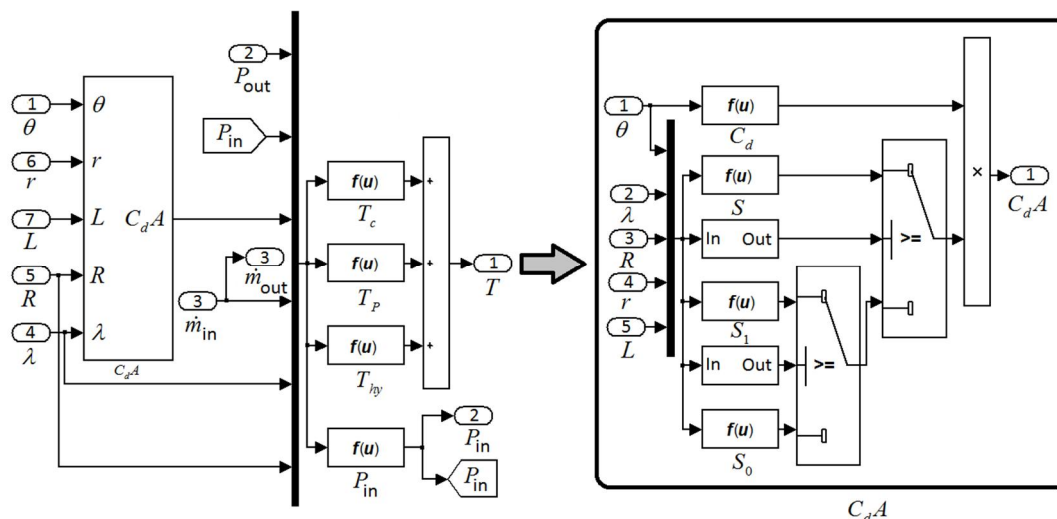
صورت کلی معادلات لوله فیدبک، شماره 4 در شکل 3، به ترتیب از رابطه (42-46) است.

5-1- استخراج مدل فرکانسی موتور نمونه

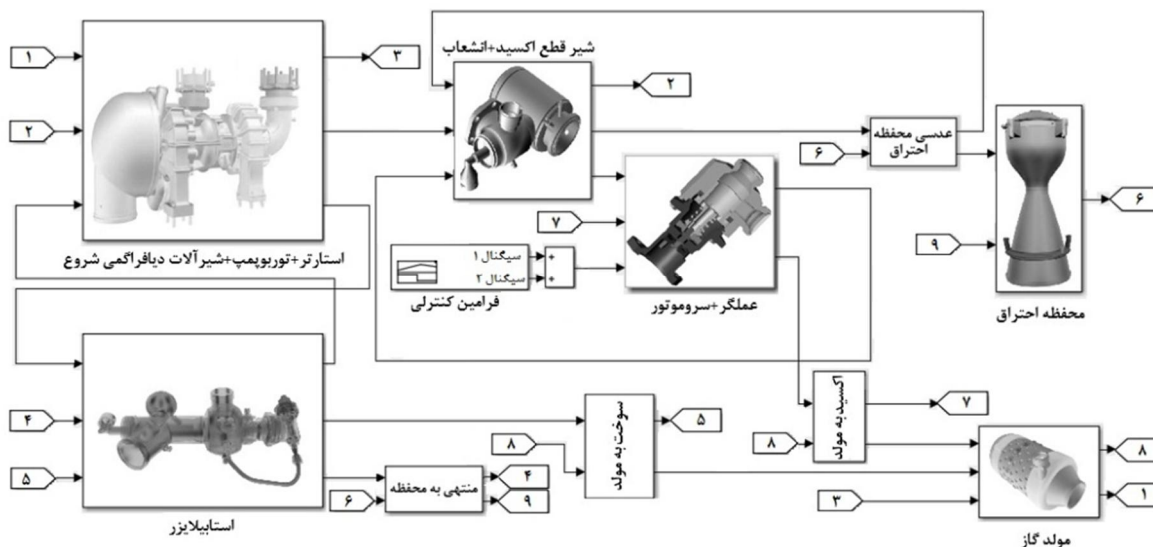
با در دست بودن مدل غیرخطی موتور سوخت مایع، اکنون می توان مدل فرکانسی موتور را، جهت ایجاد سهولت استفاده های بعدی مانند ارزیابی دینامیکی، طراحی کنترل کننده و ...، به دست آورد. برای دستیابی به مدل های مناسب، در این جا مدل فرکانسی، که هم قابلیت بهره گیری از مزایای بسط یافته روش های توسعه یافته تحلیل های خطی را دارا باشد و هم به گونه ای باشد که سبب از دست رفتن بخشی از دینامیک موتور سوخت مایع نشود می توان از روش هایی مانند روش توابع توصیفی با ورودی سینوسی بهره برد. شناسایی یک سیستم از راه پاسخ فرکانسی بر مبنای روش توابع توصیفی بر این اصل استوار است که در بخش غیرخطی یک سیستم غیرخطی، به ازای ورودی $\cos(\omega t)$ ، خروجی آن سیستم را بتوان با یک تابع سینوسی با همان فرکانس به صورت $\cos(\omega t + \varphi)$ به طور تقریبی برابر دانست. بر مبنای این روش، جهت متمایز کردن رفتار ورودی - خروجی یک سیستم غیرخطی، می توان هر ترم غیرخطی را با یک بهره حاصل از پاسخ فرکانسی که وابسته به دامنه سیگنال تحریک کننده است، جایگزین کرد. تابع توصیف کننده آن ترم غیرخطی نامیده می شود.

