



تحلیل استاتیکی و دینامیکی نانولوله حامل سیال تحت تحریک الکترواستاتیک

محمد حسینی^{۱*}, عباس زندی بافقه مریم^۲

۱- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سیرجان، سیرجان

۲- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سیرجان، سیرجان

* سیرجان، صندوق پستی 7813733385

چکیده

در این پژوهش براساس تئوری الاستیسیته غیر محلی، تحلیل استاتیکی و دینامیکی یک نانولوله همگن الاستیک حامل سیال با شرایط مرزی دوسرگیدار بررسی شده است. نانولوله تحت تحریک الکترواستاتیک و میدان مغناطیس و با در نظر گرفتن اثرات لایه سطحی، نیروی مکانیکی و حرارتی است. جابه‌جایی عرضی نانولوله شامل دو بخش جابه‌جایی استاتیکی و دینامیکی است. در این بررسی تغییر مکان استاتیکی با استفاده از روش عددی مانده وزن‌دار و ناپایداری و فرکانس ارتعاشی با به کارگیری روش مریعات دیفرانسیلی تعمیم یافته تحلیل شده است. با اعمال ولتاژ بالاتر از مقدار بحرانی (ولتاژ پولین نامیده می‌شود)، ممکن است نانولوله در معرض ناپایداری قرار گیرد. در این بررسی تأثیر پارامترهای مختلف مانند سرعت سیال، پارامتر مقیاس طول، میدان مغناطیس، ولتاژ الکترواستاتیک، اثرات لایه سطحی و بارگذاری حرارتی بر تغییر مکان استاتیکی، فرکانس طبیعی و ولتاژ پولین نانولوله حامل سیال مطالعه شده است. سرانجام صحت نتایج حاصله با مقایسه آن‌ها با نتایج حاصل از روش‌های عددی در پژوهش‌های پیشین مورد بررسی قرار گرفته و مطابقت خوبی بین کار کنونی و مطالعات پیشین دیده شده است. نتایج نشان می‌دهد که پارامتر مقیاس طول، پارامتر تأثیرگذاری در ولتاژ پولین سیستم است و افزایش آن منجر به کاهش ولتاژ پولین می‌شود، همچنین مشخص می‌شود که افزایش ولتاژ سبب کاهش فرکانس طبیعی سیستم و افزایش جابه‌جایی استاتیکی می‌شود.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۲۲ تیر ۱۳۹۵

پذیرش: ۰۳ مهر ۱۳۹۵

ارائه در سایت: ۰۹ آبان ۱۳۹۵

کلید واژگان:

تحلیل استاتیکی و دینامیکی

ناپایداری

تحریک الکترواستاتیک

میدان مغناطیس

نانولوله حامل سیال

Static and dynamic analysis of nanotube conveying fluid under electrostatic actuation

Mohammad Hosseini*, Abbas Zandi Baghche Maryam

Department of Mechanical Engineering, Sirjan University of Technology, Sirjan, Iran.

* P.O.B. 7813733385 ,Sirjan, Iran, hosseini@sirjantech.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 12 July 2016

Accepted 24 September 2016

Available Online 30 October 2016

Keywords:

Static and Dynamic Analysis

Instability

Electrostatic Actuation

Magnetic Fields

Nanotube Conveying Fluid

ABSTRACT

In this research, based on nonlocal elasticity theory, static and dynamic analysis of an elastic homogeneous nanotube conveying fluid with clamped - clamped boundary conditions is investigated. The nanotube is under electrostatic actuation and magnetic field with considering the surface effects, mechanical and thermal force. Transverse displacement of the nanotube consists of two parts static and dynamic displacement. In this study, the static displacement is calculated by using the weighted residual method and instability and vibration frequency is analyzed by applying the generalized differential quadrature method. By applying a voltage greater than the critical value (called Pull-in voltage) the nanotube may undergo instability. In this investigation, the effect of various parameters such as velocity of fluid, length scale parameter, magnetic field, electrostatically voltage, effects of surface layer and thermal loading on the static displacements, natural frequency and Pull - in voltage of the nanotubes conveying fluid has been studied. Finally, the validity of the results by comparing them with the results of the numerical methods in previous research is investigated, in which there is very good agreement between the results of the present work and previous studies. The results show that the length scale parameter is significant parameter in the system's Pull - in voltage and its increasing lead to decreasing the Pull-in voltage. Also, it is shown that the dimensionless frequency and the static displacements, respectively, is decreased and increased with increases in the applied voltage.

۱- مقدمه

مهندسین قرار گرفته است. تحریک الکترواستاتیکی به دلیل مصرف پایین انرژی، ابعاد کوچک الکترودها و سرعت عملکرد بالا دارای کاربردهای بی‌شماری است [۱]. پدیده چسبندگی از مهم‌ترین اثرات موجود در نanosاختارهای الکترواستاتیکی است. هنگامی که ولتاژ اعمالی به یک نانوساختار از مقدار بحرانی فراتر رود تعادل سیستم به صورت ناگهانی به ناپایداری می‌کند و ساختار بر تکیه‌گاه خود می‌نشیند، که در بیشتر

سیستم‌های نانو الکترومکانیکی مجموعه‌ای از قسمت‌های مکانیکی، حسگرهای محرک‌ها و قسمت الکترونیکی هستند که در دهه‌های اخیر به طور وسیعی در کاربردهای مختلف استفاده شده‌اند. امروزه میکرو و نانو سیستم‌های مختلف مورد توجه فراوان محققان قرار گرفته که از این میان سیستم‌های الکترواستاتیک با توجه به سادگی ساخت و طراحی آن‌ها مورد توجه ویژه

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

M. Hosseini, A. Zandi Baghche Maryam, Static and dynamic analysis of nanotube conveying fluid under electrostatic actuation, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 11, pp. 165-176, 2016 (in Persian)

یک سرگیردار با تحریک الکترواستاتیک با استفاده از تئوری گردایان کنش پرداختند. پاندی [14] مطالعه‌ای در مورد میکروتیرهای تحت تحریک الکترواستاتیکی براساس نظریه تنش کوبیل اصلاح شده انجام داده است. روسیکانی و همکاران [15] دریاره رفتار دستگاه‌های میکروالکتروومکانیک متشکل از یک میکروتیر دوسرگیردار تحت اثر عملگر الکتروودینامیکی و الکترواستاتیکی مطالعاتی داشتند. زمان‌زاده و همکارانش [16] ناپایداری و ولتاژ پولین میکرو تیر ساخته شده از مواد تابعی تحت تأثیر تغییرات دما را با استفاده از تئوری تنش کوبیل اصلاح شده مورد بررسی قرار دادند. عباس‌نژاد و همکاران [17] به بررسی ناپایداری میکروتیر ساخته شده از جنس نیکل و طلا پرداختند. در این بررسی صفحه پایینی تیر از جنس طلای خالص و صفحه بالایی از جنس نیکل خالص در نظر گرفته شد. صادقی و همکاران [18] اثر شدید وابستگی به اندازه را بر رفتار استاتیکی و دینامیکی میکروتیرهای با تحریک الکترواستاتیک بررسی کردند. پلوبی و همکاران [19] تغییر مکان استاتیکی و فرکانس میکروتیر یکسرگیردار دو لایه تحت تحریک الکترواستاتیک که لایه دوم بخشی از طول لایه نخست را می‌پوشاند بررسی کردند. فتحعلی‌لو و رضایی [20] رفتار مکانیکی یک میکروحسگر الکترواستاتیکی را بررسی کردند. برای حل معادلات دیفرانسیل غیرخطی حاکم از دو شوه مبتنی بر روش گالرکین استفاده شده است. چراقی و نظرگاه [21] برای تحلیل استاتیکی صفحات مدرج هدفمند شامل لایه‌هایی دارای خواص مگنتوالکترواستاتیک یک روش حل سه‌بعدی با استفاده از سری پیانو ارائه دادند. بنی اسدی و همکاران [22] یک انکودر خازنی با ویژگی اشل متوجه نامقید با استفاده از القای الکترواستاتیکی را طراحی و بررسی کردند. مدل میکروالکتروومکانیکی توسعه تئوری تیر غیرکلاسیک در مقالات یادشده مدل سازی شد. اگر ابعاد مدل میکروالکتروومکانیکی به اندازه نانو تغییر کند، سیستم نانوالکتروومکانیکی نامیده می‌شود. برخی آزمایش‌ها نشان می‌دهد که پدیده ناپایداری نانوتیر وابسته به اندازه است که مدل تیر کلاسیک قادر به توصیف این پدیده‌ها نیست [23]. بنابراین یک مدل تیر اصلاح شده که می‌تواند اثرات اندازه را در معادلات ظاهر کند استفاده می‌شود. طادی بنی و کریمی پور [24] ناپایداری استاتیکی پولین یک نانو تیر یکسرگیردار و اثر اندازه تحت اثر نیروی الکترواستاتیک و نیروهای بین مولکولی را با استفاده از تئوری گردایان کنش بررسی کردند. نانولوله‌های با مقطع مستطیلی بسیار مناسب جهت استفاده در خصوص کاربردهای نانولوله‌های نانولوله‌های با مقطع مستطیل و همچنین روش تولید آن‌ها [32-25] وجود دارد. گائو و همکاران یک روش ساده و مؤثر جهت ایجاد ترشیک نانولوله‌های با مقطع مستطیلی و دارهای ارائه داده‌اند [27]. تغییر شکل مورفو‌لوزی نانولوله در لحظات مختلف جهت داشتن بینش مناسبی از مکانیزم تشکیل نانولوله با مقطع مستطیلی در مطالعه ایشان مشاهده و گزارش شد، همچنین یک تغییر ساختار از یک نانوسیم به یک نانولوله توانایی با مقطع مستطیل شکل با استفاده از یک فرایند هیدرولترمال توسط ژانگ و همکاران [28] گزارش شده است.

در سالیان اخیر مطالعات محدودی بر پدیده انتشار موج در لوله‌های حامل جریان سیال توسط محققان صورت گرفته است [37-33]. از جمله این تحقیقات وانگ و همکاران [36] به بررسی اثرات ویسکوزیته سیال بر انتشار موج در نانولوله کربنی براساس تئوری غیرمحالی پرداختند. اویسی و همکاران [37] براساس تئوری الاستیسیته غیرمحالی به بررسی تأثیر نانو مقیاس بودن سازه و سیال عبوری از درون آن بر فرکانس طبیعی و نحوه انتشار موج

