ماهنامه علمى پژوهشى





mme.modares.ac.ir

بررسی و بهینهسازی اثر هندسه و بارگذاری سطح بر راندمان اختلاط الکترواسموتیک در میکرو کانال های همگرا- واگرا به روش سطح پاسخ

ىاسى بساطى¹، امىدرضىا محمدىيور²، حمىد نىازمند^{3*}

1– دانشجوی کارشناسیارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه پیام نور، تهران

3- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

* مشهد، صندوق پستى 9177948944 ، niazmand@um.ac.ir

چکیدہ	اطلاعات مقاله
در این تحقیق اثرات توزیع پتانسیل سطحی و تغییرات هندسی بر میزان اختلاط الکترواسموتیک مورد بررسی قرار گرفته است. هندسه مورد بررسی در این پژوهش مجموعهای از میکرو کانالهای همگرا− واگرا دوبعدی با نسبتهای مختلف واگرایی است. شبیهسازی جریان الکترواسموتیک به کمک روش عددی شبکه بولتزمن و با تکیه بر حل معادلات ناویر⊣ستوکس و پواسون− بولتزمن برای محاسبه توزیع میدان	مقاله پژوهشی کامل دریافت: ۵۵ شهریور 1396 پذیرش: 24 آبان 1396 ارائه در سایت: ۵8 دی 1396
سرعت و بار الکتریکی صورت گرفته است. صحت شبیهسازی با مقایسه میان حل عددی به دست آمده از روش شبکه بولتزمن و حل تحلیلی موجود در شرایط بارگذاری یکنواخت مورد ارزیابی قرار گرفته است. در ادامه از روش سطح پاسخ به منظور ارائه رابطه کلی بین متغیرها جریان و در نهایت بهینهسازی شرایط جریان براساس دبی عبوری و راندمان اختلاط استفاده گردیده است. نتایج عددی حاکی از آن است که با افزایش میزان نسبت پتانسیل سطحی و نسبت واگرایی، دبی افزایش و راندمان اختلاط در خروجی کاهش مییابد. نوع بارگذاری تأثیر چندانی در میزان دبی ندارد در حالی که اثرات آن بر راندمان مخلوط قابل توجه است. علاوهبر این نتایج نشان دادهاند که میزان حساسیت دبی و راندمان اختلاط به تغییرات زتاپتانسیل سطح بیشتر از تغییرات نسبت واگرایی است. در انتها پارامترهای بهینه توسط روش سطح پاسخ محاسبه شدند. بر اساس	<i>کلید واژگان:</i> شبکه بولتزمن الکترواسموتیک روش سطح پاسخ بهینهسازی
این بهینهسازی، مقادیر بهینه 0.5، 0.6 و pp-nn به ترتیب برای نسبت پتانسیل سطح، نسبت انسداد و نوع بارگذاری جهت حصول بیشینه دبی و راندمان اختلاط به طور همزمان به دست آمدند.	

Investigation and optimization of geometry and zeta-potential effects on electroosmotic mixing efficiency in converging-diverging microchannels by response surface methodology

Yaser Basati¹, Omid Reza Mohammadipour², Hamid Niazmand^{1*}

1- Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran.

2- Department of Mechanical Engineering, Payame Noor University (PNU), Tehran, Iran

* P.O.B. 9177948944, Mashhad, Iran, niazmand@um.ac.ir

ARTICLE INFORMATION	Abstract
Original Research Paper Received 28 August 2017 Accepted 15 November 2017 Available Online 29 December 2017	In this study, effects of zeta potential distribution and geometrical specifications are investigated on mixing efficiency in electroosmotic flows. Flow geometry in this research is a series of converging-diverging microchannels with different diverging ratios. Governing equations including the Navier Stokes equation for fluid flow and the Poisson-Boltzmann equation for internal electrical field are
Keywords: Lattice Boltzmann Method Mixing Electroosmotic Response surface methodology (RSM) Optimization	solved numerically in a two-dimensional domain by using the lattice Boltzmann method. Numerical simulations are validated against available analytic solutions for electroosmotic flow in homogeneous straight channels. The response surface methodology (RSM) is then employed to investigate relationship between flow variables and consequently to optimize mixing efficiency and flow rate of the channel. Results indicate that increasing the zeta potential ratio and diverging ratio, leads to increased value of flow rate, while meanwhile it decreases the mixing efficiency. Zeta potential pattern does not affect flow rate considerably, but its effects on mixing efficiency is noticeable. Furthermore, it is found that mixing efficiency and flow rate are more sensitive to zeta potential ratio than diverging ratio. At last, optimum parameters are determined by RSM which are 0.5 for zeta potential ratio, 0.6 for diverging height, and pp-nn pattern for zeta potential distribution, all associated to simultaneously maximized flow rate and mixing efficiency.

DOR: 20.1001.1.10275940.1397.18.1.12.9

1- مقدمه

در سالهای اخیر ساخت ابزارها در ابعاد مینیاتوری سبب انجام تحقیقات گسترده علمی در زمینه سیستمهای میکروسیالی و میکرو الکترومکانیکی ٔ شده است. میکرو سیستمها در زمینههای مختلف مهندسی نظیر درمانهای بیولوژیکی در پزشکی، تحلیلهای شیمیایی، خنککاری دستگاههای الکترونیکی، واکنشگرهای جداساز برای سلولهای زیستی و تجزیه گرهای خون کاربرد دارند. استفاده از میکرو سیستمها به سرعت در حال رشد است. کاهش در نمونه ها و مواد، زمان واکنش بسیار کوتاه و قابلیت حمل و انجام تمام کارها روی یک تراشه سبب کاربردی شدن میکرو سیستمها میشود. ریزتراشه آزمایشگاهی شامل مجموعه یکپارچهای از اجزای مکانیکی، حس گرها و مدارهای الکترونیکی هستند به نحوی که تمام اجزای لازم برای یک تحلیل، داخل یک دستگاه کوچک قرار گرفته است. میکروکانالها^۳و میکرو پمپها[†] یکی از اجزای اساسی این گونه سیستمهاست. عموماً کانال های با طول مشخصه بین 1 تا 100 میکرومتر، میکروکانال نامیده مى شوند كه معمولاً نسبت سطح به حجم آن ها زياد است [2,1]. رفتار سيال در جریان های با مقیاس میکرو می تواند به طور قابل توجهی نسبت به مقیاس بزرگ متفاوت باشد. به نحوی که برخی از پدیدههای سطحی که در ابعاد بزرگ مهم نیست، در این مجراها سبب ایجاد اثرات قابل توجهی شوند. یکی از این پدیدهها، رفتار الکتروجنبشی جریان است. در جریانهای میکروسکوپی اثر نيروهاى الكتريكي به علت افزايش نسبت سطح به حجم ميكروكانال نقش پررنگتری دارند. این ویژگی سبب می شود در میکروکانال ها برای انتقال سیال از اعمال میدان الکتریکی به عنوان یک روش کاربردی استفاده شود با توجه به آرام بودن جریانهای موجود در میکروکانالها و پایین بودن عدد رينولدز مكانيزم غالب اختلاط پديده پخش مولكولى است، كه ذاتاً فرآيندى کند است و سبب می شود که پدیده اختلاط در میکروکانال ها به کندی پیشرفت کند. برای بهبود کیفیت اختلاط و جلوگیری از طولانی شدن زمان و مسیر مورد نیاز برای دستیابی به کیفیت قابل قبول در اختلاط درون میکروکانالها می توان به مکانیزمهای اختلاط فعال و یا غیرفعال متوسل شد که روشهای فعال غالباً نتایج بهتری در مقایسه با روشهای غیرفعال دارد 3][. با این حال این روشها تجهیزات اضافی نیاز دارند که برای مقاصد مورد نظر در طراحی سیستمهای میکروالکترومکانیکی مناسب نیستند [5,4]. از این و در روشهای غیرفعال با استفاده از تغییر هندسه میکروکانال و مشخصات فیزیکی می توان راندمان اختلاط را افزایش داد [7,6].

رن و لی [8] جریان الکتروسموتیک درون میکروکانال با سطح مقطع دایرهای با زتا پتانسیل غیریکنواخت را به صورت عددی مدلسازی کردند و نشان دادند که زتا پتانسیل غیریکنواخت انواع مختلف پروفیل سرعت را ایجاد میکند. فو و همکاران [9] اثر تغییرات زتا پتانسیل را به صورت عددی مطالعه کردند. یانگو همکاران [10] یک مدل تحلیلی برای توصیف اثرات پتانسیل زتا غیریکنواخت در جریان الکتروکینتک پیشنهاد کردند. بیدس و همکاران [11] با استفاده از الگوهای ناهمگن زتا پتانسیل و ایجاد جریانهای گردابهای راندمان اختلاط را افزایش دادند. نایاک [12] با استفاده از مدل توزیع بولتزمن تأثیر حضور ناهمگنی در توزیع پتانسیل روی دیواره میکروکانال در مکانهای مختلف را به صورت سه بعدی مورد بررسی قرار داد. نتایج نشان