در این معادله فرض بر این است سطح مقطع عبوری جریان در لحظه $\theta=0$ ، دو برابر سطح مقطع نامی جریان باشد. طبقاً برحسب تغییرات زاویه θ و با توجه به پروفیل سوپاپ، مقدار ضریب تخلیه مقطع عبوری C_d تغییر می کند. در شبیه سازی انجام شده، از آن جا که متغیرهای بهینه سازی در فرآیند بهینه سازی شامل λ ، r و R است، این پارامترها به عنوان ورودی در نظر گرفته شده اند. دو پارامتر θ و l از سایر معادلات موتور تعیین می شود. ورودی و خروجی های سیستم به ترتیب شامل P_{out} ، P_{in} و $\dot{m}_{in}$ است. سایر خروجی ها شامل گشتاور دورانی مورد نیاز و مقاومت هیدرولیکی شیر است. بلوک دیاگرام شبیه سازی عملکرد در شکل 4 نشان داده شده است.

در این بررسی یک مدل خطی درجه 3 برای سروموتور همراه با یک جعبه دنده با نسبت تبدیل 1 به 25 در نظر گرفته شده است. شیرهای کنترل گسسته مانند شیرهای شروع و قطع، به صورت متمرکز، مانند اریفیس مدل شده اند. در مجموع، مدل ریاضی بسط یافته موتور، بالغ بر 160 معادله جبری و دیفرانسیلی است که در قالب 12 زیرسیستم به کمک سیمولینک نرم افزار متلب شبیه سازی شده است. پیکره شبیه سازی در شکل 5 نشان داده شده است. این پیکره چگونگی ارتباطات واقعی اجزای موتور را نیز نشان می دهد.



شکل 4 مدل شبیه ساز عملکرد در محیط نرم افزار سیمولینک نرم افزار متلب



شکل 5 پیکره شبیه سازی شده موتور سوخت مایع در محیط سیمولینک نرم افزار متلب

1-5- روش محاسبه پاسخ شبه فرکانسی

روش متمایز کردن ورودی - خروجی یک فرآیند غیرخطی به این صورت است که اگر سیستمی غیرخطی با یک ورودی معلوم $u(t)$ به شکل رابطه (57) تحریک شود.

$$u(t) = a_0 + a \cos(\omega t) \quad (57)$$

a - دامنه سیگنال تحریک کننده، ω - فرکانس سیگنال تحریک کننده و t - پارامتر زمان باشد؛ بایستی معادلات دینامیکی و غیرخطی حرکت به صورت عددی انتگرال گیری شوند تا خروجی سیستم بر حسب زمان، $y(t)$ ، به دست آید. در گام بعد، انتگرال های فوریه برای دوره k در زمانی که $y(t)$ به حالت پایدار رسیده باشد، محاسبه می شود. این انتگرال ها به شکل معادله (58) است.

$$I_{m,k} = \int_{(k-1)T}^{kT} y(t) e^{-j\omega t} dt \quad (58)$$

در این جا: $m = 1, 2, \dots, k = 1, 2, \dots$ و $T = \frac{2\pi}{\omega}$ است. تابع تبدیل های مجازی در فرکانس های گسسته که با عدد موهومی $G_{1,k}(j\omega, a)$ نشان داده می شوند، توسط رابطه ی (59) محاسبه می شوند.

$$G_{1,k}(j\omega, a) = \frac{\omega I_{1,k}}{a\pi} \quad (59)$$

برای این که اثرات هارمونیک های بالا را آنالیز کرد، می توان رابطه (60) را محاسبه کرد.

$$G_{m,k}(j\omega, a) = \frac{\omega I_{m,k}}{a\pi}, m = 2, 3, \dots \quad (60)$$

هرچه مقادیر محاسبه شده در معادله (60)، نسبت به تابع تبدیل مجازی ارائه شده توسط معادله (59) کوچک تر باشد این روش با دقت بهتری عملکرد پروسه غیرخطی مورد نظر را توصیف می کند. برای یک دامنه سیگنال تحریک کننده، a ، معادله (59) در فرکانس های گسسته در بازه فرکانس مورد نظر محاسبه شده تا یک مدل شبه خطی برای پروسه غیرخطی به دست آید. این عملیات برای دامنه های مختلف سیگنال تحریک کننده تکرار شده و چندین مدل شبه خطی برای پروسه غیرخطی حاصل می شود.

2-5- الگوریتم و نرم افزار استنتاج پاسخ فرکانسی

الگوریتم نرم افزار محاسبه پاسخ فرکانسی در شکل 6 آمده است. محاسبه پاسخ فرکانسی و استنتاج تابع تبدیل معادل با تعیین ورودی ها، بارگذاری داده های نخستین و انتخاب گام زمانی اجرای مدل شبیه ساز سیستم، در فاز شروع، آغاز می شود.