سازه‌ها این پدیده دلخواه نیست [2]. برای مقابله با این مشکل و افزایش بازده کاری نانومحرک‌های الکترواستاتیک مکانیزم‌های مختلفی تاکنون ارائه شده است که نانولوله‌های دوسرگیردار از پرکاربردترین مکانیزم‌های موجود است. سیستم‌های نانوالکتروومکانیکی در ابعاد کوچک به صورت یک عملگر دستگاه‌های در نظر گرفته می‌شود. در سال‌های اخیر کاربرد دستگاه‌های نانوالکتروومکانیکی به ویژه به دلیل این که تحریک الکتریکی این دستگاه‌ها نیاز به اجزای مکانیکی و ولتاژ کم برای به کاراندازی دارند با پیشرفت تکنولوژی افزایش یافته است، در نتیجه مدل کردن و شبیه‌سازی دستگاه‌های نانوالکترواستاتیک در طراحی و شناسایی خواص دستگاه‌های الکترواستاتیک نقش مهمی ایفا می‌کند. مسلمان ناپایداری ناشی از ولتاژ الکترواستاتیک مقدمه‌ای بر فهم بسیاری از دستگاه‌های نانوالکترواستاتیک است. این دستگاه‌ها به وسعت در شتاب‌سنجهای خازنی، حسگرهای خازنی، سویچ‌ها و غیره به کار می‌روند [5-3]. این دستگاه‌ها در مقایسه با سیستم‌های مکانیکی قدیمی اغلب کوچک هستند و با داشتن نسبت‌های سطح به حجم بیشتر برای کاربردهایی که نیاز به حجم اندکی دارند مانند مدارهای الکتریکی مناسب است که علاوه‌بر حجم کم دارای قیمت مناسب‌تری نیز هستند. اگرچه اخیراً در مردم خواص میدان‌های فیزیکی مانند میدان مکانیکی، میدان الکتریکی، میدان حرارتی و غیره تحقیق فراوانی انجام شده، اما در مورد خواص این میدان‌ها برای پدیده پولین شود. در این حالت سیستم دچار ناپایداری و نیروی الاستیک و الکترواستاتیک ایجاد می‌شود کمتر پرداخته شده است. در این سیستم‌ها نیروی الکترواستاتیک حاصل از ولتاژ رابطه عکس با مریع فاصله هوایی بین الکتروودها دارد و افزایش ولتاژ منجر به افزایش جابه‌جایی استاتیکی و کاهش فاصله هوایی می‌شود که در این صورت فضای عملکرد جابه‌جایی دینامیکی کاهش می‌یابد. افزایش ولتاژ بیشتر از مقدار معینی می‌تواند منجر به پدیده پولین شود. در این حالت سیستم دچار ناپایداری و این ولتاژ بحرانی ولتاژ پولین¹ نامیده می‌شود؛ بنابراین محاسبات و تعیین مقدار ولتاژ ناپایداری در طراحی دستگاه‌های با پایه نانولوله الکترواستاتیکی امری مهم است. مطالعات وسیعی بر موضوع ناپایداری در دستگاه‌های نانوالکترواستاتیک به دلیل کاربردهای فراوان ارائه شده و همچنان نیز روبه گسترش است.

راهی‌فرد و همکاران [6] به بررسی فرکانس طبیعی میکروپل تحت ولتاژ الکترواستاتیک براساس تئوری تنش کوبیل اصلاح شده پرداختند. صادقی و همکاران [7] ولتاژ پولین و پایداری نانوتیر مدرج تابعی را بررسی کردند. بنی و آبدیان [8] ناپایداری پولین نانوآئینه تحت تأثیر نیروی بین‌مولکولی را با استفاده از تئوری گردایان کنش ارائه کردند. مجاهدی و همکاران [9] به بررسی ناپایداری میکروتیر یکسرگیردار با وجود یک جرم متمرکز در انتهای آن پرداختند. دای و همکارانش [10] اثرات ولتاژ الکتریکی و تغییرات تنش بر پایداری میکروسیستم‌ها را در نظر گرفتند. آن‌ها از روش مربعات دیفرانسیلی تعیین یافته برای گسسته‌سازی معادله حرکت استفاده کردند. در پژوهشی دیگر دای و وانگ [11] پایداری دینامیکی و ولتاژ پولین میکرولوله حامل سیال تحت میدان مغناطیس را بررسی کردند. در این بررسی اثرات پارامترهای مختلف بر جابه‌جایی استاتیکی و فرکانس طبیعی سیستم به دست آورده شد. عسکری و طهانی [12] به بررسی پایداری میکرو تیر دوسرگیردار تحت تأثیر ولتاژ الکترواستاتیک براساس گردایان کنش اصلاح شده پرداختند. راهی‌فرد و احمدیان [13] به بررسی رفتار استاتیکی و پولین میکروتیر

¹ Pull-in voltage

سیستم‌های نانوالکترومکانیکی در سال‌های اخیر دارای جایگاه ویژه‌ای در تکنولوژی مدرن شده‌اند. بیشتر کاربرد این سیستم‌ها را می‌توان به نانوسنسورها و تحریک کننده‌ها، فشار سنج‌ها، نانو و میکرو پمپ‌ها، زیروسکوپ‌ها و شتاب سنج‌ها اشاره کرد [12-16]. علاوه‌بر این از کاربردهای دیگر این بررسی می‌توان به نانوسنسورهای بیولوژیکی و سیستم‌های تزریق دارویی به سلول‌های مورد هدف اشاره کرد. کاربرد وسیع این سیستم‌ها بیشتر به دلیل کوچکی اندازه، کم هزینه بودن و مصرف پایین انرژی است.

2- فرمولاسیون مسئله

شكل شماتیک نانولوله حامل سیال تحت تحریک الکترواستاتیک که در این پژوهش مورد بررسی قرار می‌گیرد در شکل 1 نشان داده شده است. پارامترهای L و d به ترتیب بیانگر فاصله از صفحه، طول نانولوله و ولتاژ الکترواستاتیک هستند.

ا تم‌های واقع بر سطح یک ماده نسبت به توده اتم‌های واقع در حجم ماده به دلیل شرایط محیطی متفاوت دارای رفتار متفاوتی است؛ بنابراین انرژی ذخیره شده در این اتم‌های سطحی که انرژی سطحی خوانده می‌شود، متفاوت از باقی اتم‌های است. این انرژی سطحی برای محیط‌های پیوسته در مقیاس بزرگ قابل صرف‌نظر کردن است، چرا که تنها تعداد بسیار کمی از لایه‌های اتم‌ها نزدیک به سطح و نسبت اتم‌های در سطح ماده به اتم‌های در حجم ماده بسیار کوچک است. هرچند هنگامی که مواد و سازه‌ها به ابعاد نانو کاوش می‌یابند اثرات سطح به دلیل افزایش نسبت مساحت سطح به حجم نقش مهمی در رفتار استاتیکی و دینامیکی آن‌ها ایفا می‌کند. در اینجا اثرات انرژی سطحی به صورت سفتی \bar{h} و تنش پسماند Π_0 در معادلات حرکت ظاهر می‌شود. در مرجع [48] تغییر مکان دینامیکی نانولوله پیزوالکتریک دوسرمفصل حامل سیال واقع بر بستر پسترناک بررسی شده، در حالی که در پژوهش کنونی به بررسی تغییر مکان استاتیکی و فرکانس طبیعی یک نانولوله همگن الاستیک دوسرگیردار حامل سیال تحت تحریک الکترواستاتیک پرداخته شده است. در مرجع یادشده با استفاده از تئوری الاستیستیته غیرمحلی ارینگن و بدون در نظر گرفتن اثرات اندازه جریان سیال و با لحاظ پروفیل سرعت یکنواخت سیال به استخراج معادلات پرداخته شده است، همچنین اثرات سطح و تنش باقی‌مانده سطح به صورت بارهای عرضی گستردۀ مدل‌سازی شده است. با روندی مشابه با آن‌چه در مرجع [48] بیان شده است می‌توان معادله حرکت نانولوله افقی دوسرگیردار با جریان یکنواخت سیال تحت تأثیر میدان مغناطیسی و تحریک الکترواستاتیک را با در نظر گرفتن اثرات لایه سطحی و نیروی مکانیکی و حرارتی به صورت رابطه (1) استخراج کرد.

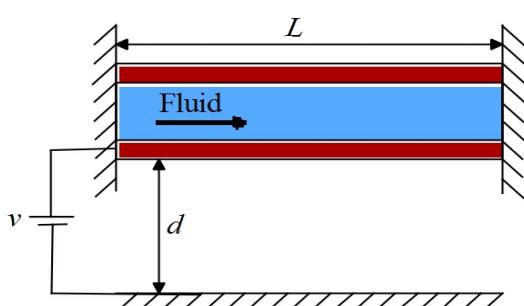


Fig. 1 Nanotube conveying fluid under electrostatic actuation

شکل 1 نانولوله حامل سیال تحت تحریک الکترواستاتیک

محوری به طور همزمان پرداختند. نتایج این بررسی نشان داد که وجود سیال در سیستم موجب کاهش سرعت حرکت موج می‌شود. علاوه‌بر این در زمینه نانولوله‌های حاوی سیال پژوهش‌هایی در سالیان اخیر انجام شده است که در ادامه بررسی می‌شود. انصاری و همکاران [38] ارتعاشات نانولوله کربنی که در آن سیال داخلی با سرعت ثابت در جریان بوده و نیروی گسترده خارجی به صورت هارمونیک به آن اعمال می‌شود را مورد بررسی قرار دادند. در این بررسی از تئوری تشن کوبی اصلاح شده استفاده شده و نانولوله مورد نظر به عنوان تیر تیموشنکو مدل شده است. ژانگ و مگوید [39] اثرات انرژی سطحی را بر پاسخ دینامیکی و پایداری نانوتیر دو سر مفصل حامل سیال با مدل تیر تیموشنکو را بررسی کردند. انصاری و همکاران [40] اثرات اندازه بر ارتعاشات غیرخطی و پایداری نانولوله تک‌جذاره برن نیتیرید حامل سیال تحت میدان حرارتی را بررسی کردند. ژن و فنگ [41] ارتعاشات غیرخطی نانولوله کربنی تک‌جذاره حامل جریان سیال تحت تحریک هارمونیک را مطالعه کردند. انصاری و همکاران [42] به بررسی اثرات سطح بر ارتعاشات و پایداری نانولوله حامل سیال براساس مدل تیر تیموشنکو پرداختند. در پژوهشی دیگر انصاری و همکاران [43] براساس مدل تیر تیموشنکو پدیده موج در نانولوله حامل سیال با در نظر گرفتن اثرات سطح را بررسی کردند. کیورال و اوزکایا [44] به بررسی ارتعاشات میکروتیر تحت جریان سیال واقع بر سرستراستیک پرداختند. در این بررسی از تئوری گرادیان کرنش مرتبه اول اصلاح شده برای مدل‌سازی میکروتیر استفاده کردند. انصاری و همکاران [45] اثرات سطح را بر ارتعاشات آزاد و پایداری نانولوله حامل سیال مطالعه کردند. در این بررسی اثرات سطح بر قسمت حقیقی و موهومی فرکانس طبیعی بررسی شد. انصاری و همکاران [46] مطالعاتی در زمینه ارتعاشات میکروپوسته حامل سیال انجام دادند. در این مطالعات به بررسی اثرات میدان حرارتی و جریان سیال بر پایداری و ارتعاشات آزاد میکروپوسته پرداختند.

آن‌چه در مجموع مطالعات گذشته بدان اشاره شد نشان دهنده این امر است که با وجود پژوهش‌های قابل توجهی که در زمینه دینامیک نانولوله‌های حامل جریان سیال بدون میدان الکتریکی انجام شده است، در حوزه دینامیک و ناپایداری نانولوله‌های حامل سیال تحت تحریک الکترواستاتیک مطالعه‌ای صورت نگرفته است. با مطالعه و بررسی تحقیقات پیشین مشخص می‌شود که این مطالعات بیشتر در ارتباط با میکرو تیرها و استقاده از تئوری‌های تنش کوبی و گرادیان کرنش در تحلیل آن‌هاست و نانو سیستم‌ها تحت نیروی الکترواستاتیک حامل جریان سیال بررسی نشده است. علاوه‌بر این پژوهشی در رابطه با ناپایداری نانولوله تحت تحریک الکترواستاتیک و میدان مغناطیسی و حرارتی صورت نگرفته است. در این بررسی ابتدا تغییر مکان استاتیک نانولوله تحت نیروی الکترواستاتیک (وضعیت تعادلی سیستم) حاصل می‌شود و پس از آن به بررسی پاسخ ارتعاشی و پایداری سیستم حول وضعیت تعادلی نانولوله با به کارگیری روش مریعات دیفرانسیلی تعمیم‌یافته پرداخته می‌شود؛ بنابراین تأثیر عوامل مختلف از جمله سرعت جریان سیال، میدان مغناطیسی، تحریک الکترواستاتیک، اثرات لایه سطحی، نیروی حرارتی و اثر پارامتر مقیاس طول با به کارگیری تئوری غیرمحلی ارینگن بر پاسخ استاتیکی و ارتعاشی یک نانولوله همگن الاستیک دوسرگیردار حامل سیال با مقطع مستطیلی شکل بررسی شده است. در قسمتی از پژوهش به بررسی ناپایداری سیستم و ولتاژ پولین تحمل عوامل مختلف پرداخته می‌شود. صحبت نتایج با مقایسه با نتایج حاصل از آن‌چه پیشتر در تحقیقات پیشین ارائه شده است تأیید می‌شود. از نتایج این مطالعه می‌توان در طراحی و بهینه‌سازی نانولوله دوسرگیردار تحت میدان مغناطیسی و تحریک الکترواستاتیک استفاده کرد.