5 Smoluchowski

وانگ و هو [13] به بررسی وجود مانع استوانهای در جریان فشار محرک درون میکروکانالهای Y شکل به صورت تجربی و عددی پرداختند و با مطالعه پارامترهایی همچون قطر مانع، محل قرار گیری و تعداد موانع در اعداد رينولدز مختلف يك طرح بهينه بهمنظور افزايش راندمان اختلاط ارائه كردند، همچنین نشان دادند که وجود مانع سبب افزایش همرفت جانبی و بهبود اختلاط می شود. چن و چو [14] با استفاده از مدل توزیع بولتزمن اختلاط تحت جریان الکترواسموتیک را در میکروکانال های دارای سطوح مواج به صورت عددی مورد بررسی قرار دادند و اثر دامنه موج و طول منطقه موجدار و همچنین الگو و مقدار زتا پتانسیل ناهمگن سطح بر راندمان اختلاط در میکروکانال مورد مطالعه قرار گرفت. بنابر نتایج آنها در میکروکانال مستقیم به دلیل پایین بودن رینولدز جریان، پدیده اختلاط تنها ناشی از اثر پخش و دارای راندمان ضعیفی است، اما سطوح موجدار به دلیل افزایش سطح تماس دو جزء در میکروکانال باعث افزایش راندمان اختلاط می شوند. آن ها نشان دادند که با اعمال الگوی زتا پتانسیل ناهمگن سطح به دلیل تشکیل چرخش جریان در نزدیکی دیوارههای میکروکانال کارایی اختلاط بیش از پیش افزایش می یابد و این افزایش رابطه مستقیمی با افزایش مقدار زتا پتانسیل سطح دارد. یوشیدا و همکاران [15] جریان الکترواسموتیک درون یک میکروکانال تخت با دیوارههای موجی را به صورت عددی و با استفاده از روش لتیس-بولتزمن مورد بررسی قرار دادند. آنها با استفاده از تقریب دبای-هوکل و براساس تئوری تقریبی روانکاری یک مدل تحلیلی برای پیشبینی دبی جریان ارائه کردند. و نشان دادند که دبی جریان در حالت زتا پتانسیل ثابت با افزایش دامنه موج دیواره کاهش می یابد و این دبی از دبی جریان در حالت مجرا با دیواره صاف کمتر است.

وانگ و همکاران [16] اختلاط تحت جریان الکترواسموتیک را به روش شبکه بولتزمن با حل معادله پواسن-بولتزمن، معادلات ممنتوم و انتقال جرم بررسی کردند. وانگ و همکاران [17] اختلاط جریان الکترواسموتیک درون یک میکروکانال تخت در اثر حضور موانع مربعی شکل را به کمک شبکه بولتزمن بررسی کردند در این مطالعه آنها معادله پواسن- بولتزمن (با تقریب دبیای)، معادلات ناویر- استوکس و انتقال جرم را حل کردند.

لین و چن [18] جریان الکترواسموتیک در میکروکانال ناهمگن را با استفاده از شبکه بولتزمن مورد بررسی قرار دادند. در این کار آنها توزیع بولتزمن را برای توزیع غلظت یونی به کار بردند و اثرات ناهمگنی در توزیع زتاپتانسیل، غلظت مولار یونی، ارتفاع کانال، نوسانی بودن میدان الکتریکی و فشار در جریان الکترواسموتیک و فشار محرک مورد بررسی قرار گرفت.

سای و همکاران [19] جدایش تحت اثر الکتروکینتیک درون میکروکانالهای واگرا همراه با جریانهای جانبی را به صورت آزمایشگاهی و عددی مورد بررسی قرار دادند. لی و همکاران [20] اختلاط توسط جریان الکترواسموتیک در یک کانال همگرا و واگرا را به صورت تجربی و عددی با استفاده تقریب اسمولوکوفسکی⁶ بررسی کردند و نشان دادند که هندسه همگرا و واگرا سبب افزایش دیفیوژن میشود و با تغییر هندسه این قسمت میتوان درجه دیفیوژن را کنترل کرد، همچنین گرادیانهای غلظت متفاوتی را میتوان با اعمال میدان الکتریکی متفاوت و تغییر هندسه میکروکانال به دست آورد. در مقایسه با یک میکروکانال T شکل ساده، این میکروکانال پروفیل غلظت بهتر در طول کوتاهتر را نتیجه میدهد. بساطی و همکاران

¹ Microfluidics

² Micro Electro Mechanical System (MEMS)

³ Microchannels

⁴ Micropumps

²⁸

واگرا و همگرا- واگرا با استفاده از شبکه بولتزمن مورد بررسی قرار دادند. آنها نشان دادند که میکروکانالهای همگرا سبب بهبود قابل ملاحظه اختلاط میشود که در عین حال با کاهش نسبتاً زیاد دبی همراه است و بالعکس استفاده از میکروکانالهای واگرا منجر به افزایش دبی و کاهش اختلاط میشود. و با استفاده از هندسههای همگرا- واگرا میتوان به تعادل مناسبی از دبی و راندمان اختلاط دست یافت.

در مقایسه با تحقیق پیشین [21] در این پژوهش یک رابطه کلی برای دبی و راندمان اختلاط در خروجی میکروکانال براساس پارامترهای نسبت انسداد، نسبت زتاپتانسیل و نوع بارگذاری سطح ارائه میشود. برای این منظور تمامی معادلات حاکم بر جریان شامل معادلات لاپلاس، پواسن و ناویر-استوکس به ترتیب برای توزیع میدان الکتریکی خارجی، توزیع میدان الکتریکی داخلی و میدان جریان سیال به صورت عددی و با کمک روش شبکه بولتزمن حل میشوند. پس از آن با توجه به نتایج عددی به دست آمده و با کمک روش سطح پاسخ یک رابطه کلی برای دبی و راندمان اختلاط در خروجی میکروکانال براساس پارامترهای نسبت انسداد، نسبت زتاپتانسیل سطح و نوع بارگذاری سطح ارائه شده است.

2- معادلات حاكم

در شکل I هندسه میکروکانال مورد مطالعه به همراه پارامترهای هندسی به صورت یک کانال مستقیم نشان داده شده است که در قسمت میانی همگرا-واگراست. طول کانال برابر با L و ارتفاع آن برابر با H در نظر گرفته شده است. ارتفاع قسمت همگرا- واگرا توسط پارامتر h تعیین میگردد و در قسمت میانی خواص سطحی به صورت ناهمگن در نظر گرفته شده است که وظیفه اختلاط جریان را بر عهده دارد.

مدلسازی جریان مورد با در نظر گرفتن فرضیات زیر انجام شده است: 1- سیال نیوتنی است.

- 2- اثرات تراکم پذیری، شناوری و گرانشی قابل چشم پوشی است.
- 3- در طول جریان هیچگونه واکنش شیمیایی صورت نمی پذیرد.
- 4- در محاسبه چگالی خالص بار الکتریکی از تغییرات دما در کل کانال در مقایسه با دمای مطلق صرف نظر می شود.
- 5- تغییرات توزیع یونی به واسطه وجود بار سطحی تنها محدود به یک ناحیه بسیار نازک در مجاور سطح خواهد بود؛ بنابراین اثرات جابهجایی بر توزیع یونی ناچیز است.

تحت این شرایط معادلات حاکم بر مسأله به صورت روابط زیر است.

1-2- معادلات ميدان الكتريكي

در جریان الکترواسموتیک پتانسیل الکتریکی کلی از مجموع پتانسیلهای الکتریکی خارجی (¢) و داخلی (t) به دست می آید.



Fig. 1 Flow geometry and boundary conditions

شکل 1 هندسه مورد مطالعه و شرایط مرزی

2-1-1- میدان الکتریکی خارجی میدان الکت بکی خارجی میدانی

میدان الکتریکی خارجی میدانی است که در فضای بین یک آند و یک کاتد رخ می دهد. توزیع پتانسیل الکتریکی آن با $\phi(x,y)$ معرفی شده و شدت میدان الکتریکی ناشی از آن توسط رابطه $\phi \vec{F} = -\vec{P} = \bar{r}$ تعیین می شود. با معرفی کمیات بی بعد به صورت $F = x/H = x/H = \phi/EH$, پس از حذف بالانویس (*) معادله حاکم بر میدان الکتریکی خارجی به صورت معادله (1) لاپلاس است [22].

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \tag{1}$$

شرایط مرزی پتانسیل الکتریکی خارجی در ورودی، خروجی و روی دیوارهها به صورت روابط (2) است.

$$\begin{aligned} \phi(0, y) &= EL \left[V \right], \qquad \phi(L, y) = 0 \left[V \right] \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_{\text{wall}} &= 0 \end{aligned}$$
 (2)

2-1-2- ميدان الكتريكي داخلي

توزیع پتانسیل الکتریکی $\psi(x, y)$ به وجود آمده در الکترولیت مجاور دیوار از طریق معادله پواسن به چگالی بار خالص الکتریکی ρ_e مرتبط میشود. با استفاده از فرم بی بعد شده $\psi^* = ze\psi/k_B$ و پس از حذف بالانویس (*) معادله پواسن حاکم بر میدان الکتریکی داخلی به صورت رابطه (3) خواهد بود [22].

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\frac{k^2 \rho_e}{2} \tag{3}$$

در رابطه (3) الکتریکی و k = KH (3) است. در رابطه (3) الکتریکی و k = KH (3) است. شرایط مرزی این $K = \sqrt{2z^2 e^2 n_0/e_r e_0 k_B T}$ معادله در ورودی و خروجی تغییرات ناچیز گرادیان $0 = \lambda \psi/\partial x$ و روی دیوارهها به صورت $\xi = \zeta(x) ze/k_B T$ است. چگالی بار خالص الکتریکی متناسب با اختلاف غلظت عددی یونهای مثبت و منفی است الکتریکی از توزیع بولتزمن استفاده خواهد شد. ارتباط بین غلظت یونهای بار خالص (n_i) الکتریکی از توزیع بولتزمن استفاده خواهد شد. ارتباط بین غلظت یونهای است. الکتریکی و پتانسیل الکتریکی میدان داخلی (ψ) از طریق معادله بولتزمن تعیین است. اگر ارتفاع کاتال به اندازه کافی بزرگ باشد به گونهای که غلظت یونهای مورد نظر در محلول در مرکز کانال با غلظت توده محلول برابر گردد (فرض شماره 5)، توزیع بولتزمن برقرار است. این توزیع به صورت رابطه (4) بیان می گردد [23].

$$n_i = n_0 \exp\left(\frac{-z_i e\psi}{K_B T}\right) \tag{4}$$

در معادله (4) عبارات n_i و T به ترتيب بيانگر غلظت توده محلول، ثابت بولتزمن و دمای مطلق برحسب K است.