سپس بردار دامنه ها و بردار فرکانس های ورودی اعمالی به سیستم انتخاب و تعیین می شود در ادامه، حلقه for، که متشکل از حلقه for بیرونی با شمارنده برابر با تعداد عناصر بردار ورودی دامنه ها و حلقه for درونی با شمارنده برابر با تعداد عناصر بردار ورودی فرکانس ها اجرا می شود.

در حلقه for درونی، به ازای هر فرکانس، مدل شبیه ساز با ورودی سینوسی و با دامنه و فرکانس گام اجرا، با استفاده از دستور Sim، اجرا شده. داده های ورودی، خروجی و زمانی در یک فایل به صورت فایل داده ذخیره می شود.

سپس با فراخوانی فایل تابع گت اس آی دی اف، بخش های حقیقی و موهومی پاسخ فرکانسی محاسبه شده، مقدار خطا جهت ارزیابی خطای مطلق در همگرایی چک می شود. خروجی و ورودی های فایل تابع تهیه شده در محیط متلب به صورت زیر است.

$$[gr, gi, amchk, phchk] = \text{getsidf}(\text{plant}, w, \text{ampl}, kmax, \text{nsv})$$

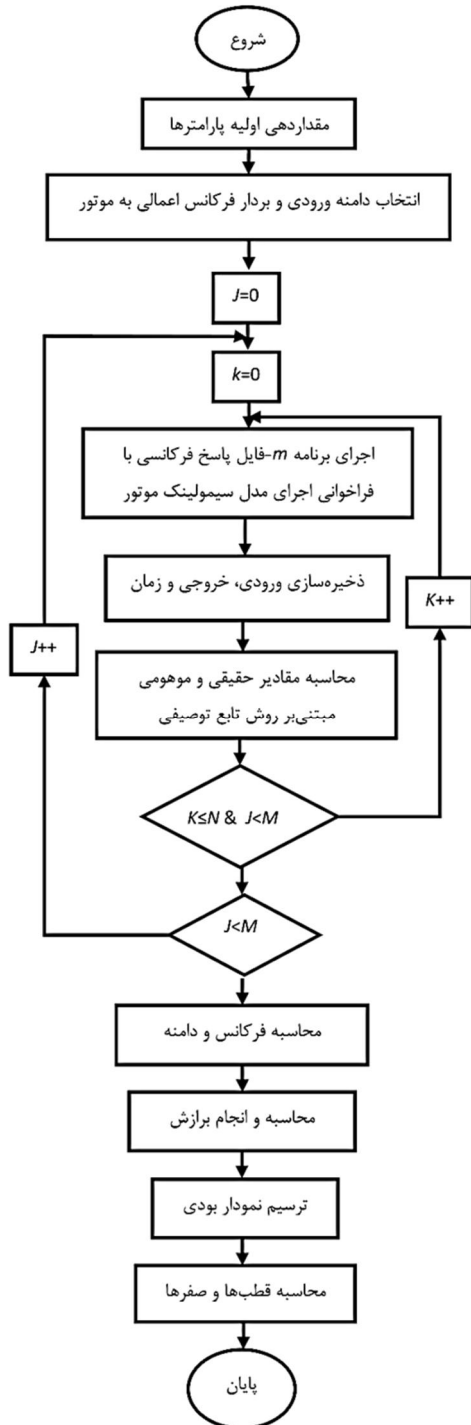
در این دستور: gr: قسمت حقیقی مدل شبه خطی؛ gi: قسمت موهومی مدل

شبه خطی؛ amchk: خطای نسبی در همگرایی اندازه پاسخ فرکانسی مدل شبه خطی و phchk: خطای مطلق در همگرایی فاز پاسخ فرکانسی مدل شبه خطی است. خطای نسبی در همگرایی اندازه (amchk) و خطای مطلق در همگرایی فاز (phchk) از روابط (61.62) به دست می آیند.

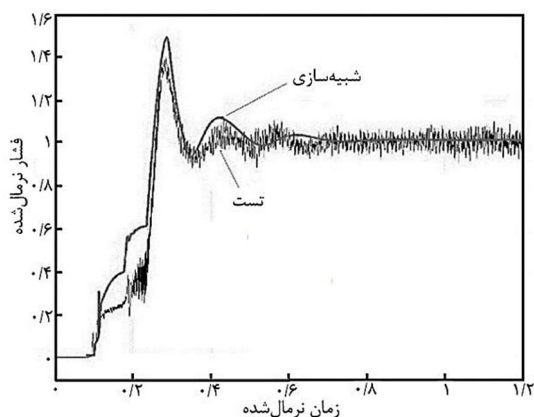
$$\frac{|M_k - M_{k-1}|}{|M_k|} = \text{amchk} \quad (61)$$

$$|\varphi_k - \varphi_{k-1}| = \text{phchk} \quad (62)$$

همچنین plant: فایل داده خروجی مربوط به فرکانس w و دامنه ampl می باشد. kmax: بیشینه تعداد تکرار حلقه محاسبه انتگرال فوریه و nsv: تعداد متغیرهای حالت پروسه است.