(شامل ترم‌های U^2)، نیروی کریولیس² (شامل ترم‌های U که از کوپلینگ حرکت نسبی سیال و حرکت خمشی نانولوله حاصل می‌شود) و نیروی اینرسی³ ظاهر می‌شود. همان‌طور که در این معادلات مشخص است نیروی گریز از مرکز به صورت یک نیروی محوری فشاری عمل می‌کند [49].

3- حل تغییر مکان استاتیکی

هنگامی که ولتاژ V در سراسر دو الکترود نانولوله اعمال می‌شود نیروی الکترواستاتیک تولید و سبب انحراف نانولوله از حالت افقی خود می‌شود. در این قسمت با استفاده از روش تابع وزن دار می‌توان جابه‌جایی استاتیکی را با دقت قابل قبولی استخراج کرد. انتخاب تابع وزنی در روش تابع وزن دار با اهمیت است و این تابع باید به نحوی انتخاب شود که شرایط مرزی هندسی مساله را ارضاء کند؛ بنابراین کلی ترین حالت برای خیز استاتیکی یک تیر تحت شرایط مرزی مختلف را می‌توان به صورت رابطه (7) نوشت [50].

$$y_s(\xi) = C_1 \sin \sigma_1 \xi + C_2 \cos \sigma_1 \xi + C_3 \sinh \sigma_1 \xi + C_4 \cosh \sigma_1 \xi \quad (7)$$

در رابطه بالا C_4, C_3, C_2, C_1 ضرایب ثابت هستند که از شرایط مرزی بدست می‌آیند. از آنجایی که وضعیت جابه‌جایی استاتیکی یک تیر دوسرگیردار تحت بار گسترده اعمالی بر آن (که در اینجا به دلیل نیروی الکترواستاتیک حاصل می‌شود) نزدیک به مود ارتعاشی اول تیر است، با جای‌گذاری رابطه (7) در شرایط مرزی رابطه (3) می‌توان فرم خیز استاتیکی را به صورت رابطه (8) در نظر گرفت.

$$\begin{aligned} y_s(\xi) &= C_1 F(\xi) \\ F(\xi) &= (\sin \sigma_1 \xi - \cos \sigma_1 \xi - \alpha_1 (\sinh \sigma_1 \xi - \cosh \sigma_1 \xi)) \end{aligned} \quad (8)$$

که در آن C_1 ضریب ثابتی است که با تشکیل تابع باقی‌مانده وزن دار بدست می‌آید. ضرایب α_1 و σ_1 به ترتیب به صورت رابطه (9) است.

$$\alpha_1 = 0.982202, \quad \sigma_1 = 4.730048 \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \text{رابطه (10)} \text{ با جایگزینی رابطه (8) در رابطه (5) حاصل می‌شود.} \\ (1+h)C_1 \frac{\partial^4 F}{\partial \xi^4} + (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H)C_1 \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} \\ - \mu^2(U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H)C_1 \frac{\partial^4 F}{\partial \xi^4} \\ = \left(1 - \mu^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right) \frac{V^2}{(1 - C_1 F)^2} \end{aligned} \quad (10)$$

برای بدست آوردن ضریب C_1 می‌توان با تشکیل تابع باقی‌مانده و حداقل کردن آن از طریق تابع وزنی عمل کرد. تابع باقی‌مانده به صورت رابطه (11) تعریف می‌شود.

$$\begin{aligned} R_d(\xi) &= (1+h)C_1 \frac{\partial^4 F}{\partial \xi^4} + (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 \\ &- H)C_1 \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} - \mu^2(U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H)C_1 \frac{\partial^4 F}{\partial \xi^4} \\ &- \left(1 - \mu^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right) \frac{V^2}{(1 - C_1 F)^2} \end{aligned} \quad (11)$$

با استفاده از بسط سری تیلور می‌توان رابطه (11) را به صورت رابطه (12) بازنویسی کرد.

$$\begin{aligned} R_d(\xi) &= (1+h)C_1 \frac{\partial^4 F}{\partial \xi^4} + (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H)C_1 \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} \\ &- \mu^2(U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H)C_1 \frac{\partial^4 F}{\partial \xi^4} - \left(1 - \mu^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right) V^2 \\ &\times (1 + 2C_1 F + 3C_1^2 F^2 + 4C_1^3 F^3 + \dots) \end{aligned} \quad (12)$$

روش تابع وزن دار به صورت رابطه (13) تعریف می‌شود.

$$\begin{aligned} (EI + \bar{h}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (m_f u^2 - P - N_T - \Pi_0 - \eta A H_x^2) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ + 2m_f u \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + c \frac{\partial w}{\partial t} + (m_p + m_f) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \\ - (e_0 a)^2 (m_f u^2 - P - N_T - \Pi_0 - \eta A H_x^2) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \\ - 2(e_0 a)^2 m_f u \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial t} - c(e_0 a)^2 \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial t} \\ - (e_0 a)^2 (m_p + m_f) \frac{\partial^4 w}{\partial t^2 \partial x^2} = \left(1 - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) q \end{aligned} \quad (1)$$

در آن EI سفتی خمشی، \bar{h} سفتی خمشی ناشی از لایه سطحی، c ضریب میرایی، m_f جرم سیال بر واحد طول نانولوله، u سرعت سیال، P نیروی مکانیکی، $N_T = -EA\alpha\Delta T$ نیروی حرارتی، A مساحت، α ضریب انبساط حرارتی، ΔT تغییرات دما، Π_0 تنش باقی‌مانده در سطح، η ضریب ثابت میدان مغناطیسی، H_x میدان مغناطیسی، m_p جرم نانولوله بر واحد طول، $e_0 a$ پارامتر مقیاس طول، x متغیر مکان، t متغیر زمان، w تغییر مکان و q نیروی الکترواستاتیک است و به صورت رابطه (2) تعریف می‌شود [10].

$$q = \frac{1}{2} \varepsilon_0 b \frac{v^2}{(d-w)^2} \quad (2)$$

در این رابطه ε_0 ثابت دی‌الکتریک و b پهنه‌است. شرایط مرزی نانولوله دوسرگیردار به صورت رابطه (3) تعریف می‌شود.

$$w(0, t) = w'(0, t) = 0, w(L, t) = w'(L, t) = 0 \quad (3)$$

پارامترهای بی‌بعد رابطه (4) برای بی‌بعد کردن معادله حاکم بر حرکت مورد استفاده قرار می‌گیرند.

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{x}{L}, y = \frac{w}{d}, \beta = \frac{m_f}{m_f + m_p}, h = \frac{\bar{h}}{EI}, H = \frac{\eta A H_x^2 L^2}{EI} \\ P &= \frac{p L^2}{EI}, N_x^T = \frac{N_x L^2}{EI}, \pi_0 = \Pi_0 \frac{L^2}{EI}, V = v L^2 \sqrt{\frac{\varepsilon_0 b}{2 d^3 EI}} \\ \mu &= \frac{e_0 a}{L}, \tau = \frac{t}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m_f + m_p}}, U = \left(\frac{m_f}{EI}\right)^{1/2} L u \\ C_d &= \frac{c L^2}{\sqrt{EI(m_f + m_p)}} \end{aligned} \quad (4)$$

با استفاده از پارامترهای بی‌بعد رابطه (4) و جای‌گذاری در رابطه حاکم (1)، بدون در نظر گرفتن قسمت زمانی در معادله حاکم، معادله حرکت بی‌بعد در حالت استاتیکی را می‌توان به صورت رابطه (5) نوشت.

$$\begin{aligned} (1+h) \frac{\partial^4 y_s}{\partial \xi^4} + (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H) \frac{\partial^2 y_s}{\partial \xi^2} - \mu^2(U^2 \\ - P - N_x^T - \pi_0 - H) \frac{\partial^4 y_s}{\partial \xi^4} = \left(1 - \mu^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right) \frac{V^2}{(1 - y_s)^2} \end{aligned} \quad (5)$$

در این رابطه y_s تغییر مکان استاتیکی است. با استفاده از رابطه (4) و جای‌گذاری در رابطه (1)، معادله حرکت در حالت دینامیکی را می‌توان به صورت رابطه (6) نوشت.

$$\begin{aligned} (1+h) \frac{\partial^4 Y_d}{\partial \xi^4} + (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H) \frac{\partial^2 Y_d}{\partial \xi^2} \\ + 2\sqrt{\beta} U \frac{\partial^2 Y_d}{\partial \xi \partial \tau} + C_d \frac{\partial Y_d}{\partial \tau} + \frac{\partial^2 Y_d}{\partial \tau^2} - \mu^2(U^2 - P - N_x^T \\ - \pi_0 - H) \frac{\partial^4 Y_d}{\partial \xi^4} - 2\mu^2 \sqrt{\beta} U \frac{\partial^4 Y_d}{\partial \xi^3 \partial \tau} - C_d \mu^2 \frac{\partial^3 Y_d}{\partial \xi^2 \partial \tau} \\ - \mu^2 \frac{\partial^4 Y_d}{\partial \tau^2 \partial \xi^2} = \left(1 - \mu^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right) \frac{2V^2 Y_d}{(1 - y_s)^3} \end{aligned} \quad (6)$$

در این رابطه Y_d تغییر مکان دینامیکی است. در روابط (5,6) ترم‌های مربوط به سیال به صورت نیروی گریز از مرکز¹

² Coriolis force

³ Inertia force

¹ Centrifugal force

ضرایب وزنی مشتقات مرتبه دوم می‌تواند از رابطه بازگشته (22) بدست آید.

$$A_{ij}^{(2)} = \begin{cases} 2A_{ij}^{(1)} \left[A_{ii}^{(1)} - \frac{1}{\xi_i - \xi_j} \right], & i \neq j \quad i,j = 1,2,\dots,m \\ - \sum_{k=1, k \neq i}^m A_{ik}^{(2)}, & i = j \quad i = 1,2,\dots,m \end{cases} \quad (22)$$

برای مشبندی بهتر از رابطه (23) موسوم به توزیع چبیشف، گوس، لابت [52] استفاده می‌شود

$$t_i = T/2 \left[1 - \cos \left(\frac{(i-1)}{m-1} \pi \right) \right], \quad i = 1,2,3,\dots,m \quad (23)$$

در رابطه بالا T فاصله مکانی است. در واقع این نوع مشبندی سبب پایداری بیشتر دستگاه معادلات می‌شود و سرعت همگرایی را افزایش می‌دهد.