2-2- معادله ناوير - استوكس

برای جریان دائم سیال معادلات جریان در یک سیستم تحت اثرات الکتروکینتیک به صورت رابطه (5) نوشته می شود و با استفاده از فرم بی بعد شده $\vec{V} = p^* = p/\rho U_{ref}^2$ و پس از حذف بالانویس (*) به صورت رابطه (6) خواهد بود [22].

$$\rho(\vec{V}\cdot\vec{\nabla})\vec{V} = -\overline{\nabla}\vec{P} + \mu\vec{\nabla}^2(\vec{V}) - \rho_e(\vec{\nabla}\phi + \vec{\nabla}\psi)$$
⁽⁵⁾

$$\vec{V} \cdot \vec{\nabla} (\vec{V}) = -\vec{\nabla}p + \frac{1}{\text{Re}} \vec{\nabla}^2 (\vec{V}) - B\rho_e (A \vec{\nabla}\phi + \vec{\nabla}\psi)$$
(6)
c, replaced by the equation of the equ

بر يونهاي باردار درون سيال است. اين نيروي الكتريكي مشابه با نيروي

یاسر بساطی و همکا*ر*ان

گرانشی به صورت یک نیروی حجمی اثر میکند و در جریانهای $\mathrm{Re} =
ho U_{\mathrm{ref}} H/\mu$ (6) الكترواسموتيك عامل حركت سيال است. در رابطه عدد رينولدز، $U_{
m ref}=-e_r e_0 E \zeta/\mu$ سرعت مرجع، E شدت ميدان الكتريكي خارجي، $A = EHze/k_BT$ نسبت ولتاژ اعمال شده خارجي به ولتاژ مبنا و $B = n_0 k_B T /
ho U_{
m ref}^2$ نسبت فشار یونی به فشار دینامیکی است. شرایط مرزی حاکم بر معادله ناویر- استوکس در ورودی و خروجی شرط فشار صفر و در دیوارهها شرط عدم لغزش است.

2-3- ميدان غلظت

برای بررسی پدیده اختلاط، میدان اسکالر برای غلظت یک گونه باید حل شود. معادله حاكم بر ميدان غلظت در حالت پايدار به صورت رابطه (7) خواهد بود. با استفاده از فرم بیبعد شده $C^* = C/C_{max}$ و پس از حذف بالانویس (*) به شكل رابطه (8) است [24].

$$\vec{V} \cdot \vec{\nabla} C = D \vec{\nabla}^2 C \tag{7}$$

$$\vec{V} \cdot \vec{\nabla} C = \frac{1}{\text{Re·Sc}} \vec{\nabla}^2 C \tag{8}$$

در رابطه Sc = $\mu/\rho D$ (8) در رابطه Sc = $\mu/\rho D$ (8) در رابطه Sc = $\mu/\rho D$ (8) 0 شرایط مرزی مربوط به یک گونه با دو غلظت متفاوت به صورت مقادیر ثابت و 1 و متناسب با ارتفاع از لبه پایینی مجرا به صورت رابطه (9) اعمال می شود. $C(0,y) = \begin{cases} 0\\1 \end{cases}$ 0 < y < H/2(9)H/2 < y < H

روی دیوارهها و در خروجی میکروکانال، گرادیان غلظت در جهت عمود بر مرز صفر به صورت رابطه (10) لحاظ شده است.

$$\left. \frac{\partial C}{\partial n} \right|_{\text{wall}} = 0, \qquad \left. \frac{\partial C}{\partial n} \right|_{x=L} = 0$$
 (10)

برای مطالعه کمی میزان اختلاط استفاده از یک معیار مناسب ضروری است. برای این منظور راندمان اختلاط مطابق رابطه (11) تعریف می گردد .[25]

$$\varepsilon_m = 1 - \frac{1}{H} \int_0^H \left| \frac{C(y) - 0.5}{C_{max} - 0.5} \right| dy \tag{11}$$

در رابطه (11)، عبارت C_{max} بیانگر غلظت بیشینه سیال است. بر این اساس مقدار به دست آمده برای بازده اختلاط از رابطه (11) از مقدار صفر که معرف عدم رخداد اختلاط است تا مقدار 1 که معرف اختلاط کامل است متغير خواهد بود.

3- مدل عددی

تمامی معادلات معرفی شده در قسمت 2 با استفاده از روش لتیس بولتزمن حل شدهاند. برای این منظور از سه مدل لتیس بولتزمن استفاده شده است: مدل عددی ارائه شده توسط گینزبورگ [26] برای حل معادله لاپلاس، مدل ارائه شده توسط محمدی پور و همکاران [23] برای حل معادله پواسن و مدل BGK استاندارد برای حل معادله ناویر- استوکس، پیوستگی و غلظت که در ادامه به اختصار معرفي خواهند شد.

3-1- مدل لتيس بولتزمن جهت حل معادله لاپلاس

برای حل معادله لاپلاس (1) از مدل ارائه شده توسط گینزبورگ [26] استفاده شده که همان معادله عمومی لتیس- بولتزمن برمبنای تقریب BGK به صورت رابطه (12) است. $(m + \alpha \delta t + 1 \delta t)$

$$g_i(r+c_i\delta t,t+\delta t) = g_i(r,t) + \frac{1}{\tau_{\phi}} \left(g_i^{\text{eq}}(r,t) - g_i(r,t) \right)$$
(12)

در رابطه (12) g_i تابع توزیع، $g_i^{
m eq}$ شکل تعادلی تابع توزیع و au_b ثابت تخفيف زمانی است. ميزان پتانسيل الکتريکی خارجی ϕ ، شکل تعادلی تابع توزيع و ثابت تخفيف زماني به ترتيب مطابق روابط (13-15) محاسبه مىشوند.

$$\phi = \sum_{i} g_i \tag{13}$$

$$g_i^{\text{eq}} = \begin{cases} \frac{\phi w_i'}{k_g} & i > 0\\ \phi - \sum_{i \neq 0} g_i^{\text{eq}} & i = 0\\ \delta t & 1 \end{cases}$$
(14)

$$\tau_{\phi} = k_g \frac{\delta \iota}{\delta x^2} + \frac{1}{2} \tag{15}$$

در روابط (k_{g} (15,14) در روابط (k_{g} (15,14) در روابط با محدودیتهای ثابت تخفیف زمانی انتخاب می شود. در این پژوهش از مورد استفاده در این $h_g=3$ استفاده شده است. برای شبکه $h_g=3$ پژوهش مؤلفههای سرعت و ضرایب وزنی عبارت از روابط (17,16) است. .در رابطه (16) $c = \delta x / \delta t$ است.

$$\begin{cases} c_0 = (0,0) \\ c_i = (\cos\theta, \sin\theta)c , \quad \theta = \frac{(i-1)\pi}{2}, \quad i = 1-4 \\ c_i = \sqrt{2}(\cos\theta, \sin\theta)c, \theta = \frac{(i-1)\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, i = 5-8 \end{cases}$$
(16)

$$w_i' = \begin{cases} \frac{1}{3} & i = 1 - 4\\ \frac{1}{12} & i = 5 - 8 \end{cases}$$
(17)

3-2- مدل لتيس بولتزمن جهت حل معادله پواسن

برای حل معادله یواسن حاکم بر یتانسیل الکتریکی داخلی ψ از مدل ارائه شده توسط محمدی پور و همکاران [23] استفاده شده است که به صورت رابطه (18) ارائه میشود.

$$h_{i}(r + c_{i}\delta t, t + \delta t) = h_{i}(r, t) + \frac{(h_{i}^{eq}(r, t) - h_{i}(r, t))}{\tau_{h}} + \frac{\delta t w_{i}(2\tau_{h} - 1)k^{2}\rho_{e}}{4\tau_{h}}$$
(18)

در رابطه (18) تابع توزیعی تعادلی $h_i^{
m eq}$ و ثابت تخفیف زمانی au_h به كمك روابط (20,19) تعريف خواهند شد.

$$h_i^{\text{eq}} = \begin{cases} \frac{\psi w_i'}{k_h} & i > 0\\ \psi - \sum_{i \neq 0} h_i^{\text{eq}} & i = 0 \end{cases}$$

$$\tau_k = k_k \frac{\delta t}{k_h} + \frac{1}{k_h}$$
(19)
(20)

$$\tau_h = \kappa_h \frac{1}{\delta x^2} + \frac{1}{2}$$
 (20) همانند k_g یک ثابت عددی دلخواه است که ب k_h

توجه به محدودیت عددی ثابت تخفیف زمانی انتخاب می شود و در این یژوهش برابر با $k_h = 3$ انتخاب شده است. در نهایت مقدار ماکروسکویی ψ_i ز رابطه $\psi = \sum_i h_i + \delta t k^2 \rho_e / 4$ محاسبه خواهد شد.

3-3- مدل لتيس بولتزمن جهت حل معادلات ناوير - استوكس

مدل لتيس بولتزمن متناظر با معادله ناوير- استوكس در حضور نيروى خارجی عبارت از رابطه (21) است.