شکل 6 الگوریتم محاسبه پاسخ فرکانسی موتور سوخت مایع



شکل 8 مقایسه فشار خروجی بی بعد حاصل از تست گرم و مدل پمپ اکسیدکننده

جدول 1 میزان خطای نتایج مدل سازی و تست گرم موتور در رژیم های گذرا و پایا

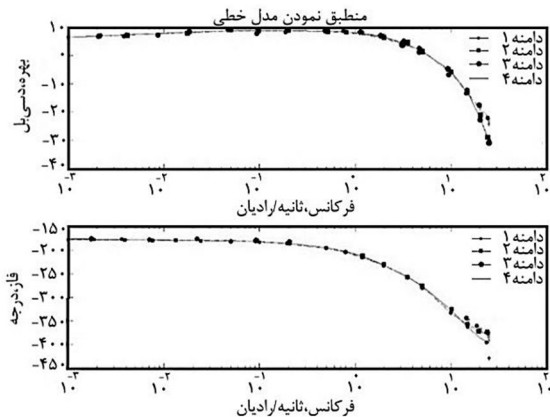
پارامتر	درصد خطا در حالت پایا	درصد خطا در پیک بیشینه
P_{cc}	0/19	2/4
P_{gg}	3/1	6/2
$P_{out.P.ox}$	0/9	1/28
$P_{out.P.fu}$	1/44	3/49
n	2/35	8/64
$P_{out.act}$	1/83	6/1
$P_{out.stab}$	2/81	5/5

انطباق مناسبی میان نتایج مدل سازی و نتایج به دست آمده از تست وجود دارد.

2-6- ارزیابی دینامیک موتور

با توجه به نرم افزار بسط یافته جهت استنتاج مدل فرکانسی؛ مدل غیرخطی موتور با ورودی سینوسی با چهار دامنه و گستره فرکانسی صفر تا 140 رادیان بر ثانیه تحریک شد.

با این هدف؛ برای محاسبه تابع تبدیل موتور سوخت مایع هدف، همچنان که بیان شد، از روش توابع توصیفی یا پاسخ شبه فرکانسی و خوراندن (Fit) نمودار، بهره برده گرفته شد. نمودار پاسخ فرکانسی به دست آمده در شکل 9 نشان داده شده است. در این جا درجه صورت و مخرج تابع های تبدیل (تابع های تبدیل چهارگانه به ازای چهار دامنه مختلف ورودی) خوراندن شده به نقاط حاصل از پاسخ فرکانسی مدل غیرخطی، به ترتیب 3 و 4 است. وزن انتخابی در تعیین تابع برازش، عکس فرکانس در نظر گرفته شده است تا به ازای فرکانس های پایین که از اهمیت بالاتری برخوردار است دقت برازش در این فرکانس ها، بالاتر باشد.



شکل 9 نمودارهای حاصل از پاسخ فرکانسی موتور به ازای چهار دامنه مختلف

با اتمام حلقه و اجرای مدل شبیه ساز سیستم برای تمامی فرکانس ها به ازای تمامی دامنه های انتخابی؛ گام محاسبه دامنه و فاز نقاط به دست آمده به ازای هر دامنه اعمالی انجام می شود. سپس در یک حلقه دیگر برازش تابع تبدیل به نقاط به دست آمده برای هر دامنه اعمالی صورت می گیرد. در ادامه، نمودار بودی به ازای هر دامنه ترسیم می شود. در پایان محاسبه ریشه های صورت و مخرج تابع تبدیل برازش شده انجام می شود و برنامه به اتمام می رسد.

3-5- مدل فرکانسی موتور

هنگام پیاده سازی الگوریتم محاسبه پاسخ فرکانسی برای موتور سوخت مایع، بایستی ملاحظات را پیرامون انتخاب نوع و سطح دامنه ورودی و بازه فرکانسی اعمال ورودی مورد نظر قرار داد.

در ساختار سیستم موتور سوخت مایع، زیرسیستمی که ورودی سینوسی به موتور از طریق آن اعمال می شود؛ سرو موتور عملگر و به تبع آن عملگر کنترل نیروی پیشران است. با توجه به آن که ورودی اعمالی به موتور از طریق عملگر کنترل نیروی پیشران، با تغییر سینوسی سطح مقطع کنترلی عملگر، صورت می گیرد و از سویی سطح مقطع کنترلی عملگر هم به واسطه عملکرد سروموتور حاصل می شود. ناگزیر ورودی اعمالی به موتور باید متناظر با ورودی سروموتور باشد. جنس ورودی سروموتور ولتاژ است؛ بنابراین ورودی انتخابی در نرم افزار برای پیاده سازی، از نوع ولتاژ انتخاب می شود.