4- گسسته‌سازی با روش مربعات دیفرانسیلی تعیین‌یافته

با استفاده از روش مربعات دیفرانسیلی تعیین‌یافته می‌توان رابطه حاکم بر حرکت بی‌بعد (17) را به صورت رابطه (24) گسسته‌سازی کرد.

$$\begin{aligned} (1+h) \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(4)} y_d(\xi_j) + (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H) \\ \times \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(2)} y_d(\xi_j) + 2\sqrt{\beta} U \Omega \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(1)} y_d(\xi_j) + \Omega^2 y_d(\xi_i) \\ + C_d \Omega y_d(\xi_i) - \mu^2 (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H) \\ \times \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(4)} y_d(\xi_j) - 2\mu^2 \sqrt{\beta} U \Omega \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(3)} y_d(\xi_j) \\ - \mu^2 C_d \Omega \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(2)} y_d(\xi_j) - \mu^2 \Omega^2 \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(2)} y_d(\xi_j) = \\ \left(\frac{2V^2}{(1-y_s(\xi_i))^3} - \mu^2 \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(2)} \frac{2V^2}{(1-y_s(\xi_j))^3} \right) y_d(\xi_i) \end{aligned} \quad (24)$$

همچنین می‌توان رابطه (24) را به صورت رابطه (25) ساده‌سازی کرد.

$$\begin{aligned} ((1+h) \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(4)} + (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H) \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(2)} \\ + 2\sqrt{\beta} U \Omega \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(1)} - \mu^2 C_d \Omega \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(2)} \\ - \mu^2 (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H) \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(4)} \\ - 2\mu^2 \sqrt{\beta} U \Omega \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(3)} - \mu^2 \Omega^2 \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(2)}) y_d(\xi_j) + (\Omega^2 + C_d \Omega \\ - \frac{2V^2}{(1-y_s(\xi_i))^3} + \mu^2 \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(2)} \frac{2V^2}{(1-y_s(\xi_j))^3}) y_d(\xi_i) \\ = 0, \quad i = 3,4,\dots,m-2 \end{aligned} \quad (25)$$

علاوه بر این شرایط مرزی در ابتدای نانولوله ($i = 1$) یا ($i = 0$) به صورت رابطه (26) است.

$$y_d(\xi_1) = 0, \sum_{j=1}^m A_{1j}^{(1)} y_d(\xi_j) = 0 \quad (26)$$

در انتهای نانولوله هم شرایط مرزی به صورت رابطه (27) در نظر گرفته می‌شود.

$$y_d(\xi_m) = 0, \sum_{j=1}^m A_{mj}^{(1)} y_d(\xi_j) = 0 \quad (27)$$

شرایط مرزی گسسته‌شده در روابط (27,26) را می‌توان به شکل ماتریس (28) نوشت.

$$K_b \delta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ A_{11}^{(1)} & A_{12}^{(1)} & \dots & A_{1(m-1)}^{(1)} & A_{1m}^{(1)} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ A_{m1}^{(1)} & A_{m2}^{(1)} & \dots & A_{m(m-1)}^{(1)} & A_{mm}^{(1)} \end{bmatrix} \delta = 0 \quad (28)$$

$$\int_0^1 R_d(\xi) \phi(\xi) d\xi = 0 \quad (13)$$

که $\phi(\xi)$ تابع وزن است و به صورت رابطه (14) در نظر گرفته می‌شود.

$$\phi(\xi) = F(\xi) \quad (14)$$

رابطه (15) با جایگذاری روابط (14,12) حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} \int_0^1 ((1+h) C_1 \frac{\partial^4 F}{\partial \xi^4} + (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H) C_1 \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} \\ - \mu^2 (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H) C_1 \frac{\partial^4 F}{\partial \xi^4} - \left(1 - \mu^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \right) \\ \times V^2 (1 + 2C_1 F + 3C_1^2 F^2 + 4C_1^3 F^3 + \dots \dots) (\sin \sigma_1 \xi \\ - \cos \sigma_1 \xi - \alpha_1 (\sinh \sigma_1 \xi - \cosh \sigma_1 \xi)) d\xi = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

تابع تعییر مکان استاتیکی با بدست آوردن مقدار C_1 حاصل می‌شود.

4- تحلیل فرکانسی

فرکانس طبیعی نیز با استفاده از روش مربعات دیفرانسیلی تعیین‌یافته پس از محاسبه تعییر مکان استاتیکی به دست آید. تعییر مکان دینامیکی سیستم را می‌توان به صورت رابطه (16) نوشت.

$$Y_d(\xi, \tau) = y_d(\xi) e^{i\omega\tau} \quad (16)$$

$y_d(\xi)$ تابع تعییر مکان و ω فرکانس ارتعاشی است. رابطه بی‌بعدشده (17) با جایگذاری رابطه (16) در رابطه (6) حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} (1+h) \frac{\partial^4 y_d(\xi)}{\partial \xi^4} + (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H) \frac{\partial^2 y_d(\xi)}{\partial \xi^2} \\ + 2\sqrt{\beta} U \Omega \frac{\partial y_d(\xi)}{\partial \xi} + C_d \Omega y_d(\xi) + \Omega^2 y_d(\xi) - \mu^2 (U^2 \\ - P - N_x^T - \pi_0 - H) \frac{\partial^4 y_d(\xi)}{\partial \xi^4} - 2\mu^2 \sqrt{\beta} U \Omega \frac{\partial^3 y_d(\xi)}{\partial \xi^3} \\ - \mu^2 C_d \Omega \frac{\partial^2 y_d(\xi)}{\partial \xi^2} - \mu^2 \Omega^2 \frac{\partial^2 y_d(\xi)}{\partial \xi^2} \\ = \left(1 - \mu^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \right) \frac{2V^2 y_d(\xi)}{(1-y_s)^3} \end{aligned} \quad (17)$$

4- روش مربعات دیفرانسیلی تعیین‌یافته

روش مربعات دیفرانسیلی نخستین بار توسط بلمن و همکارانش [51] ارائه شد. این روش در دامنه‌های منظم با تعداد گره‌های کم و حجم محاسبات پایین قادر به یافتن پاسخ‌های عددی با دقت بسیار زیاد است. سادگی محاسبات کم حجم، توانایی حل انواع مسائل و دقت بالای این روش در انتخاب آن در این مقاله بوده است. مشتقات مرتبه اول و دوم تابع $y_d(\xi)$ در نقطه ξ در روابط (19,18) نشان داده شده است.

$$\frac{dy_d(\xi)}{d\xi} \Big|_{\xi=\xi_i} = \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(1)} y_d(\xi_j) \quad (18)$$

$$\frac{d^2 y_d(\xi)}{d\xi^2} \Big|_{\xi=\xi_i} = \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(2)} y_d(\xi_j) \quad (19)$$

ر ξ نقاط مکانی مجرا، $y_d(\xi_j)$ مقدارهای تابع در این نقاط، $A_{ij}^{(1)}$ و $A_{ij}^{(2)}$ ضرایب وزنی تابع هستند که با مشتقات مرتبه اول و دوم تابع مرتبط و m هم تعداد نقاط مکانی مجراست. با استفاده از توابع درون‌یابی لگرانژ می‌توان فرمول‌بندی جبری رابطه (20) را برای محاسبه ضرایب وزنی مشتقات مرتبه اول محاسبه کرد.

$$A_{ij}^{(1)} = \begin{cases} \frac{M^{(1)}(\xi_i)}{(\xi_i - \xi_j) M^{(1)}(\xi_j)}, & i \neq j \quad i,j = 1,2,\dots,m \\ - \sum_{k=1, k \neq i}^m A_{ik}^{(1)}, & i = j \quad i = 1,2,\dots,m \end{cases} \quad (20)$$

که $M^{(1)}$ به صورت رابطه (21) تعریف شده است.

$$M^{(1)}(\xi_i) = \prod_{k=1, k \neq i}^m (\xi_i - \xi_k) \quad (21)$$

5- نتایج عددی

در این قسمت به بررسی نتایج حاصل از تأثیر تغییرات پارامترهای بی بعد مختلف مانند سرعت سیال، اثرات لایه سطحی، اثر پارامتر مقیاس طول، شدت میدان مغناطیسی، تأثیر بستر پسترناک و تحریک الکترواستاتیک بر تغییر مکان استاتیکی و فرکانس طبیعی نانولوله پرداخته می شود، همچنین صحت نتایج با مقایسه با نتایج حاصل از آن چه پیشتر در تحقیقات پیشین ارائه شده است تأیید می شود. نتایج بدست آمده این پژوهش می تواند در طراحی بهینه نانوساختارها از جمله نانوسنسورها و نانوسوئیچها مورد استفاده قرار گیرد.

5-1- تحلیل استاتیکی

مقادیر بی بعد مورد نیاز برای بررسی نتایج مگر در مواردی که پارامترهای دیگر قید شده باشد به صورت رابطه (37) آورده است.

$$\begin{aligned} h = 1, H = 5, \quad P = 10, N_x^T = 5, \quad \pi_0 = 5, V = 5, \\ \mu = 0.1, \quad U = 2, C_d = 0 \end{aligned} \quad (37)$$

در ابتدا نتایج بدست آمده در غیاب اثرات لایه سطحی، میدان مغناطیسی و نیروی حرارتی و مکانیکی براساس تئوری کلاسیک و با به کارگیری روش عددی مانده وزن دار با نتایج حاصل از روش عددی مریعات دیفرانسیلی که در مرجع [10] استفاده شده برای اعتبارسنجی و مقایسه در شکل 2 آورده شده است. در شکل 2 تغییر مکان بدون بعد سیستم به ازای مقادیر مختلف طول بی بعد نشان داده شده است. با توجه به آن مشخص می شود که نتایج طبق خوبی با مرجع [10] دارد و از درستی نتایج و روش حل اطمینان حاصل می شود. شکل 3 نیز نموار پاسخ تغییر مکان استاتیکی سیستم به ازای مقادیر مختلف اثرات ناشی از لایه سطحی را نشان می دهد که در آن محور افقی طول بی بعد سیستم است و محور عمودی دامنه پاسخ تغییر مکان استاتیکی تحت نیروی های خارجی را بیان می کند. با توجه به این شکل مشخص است که با افزایش اثرات لایه سطحی h تغییر مکان استاتیکی بی بعد شده کاهش می یابد. سیستم با افزایش مقادیر مختلف اثرات لایه سطحی سفت تر می شود، در نتیجه تغییر مکان کمتر می شود، همچنین با توجه به نتایج مشخص است که قید هندسی نیز برقرار می شود، به طوری که تغییر مکان در ابتدا و انتهای طول بی بعد شده نانولوله به دلیل وجود تکیه گاه به سمت صفر می کند. در شکل 4 تغییر مکان استاتیکی بر حسب ولتاژ الکترواستاتیک بی بعد شده در چندین مکان بررسی شده است. در این شکل محور عمودی

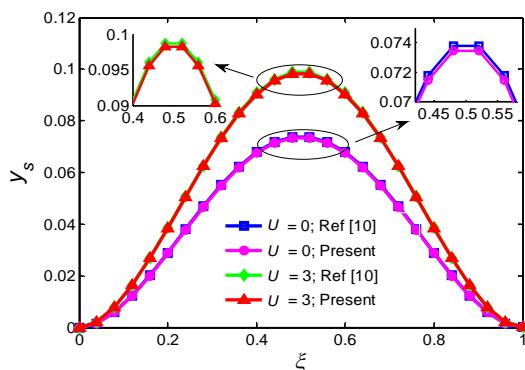


Fig. 2 Comparison of static displacement of the nanotube with Ref [10] for two dimensionless velocity parameter

شکل 2 مقایسه تغییر مکان استاتیکی نانولوله با مرجع [10] به ازای دو مقدار بی بعد شده سرعت

که در آن $K_b = [y_d(\xi_1) \quad y_d(\xi_2) \quad \dots \quad y_d(\xi_m)]^T$ و $\delta = \delta_d = [y_d(\xi_1) \quad y_d(\xi_2) \quad \dots \quad y_d(\xi_{m-1})]^T$ ماتریس به صورت $m \times m$ است. با تعریف کردن بردار به صورت $y_d(\xi_3) \quad y_d(\xi_4) \quad \dots \quad y_d(\xi_{m-4})$ و گسسته سازی روابط (28,25) و ترکیب آنها ماتریس (30,29) حاصل می شود.