 $f_i(r + c_i\delta t, t + \delta t) - f_i(r, t) = \Omega_i + \delta t F_i$ (21) در رابطه (21) r مکان ذره، c_i مؤلفه سرعت شبکه در جهت δt گام زمانی، F_i نیروی حجمی، f_i تابع توزیع چگالی ذره در جهت i و Ω_i بیانگر F_i

عملگر برخورد است که در مدل استاندارد به صورت رابطه (22) بیان می شود. $\Omega_i = \frac{1}{(f_i^{eq}(r, t) - f_i(r, t))}$

$$\Omega_i = \frac{\tau_f}{\tau_f} (f_i^{eq}(r,t) - f_i(r,t))$$
(22)

در رابطه (22) ۲_۲ ثابت تخفیف زمانی و T_i تابع توزیع تعادلی است. (س ضرایب وزنی مرتبط با شبکه سرعت است که در شبکه دوبعدی و نه *w_i* سرعت D2Q9 به کمک رابطه (23) تعریف میشود.

$$w_i = \begin{cases} 4/9 & \alpha = 0\\ 1/9 & \alpha = 1 - 4\\ 1/36 & \alpha = 5 - 8 \end{cases}$$
(23)

برای جریانهای تراکمناپذیر تابع توزیع تعادلی از رابطه (24) به دست میآید.

$$f_i^{\text{eq}} = w_i \rho \left[1 + \frac{c_i \cdot U}{c_s^2} + \frac{(c_i \cdot U)^2}{2c_s^4} - \frac{U^2}{2c_s^2}\right]$$
(24)

در معادله (24) W_i (24) بوده و c_s سرعت صوت در شبکه و برابر با c_s است. ρ و U به ترتیب چگالی و سرعت ماکروسکوپیک است. در شبیه سازی جریان سیال تراکم ناپذیر در رینولدزهای پایین، فشار از معادله حالت گاز ایده آل، ρc_s^2 قابل محاسبه خواهد بود. کمیتهای ماکروسکوپیک سرعت و چگالی را می توان بر حسب تابع توزیع محاسبه کرد (روابط (26,25))

$$\rho = \sum_{i} f_i \tag{25}$$

$$U = \frac{1}{\rho} \sum_{i} f_i c_i \tag{26}$$

برای واردکردن نیروی خارجی نیاز به یک طرح نیرویی است [27]. در صورتیکه ثابت تخفیف زمانی و بردار نیروی حجمی مطابق با روابط (28,27) تعریف گردند، حل معادله (12) معادل با معادله (7) خواهد بود [23].

$$\frac{1}{\mathrm{Re}} = (\tau_f - 0.5)c_s^2 \delta t \tag{27}$$

$$F_{i} = \frac{-B\rho_{e}(A\nabla\phi + \nabla\psi) \cdot (c_{i} - \vec{V})}{\rho c^{2}} f_{i}^{\text{eq}}$$
(28)

3- 4- مدل لتيس بولتزمن جهت حل ميدان غلظت

 j_i برای حل معادله میدان غلظت از شکل جدیدی از تابع توزیع به نام j_i استفاده میشود که نشاندهنده توزیع مقدار C در جهت i و $(i_i j_i)$ معادله حاکم بر این تابع توزیع مطابق رابطه (29) است.

$$j_{i}(r + c_{i}\delta t, t + \delta t) = j_{i}(r, t) + \frac{1}{\tau_{c}} (j_{i}^{eq}(r, t) - j_{i}(r, t))$$
(29)

در رابطه (29) j_i^{eq} تابع توزیع تعادلی برای غلظت و au_c ثابت تخفیف زمانی است. تابع توزیع تعادلی غلظت و ثابت تخفیف زمانی مطابق روابط (31,30) تعریف میشود.

$$j_i^{\text{eq}} = w_i C \left[1 + \frac{3(c_i \cdot U)}{c_s^2} + \frac{9(c_i \cdot U)^2}{2c_s^4} - \frac{3U^2}{2c_s^2} \right]$$
(30)

$$\tau_c = \left(\frac{1}{\operatorname{Re} \cdot \operatorname{Sc}}\right) \frac{\delta t}{\delta x^2} + \frac{1}{2}$$
(31)

4- شرايط مرزي و اعتبارسنجي

در این قسمت نحوه شبیه سازی و استفاده از مدلهای لتیس - بولتزمن معرفی شده در قسمت قبل مورد بحث قرار می گیرد. پیش از شروع شبیه سازی لازم است که شبکه گرهی مورد نیاز و استقلال از شبکه مورد بررسی قرار گیرد. در شبیه سازی جریان الکترواسموتیک از آن جا که ضخامت لایه دوگانه الکتریکی تنها کسر کوچکی از عرض میکروکانال را شامل می شود

لازم است تا شبکه گرهی به نحوی انتخاب شود که تعداد کافی از نقاط گرهی برای شبیهسازی لایه دوگانه الکتریکی مهیا باشد.

نتایج عددی نشان می دهد که انتخاب شبکه گرهی بر حسب پارامتر بی بعد ضخامت لایه دوگانه الکتریکی به صورت $42k \ 4c$ به درستی میدانهای سرعت، پتانسیل، توزیع یونی و غلظت را شبیه سازی می کند. در حوزه جریان سیال برای اعمال شرط مرزی فشار از مدل زو-هی [28] و برای شرط مرزی عدم لغزش روی دیواره ها از مدل محمدی پور و همکاران [29] استفاده شده است. برای اعمال شرط مرزی سایر مدل ها نیز از تعاریف کمیات ماکروسکوپی بر حسب مقادیر تابع توزیع مربوط به هر مدل استفاده شده است. به عنوان نمونه با اختصاص دادن کمیات ϕ_{wall} ، g_{wall} به یک آره مرزی واقع در دیواره پایینی مجرا روابط (23-34) برای جهات مجهول حاصل می شود، در روابط (32-34) زیرنویس i بیانگر مقادیر معلوم تابع توزیعی در گره مرزی است. به منظور شبیه سازی مرزهای مایل در حل تمامی معادلات حاکم از برونیابی تک معادله ای محمدی پور و همکاران استفاده شده است [29].

$$\begin{cases} g_2 = \frac{2}{3}(\phi_{\text{wall}} - \sum_i g_i) \\ g_{5,6} = \frac{1}{6}(\phi_{\text{wall}} - \sum_i g_i) \\ h_2 = \frac{2}{3}(\psi_{\text{wall}} - \delta t \left(\frac{k^2 \rho_e}{4}\right) - \sum_i h_i) \end{cases}$$
(32)

$$\begin{pmatrix}
h_2 - \frac{1}{3}(\psi_{\text{wall}} - \delta t \left(\frac{-1}{4}\right) - \sum_i h_i) \\
h_{5,6} = \frac{1}{6}(\psi_{\text{wall}} - \delta t \left(\frac{k^2 \rho_e}{4}\right) - \sum_i h_i)$$
(33)

$$\begin{cases} j_2 = \frac{2}{3} (C_{\text{wall}} - \sum_i j_i) \\ j_{5,6} = \frac{1}{6} (C_{\text{wall}} - \sum_i j_i) \end{cases}$$
(34)

به منظور اعتبارسنجی جریان الکترواسموتیک توسعهیافته هیدرودینامیکی و یونی درون یک میکروکانال مستقیم با زتا پتانسیل یکنواخت شبیهسازی شده است. میزان بار سطحی به گونهای انتخاب میشود که با برقراری رابطه $1 \ge ze\zeta/k_BT$ تقریب دبای– هوکل معتبر باشد. در این حالت حل معادلات حاکم منجر به ارائه حل تحلیلی برای سرعت و پتانسیل الکتریکی مطابق روابط (35) خواهد شد [22].

$$\frac{\psi(y)}{\zeta} = \frac{\cosh(ky - kH/2)}{\cosh(kH/2)}$$
(1)
$$\frac{u(y)}{U_{\text{ref}}} = 1 - \frac{\cosh(ky - kH/2)}{\cosh(kH/2)}$$
(-35)

در شکلهای 2 نتایج عددی و تحلیلی موجود برای پروفیل سرعت و پتانسیل الکتریکی در سه مقدار مختلف k از 15، 30 و 45 با هم مقایسه شدهاند، همانطور که مشاهده میشود تطابق خوب بین نتایج حاصل از حل شبکه بولتزمن و حل تحلیلی (35) مؤید صحت شبیه سازی صورت گرفته است.

5- نتايج

در تحقیق پیشین [21] ضمن بررسی اثر همگرایی و واگرایی میکروکانال بر شرایط جریان نشان داده شده است که همگرایی میکروکانال موجب بهبود راندمان و کاهش دبی میشود. در حالی که میکروکانال واگرا همزمان با کاهش راندمان موجب تقویت دبی عبوری می گردد. استفاده همزمان از این دو هندسه می تواند بهبود متعادل تری ازنظر اختلاط و یا دبی در مقایسه با



Fig. 2 Comparison of numerical velocity distributions with analytical profiles for different values of Debye-Hückel, a- velocity distribution, b- electrical distribution

شکل 2 مقایسه توزیع سرعت عددی با نتایج تحلیلی در پارامترهای مختلف دیبای-هوکل، الف- توزیع سرعت، ب- توزیع پتانسیل الکتریکی

میکروکانال مستقیم به همراه داشته باشد. به طور مثال زمانی که افزایش دبی موردنیاز است میتوان با استفاده از ترتیب واگرا – همگرا بدون ایجاد تغییر قابل ملاحظهای در راندمان اختلاط، دبی جریان را افزایش داد و زمانی که بهبود اختلاط مدنظر باشد، میتوان با استفاده از ترتیب همگرا– واگرا راندمان اختلاط را بدون نگرانی از افت قابل ملاحظه دبی افزایش داد. در این پژوهش با توجه ویژه بر اثرات اختلاطی جریان اثر پارامترهای هندسی و توزیع بارگذاری سطحی در یک میکروکانال همگرا– واگرا مورد بررسی قرار میگیرد. در این راستا در فاصله H=x<5H و H=x<5H یک توزیع زتاپتانسیل در این راستا در فاصله عاله در ا

ناهمگن (اختلاطی) برای میکروکانال در نظر گرفته شده است. این توزیع که قدر مطلق مقدار عددی آن را با ζ_m نشان میدهیم، عامل اصلی در پیدایش الگوهای جریان اختلاطی است و در ادامه به تفصیل معرفی خواهد شد. در قسمت ابتدایی H > x < 7H و در قسمت انتهایی H < x < 7H در تمامی حالات مقدار زتاپتانسیل صفر در نظر گرفته شده است؛ بنابراین در این نواحی تنها

عامل عبور جریان گردایانهای فشاری ایجاد شده در مسیر خواهد بود. در خارج این نواحی یعنی در فواصل 3H < x < 4H ، H < x < 2H و 3H < x < 6H و 5H < x < 6H مقدار زتاپتانسیل روی دیواره یکنواخت است. این زتا پتانسیل یکنواخت که ازاین پس آن را با ζ_p نشان خواهیم داد مولد و محرک اصلی جریان در طول مسیر است.