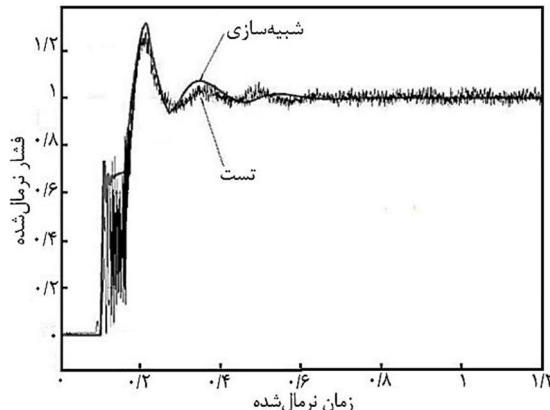
سطح و اندازه دامنه های ورودی اعمالی هم با توجه به این نکته مهم که عملگر کنترل نیروی پیشران به اشباع نرود؛ حول و حوش موقعیت نامی تعیین می شود. بازه فرکانسی ورودی اعمالی نیز به گونه ای تعیین می شود که در نمودار اندازه و فاز، فرکانس قطع دیده شود؛ براین اساس؛ دامنه های ورودی اعمالی به صورت یک بردار چهار عنصری شامل 0/3 ، 0/6 ، 0/9 و 1/2 ولت با بازه فرکانسی صفر تا 140 رادیان بر ثانیه در نظر گرفته شد.

6- تحلیل نتایج

1-6- ارزیابی مدل غیرخطی

در بررسی نتایج، چگونگی تغییرات فشارهای بی بعد شده حاصل از مدل سازی و تست گرم موتور برای دو زیرسیستم محفظه احتراق و پمپ اکسیدکننده نشان داده شده است. در شکل 7، مقایسه فشار بی بعد شده محفظه احتراق و در شکل 8 مقایسه فشار بی بعد شده خروجی پمپ اکسیدکننده، حاصل از تست گرم نمونه مشابه و مدل سازی موتور نشان داده شده است.

درصد خطای نتایج مدل سازی در مقایسه با داده برداری پارامترها از تست گرم موتور نیز در جدول 1 ارائه شده است. همچنان که از مقایسه رفتاری و کمی تغییرات پارامترهای تعیین کننده عملکرد موتور دیده می شود،



شکل 7 مقایسه فشار بی بعد حاصل از تست و مدل محفظه احتراق

در شکل های 12 و 13، پاسخ پله مدل غیرخطی و مدل خطی حاصل از پاسخ فرکانسی با دامنه های 0/3 و 1/2 ولت را به ازای ورودی پله مشاهده می شود. دیده می شود مقدار حالت ماندگار هر دو مدل تقریباً یکسان است هر چند که در حالت گذرا خطای ناچیزی میان دو مدل وجود دارد.

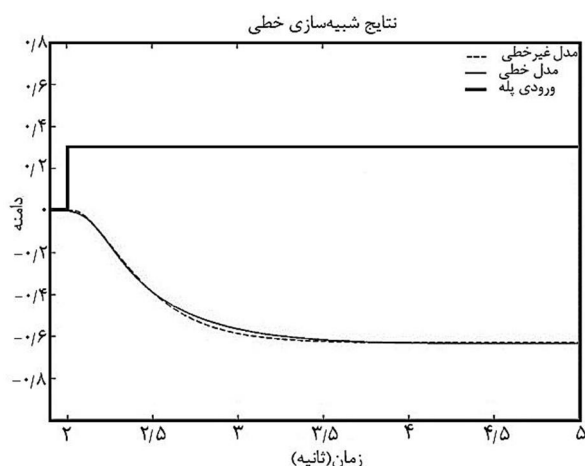
7- جمع بندی

گسترش مدل ریاضی غیرخطی و شبیه سازی یک موتور سوخت مایع در محیط سیمولینک نرم افزار متلب انجام شد. مدل ریاضی بسط یافته، شامل 32 زیرسیستم و بالغ بر 160 معادله جبری و دیفرانسیلی است. با مناسب بودن مدل سازی ریاضی غیرخطی صورت گرفته، برای بهره مندی از تیوری غنی روش های خطی در مباحث دینامیکی و کنترلی، اقدام به استنتاج مدل شبه فرکانسی بر مبنای روش تابع های توصیفی شد. نتایج به دست آمده از ارزیابی دینامیک موتور و مقایسه نتایج حاصل از مدل غیرخطی و مدل فرکانسی نمایانگر آن است که روش تابع توصیفی قادر به تولید یک مدل فرکانسی مناسب است که می تواند بدون حذف دینامیک های مهم موتور رفتار دینامیکی موتور را به گونه مناسبی توصیف کند. بررسی پاسخ ورودی سینوسی و پاسخ پله مدل غیرخطی و مدل فرکانسی موتور سوخت مایع مورد بررسی نشانگر حساس بودن موتور به اندازه دامنه ورودی است. مدل فرکانسی به دست آمده، ضمن فراهم سازی بستر مناسب برای انجام مباحث مختلف کنترلی مانند طراحی کنترلر، امکان ارزیابی مناسب تر و سریع تر دینامیک موتور سوخت مایع را فراهم ساخته است.