$$\begin{bmatrix} K_b \\ KK \end{bmatrix} \delta + \begin{bmatrix} 0 \\ \Omega^2 + C_d \Omega - \frac{2V^2}{(1-y_s(\xi_i))^3} + \mu^2 \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(2)} \frac{2V^2}{(1-y_s(\xi_j))^3} \end{bmatrix} \times \delta_d = 0 \quad (29)$$

$$\begin{aligned} KK = & (1+h) \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(4)} + (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H) \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(2)} \\ & + 2\sqrt{\beta} U \Omega \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(1)} - \mu^2 C_d \Omega \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(2)} \\ & - \mu^2 (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H) \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(4)} \\ & - 2\mu^2 \sqrt{\beta} U \Omega \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(3)} - \mu^2 \Omega^2 \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(2)} \end{aligned} \quad (30)$$

همچنین می توان رابطه بالا به صورت رابطه (31) ساده سازی کرد.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} K_{bb} & K_{bd} \\ K_{db} & K_{dd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_b \\ \delta_d \end{bmatrix} + & (-2\mu^2 \sqrt{\beta} U \Omega \begin{bmatrix} 0 \\ A_{db}^{(3)} \\ A_{dd}^{(3)} \end{bmatrix}) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ & + ((U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H) - \mu^2 C_d \Omega \\ & - \mu^2 \Omega^2) \begin{bmatrix} 0 \\ A_{db}^{(2)} \\ A_{dd}^{(2)} \end{bmatrix} + 2\sqrt{\beta} U \Omega \begin{bmatrix} 0 \\ A_{db}^{(1)} \\ A_{dd}^{(1)} \end{bmatrix}) \begin{bmatrix} \delta_b \\ \delta_d \end{bmatrix} \\ & + (\Omega^2 + C_d \Omega - \frac{2V^2}{(1-y_s(\xi_i))^3} + \mu^2 \sum_{j=1}^m A_{ij}^{(2)} \frac{2V^2}{(1-y_s(\xi_j))^3}) \\ & \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_b \\ \delta_d \end{bmatrix} = 0 \end{aligned} \quad (31)$$

که [0] و [I] به ترتیب ماتریس های صفر و واحد و ضرباب رابطه بالا به صورت رابطه (32) است:

$$\begin{aligned} K_{db} = & ((1+h) - \mu^2 (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H)) A_{db}^{(4)} \\ K_{dd} = & ((1+h) - \mu^2 (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H)) A_{dd}^{(4)} \\ A_{dd}^{(i)} = & \begin{bmatrix} A_{13}^{(i)} & A_{14}^{(i)} & \dots & A_{1(m-3)}^{(i)} & A_{1(m-2)}^{(i)} \\ A_{23}^{(i)} & A_{24}^{(i)} & \dots & A_{2(m-3)}^{(i)} & A_{2(m-2)}^{(i)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ A_{m3}^{(i)} & A_{m4}^{(i)} & \dots & A_{m(m-3)}^{(i)} & A_{m(m-2)}^{(i)} \end{bmatrix} \\ A_{ab}^{(i)} = & \begin{bmatrix} A_{11}^{(i)} & A_{12}^{(i)} & A_{1(m-1)}^{(i)} & A_{1(m)}^{(i)} \\ A_{21}^{(i)} & A_{22}^{(i)} & A_{2(m-1)}^{(i)} & A_{2(m)}^{(i)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{m1}^{(i)} & A_{m2}^{(i)} & A_{m(m-1)}^{(i)} & A_{m(m)}^{(i)} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (32)$$

که در رابطه بالا $i = 1, 2, 3, 4$ است. با قدری عملیات جبری می توان رابطه (31) را به صورت رابطه (33) بازنویسی کرد.

$$\left(\begin{bmatrix} 0 & I \\ K_d & K_\omega \end{bmatrix} - \Omega \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & KC \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \delta_b \\ \delta_d \end{bmatrix} = 0 \quad (33)$$

که ضرباب K_d ، K_ω و KC به ترتیب به صورت روابط (36-34) تعریف می شود.

$$KC = -[I] + \mu^2 (A_{dd}^{(2)} - A_{db}^{(2)} K_{bb}^{-1} K_{bd}) \quad (34)$$

$$\begin{aligned} K_\omega = & 2\sqrt{\beta} U (A_{dd}^{(1)} - A_{db}^{(1)} K_{bb}^{-1} K_{bd}) \\ & - \mu^2 C_d (A_{dd}^{(2)} - A_{db}^{(2)} K_{bb}^{-1} K_{bd}) + C_d [I] \\ & - 2\mu^2 \sqrt{\beta} U (A_{dd}^{(3)} - A_{db}^{(3)} K_{bb}^{-1} K_{bd}) \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} K_d = & ((1+h) - \mu^2 (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H)) (A_{dd}^{(4)} \\ & - A_{db}^{(4)} K_{bb}^{-1} K_{bd}) + (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H \\ & + 2V^2) (A_{dd}^{(2)} - A_{db}^{(2)} K_{bb}^{-1} K_{bd}) - \frac{2V^2}{(1-y_s)^3} [I] \end{aligned} \quad (36)$$

فرکانس طبیعی نانولوله به ازای پارامترهای مختلف با محاسبه مقادیر ویژه معادله (33) حاصل می شود.

پیش‌بینی می‌کند. نتایج تئوری غیرکلاسیک به تئوری الاستیسیته کلاسیک ($\mu = 0$) با کاهش مقدار مقیاس طول نزدیک می‌شود. در این شکل اثرات میدان مغناطیسی، لایه سطحی، نیروی مکانیکی کششی که موجب افزایش سفتی سیستم می‌شود، نیز در نظر گرفته شده است. اثر پارامتر غیر محلی که سبب کاهش سفتی و بالطبع افزایش خیز استاتیکی سیستم می‌گردد به دلیل حضور این پارامترها تعییف می‌شود. در شکل 7 تغییر مکان استاتیکی بر حسب طول بی‌بعدشده به ازای مقادیر مختلف میدان مغناطیسی $H = 0, 1, 3, 5$ ترسیم شده است. وجود میدان مغناطیسی از خیز بیشتر نانولوله ۰, ۱, ۳, ۵ می‌باشد؛ بنابراین می‌توان این گونه بیان کرد که وجود میدان مغناطیسی در نانولوله موجب کاهش تغییر مکان استاتیکی و سفت شدن سیستم می‌شود.

5-2- تحلیل فرکانسی

در جدول ۱ به اعتبارسنجی و مقایسه نتایج با مطالعات پیشین برای یک حالت خاص پرداخته شده است. نتایج در غیاب جریان سیال، تحریک الکترواستاتیک، میدان مغناطیسی و نیروهای مکانیکی و حرارتی براساس تئوری کلاسیک حاصل شده است، همچنین کار حاضر با مرجع [53] با به کارگیری روش مربعات دیفرانسیلی، با مرجع [54] با روش تبدیل دیفرانسیلی و همچنین با مرجع [55] با استفاده از روش تحلیلی مقایسه شده

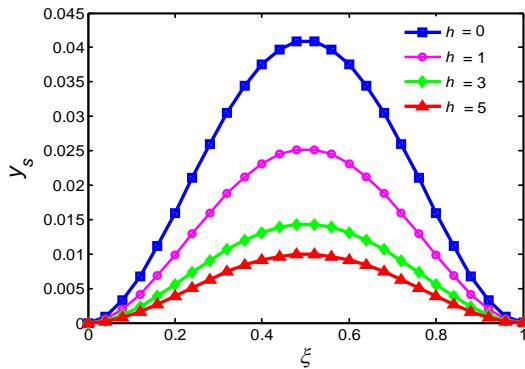


Fig. 3 تغییر مکان استاتیکی بر حسب طول بدون بعد به ازای مقادیر مختلف اثرات لایه سطحی

شکل 3 تغییر مکان استاتیکی بر حسب طول بدون بعد به ازای مقادیر مختلف اثرات لایه سطحی

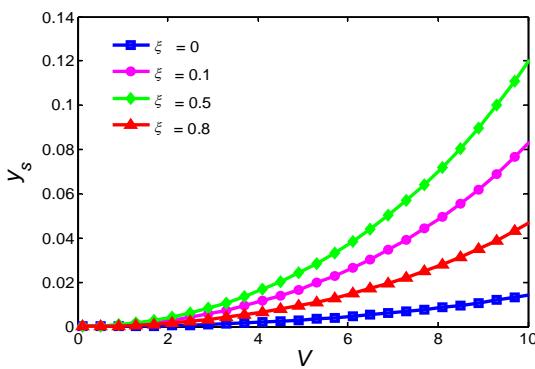


Fig. 4 تغییر مکان استاتیکی بر حسب ولتاژ الکترواستاتیک به ازای مقادیر مختلف طول بدون بعد

شکل 4 تغییر مکان استاتیکی بر حسب ولتاژ الکترواستاتیک به ازای مقادیر مختلف طول بدون بعد

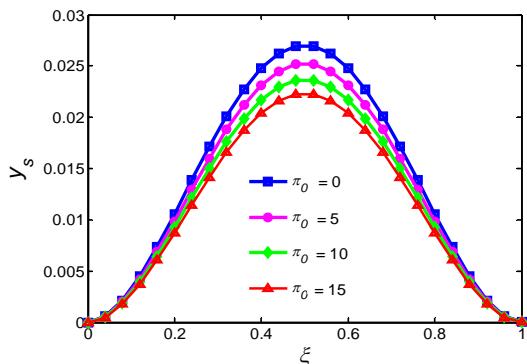


Fig. 5 تغییر مکان استاتیکی بر حسب طول بدون بعد به ازای مقادیر مختلف تنش باقی‌مانده در سطح

شکل 5 تغییر مکان استاتیکی بر حسب طول بدون بعد به ازای مقادیر مختلف تنش باقی‌مانده در سطح

تغییر مکان استاتیکی و محور افقی ولتاژ الکترواستاتیک است. در شکل 4 هرچه ولتاژ الکترواستاتیک V افزایش یابد، تغییر مکان استاتیکی y_s نیز افزایش می‌یابد، همچنین در این حالت تغییر مکان حداقل در میانه نانولوله رخ می‌دهد.

شکل 5 بیانگر تغییر مکان استاتیکی بر حسب طول بی‌بعد به ازای مقادیر مختلف تنش باقی‌مانده در سطح $\pi_0 = 0, 5, 10, 15$ است. در این شکل محور عمودی تغییرات خیز استاتیکی بی‌بعدشده و همچنین محور افقی نیز طول بی‌بعدشده نانولوله حامل سیال را نشان می‌دهد. با توجه به شکل تغییر مکان سیستم در تمام بازه طول نانولوله با افزایش تنش باقی‌مانده در سطح دچار کاهش می‌شود، همچنین در این حالت نیز قیود هندسی نیز برقرار شده و بیشترین مقدار تغییر مکان در میانه آن اتفاق می‌افتد.