در این پژوهش اثر سه عامل اندازه بار سطحی، هندسه مجرا و توزیع بار سطحی ناهمگن بر شرایط جریان به طور خاص راندمان اختلاط و دبی عبوری از مجرا مورد بررسی قرار می گیرد. برای اندازه بار سطحی از یک متغیر بی بعد به نام نسبت بار سطحی $\zeta_r = \zeta_p / \zeta_m$ استفاده می شود. هندسه مجرا همان طور که در شکل 1 نشان داده شده شامل سه مجرای مستقیم است که به کمک دو مجرای به ترتیب همگرا و واگرا به یکدیگر متصل شدهاند. طول مجراها در تمامی حالات مورد بررسی ثابت است، اما عرض مجرای مستقیم میانی از حالتی به حالت دیگر تغییر می کند. این تغییر به کمک پارامتر بی بعدی به نام نسبت واگرایی مشخص می شود که به صورت نسیت عرض مجرای مستقیم میانی به مجرای مستقیم ابتدایی/ انتهایی $h = H_h/H$

برای توزیع زتاپتانسیل اختلاطی میتوان آرایشهای متفاوتی متصور شد. با ثابت در نظر گرفتن مقدار زتا پتانسیل (ζ_m) و تغییر در علامت آن و پس از حذف حالت آینهای سه آرایش متفاوت برای توزیع زتاپتانسیل ناهمگن ایجاد خواهد شد که به ترتیب با نمادهای np – nn, pn – np – np بیان شده است. در این نامگذاری n به معنای بار منفی و n به معنای بار مثبت است. علاوهبر این در هر توزیع (برای مثال np–np) دو حرف اول مثبت است. علاوهبر این در در دیوار بالایی و در فواصل np–x



Fig. 3 Streamlines and velocity vectors for h=0.5 and $\zeta_r = 0.5$ when the zeta potential distribution is a- pn-np, b- pp-nn, c- np-np , pn-np - ب الف- $\lambda_r = 0.5$ ه h = 0.5 b h = 0.5 and $\zeta_r = 0.5$ b h = 0.5 b h

توزیع جریان آن گونه که در شکل 3 نشان داده شده است جزئیات بیشتری از جریان را مشخص می سازد. همان گونه که در این تصویر مشاهده می شود میدان سرعت در ابتدای مسیر و پیش از شروع ناحیه باردار میانی تحت تأثیر گرادیان فشار منفی (موافق جریان) توزیع سهموی خواهد داشت و با رسیدن به ناحیه باردار میانی، جریان به سوی دیوارها متمایل می گردد. در شکلهای a,b در ناحیه 3H<x<4H بار سطحی مخالف (مثبت) موجب شکل گیری 3-a,b جریان ثانویه در خلاف جهت جریان می گردد. البته قدرت این جریان به گونهای نیست تا بتواند با جریان از چپ به راست سیال مقابله کند، در نهایت این جریان مخالف به ایجاد یک گردابه منتهی خواهد شد. جریان سیال در مواجه با این گردابه ناچار به تغییر مسیر و حرکت در عرض مجرا (جریان عرضی) خواهد شد تا ادامه مسیر را در مجاورت دیوار پایینی طی نماید. با گذشت از گردابه جریان با یک حرکت عرضی مجدداً عرض مجرا در برمی گیرد تا این که در x=5H با دومین گردابه روبه و می گردد. در نهایت پس از عبور از گردابه دوم جریان با یک انبساط (حرکت عرضی سوم) مجدداً به میانه مجرا بازگشته و تمامی عرض مجرا را تحت تأثیر خود قرار میدهد. با توجه به موقعیت گردابه دوم جریان عرضی سوم در شکل a-8 از بالا به پایین و در شکل bاز پایین به بالا خواهد بود. در شکل c شرایط جریان کمی متفاوت است. در این حالت در ناحیه 3H < x < 4H، وجود بار سطحی منفی با مقدار دو برابر در مقایسه با بار سطحی پمپاژ موجب می گردد تا جریان به یکباره به سمت دیوارهها متمایل گردد. به این ترتیب اینرسی جریان در میانه مجرا کاهش یافته و این فرصت را برای گرادیان فشار معکوس (گردایان فشار مثبت ناشی از پمپاژ سیال در x=H و مکش سیال در (x=6H) فراهم می آورد تا با غلبه بر جریان دو گردابه متقارن را در میانه مجرا به وجود آورد. به این ترتیب جریان در مواجه با این گردابهها به ناچار به دو قسمت تقسیم شده مسیر H = 2H < x < 3H را در مجاورت دیوارها طی می کند. با گذشت از گردابهها دو بخش جریان با یک حرکت عرضی مجدداً به یکدیگر پیوسته و عرض مجرا را دربرمی گیرد تا این که در x=5H با بار مخالف (مثبت) مواجه میشوند. این بار مخالف ناشی حضور بار سطحی مخالف (مثبت) موجب شکل گیری دو جریان ثانویه در مجاورت دیوار و در خلاف جهت جریان می گردد. البته قدرت این جریان به گونهای نیست تا بتواند با جریان از چپ به راست سیال مقابله کند، درنهایت این جریان مخالف به ایجاد دو گردابه در مجاورت دیوار بالا و پایین منتهی خواهد شد. پس از عبور از ناحیه باردار میانی جریان تحت تأثیر گرادیان منفی انتهای مجرا با توزیع سهموی سرعت، مسیر خود را به اتمام میرساند. به این ترتیب توزیع بارهای سطحی معرفی شده با ایجاد سه حرکت عرضی طول خط جریان را در مقایسه با طول مجرا افزایش خواهد داد. با توجه به این که مرز دو سیال غلیظ (C=1) و رقیق (C=0) با دارا بودن بیشترین گرادیان غلظت محلی اصلی اختلاط دو سیال به شمار می رود، افزایش خط جریان با گسترش این مرز موجب بهبود اختلاط خواهد شد. پس از تشریح ساختار جریان در مواجه با بارگذاریهای مورد بحث وقت آن رسیده است تا با انجام مجموعهای از شبیهسازیها به دنبال شرایط بهینه جریان از منظر میزان اختلاط و دبی باشیم. برای این منظور از روش سطح پاسخ استفاده شده است.

روش سطح پاسخ یک روش طراحی و بهینهسازی آزمایش است. این روش برای مسائلی که در آنها چندین متغیر پاسخ سیستم را کنترل میکنند بسیار مناسب است. روش سطح پاسخ مزایای متعددی از جمله کاهش هزینههای محاسباتی و پیشبینی روند غیرخطی بهینهسازی را شامل میشود. روش سطح پاسخ در ابتدا در مطالعات تجربی مورد استفاده قرار

گرفت، اما در مطالعات عددی در سالهای اخیر نیز استفاده شده است [30]. در روش سطح پاسخ به منظور یافتن رابطه اثر پارامترها بر پاسخ مورد نظر یک مدل ریاضی براساس آزمونهای انجام شده و پاسخهای به دست آمده ارائه میگردد. در حالت کلی برای این منظور از چندجملهای مرتبه دوم

به صورت رابطه (36) استفاده می شود.
$$y = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i + \sum_{i=1}^n a_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j, i < j$$
(36)

 a_i مقدار ثابت و a_i a_i و a_{ij} به ترتیب ضرایب رگرسیونی خطی، مرتبه دوم و ترکیبی و n خطای مدل است. روش سطح پاسخ به طرحهای مختلفی مانند مرکب مرکزی، باکس بنکن، دهلرت تقسیم میشود. یکی از مهمترین و کاربردی ترین آنها روش طرح مرکب مرکزی (CCD) است که در آن بهینه سازی پارامترها با استفاده از یک پارامتر به نام مطلوبیت انجام می شود [31].

مطلوبیت یک تابع است که مقدار آن یک عدد حقیقی بین صفر و یک است در این روش بهینهسازی مقدار یک نشاندهنده سیستم بهینه است. برای مسائلی که هدف بهینهسازی، بهینه کردن چند پاسخ به طور همزمان است، تمام مقادیر مطلوبیت با استفاده از رابطه (37) به یک مقدار عددی تبدیل می شوند. سپس بهینه سازی بر اساس این مقدار انجام می شود.

$$D = \left(\prod_{i=1}^{m} d_i\right)^{\frac{1}{m}} \tag{37}$$

در رابطه بالا m تعداد پاسخهایی است که در فرایند بهینهسازی مورد مطالعه قرار گرفته است؛ بنابراین به واسطه رابطه (37) بهینهسازی چند هدفه به بهینهسازی تک هدفه بر مبنای مقدار D تبدیل خواهد شد.در این راستا اگر یک پاسخ (یکی از اهداف) از بازه مجاز خارج شود، مطلوبیت متناظر با آن d_i مربوطه) صفر خواهد بود. در این کار حداکثر کردن به عنوان هدف پاسخها استفاده می شود. مطلوبیت هر پاسخ براساس این هدف به شرح رابطه (38) محاسبه می شود.