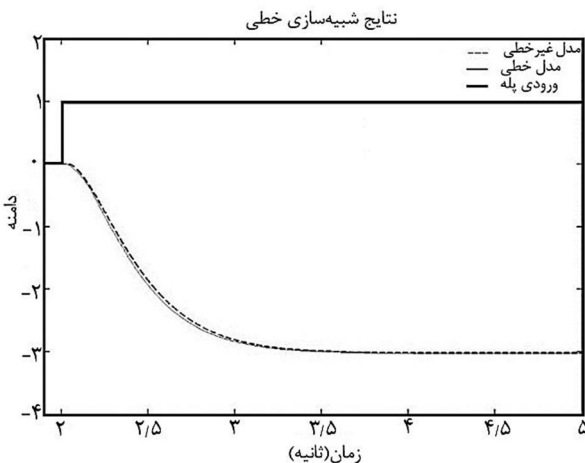
مشخصات تابع های تبدیل خورنده شده چهارگانه در جدول 2 ارائه شده است. هم چنان که دیده می شود، با توجه به منفی بودن قطب ها، تمامی سیستم ها پایدار است. صفرهای مدل شماره یک مثبت است که حاکی از ناکمینه بودن فاز سیستم است. مقدار منفی بهره دی سی بیانگر کاهش مقدار خروجی به ازای افزایش مقدار ورودی است. از سوی دیگر، با افزایش دامنه ورودی، مقدار بهره دی سی افزایش یافته است. همان طور که مشخص است، استفاده از روش تابع توصیفی به روشنی حساسیت بهره سیستم به دامنه ورودی که یکی از خواص مهم سیستم های غیرخطی است، منعکس می کند. در شکل های 10 و 11 رفتار مدل غیرخطی و خطی (دامنه 1 و 4) موتور حاصل از پاسخ فرکانسی به ترتیب به ازای ورودی سینوسی با دامنه های 0/3 و 1/2 ولت نشان داده شده است. همان گونه که دیده می شود دقت رفتاری مدل خطی در انطباق با مدل غیرخطی مناسب است.

جدول 2 مشخصات تابع های تبدیل حاصل از پاسخ فرکانسی به ازای چهار دامنه

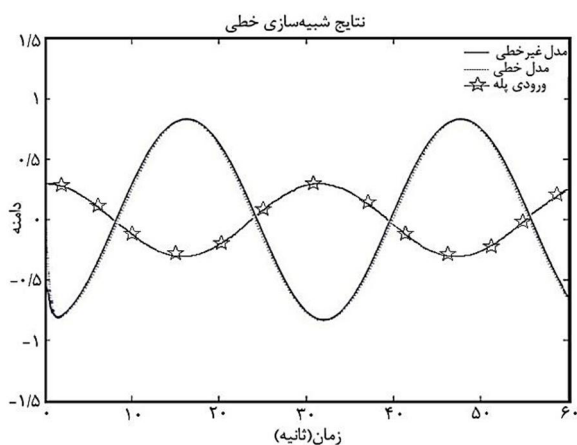
مدل	بهره دی سی	صفرها	قطب ها
مدل یک	-2/1	0/46±j26/6	-5/26±j26/23 -4/33±j1/01
مدل دو	-2/635	-6/855±j32/54	-10/15±j24 -4/38±j0/866
مدل سه	-2/943	-15/13±j40/18	-14/41±j24/31 -4/45±j0/667
مدل چهار	-3/022	-26/46±j45/14	-16/72±j23/74 -4/46±j0/669



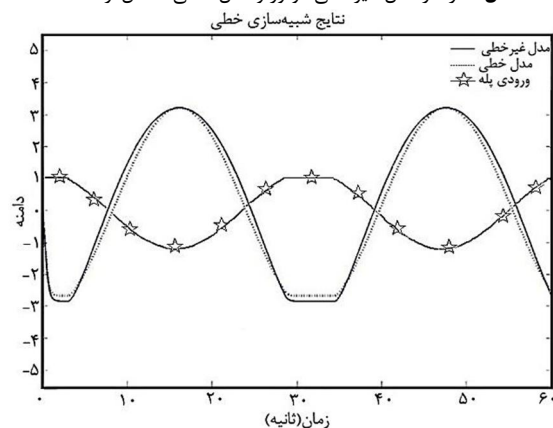
شکل 12 ارزیابی مدل خطی حاصل از دامنه 1 به ازای ورودی پله