در ادامه اثرات پارامتر مقیاس طول بر تغییر مکان استاتیکی نانولوله مورد مطالعه و بررسی قرار می‌گیرد. در شکل 6 اثر پارامتر مقیاس طول بر تغییر مکان استاتیکی سیستم نشان داده شده است. افزایش پارامتر مقیاس طول منجر به آن می‌شود که تغییر مکان افزایش یافته و در نتیجه سیستم در پارامتر مقیاس طول پایین‌تر، کاهش دامنه تغییر مکان استاتیکی را تجربه می‌کند. این رفتار به این دلیل است که انعطاف‌پذیری نانولوله با افزایش این پارامتر بیشتر شده و در نتیجه خیز استاتیکی نیز بیشتر می‌شود؛ بنابراین تئوری ارینگن نسبت به تئوری الاستیسیته کلاسیک رفتار نرم‌تری از ماده را

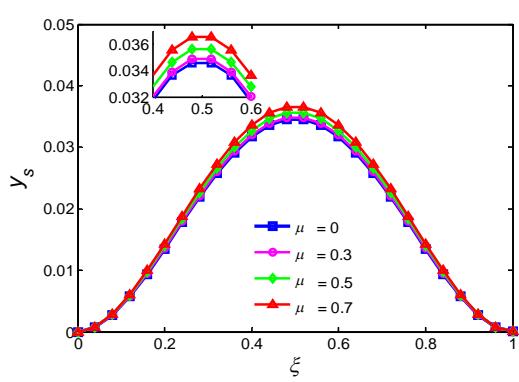


Fig. 6 تغییر مکان استاتیکی بر حسب طول بدون بعد به ازای مقادیر مختلف پارامتر بی‌بعدشده مقیاس طول (μ)

شکل 6 تغییر مکان استاتیکی بر حسب طول بدون بعد به ازای مقادیر مختلف پارامتر بی‌بعدشده مقیاس طول (μ)

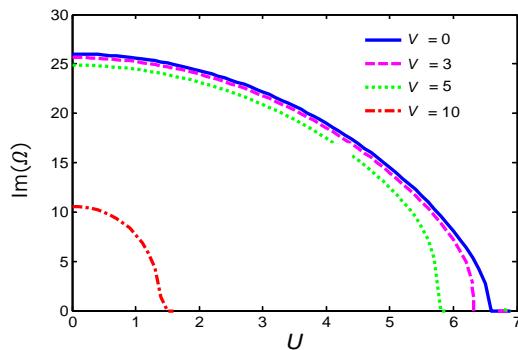


Fig. 8 Imaginary part of eigenvalue Ω versus velocity of fluid for various values of electrostatic voltage

شکل 8 قسمت موهومی مقدار ویژه Ω بر حسب سرعت سیال به ازای مقادیر مختلف ولتاژ الکترواستاتیک

بررسی پدیده ولتاژ پولین در نانوساختارهای الکترواستاتیک بسیار حائز اهمیت است. نانولوله ها با اعمال ولتاژ الکترواستاتیک بالاتر از حد مجاز در معرض ناپایداری قرار می گیرند. براساس شکل فرکانس با افزایش ولتاژ الکترواستاتیک تا ولتاژ پولین کاهش پیدا کرده و مقدار فرکانس در ولتاژ پولین صفر شده و ناپایداری رخ می دهد. از سویی دیگر نانولوله حامل سیال در تئوری کلاسیک ($\mu = 0$) در ولتاژ پولین نسبت به مقادیر دیگر ضربی مقیاس طول دچار ناپایداری می شود. ولتاژ پولین که سبب ناپایداری سیستم می شود در مقدار مقیاس طول بالاتر کاهش می یابد. برای بررسی اثرات شدت میدان مغناطیسی بر قسمت موهومی فرکانس طبیعی به ازای مودهای مختلف و سرعت جریان سیال $U = 3$, جدول 2 آورده شده است. در این جدول افزایش شدت میدان مغناطیسی موجب افزایش فرکانس طبیعی سیستم یا به بیانی دیگر سبب سفت شدن سیستم می شود. در جدول 3 به بررسی اثرات نیروی دمایی بر فرکانس ارتعاشی سیستم پرداخته می شود. با توجه به نتایج به دست آمده در جدول 3 فرکانس طبیعی نانولوله با افزایش نیروی حرارتی کاهش می یابد.

جهت درک بهتر تغییرات فیزیکی و اثرات آنها بر رفتار نانولوله، پارامترها در شکل های 11-13 به صورت با بعد در نظر گرفته شده است. شکل 11 تغییرات قسمت موهومی دامنه ارتعاش پرداخته شده است. سرعت سیال به ازای مودهای مختلف و نقاط ناپایداری آنها را نشان می دهد. با توجه به شکل

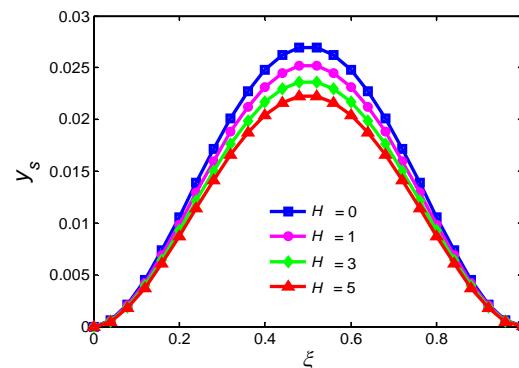


Fig. 7 Static displacement versus dimensionless length for various values of magnetic field

شکل 7 تغییر مکان استاتیکی بر حسب طول بدون بعد به ازای مقادیر مختلف میدان مغناطیسی

است. از مقایسه نتایج با روش تحلیلی دیده می شود که روش حاضر دارای دقت بسیار بالای نسبت به روش تبدیل دیفرانسیلی است. صحت نتایج با مقایسه با نتایج عددی و تحلیلی تأیید می شود. علاوه بر این نتایج در شکل ها و جداولی که در ادامه بررسی می شود براساس مقادیر عددی در رابطه (38) استخراج شده است.

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{1}{2}, h = 0, H = 5, P = 3, N_x^T = 2, \pi_0 = 5, V = 1 \\ \mu &= 0.1, U = 2, \beta = 0.5, m = 20, C_d = 0 \end{aligned} \quad (38)$$

در شکل 8 به بررسی قسمت موهومی Ω (بیانگر فرکانس ارتعاشی سیستم) بر حسب سرعت سیال به ازای مقادیر مختلف ولتاژ الکترواستاتیک پرداخته شده است. اعمال ولتاژ الکترواستاتیک سبب بیشتر کاهش اثرات قسمت موهومی می شود، همچنین افزایش سرعت سبب کاهش فرکانس ارتعاشی و در یک سرعت خاص فرکانس ارتعاشی صفر و بالطبع سرعت های بالاتر سبب ناپایداری سیستم می شود و نیز به ازای ولتاژ بالاتر در سرعت کمتری ناپایداری اتفاق می افتد. ترم نیروی گریز از مرکز سیال که متناسب با U^2 است با افزایش سرعت سیال افزایش می یابد و منجر به افزایش نیروی محوری فشاری می شود؛ بنابراین افزایش سرعت سیال منجر به کاهش سفتی سازه و افزایش دامنه ارتعاشات و کاهش فرکانس ارتعاشی سیستم می گردد. در شکل 9 به مطالعه و تحلیل ناپایداری سیستم پرداخته شده و قسمت حقیقی فرکانس بر حسب قسمت موهومی آن ترسیم شده است. با افزایش سرعت سیال مقدار ویژه سیستم نیز افزایش می یابد. در این شکل قسمت حقیقی مربوط به میرایی سیستم و قسمت موهومی آن مربوط به فرکانس نوسانی سیستم است، همچنین ناپایداری استاتیکی یا کمانش سیستم در سرعت $U = 6.567$ رخ می دهد. شکل 10 تأثیر پارامتر مقیاس طول بر قسمت موهومی Ω بر حسب ولتاژ الکترواستاتیک به ازای $H = 0$ را نشان می دهد.

جدول 1 مقایسه و اعتبارسنجی سه فرکانس ارتعاشی اول نانولوله با پژوهش های پیشین

Table 1 Comparison and validation of first three frequency of the nanotube with previous studies

مود	کار حاضر	مرجع [53]	مرجع [54]	مرجع [55]
اول	22.3732	22.3732	22.3447	22.3733
دوم	61.6728	61.6828	61.3790	61.6728
سوم	120.9033	120.9033	119.6770	120.9033

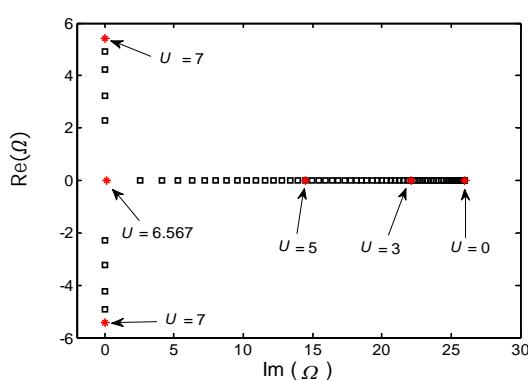
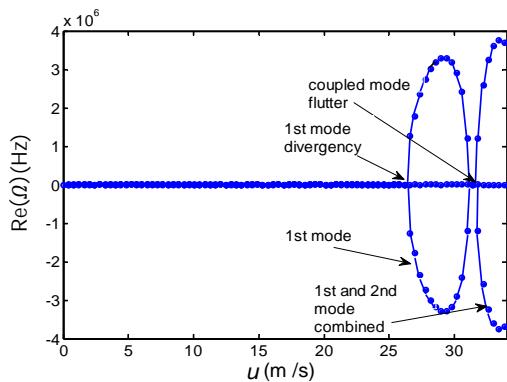


Fig. 9 Real part of eigenvalue Ω versus imaginary part of eigenvalue Ω for various values of velocity of fluid

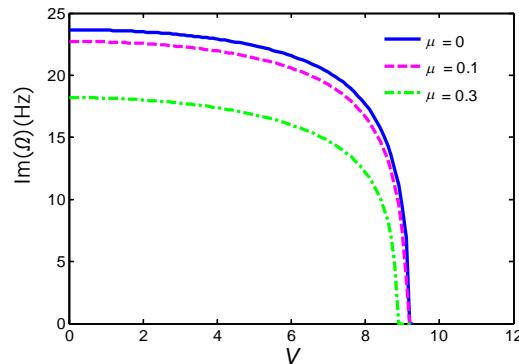
شکل 9 قسمت حقیقی مقدار ویژه Ω بر حسب قسمت موهومی مقدار ویژه Ω به ازای مقادیر مختلف سرعت سیال



شکل 12 تغییرات قسمت حقیقی مقدار ویژه Ω بر حسب سرعت سیال به از مودهای مختلف ارتعاشی

آورده شده است. در این شکل قسمت حقیقی فرکانس تا پیش از ناپایداری استاتیکی مقدار صفر را داشته و پس از سرعت $u=26.5767\text{m/s}$ قسمت حقیقی در مود اول دو شاخه می‌شود. دو مود ارتعاشی اول در $u=31.7583\text{m/s}$ ترکیب شده و قسمت حقیقی مقادیر ویژه پس از آن مثبت و سیستم ناپایدار می‌شود. دامنه ارتعاشات سیستم برای سرعت‌های سیال پایین به دلیل خاصیت میرایی سیال که در ترم نیروی کوریولیس ظاهر می‌شود پس از گذشت زمان کاهش می‌یابد و در نهایت سیستم به موقعیت تعادل پایدار خود بازمی‌گردد، اما افزایش زمان منجر به افزایش دامنه ارتعاشات می‌شود و سیستم دچار ناپایداری دینامیکی می‌شود [56]. براساس شکل‌های 11 و 12 افزایش سرعت سیال برای یک نانولوله دو سرگیردار از مقدار صفر در ابتدا به دلیل افزایش نیروی گریز از مرکز منجر به ناپایداری استاتیکی می‌شود و با افزایش بیشتر سرعت سیال در محدوده $u=31.0174\text{m/s}$ تا $u=31.7583\text{m/s}$ پایداری دوباره سیستم حاصل می‌شود به طوری که در این محدوده قسمت حقیقی مقدار ویژه دارای مقدار صفر و قسمت موهومی مقدار ویژه دارای مقداری مخالف صفر است، هر چند که ناپایداری دینامیکی به دلیل وجود میرایی منفی حاصل از جریان سیال برای سرعت‌های بالاتر از $u=31.7583\text{m/s}$ رخ می‌دهد.