 $d_{i} = 0 y_{i} \leq \text{Low}_{i}$ $d_{i} = \left[\frac{y_{i} - \text{Low}_{i}}{\text{High}_{i} - \text{Low}_{i}}\right]^{wt_{i}} \text{Low}_{i} \leq y_{i} \leq \text{High}_{i}$ $d_{i} = 1 y_{i} \geq \text{High}_{i} (38)$

در تحقیق حاضر به منظور تحلیل نتایج از روش سطح پاسخ با طرح مرکب مرکزی 3 سطحی برای طراحی آزمونهای مورد نظر استفاده شده است. برای این منظور برای هر بارگذاری نسبت بار سطحی $\zeta_r = \zeta_p/\zeta_m$ و نسبت واگرایی در میکروکانال همگرا- واگرا به عنوان پارامترهای مستقل در طرح مرکب مرکزی انتخاب شدهاند که به ترتیب محدوده هر کدام از آنها 0.9 - 0.5 = 0.1 - 0.9 و 0.5 - 0.5 در نظر گرفته شده است. سایر پارامترها و خواص سیال مورد استفاده در جدول 1 بیان شده است. ماتریس طراحی برای مسأله حاضر با در نظر گرفتن مقدار 1 برای α منجر به تعیین 3 سطح مختلف برای متغیرهای مستقل مسأله خواهد شد که به صورت جدول 2 است. در مسأله حاضر تعداد 2 متغیر مستقل و تعداد 5 آزمون در نقطه مرکزی در نظر گرفته شده است؛ بنابراین تعداد 13 آزمون برای هر پاسخ لازم است. آزمونهای طراحی شده به همراه پاسخهای مورد نظر در مسأله حاضر یعنی دبی و راندمان اختلاط در خروجی میکروکانال در جدول های 3 و 4 ارائه شده است. برای اختصار توزیعهای بار سطحی pn-np, pp-nn و np-np به ترتیب با شمارههای 1 تا 3 مشخص شدهاند. به منظور ارائه مدل ریاضی براساس آزمونهای انجام شده و پاسخهای به دست آمده برای تحلیل دادهها و به

Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-28





شکل 4 نمودار پرشیدگی، الف- دبی، ب- راندمان اختلاط بارگذاری pn-np



Fig. 5 Perturbation graph for pp-nn zeta distribution, a- flow rate, bmixing performance

شکل 5 نمودار پرشیدگی، الف- دبی، ب- راندمان اختلاط بارگذاری pp-nn



Fig. 6 Perturbation graph for np-np zeta distribution, a- flow rate, bmixing performance

شکل 6 نمودار پرشیدگی، الف- دبی، ب- راندمان اختلاط بارگذاری np-np

اشاره کرد که با تغییر نوع بارگذاری با وجود تغییر در الگوهای جریان، طول سطوح باردار به عنوان عامل پیدایش جریان ثابت باقی میماند؛ بنابراین مقدار دبی تقریباً مستقل از توزیع بارگذاری خواهد بود، اما با توجه به تغییر در الگوهای جریان مقدار اختلاط در توزیعهای مورد اشاره متفاوت خواهد بود. درشکلهای 4 تا 6 نمودار پرشیدگی نشان داده شده است. در نمودار پرشیدگی می توان تأثیر هر کدام از متغیرهای مستقل بر پاسخ مورد نظر را مشاهده کرد. در این نمودار اثر هریک از متغییرها نمایش داده می شود در حالی که سایر متغییرها ثابت فرض شدهاند. شیب هر پارامتر در نمودار پرشیدگی نشاندهنده حساسیت پاسخ مسأله به این پارامتر است و هر چه این شیب تندتر باشد حساسیت بیشتری را نشان میدهد. با توجه به شکلهای a-4، a-5 و a-6 مشاهده می شود که در هر سه نوع بارگذاری میزان پتانسیل سطح دارای شیب تندتری نسبت به نسبت واگرایی است. با افزایش دبی افزایش می یابد و در بعضی از نسبتهای انسداد دبی به صورت جزیی ζ_r کاهش پیدا می کند. با توجه به نمودار پرشیدگی راندمان اختلاط (شکلهای d-b، 4-b و 6-b) مشاهده می شود که میزان پتانسیل سطح دارای شیب ζ_r تندتری نسبت به نسبت انسداد است، ولی به دلیل شیب منفی با افزایش دست آوردن ضرایب رگرسیونی در روش سطح پاسخ از نرمافزار دیزاین اکسپرت .10.0.3 استفاده شده است.

با توجه جدول 4 با تغییر نوع بارگذاری دبی تقریباً ثابت است، اما راندمان اختلاط تغییر می کند. برای توضیح این رفتار می توان به این موضوع

جدول 1 ثوابت و خواص فیزیکی

Table 1	Constants an	d physica	l properties.
	. 11		

مقدار (واحد)	پارامتر
$2 \mathbb{Z} 10^{-9} (m^2/s)$	D
1.116 ² 10 ²⁰ (ion/m ³)	n_0
21	K
80	\mathcal{E}_r
-50(mV)	ζ
-30(V/mm)	Ε
1210^{3} (kg/m ³)	ρ
1210 ⁻³ (Pa.s)	μ
8210 ³	Sc

جدول 2 ماتریس طراحی در طرح مرکب مرکزی برای مسأله حاضر

Table 2 D	esign matrix	an the CCD	for the presei	nt problem	
+α	-α	سطوح بالا (+1)	مركزى (0)	پايين (-1)	مت غ یرهای مستقل
1.5	0.5	1.5	1	0.5	h
0.9	0.1	0.9	0.5	0.1	ζ_r

جدول 3 مقادیر واقعی متغیرهای مستقل به همراه پاسخهایشان برای راندمان اختلاط Table 3 Actual values of independent variables along with their responses of mixing performance

	پاسخ	مقادیر واقعی متغیرهای مستقل			شماره آني ر	
$\varepsilon_l(1)$	$\varepsilon_l(2)$	$\varepsilon_l(3)$	ζ_r	h	ارموں	
0.7614	0.7709	0.7225	0.5	1	1	
0.7614	0.7709	0.7225	0.5	1	2	
0.7199	0.6902	0.5400	0.5	1.5	3	
0.7614	0.7709	0.7225	0.5	1	4	
0.7614	0.7709	0.7225	0.5	1	5	
0.4915	0.5459	0.4988	0.9	0.5	6	
0.9860	0.9867	0.8676	0.1	1.5	7	
0.7838	0.8348	0.7224	0.5	0.5	8	
0.7614	0.7709	0.7225	0.5	1	9	
0.4630	0.4703	0.3974	0.9	1	10	
0.9954	0.9939	0.9900	0.1	1	11	
0.9938	0.9943	0.8349	0.1	0.5	12	
0.4914	0.4040	0.3279	0.9	1.5	13	

جدول 4 مقادیر واقعی متغیرهای مستقل به همراه پاسخهایشان برای دبی Table 4 Actual values of independent variables along with their responses of flow rate

	باسخ		متغيرهاي	مقادير واقعى	شماره
	Ç		ل	مستق	آدمن
Q(1)	Q(2)	Q(3)	ζ_r	h	ارموں
0.0128	0.0128	0.0126	0.5	1	1
0.0128	0.0128	0.0126	0.5	1	2
0.0141	0.0141	0.0140	0.5	1.5	3
0.0128	0.0128	0.0126	0.5	1	4
0.0128	0.0128	0.0126	0.5	1	5
0.0224	0.0224	0.0225	0.9	0.5	6
0.0028	0.0028	0.0027	0.1	1.5	7
0.0124	0.0124	0.0126	0.5	0.5	8
0.0128	0.0128	0.0126	0.5	1	9
0.0231	0.0231	0.0231	0.9	1	10
0.0025	0.0025	0.0025	0.1	1	11
0.0024	0.0024	0.0026	0.1	0.5	12
0.0254	0.0254	0.0254	0.9	1.5	13

DOR: 20.1001.1.10275940.1397.18.1.12.9



Fig. 7 Interaction effects of ζ_r and *h* on the flow rate for pn-np zeta potential distribution

pn-np شکل 7 اثرات متقابل ζ_r و h بر دبی در بارگذاری 7



Fig. 8 Interaction effects of ζ_r and *h* on the mixing performance for pnnp zeta potential distribution

pn-np شکل 8 اثرات متقابل ζ_r و h بر راندمان اختلاط در بارگذاری

راندمان اختلاط کاهش مییابد. در شکلهای b-b و 5-b با افزایش h راندمان اختلاط کاهش مییابد، اما در شکل b-b در بعضی از نسبتهای انسداد پایین سبب افزایش راندمان اختلاط می گردد.