شکل 13 ارزیابی مدل خطی حاصل از دامنه 4 به ازای ورودی پله



شکل 10 رفتار مدل غیرخطی موتور و مدل خطی حاصل از دامنه 1



شکل 11 رفتار مدل غیرخطی موتور و مدل خطی حاصل از دامنه 4

8- فهرست علائم

R_{bod}^*	مقاومت هیدرولیکی ناشی از مسیر عبوری استابیلایزر در حالتی که از اثرات سوپاپ کنترلی صرف نظر شود	A	سطح مقطع
$R_{stab,i}$	مقاومت هیدرولیکی معادل در مسیرهای مختلف منشعب از ناحیه انشعاب استابیلایزر	$A_{p,ox}$	ضریب پرتشدگی پمپ
r	شعاع پمپ اکسیدکننده	$A_{1,th}$	سطح گلوگاه محفظه
r_2	ضریب بیان کننده ویژگی لزجت سیال	A_{2-3}^*	سطح مقطع عبوری در وضعیت نامی سوپاپ کنترلی
$T_{inertia}$	ثابت زمانی اینرسیونی مسیرهای هیدرولیکی	A_u	سطح متغیر سوپاپ کنترلی
$T_{capacity}$	ثابت زمانی ظرفیتی مسیرهای هیدرولیکی	a_{Tu}	ضریب ثابت مربوط به راندمان توربین
T	دمای محفظه احتراق	$a_{p,ox}$	ضریب ثابت تقریب مشخصه هد پمپ
u	سرعت محیطی توربین	b_{Tu}	ضریب ثابت مربوط به راندمان توربین
V_{cc}	حجم محفظه احتراق	$b_{p,ox}$	ضریب ثابت تقریب مشخصه هد پمپ
V_{fb}^*	حجم کل لوله فیدبک	C	ضریب اصطکاک لزج
V_{in}	ولتاژ ورودی	C_2	ضریب ظرفیتی
$V_{t,ox}$	حجم مؤلفه اکسیدکننده در مخزن	C_{cc}^*	سرعت مشخصه
v	سرعت حرکت سیال در مسیرها	c_{Tu}	ضریب ثابت مربوط به راندمان توربین
W_{Tu}	کار آدیاباتیک گاز در توربین	$c_{p,ox}$	ضریب ثابت تقریب مشخصه هد پمپ
X	موقعیت سوپاپ کنترلی استابیلایزر	c	سرعت مطلق توربین
$\dot{X}$	سرعت حرکت سوپاپ کنترلی	dm_1	جرم انباشته شده در محفظه احتراق
$\ddot{X}$	شتاب حرکت سوپاپ کنترلی	F_{12}	نیروی ناشی از فشار سیال پشت پیستون استابیلایزر
Z	ضریب اتلاف ظرفیتی	F_{st}	نیروی هیدرواستاتیکی در محل انشعاب استابیلایزر
علایم یونانی		$F_{hyd,st}$	نیروی هیدرواستاتیکی فشارهای جلوی سوپاپ استابیلایزر
$\phi(A_{p,ox})$	تابع توزیع مقاومت هیدرولیکی در مسیر پمپ	F_{13}	نیروی ناشی از فشار سیال جلوی پیستون استابیلایزر
η	راندمان	F_{sp1}	نیروی ارتجاعی ناشی از فنر سوپاپ کنترلی
Π_{Tu}	نسبت انبساط توربین	F_{fric}	نیروی ناشی از اصطکاک در قسمت سوپاپ کنترلی
ρ_{ox}	دانسیته مؤلفه اکسیدکننده	g	شتاب جاذبه
ρ_{Tu}	درجه راکتیو بودن توربین	$H_{t,ox}$	ارتفاع ستون اکسیدکننده در مخزن
τ_1	ثابت زمانی احتراق	$H_{p,ox}$	هد پمپ اکسیدکننده
ξ_{fb}	ضریب مقاومت اصطکاک لوله فیدبک	$J_{t,ox}$	ضریب اینرسی مخزن اکسیدکننده
ξ_{Loc}	ضریب مقاومت موضعی	J_{TP}	ممان اینرسی روتور توربوپمپ
$\xi_{\Sigma,ox}$	ضریب اتلاف فشار در مخزن اکسیدکننده تا خروجی	K_e	ضریب ولتاژ نگهدارنده
ω	دور موتور	k	شاخص آدیاباتیک
زیرنویس ها		L	طول یک مسیر هیدرولیکی نوعی
bod	نشانگر بدنه	$L_{p,ox}$	ضریب اینرسی بخش عبوری پمپ
br	نشانگر انشعاب	L_{cc}^*	طول مشخصه محفظه احتراق
cc	محفظه احتراق	L_i	ضریب وابسته به طول و مساحت مسیر عبوری
Ex	نشانگر اغزو	l_{fb}	طول لوله فیدبک رگولاتور تراست
fb	نشانگر لوله فیدبک	M	مجموع جرم اجزای متحرک در بخش سوپاپ استابیلایزر
$fric$	نشانگر اصطکاک	$M_{p,ox}$	جرم لحظه ای سیالی که وارد فضای پمپ شده است
fu	مؤلفه سوخت	$M_{p,ox}^*$	جرم سیال در حالتی که پمپ را کاملاً پر کرده باشد
gg	نشانگر مولد گاز	$\dot{m}$	دبی جرمی
$hyd. reac$	نشانگر هیدرودینامیک	$\dot{m}^*$	دبی مشخصه گاز عبوری از توربین
$hyd. st$	نشانگر هیدرواستاتیک	$\dot{m}_{1,i}$	مقدار دبی جرمی در ورود به محفظه
inj	نشانگر انژکتور	$\dot{m}_{1,e}$	مقدار دبی جرمی در خروج از محفظه
ox	مؤلفه اکسیدکننده	n	دور توربوپمپ
P	نشانگر پمپ	P	فشار
St	نشانگر استارتر	Q_{ox}	دبی حجمی اکسیدکننده
sp	نشانگر فنر	R_1	ثابت گاز در محفظه احتراق
		R_2	ثابت گاز در مولد گاز