شکل 13 برای بررسی تأثیر میرایی (C_d) بر پدیده ناپایداری سیستم بر حسب سرعت سیال ترسیم شده است. با توجه به شکل افزایش پارامتر میرایی با کاهش اول بیشتر و در فرکانس‌های بالاتر کمتر است. علاوه‌بر این سرعت بحرانی مربوط به ناپایداری استاتیکی مستقل از ضربی میرایی است و قسمت حقیقی مقادیر ویژه همگی در سرعت $u=26.5767\text{m/s}$ به یکدیگر برخورد کرده و دارای مقدار صفر است و با افزایش سرعت مقدار آن‌ها مثبت می‌شوند. به دلیل این که قسمت موهومی دارای مقدار صفر است، سرعت $u=26.5767\text{m/s}$ بیانگر سرعت ناپایداری استاتیکی است [59-57]. همچنین افزایش میرایی سبب می‌شود پدیده ادغام فرکانسی در سرعت بالاتری رخ دهد، به طوری که پدیده ادغام فرکانسی در سرعت $u=31.7583\text{m/s}$ در $C_d = 0$ و در $u=31.7583\text{m/s}$ در $C_d = 15$ و در $u=34.4252\text{m/s}$ در $C_d = 30$ و همچنین در $u=34.6162\text{m/s}$ در $C_d = 40$ و در $u=34.7506\text{m/s}$ در $C_d = 40$ رخ می‌دهد. وجود میرایی سبب می‌شود که محدوده ناحیه ناپایداری دوباره بعد از ناپایداری استاتیکی افزایش یابد.



شکل 10 قسمت موهومی مقدار ویژه Ω بر حسب ولتاژ الکترواستاتیک به از مقدار پارامتر مقیاس طول

جدول 2 اثرات میدان مغناطیسی بر سه فرکانس ارتعاشی اول و 3

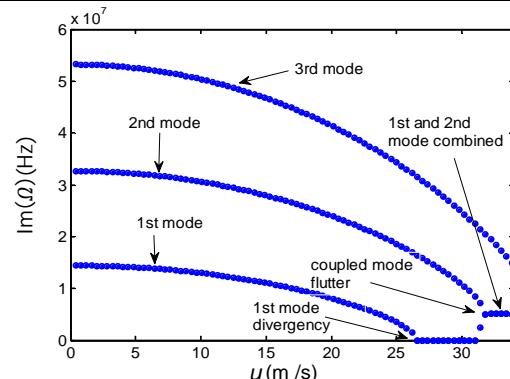
Table 2 The effects of magnetic field on the first three frequency and $U = 3$

مود	شدت میدان مغناطیسی		
	$H = 5$	$H = 3$	$H = 0$
اول	22.12705	21.44388	20.37853
دوم	53.38458	52.33528	50.72410
سوم	88.31833	86.94809	84.85382

جدول 3 اثرات نیروی دمایی بر سه فرکانس ارتعاشی اول (MHz)

Table 3 The effects of thermal load on the first three vibration frequency (MHz)

مود	نیروی دمایی		
	$N_x^T = 20$	$N_x^T = 10$	$N_x^T = 0$
اول	9.98723	11.48970	13.13557
دوم	24.03548	27.64789	30.77190
سوم	43.68795	46.68715	50.63557



شکل 11 قسمت موهومی مقدار ویژه Ω بر حسب سرعت سیال به از مودهای مختلف ارتعاشی

قسمت موهومی فرکانس با افزایش سرعت کاهش یافته و فرکانس ارتعاشی در سرعت $u=26.5767\text{m/s}$ صفر می‌شود و ناپایداری استاتیکی رخ می‌دهد. با افزایش سرعت در $u=31.7583\text{m/s}$ مود اول و دوم ارتعاشی ترکیب شده و ناپایداری دینامیکی (فلاتر) رخ می‌دهد. شکل 12 برای بررسی ناپایداری و تغییرات قسمت حقیقی فرکانس به از سرعت سیال به از مودهای مختلف

می شود در مقدار مقیاس طول بالاتر کاهش می یابد. همچنین قسمت موهومی فرکانس با افزایش سرعت کاهش یافته و مود اول و دوم پس از ناپایداری فلاتر با هم ترکیب می شوند. علاوه بر این قسمت حقیقی فرکانس تا پیش از ناپایداری استاتیکی مقدار صفر را داشته و ناپایداری استاتیکی در یک سرعت مشخص و مستقل از مقدار میرایی اتفاق می افتد. وجود میرایی سبب می شود که محدوده پایداری دوباره بعد از ناپایداری استاتیکی افزایش یابد و پدیده ادغام فرکانسی در سرعت بالاتر از سیال رخ دهد. در نهایت می توان بیان کرد که نتایج بدست آمده می تواند در طراحی و مدل سازی دقیق نanosاختارها مفید باشد.

7- مراجع

- [1] F. Najar, S. El-Borgi, J. Reddy, K. Mrabet, Nonlinear nonlocal analysis of electrostatic nanoactuators, *Composite Structures*, Vol. 120, No. 1, pp. 117-128, 2015.
- [2] M. M. S. Fakhraabadi, A. Rastgo, M. T. Ahmadian, Application of electrostatically actuated carbon nanotubes in nanofluidic and bio-nanofluidic sensors and actuators, *Measurement*, Vol. 73, No. 1, pp. 127-136, 2015.
- [3] J. Han, Q. Zhang, W. Wang, Static bifurcation and primary resonance analysis of a MEMS resonator actuated by two symmetrical electrodes, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 80, No. 3, pp. 1585-1599, 2015.
- [4] R. Gholami, R. Ansari, H. Rouhi, Studying the effects of small scale and Casimir force on the non-linear pull-in instability and vibrations of FGM microswitches under electrostatic actuation, *Non-Linear Mechanics*, Vol. 77, No. 1, pp. 193-207, 2015.
- [5] M. Shaat, A. Abdelkefi, Pull-in instability of multi-phase nanocrystalline silicon beams under distributed electrostatic force, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 90, No. 1, pp. 58-75, 2015.
- [6] M. Rahaeifard, M. Ahmadian, K. Firoozbakhsh, Vibration analysis of electrostatically actuated nonlinear microbridges based on the modified couple stress theory, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 39, No. 21, pp. 6694-6704, 2015.
- [7] H. M. Sedighi, F. Daneshmand, M. Abadyan, Modeling the effects of material properties on the pull-in instability of nonlocal functionally graded nano-actuators, *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, Vol. 96, No. 3, pp. 385-400, 2015.
- [8] Y. T. Beni, M. Abadyan, Use of strain gradient theory for modeling the size-dependent pull-in of rotational nano-mirror in the presence of molecular force, *Modern Physics B*, Vol. 27, No. 18, pp. 1-18, 2013.
- [9] M. Mojahedi, M. Ahmadian, K. Firoozbakhsh, The influence of the intermolecular surface forces on the static deflection and pull-in instability of the micro/nano cantilever gyroscopes, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 56, No. 1, pp. 336-343, 2014.
- [10] H. Dai, L. Wang, Q. Ni, Dynamics and pull-in instability of electrostatically actuated microbeams conveying fluid, *Microfluidics and Nanofluidics*, Vol. 18, No. 1, pp. 49-55, 2015.
- [11] H. Dai, L. Wang, Dynamics and stability of magnetically actuated pipes conveying fluid, *Structural Stability and Dynamics*, Vol. 16, No. 6, pp. 1-13, 2015.
- [12] A. R. Askari, M. Tahani, Size-dependent dynamic pull-in analysis of beam-type MEMS under mechanical shock based on the modified couple stress theory, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 39, No. 2, pp. 934-946, 2015.
- [13] M. Rahaeifard, M. Ahmadian, On pull-in instabilities of microcantilevers, *Engineering Science*, Vol. 87, No. 1, pp. 23-31, 2015.
- [14] A. K. Pandey, Effect of coupled modes on pull-in voltage and frequency tuning of a NEMS device, *Micromechanics and Microengineering*, Vol. 23, No. 8, pp. 1-9, 2013.
- [15] L. Ruzziconi, A. M. Bataineh, M. I. Younis, W. Cui, S. Lenci, Nonlinear dynamics of an electrically actuated imperfect microbeam resonator: experimental investigation and reduced-order modeling, *Micromechanics and Microengineering*, Vol. 23, No. 7, pp. 1-14, 2013.

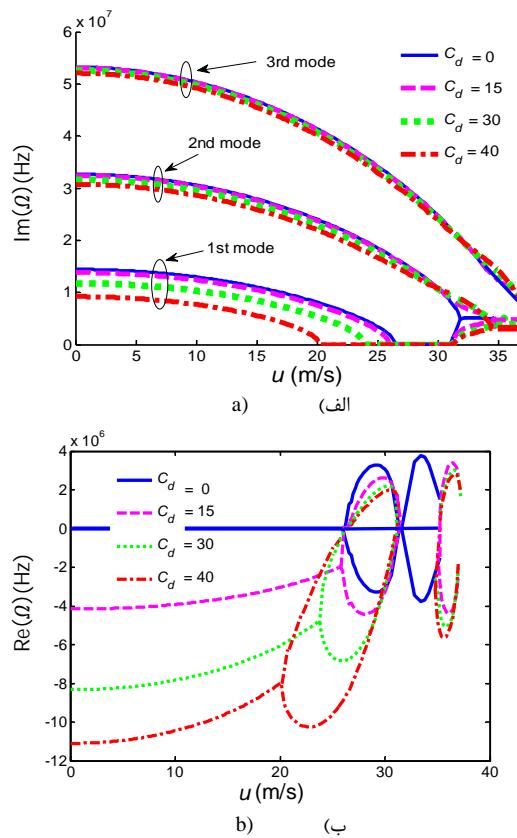


Fig. 13 Eigenvalues Ω versus velocity of fluid for various values of damping parameter (a) imaginary; (b) real parts

شکل 13 مقدار ویژه Ω بر حسب سرعت سیال بازای مقدار مختلف ضریب میرایی (الف) قسمت موهومی (ب) قسمت حقیقی

6- نتیجه گیری و جمع بندی

رفتار وابسته به اندازه یک نانولوله همگن الاستیک دوسرگیردار حامل سیال تحت تأثیر میدان مغناطیسی و تحریک الکترواستاتیکی با در نظر گرفتن اثرات لایه سطحی و نیروی مکانیکی و حرارتی در این پژوهش مطالعه شد. معادله حاکم بر تغییر شکل استاتیکی نانولوله با استفاده از روش وزن دار و فرکانس ارتعاشی با به کار گیری روش مربعات دیفرانسیلی تعمیم یافته حل شدند. علاوه بر این به بررسی ناپایداری، ولتاژ پولین و همچنین تأثیر پارامترهای مختلف مانند سرعت سیال، پارامتر مقیاس طول، میدان مغناطیسی، تحریک الکترواستاتیک و اثرات لایه سطحی بر تغییر شکل استاتیکی و فرکانس طبیعی سیستم پرداخته شد. نتایج بدست آمده با مطالعات پیشین مقایسه و نشان داده شد که نتایج استخراج شده از دقت بالای برخوردار است.