در شکلهای 7–12 اثرات متقابل بین متغیرهای مستقل بر پاسخ مورد نظر برای هر سه نوع بارگذاری نشان داده شده است. هریک از این نمودارها بیان کننده اثرات متقابل دو متغیر بر دبی است. شکلهای 7 و 8 اثرات متقابل γ و h بر دبی و راندمان اختلاط را برای بارگذاری pn-np نشان میدهند. با افزایش γ در تمامی مقادیر h دبی افزایش و راندمان اختلاط کاهش مییابد، همچنین با افزایش h نیز در تمامی مقادیر γ دبی یک روند صعودی را طی می کند. در شکلهای 9 و 10 به ترتیب اثرات متقابل γ و hبر دبی و راندمان اختلاط برای بارگذاری np-nq مشاهده میشود. با افزایش بر دبی و راندمان اختلاط برای بارگذاری np-nq مشاهده میشود. با افزایش در تمامی مقادیر n با افزایش h دبی و راندمان اختلاط کاهش پیدا می کند، اما در تمامی مقادیر γ با افزایش h دبی و راندمان اختلاط به میزان کمی افزایش مییابند. شکلهای 11 و 12 اثرات متقابل γ و η بر دبی و راندمان اختلاط را در بارگذاری np-np مشاهده می قرار کمی

مهندسی مکانیک مدرس، فروردین 1397، دوره 18 شماره 01

h دبی افزایش و راندمان اختلاط کاهش مییابد. با افزایش h نیز در تمامی مقادیر ζ_r دبی روندی صعودی و راندمان اختلاط در ابتدا افزایش و سپس کاهش پیدا می کند. هر یک از سطوح سه بعدی پاسخهای دبی و راندمان اختلاط برای دو پارامتر و یک پاسخ نشان داده شده است .مقدار پارامتر سوم در هر سطح در نظر گرفته شده برابر با مقدار آن پارامتر در وسط محدوده مورد مطالعه است.

با توجه به تحلیل روش سطح پاسخ، روابط (39-44) جهت محاسبه دبی جریان الکترواسموتیک در میکروکانالهای همگرا- واگرا و راندمان اختلاط در خروجی برحسب پارامترهای بررسی شده به ترتیب برای بارگذاریهای pp-nn 4pn-np و pp-nn ارائه شده است. مدلهای ابتدایی که توسط نرمافزار برای راندمان اختلاط بارگذاری pp-nn و دبی و راندمان اختلاط بارگذاری np-np پیشنهاد شد مدلهای مناسبی از لحاظ کفایت آماری نبود؛ بنابراین با استفاده از نمودار باکس کاکس به ترتیب توابع انتقال توانی باتوان 0.4- 0.20 و 0.8 برای دبی و راندمان اختلاط ارائه گردید.

$$q = 0.00135833 - 0.003525 \times h + 0.023083 \times \zeta_r + 0.00325 \times h \times \zeta_r + 0.0018 \times h^2$$
(39)

$$\varepsilon_l = 1.06711 - 0.023933 \times h - 0.50082 \times \zeta_r - 0.13638 \times \zeta_r^2$$
(40)

$$q = 0.00135833 - 0.003525 \times h + 0.023083 \times \zeta_r + 0.00325 \times h \times \zeta_r + 0.0018 \times h^2$$
(41)

$$\varepsilon_l^{-0.4} = 1.02933 - 0.057027 \times h - 0.16771 \times \zeta_r + 0.19991 \times h \times \zeta_r + 0.02038 \times h^2 + 0.40656 \times \zeta^2$$
(42)

$$q^{0.2} = 0.2767 - 0.029691 \times h + 0.39482 \times \zeta_r$$

+0.011484 × h × ζ + 0.015753 × h²

$$-0.19531 \times \zeta_r^2$$

$$\epsilon_{l}^{0.8} = 0.67045 + 0.67909 \times h - 0.35733 \times \zeta_r$$
(43)

$$-0.2545 \times h \times \zeta_r - 0.32935 \times h^2 \tag{44}$$

5-1- محاسبه مقادير بهينه با روش سطح پاسخ

با توجه به نتایج قسمت قبل و تأثیر انفرادی و متقابل هریک از پارامترها بر پاسخها این انتظار وجود دارد که پارامترهای بهینه منطبق بر مقادیر بیشینه و کمینه محدودههای انتخابی به دست آیند، اما با توجه به حضور جملات توان دوم هر یک از پارامتر در مدلها و همچنین برای اطمینان بیشتر به منظور



Fig. 9 Interaction effects of ζ_r and h on the flow rate for pp-nn zeta potential distribution شکل 9 اثرات متقابل $_{7}\zeta_{e}h$ بر دبی در بارگذاری pp-nn



Fig. 13 Desirability of the optimized geometry for pn-np zeta potential distribution



Fig. 14 Desirability of the optimized geometry for pp-nn zeta potential distribution

مشخص کردن پارامترهای هندسی بهینه برای این مسأله از خود نرمافزار دیزاین اکسپرت استفاده شده است. هدف بهینهسازی دستیابی به میزان بیشینه دبی و راندمان اختلاط به صورت همزمان است. پس از محاسبه تابع مطلوبیت، طرح مرکب مرکزی برخی از پارامترها را به عنوان موارد بهینهسازی ارائه میدهد. در شکل 13 کانتورهای مربوط به مطلوبیت برحسب پارامترهای $h \, _{\rm er}$ برای بارگذاری pn-np نشان داده شده است. در جدول 5 مقادیر بهینه پارامترها برای بیشینهسازی دبی و راندمان اختلاط برای آرایش بار pn-np به همراه میزان مطلوبیت نشان داده شده است. براساس جدول 5 و شکل 13 مورد با بالاترین میزان مطلوبیت به عنوان مورد بهینه انتخاب می شود.

در شکل 14 کانتورهای مربوط به مطلوبیت برحسب پارامترهای $h \,_{e_7}$ برای بارگذاری pp-nn نشان داده شده است. جدول 6 مقادیر بهینه پارامترها برای بیشینهسازی دبی و راندمان اختلاط برای آرایش بار pp-nn به همراه میزان مطلوبیت را نشان میدهد. براساس جدول 6 و شکل 14 مورد با بالاترین میزان مطلوبیت به عنوان مورد بهینه انتخاب میشود. در شکل 15 کانتورهای مربوط به مطلوبیت برحسب پارامترهای $h \,_{e_7}$ برای بارگذاری



Fig. 10 Interaction effects of ζ_r and *h* on the mixing performance for pp-nn zeta potential distribution

pp-nn شکل 10 اثرات متقابل ζ_r و h بر راندمان اختلاط در بارگذاری



Fig. 11 Interaction effects of ζ_r and h on the flow rate for np-np zeta potential distribution

np-np شکل 11 اثرات متقابل ζ_r و h بر دبی در بارگذاری np-np



Fig. 12 Interaction effects of ζ_r and *h* on the mixing performance for np-np zeta potential distribution

np-np اثرات متقابل ζ_r و h بر راندمان اختلاط در بارگذاری np-np

شكل 14 ميزان مطلوبيت مربوط به هندسه بهينه براى آرايش بار pp-nn

جدول 5 مقادیر بهینه پارامترها برای بیشینهسازی دبی و راندمان اختلاط بارگذاری pn-np

Table 5 Optimum values of parameters for maximizing the flow rate	
and mixing performance for pn-np zeta potential distribution	

مطلوبيت	راندمان	دبى	ζ_r	h	رديف
0.521	0.739	0.014	0.512	1.5	1
0.521	0.742	0.014	0.508	1.5	2
0.521	0.732	0.015	0.522	1.5	3
0.521	0.747	0.014	0.500	1.5	4
0.520	0.750	0.014	0.494	1.5	5
0.503	0.748	0.013	0.536	0.5	6
 0.503	0.743	0.013	0.543	0.5	7

np-np نشان داده شده است. نرم افزار مقادیر 0.772 و 0.674 به ترتیب برای نسبت انسداد و نسبت زتا یتانسیل که برای دبی و راندمان اختلاط به ترتيب منجر به توليد مقادير 0.018 و 0.622 مى شوند را با مطلوبيت 0.546 پیشبینی خواهد کرد.

از مقایسه مقادیر بهینه مشاهده می شود که مقدار پارامترهای بهینه معرفی شده برای آرایش بار pp-nn دبی و راندمان اختلاط بیشتری نسبت به سایر آرایش بارها تولید می کند.

6- نتيجه گيري

در این پژوهش اثرات هندسی و چگونگی توزیع بار سطحی بر اختلاط جریان الکترواسموتیک در یک مجرای همگرا- واگرای دوبعدی مورد بررسی قرار گرفته است. حل معادلات حاکم توسط روش لتیس بولتزمن و بررسی چگونگی ارتباط پارامترهای مؤثر بر میزان اختلاط و دبی جریان توسط روش



Fig. 15 Desirability of the optimized geometry for np-np zeta potential distribution

Table 6 Optimum values of parameters for maximizing the flow rate and mixing performance for pp-nn zeta potential distribution

مطلوبيت	راندمان	دبى	ζ_r	h	رديف
0.578	0.769	0.015	0.599	0.500	1
0.578	0.771	0.015	0.595	0.500	2
0.578	0.765	0.015	0.603	0.500	3
0.578	0.776	0.015	0.588	0.500	4
0.576	0.738	0.016	0.640	0.500	5
0.575	0.801	0.014	0.553	0.500	6
0.574	0.807	0.013	0.544	0.500	7

سطح پاسخ صورت گرفته است. نتایج نشان دادهاند که در میکروکانالهای همگرا- واگرا افزایش نسبت بار سطحی ۲٫ سبب کاهش راندمان اختلاط و افزایش دبی خواهد شد.