- [12] S. R. Mousavi Firdeh, A. Nassirharand, *DESIGN OF NONLINEAR H_{∞} CONTROLLERS USING DESCRIBING FUNCTIONS WITH APPLICATION TO SERVOMECHANISM*, Asian Journal of Control, Vol. 11, No. 4, pp. 446-450, July 2009.
- [13] J. H. Taylor, K. L. Strobel, *Nonlinear Control System Design Based on Quasilinear System Models*, Proceedings of American Control Conference, 1985.
- [14] J. H. Taylor, *A Systematic Nonlinear Controller Design Approach Based on Quasilinear Models*, Proceedings of American Control Conference, 1983.
- [15] J. H. Taylor, K. L. Strobel, *Application of A Nonlinear Controller Design Approach Based on Quasilinear System Models*, Proceedings of American Control Conference, 1984.
- [16] A. Nassirharand, J. H. Taylor, K. N. Reid, *Controller Design For Nonlinear Systems Based on Simultaneous Stabilization Theory and Describing Function Models*, Transactions of the ASME on Dynamic Systems, Measurements, and Control, June, pp. 134-143, 1988.
- [17] A. Gelb, W. E. Vander Velde, *Multiple-Input Describing Functions and Nonlinear System Design*, McGraw-Hill, New York, 1968.
- [18] A. Nassirharand, S. R. Mousavi Firdeh, *Single-range controller design for a cruise missile*, AEAT (International Journal of Aircraft Engineering and Aerospace Technology), pp. 283-287, vol. 81, no. 4, 2009.
- [19] A. Nassirharand, S. R. Mousavi Firdeh, *Design of nonlinear H_{∞} controllers using describing functions with application to servomechanism*, Asian Journal of Control, pp. 446-450, vol. 11, no. 4, July 2009.
- [20] E. V. Lebedinsky, *Multifunctional Mathematical Simulation of Liquid Rocket Engines (Principles of System Synthesis)*, Conference on Propulsive Flows in Space Transportation Systems, Bordeaux, France, pp. 514-528, 11-15 September 1995.
- [21] B.F. Glikman, *Automatic control of propellant rocket Engine*, Mashinostroyenie Pub., in Russian, 1974.
- [22] R.P. Ashikhmin, V.V. Berdnikov, *Flow & Pressure Regulation of Fluid in Hydro-systems*, KAI Pub., in Russian, 1978.
- [23] V.P. Gooskov, V.F. Mireh, *Characteristics of direct pressure Regulator*, Published by Kharkov Aviation University, in Russian, 1982.
- [24] A. Jafargholi, D. Ramesh, J. Abyat, M. J. Montazeri, *Construction of Liquid Propellant Engine*, Tehran, AIO Pub, 2006 (in Persian).

stab نشانگر استابیلایزر
TP نشانگر توربوپمپ
Tu نشانگر توربین
t نشانگر مخزن

9- مراجع

- [1] E.N. Belyaev, V.K. Chevanov, V.V. Chervakov, *Mathematical model of working process in liquid rocket engine*, MAI Pub. Co., 1999 (in Russian).
- [2] A.A. Shevyakov, *Theory of automatic control of rocket Engine*, Mashinostroyenie Pub. Co., pp.37-102, 1978 (in Russian).
- [3] V.F. Prisyakov, *Dynamic of liquid propellant rocket engine*, Mashinostroyenie Pub. Co., pp.186-196, 1983, (in Russian).
- [4] A. Santana Jr., F.I. Barbosa, M. Niwa, L.C.S. Goes, *Modeling and Robust Analysis of a Liquid Rocket Engine*, 36th Joint Propulsion Conference & Exhibit Huntsville, Alabama, July 2000.
- [5] H. Karimi, A. Nassirharand, and M. Beheshti, *Dynamic and Nonlinear Simulation of Liquid Propellant Engines*, AIAA Journal of Propulsion and Power, pp. 938-944, vol. 19, no. 5, 2003.
- [6] H. Taylor, *A systematic nonlinear controller design approach based on quasilinear system models*, American Control Conference, San Francisco, CA, pp. 141-145, 1983.
- [7] A. Nassirharand, J.H. Taylor, K.N. Reid, *Controller design for nonlinear systems based on simultaneous stabilization theory and describing function models*, ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control 110 (2) 134-143, 1988.
- [8] A. Nassirharand, and J. H. Taylor, *Frequency domain modeling of nonlinear multivariable systems*, Control-Theory and Advanced Technology, v. 7, no. 1, pp. 201-214, 1991.
- [9] J. H. Taylor, J. R. O'Donnell, *Synthesis of nonlinear controllers with rate feedback via sinusoidal input describing function methods*, Proceedings of American Control Conference, San Diego, pp. 2217-2222, 1990.
- [10] A. Nassirharand, H. Karimi, *Input/output characterization of highly nonlinear multivariable systems*, Advances in Engineering Software, Vol. 33, Nos. 11-12, pp. 825-830, 2002.
- [11] S. R. Mousavi Firdeh, A. Nassirharand, N. Abbassi, H. Karimi, *A systematic single-range controller synthesis procedure for nonlinear and multivariable liquid propellant engines*, Aerospace Science and Technology, v. 10, no. 5, pp. 392-401, 2006.