در ادامه خلاصه ای از نتایج بدست آمده ارائه می شود. جابه جایی استاتیکی نانولوله حامل سیال با افزایش سرعت افزایش می یابد. هرچه ولتاژ الکترواستاتیک افزایش یابد تغییر مکان استاتیکی نیز افزوده می شود. همچنین اعمال میدان مغناطیسی در نانولوله موجب کاهش تغییر مکان استاتیکی و سفت تر شدن رفتار سیستم می شود. ناپایداری استاتیکی به ازای ولتاژ بالاتر در سرعت کمتری اتفاق می افتد. تئوری غیر کلاسیک ارینگن نسبت به تئوری الاستیسیته کلاسیک رفتار نرم تری از خود نشان می دهد و افزایش پارامتر مقیاس طول سبب کاهش فرکانس طبیعی سیستم شده و ناپایداری در سرعت کمتری رخ می دهد. ولتاژ پولین که سبب ناپایداری سازه

- Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Vol. 83, No. 1, pp. 275-283, 2016.
- [35] S. Oveissi, h. nahvi, D. Toghraie, The study of dynamic behavior (transverse vibrations) and stability analysis of Three-walled carbon nanotubes conveying fluid, *Solid Mechanics in Engineering*, Vol. 6, No. 1, pp. 15-23, 2012. (in Persian) [فارسی]
- [36] Y.-Z. Wang, H.-T. Cui, F.-M. Li, K. Kishimoto, Effects of viscous fluid on wave propagation in carbon nanotubes, *Physics Letters A*, Vol. 375, No. 24, pp. 2448-2451, 2011.
- [37] S. Oveissi, h. nahvi, D. Toghraie, Axial wave propagation analysis in fixed and dynamic of carbon nanotubes conveying fluid, *Solid Mechanics in Engineering*, Vol. 8, No. 2, pp. 108-115, 2015. (in Persian) [فارسی]
- [38] R. Ansari, Khalkhali, A. Norouzzadeh, R. Gholami, Forced vibration analysis of conveying fluid carbon nanotube resting on elastic foundation based on modified couple stress theory, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 27-34, 2015. (in Persian) [فارسی]
- [39] J. Zhang, S. Meguid, Effect of surface energy on the dynamic response and instability of fluid-conveying nanobeams, *Mechanics A/Solids*, Vol. 58, No. 1, pp. 1-9, 2016.
- [40] R. Ansari, A. Norouzzadeh, R. Gholami, M. F. Shojaei, M. Hosseinzadeh, Size-dependent nonlinear vibration and instability of embedded fluid-conveying SWBNNTs in thermal environment, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Vol. 61, No. 1, pp. 148-157, 2014.
- [41] Y.-X. Zhen, B. Fang, Nonlinear vibration of fluid-conveying single-walled carbon nanotubes under harmonic excitation, *Non-Linear Mechanics*, Vol. 76, No. 1, pp. 48-55, 2015.
- [42] R. Ansari, R. Gholami, A. Norouzzadeh, M. Darabi, Surface stress effect on the vibration and instability of nanoscale pipes conveying fluid based on a size-dependent Timoshenko beam model, *Acta Mechanica Sinica*, Vol. 31, No. 5, pp. 708-719, 2015.
- [43] R. Ansari, R. Gholami, A. Norouzzadeh, M. Darabi, Wave characteristics of nanotubes conveying fluid based on the non-classical timoshenko beam model incorporating surface energies, *Arabian Journal for Science and Engineering*, Doi 10.1007/s13369-016-2132-4, 2016.
- [44] S. Kural, E. Özkaya, Size-dependent vibrations of a micro beam conveying fluid and resting on an elastic foundation, *Journal of Vibration and Control*, Doi: 10.1177/1077546315589666, 2015.
- [45] R. Ansari, A. Norouzzadeh, R. Gholami, M. F. Shojaei, M. Darabi, Geometrically nonlinear free vibration and instability of fluid-conveying nanoscale pipes including surface stress effects, *Microfluidics and Nanofluidics*, Vol. 20, No. 1, pp. 1-14, 2016.
- [46] R. Ansari, R. Gholami, A. Norouzzadeh, Size-dependent thermo-mechanical vibration and instability of conveying fluid functionally graded nanoshells based on Mindlin's strain gradient theory, *Thin-Walled Structures*, Vol. 105, No. 1, pp. 172-184, 2016.
- [47] R. Ansari, R. Gholami, A. Norouzzadeh, S. Sahmani, Size-dependent vibration and instability of fluid-conveying functionally graded microshells based on the modified couple stress theory, *Microfluidics and Nanofluidics*, Vol. 19, No. 3, pp. 509-522, 2015.
- [48] A. G. Arani, M. Roudbari, Nonlocal piezoelectric surface effect on the vibration of visco-Pasternak coupled boron nitride nanotube system under a moving nanoparticle, *Thin Solid Films*, Vol. 542, No. 1, pp. 232-241, 2013.
- [49] F. Tornabene, A. Marzani, E. Viola, I. Elishakoff, Critical flow speeds of pipes conveying fluid using the generalized differential quadrature method, *Advances in Theoretical and Applied Mechanics*, Vol. 3, No. 3, pp. 121-138, 2010.
- [50] G. Rezazadeh, H. Madinei, R. Shabani, Study of parametric oscillation of an electrostatically actuated microbeam using variational iteration method, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 36, No. 1, pp. 430-443, 2012.
- [51] R. Bellman, J. Casti, Differential quadrature and long-term integration, *Mathematical Analysis and Applications*, Vol. 34, No. 2, pp. 235-238, 1971.
- [52] S. Eftekhari, A differential quadrature procedure with regularization of the Dirac-delta function for numerical solution of moving load problem, *Solids and Structures*, Vol. 12, No. 7, pp. 1241-1265, 2015.
- [53] S. Khani, N. Tabandeh, M. Ghomshei, Natural frequency analysis of non-uniform smart beams with piezoelectric layers, using [16] M. Zamanzadeh, G. Rezazadeh, I. Jafarsadeghi-Poornaki, R. Shabani, Static and dynamic stability modeling of a capacitive FGM micro-beam in presence of temperature changes, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 37, No. 10, pp. 6964-6978, 2013.
- [17] B. Abbasnejad, G. Rezazadeh, R. Shabani, Stability analysis of a capacitive fgm micro-beam using modified couple stress theory, *Acta Mechanica Solida Sinica*, Vol. 26, No. 4, pp. 427-440, 2013.
- [18] M. Sadeghi, M. Fathalilou, G. Rezazadeh, Study on the size dependent behavior of a micro-beam subjected to a nonlinear electrostatic pressure, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 15, pp. 137-144, 2015. (in Persian) [فارسی]
- [19] E. Poloei, M. Zamanian, S. A. A. Hosseini, Static deflection and natural frequency analysis of a two-layered electrostatically actuated microcantilever for finding the optimum configuration, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 5, pp. 245-253, 2015. (in Persian) [فارسی]
- [20] M. Fathalilou, M. Rezaee, A comparison between two approaches for solving the governing nonlinear equation of vibrations of electrostatic micro-sensors, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 6, pp. 101-107, 2016. (in Persian) [فارسی]
- [21] N. Cheraghi, M. Lezgy-Nazargah, An exact bending solution for functionally graded magneto-electro-elastic plates resting on elastic foundations with considering interfacial imperfections, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 12, pp. 346-356, 2015. (in Persian) [فارسی]
- [22] H. Bani Asadi, M. Modaberifar, A. Pak, fabrication and development of a capacitive-type linear encoder using electrostatic induction, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 3, pp. 153-160, 2016. (in Persian) [فارسی]
- [23] R. Barretta, L. Feo, R. Luciano, F. M. de Sciarra, Variational formulations for functionally graded nonlocal Bernoulli-Euler nanobeams, *Composite Structures*, Vol. 129, No. 1, pp. 80-89, 2015.
- [24] Y. Tadi Beni, I. Karimipour, Static pull-in instability analysis of beam type NEMS under molecular force using strain gradient theory, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 12, No. 3, pp. 37-49, 2012. (in Persian) [فارسی]
- [25] L. Liu, J. Qian, B. Li, Y. Cui, X. Zhou, X. Guo, W. Ding, Fabrication of rutileTiO₂ tapered nanotubes with rectangular cross-sections via anisotropic corrosion route, *Chemical Communications*, Vol. 46, No. 14, pp. 2402-2404, 2010.
- [26] J. Hu, Z. Chen, H. Jiang, Y. Sun, Y. Bando, D. Golberg, Rectangular or square, tapered, and single-crystal PbTe nanotubes, *Materials Chemistry*, Vol. 19, No. 19, pp. 3063-3068, 2009.
- [27] C. Gao, M. Ai, X. Li, Z. Xu, Basic amino acid assisted-fabrication of rectangular nanotube, circular nanotube, and hollow microsphere of polyaniline: Adjusting and controlling effect of pH value, *Polymer Science Part A: Polymer Chemistry*, Vol. 49, No. 10, pp. 2173-2182, 2011.
- [28] J. S. Jung, J. W. Lee, K. Kim, M. Y. Cho, S. G. Jo, J. Joo, Rectangular nanotubes of copper phthalocyanine: Application to a single nanotube transistor, *Chemistry of Materials*, Vol. 22, No. 7, pp. 2219-2225, 2010.
- [29] G.-F. Wang, X.-Q. Feng, Timoshenko beam model for buckling and vibration of nanowires with surface effects, *physics D: applied physics*, Vol. 42, No. 15, pp. 1-5, 2009.
- [30] K. Kiani, Longitudinal and transverse instabilities of moving nanoscale beam-like structures made of functionally graded materials, *Composite Structures*, Vol. 107, No. 1, pp. 610-619, 2014.
- [31] L. Wang, Vibration analysis of fluid-conveying nanotubes with consideration of surface effects, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Vol. 43, No. 1, pp. 437-439, 2010.
- [32] H. Jiang, C. Wang, Y. Luo, Vibration of piezoelectric nanobeams with an internal residual stress and a nonlinear strain, *Physics Letters A*, Vol. 379, No. 40, pp. 2631-2636, 2015.
- [33] S. Oveissi, S. A. Eftekhari, D. Toghraie, Longitudinal vibration and instabilities of carbon nanotubes conveying fluid considering size effects of nanoflow and nanostructure, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Vol. 83, No. 1, pp. 164-173, 2016.
- [34] S. Oveissi, D. Toghraie, S. A. Eftekhari, Longitudinal vibration and stability analysis of carbon nanotubes conveying viscous fluid,

- [57] M. Hosseini, M. Sadeghi-Goughari, S. Atashipour, M. Eftekhari, Vibration analysis of single-walled carbon nanotubes conveying nanoflow embedded in a viscoelastic medium using modified nonlocal beam model, *Archives of Mechanics*, Vol. 66, No. 4, pp. 217-244, 2014.
- [58] M. Hosseini, M. Sadeghi-Goughari, Vibration and instability analysis of nanotubes conveying fluid subjected to a longitudinal magnetic field, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 40, No. 4, pp. 2560-2576, 2016.
- [59] R. Bahaaadini, M. Hosseini, Effects of nonlocal elasticity and slip condition on vibration and stability analysis of viscoelastic cantilever carbon nanotubes conveying fluid, *Computational Materials Science*, Vol. 114, No. 1, pp. 151-159, 2016.
- differential quadrature method, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 58, No. 1, pp. 303-311, 2014.
- [54] F. Ebrahimi, E. Salari, Thermo-mechanical vibration analysis of nonlocal temperature-dependent FG nanobeams with various boundary conditions, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 78, No. 1, pp. 272-290, 2015.
- [55] D. N. Sathyanarayana, *Vibrational spectroscopy: theory and applications*, pp. 205-220, New York: New Age International, 2015.
- [56] M. Tang, Q. Ni, L. Wang, Y. Luo, Y. Wang, Nonlinear modeling and size-dependent vibration analysis of curved microtubes conveying fluid based on modified couple stress theory, *Engineering Science*, Vol. 84, No. 1, pp. 1-10, 2014.