علاوهبر این در میکروکانالهای همگرا- واگرا با توزیع غیریکنواخت زتاپتانسیل، افزایش نسبت واگرایی h سبب کاهش راندمان اختلاط و افزایش دبی خواهد شد. با توجه به این که عامل جریان الکترواسموتیک یک پدیده سطحی است، مادامی که میزان سطوح باردار یکسان باشد، چگونگی توزیع آن تأثیر چندانی در تغییر دبی نخواهد داشت. از سوی دیگر تغییر در توزیع بار سطحی میزان اختلاط را به شدت تحت تأثیر قرار خواهد داد. در نهایت نشان داده شده است که توزیع بار pp-nn در یک دبی یکسان راندمان بیشتری را نسبت به سایر توزیع بارهای سطحی به همراه خواهد داشت.

7- فهرست علايم

D	ضریب پخش مولکولی (m²/s)
Ε	میدان الکتریکی خارجی (V/m)
h	نسبت عرض مجرای مستقیم میانی به مجرای مستقیم ابتدای
Н	ارتفاع ميكروكانال (μm)
H_h	عرض مجرای مستقیم میانی (μm)
High _i	مقدار ماکزیمم پاسخ
L	طول میکروکانال (μm)
Low _i	مقدار مینیمم پاسخ
Р	فشار (kPa)
Q	دبی حجمی
$U_{\rm ref}$	سرعت مرجع (m/s)
V	سرعت (m/s)
Wt_i	ضريب وزنى
y_i	مقدار پاسخ
<i>x</i> , <i>y</i>	مؤلفههای طول و عرض (m)
علائم يونانى	
e_0	ضریب گذردهی خلا (1/kgm³)
ε_m	راندمان اختلاط (%)
e_r	ثابت نسبی دیالکتریک سیال
ζ	زتاپتانسیل (V)
μ	لزجت دینامیکی (kg/ms)
ρ	چگالی (kg/m ³)
$ ho_e$	چگالی خالص بار الکتریکی (C/m ³)
ϕ	میدان پتانسیل خارجی (V)
ψ	میدان پتانسیل الکتریکی داخلی (V)
زيرنويسها	
М	اختلاطى
Р	پمپاژى
R	نسىت

حالت مرجع Ref

8- مراجع

[1] J. Yahng, S. Jeoung, D. Choi, D. Cho, J. Kim, Fabrication of microfluidic devices by using a femtosecond laser micromachining technique and µ-PIV studies on its fluid dynamics, the Korean Physical Society, Vol. 47, No. 6, pp. 977-981, 2005.

Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-28

شكل 15 ميزان مطلوبيت مربوط به هندسه بهينه براى آرايش بار np-np

جدول 6 مقادیر بهینه پارامترها برای بیشینهسازی دبی و راندمان اختلاط بارگذاری pp-nn

Mathematics with Applications, Vol. 55, No. 7, pp. 1601-1610, 2008.

- [18] T. Y. Lin, C. L. Chen, Analysis of electroosmotic flow with periodic electric and pressure fields via the lattice Poisson–Boltzmann method, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 37, No. 5, pp. 2816-2829, 2013.
 [19] C. H. Tsai, M. Hung, C. L. Chang, L. W. Chen, L. M. Fu, Optimal
- [19] C. H. Tsai, M. Hung, C. L. Chang, L. W. Chen, L. M. Fu, Optimal configuration of capillary electrophoresis microchip with expansion chamber in separation channel, *Chromatography A*, Vol. 1121, No. 1, pp. 120-128, 2006.
- [20] J. S. Lee, Y. Hu, D. Li, Electrokinetic concentration gradient generation using a converging-diverging microchannel, *Analytica Chimica Acta*, Vol. 543, No. 1, pp. 99-108, 2005.
- [21] Yaser Basati, O. Mohammadipoor, H. Niazmand, Geometry and zeta potential effects on electroosmotic mixing in converging (diverging) microchannel using lattice boltzmann method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 6, pp. 331-341, 2017. (in Persian, فارسی).
- [22] S. A. Mirbozorgi, H. Niazmand, M. Renksizbulut, Electro-Osmotic flow in reservoir-connected flat microchannels with non-uniform zeta potential, *Fluids Engineering*, Vol. 128, No. 6, pp. 1133, 2006.
- [23] O. R. Mohammadipour, H. Niazmand, Numerical simulation of a flat electroosmotic driven flow in the presence of a charged mid-plate, *Modern Physics C*, Vol. 26, No. 07, pp. 1550078, 2015.
- [24] J. S. Lee, Y. Hu, D. Li, Electrokinetic concentration gradient generation using a converging–diverging microchannel, *Analytica Chimica Acta*, Vol. 543, No. 1, pp. 99-108, 2005.
- [25] C. Wang, Y. Hu, Mixing of liquids using obstacles in y-type microchannels, *Tamkang Journal of Science and Engineering*, Vol. 13, No. 4, pp. 385r394, 2010.
- [26] I. Ginzburg, Equilibrium-type and link-type lattice Boltzmann models for generic advection and anisotropic-dispersion equation, *Advances in Water Resources*, Vol. 28, No. 11, pp. 1171-1195, 2005.
- [27] J. Wang, M. Wang, Z. Li, Lattice Poisson–Boltzmann simulations of electroosmotic flows in microchannels, *Colloid and Interface Science*, Vol. 296, No. 2, pp. 729-736, 2006.
- [28] Q. Zou, X. He, On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model, *Physics of Fluids*, Vol. 9, No. 6, pp. 1591-1598, 1997.
- [29] O. Mohammadipoor, H. Niazmand, S. Mirbozorgi, A new curved boundary treatment for the lattice Boltzmann method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 8, pp. 28-41, 2013. (in Persian, فارسي)
- [30] J. Zhou, M. Hatami, D. Song, D. Jing, Design of microchannel heat sink with wavy channel and its time-efficient optimization with combined RSM and FVM methods, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 103, pp. 715-724, 2016.
- [31] M. A. Bezerra, R. E. Santelli, E. P. Oliveira, L. S. Villar, L. A. Escaleira, Response surface methodology (RSM) as a tool for optimization in analytical chemistry, *Talanta*, Vol. 76, No. 5, pp. 965-977, 2008.

- [2] A. J. Tüdős, G. A. Besselink, R. B. Schasfoort, Trends in miniaturized total analysis systems for point-of-care testing in clinical chemistry, *Lab on a Chip*, Vol. 1, No. 2, pp. 83-95, 2001.
- [3] E. B. Cummings, S. Griffiths, R. Nilson, P. Paul, Conditions for similitude between the fluid velocity and electric field in electroosmotic flow, *Analytical Chemistry*, Vol. 72, No. 11, pp. 2526-2532, 2000.
 [4] S. Jeong, J. Park, J. M. Kim, S. Park, Microfluidic mixing using periodically
- [4] S. Jeong, J. Park, J. M. Kim, S. Park, Microfluidic mixing using periodically induced secondary potential in electroosmotic flow, *Journal of Electrostatics*, Vol. 69, No. 5, pp. 429-434, 2011.
- [5] N. Loucaides, A. Ramos, G. E. Georghiou, Configurable AC electroosmotic pumping and mixing, *Microelectronic Engineering*, Vol. 90, pp. 47-50, 2011.
- [6] H. Le The, H. Le Thanh, T. Dong, B. Q. Ta, N. Tran-Minh, F. Karlsen, An effective passive micromixer with shifted trapezoidal blades using wide Reynolds number range, *Chemical Engineering Research and Design*, Vol. 93, pp. 1-11, 2015.
- [7] V. Papadopoulos, I. Kefala, G. Kaprou, G. Kokkoris, D. Moschou, G. Papadakis, E. Gizeli, A. Tserepi, A passive micromixer for enzymatic digestion of DNA, *Microelectronic Engineering*, Vol. 124, pp. 42-46, 2014.
- [8] L. Ren, D. Li, Electroosmotic flow in heterogeneous microchannels, *Colloid and Interface Science*, Vol. 243, No. 1, pp. 255-261, 2001.
- [9] L. M. Fu, J. Y. Lin, R. J. Yang, Analysis of electroosmotic flow with step change in zeta potential, *Colloid and Interface Science*, Vol. 258, No. 2, pp. 266-275, 2003.
- [10] J. Yang, J. Masliyah, D. Y. Kwok, Streaming potential and electroosmotic flow in heterogeneous circular microchannels with nonuniform zeta potentials: Requirements of flow rate and current continuities, *Langmuir*, Vol. 20, No. 10, pp. 3863-3871, 2004.
- [11] E. Biddiss, D. Erickson, D. Li, Heterogeneous surface charge enhanced micromixing for electrokinetic flows, *Analytical Chemistry*, Vol. 76, No. 11, pp. 3208-3213, 2004.
- [12] A. Nayak, Analysis of mixing for electroosmotic flow in micro/nano channels with heterogeneous surface potential, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 75, pp. 135-144, 2014.
- [13] C. Wang, Y. Hu, Mixing of Liquids Using Obstacles in Y-Type Microchannels, *Tamkang Journal of Science and Engineering*, Vol. 13, No. 4, pp. 385r394, 2010.
 [14] C. C. Cho, Electrokinetically-driven flow mixing in microchannels with
- [14] C. C. Cho, Electrokinetically-driven flow mixing in microchannels with wavy surface, *Colloid and Interface science*, Vol. 312, No. 2, pp. 470-480, 2007.
- [15] H. Yoshida, T. Kinjo, H. Washizu, Analysis of electro-osmotic flow in a microchannel with undulated surfaces, *Computers & Fluids*, Vol. 124, pp. 237-245, 2016.
- [16] J. Wang, M. Wang, Z. Li, Lattice Boltzmann simulations of mixing enhancement by the electro-osmotic flow in microchannels, *Modern Physics Letters B*, Vol. 19, No. 28n29, pp. 1515-1518, 2005.
- [17] D. Wang, J. L. Summers, P. H. Gaskell, Modelling of electrokinetically driven mixing flow in microchannels with patterned blocks, *Computers &*