ماهنامه علمى پژوهشى





mme.modares.ac.ir

شناسایی خواص حرارتی عایقهای پلیمری با استفاده از آنالیز معکوس؛ فوم سرامیکی زیر *ک*ونیا

زينب شعبان پورفو لادى1، كورش گودرزى2*

۱-دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه یاسوج، یاسوج
 2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یاسوج، یاسوج
 * یاسوج، صندوق پستی kgoudarzi@yu.ac.ir ،7591874934

چکیدہ	اطلاعات مقاله
در سالهای اخیر استفاده از پلیمرهای عایق در زمینههای مختلف گسترش پیدا کرده است. لذا با توجه به اهمیت و کاربرد این نوع پلیمرها در صنایع گوناگون، بررسی خصوصیات رفتاری آنها از جمله خصوصیات حرارتی جهت استفاده بهینه و بهصرفه از آنها ضروری به نظر میرسد. در این پژوهش با در نظر گرفتن فوم سرامیکی زیرکونیا بهصورت یک بعدی به تخمین خواص تابشی و هدایتی این نوع فوم بهعنوان یک عایق	مقاله پژوهشی کامل دریافت: 10 آبان 1396 پذیرش: 29 آبان 1396 ابائه در سایت: 22 م 1396
— پلیمری با استفاده از روش انتقال حرارت معکوس پرداخته شده است. روش انتقال حرارت به کار رفته در این پژوهش روش گرادیان مزدوج	الله در شایف. کرد دی ۱۵۶۵ کلید واژگان:
میباشد. همچنین از روش عددی حجم محدود برای حل معادلات انرژی و تابش بهره برده شده است. مسئله انتقال حرارت معکوس برای	عايقهاى پليمرى
تخمین پارامترهای تابش– هدایت با در نظر گرفتن دو حالت، تک سنسور و دو سنسور و با در نظر گرفتن حدس.های اولیه مختلف حل شده	تشعشع
است. برای حل مسئله معکوس از دادههای مربوط به حل مستقیم استفاده شده و با وارد کردن مقداری خطا، این دادهها در حل معکوس به کار	أناليز معكوس
گرفته شده است. نتایج نشان میدهد که الگوریتم گرادیان مزدوج برای محاسبه خواص تابشی و هدایتی پلیمرهای عایق حرارتی نتایج قابل	گرادیان مزدوج
قبولی ارائه میدهد و همچنین با افزایش تعداد سنسورها دقت پارامترهای تخمین زده شده با استفاده از الگوریتم گرادیان مزدوج افزایش مییابد.	

Identification of thermal properties of polymer insulationsusing inverse analysis; zirconia ceramic foam

Zeinab Shabanpour Foladi, 'Koorosh Goudarzi*

Department of Mechanical Engineering, Yasouj University, Yasouj, Iran *P.O.B. 7591874934, Yasouj, Iran, kgoudarzi@yu.ac.ir

و کاربرد پلیمرها در زمینههای مختلف، بررسی خصوصیات حرارتی، جهت

استفاده بهینه و بهصرفه از آنها ضروری به نظر میرسد. در سالهای گذشته

مطالعه بر روی خواص تشعشعی مواد پلیمری از جمله پلیمرهای عایق

برای تعریف خواص تشعشعی فوم عایق ارائه دادند. لورتز در سال 2008

در سال 2005 پلاسیدو [1] و در سال 2008 کوارد [2] مدل هایی را

تشعشعى توسط محققين بسيارى انجام شده است.

ARTICLE INFORMATION	ABSTRACT
Original Research Paper Received 01 November 2017 Accepted 20 November 2017 Available Online 12 January 2018	In recent years, the use of insulation polymers in various fields has expanded. Therefore, Considering the importance and application of these polymers in various industries, their behavioral characteristics, including thermal properties evaluating their performance and the optimized and efficient use of them is necessary. The study also estimates that radiant and conductive properties of zirconia ceramic foam as
Keywords: Polymer insulations; Radiation Inverse analysis; Conjugate gradient	an insulating polymer using inverse heat transfer method are discussed. Heat transfer method used in this paper is conjugate gradient method. The control volume numerical methods for solving the energy and radiation are used. The problem of inverse heat transfer is solved for estimation of radiation- conduction parameters by considering two modes, single sensors and two sensors and taking into account different initial guesses. For solving the inverse problem, the data used for direct solving are
	used and by entering some error, these data are used in the inverse solution. The results show that conjugate gradient algorithm for calculating the properties of radiative and conductive thermal insulation polymer gives acceptable results and also with the increasing number of sensors, parameters are estimated accurately using the conjugate gradient algorithm increases.

1- مقدمه

با گسترش علم و تکنولوژی، نیاز به وجود موادی با کارایی بالا و هزینه تولید کمتر بیش از پیش احساس میشود. با توجه به خواص و ویژگیهای فیزیکی پلیمرها، از جمله انتقال حرارت بسیار پایین، این مواد بهعنوان گزینهای مهم در انتخاب عایقهای حرارتی محسوب میشوند. بهعنوان مثال میتوان به عایقهای فیبری، ایروژلها، کامپوزیتهای پلیمری اشاره کرد. نظر به اهمیت

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Z. Shabanpour Foladi, K. Goudarzi, Identification of thermal properties of polymer insulationsusing inverse analysis; zirconia ceramic foam, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 01, pp. 327-334, 2018 (in Persian)

مقایسهای بین مدل های تحلیلی مختلف که برای محاسبه خواص تابشی فوم جامد استفاده شده انجام داد [3]. در سال 2008 هویجن و همکاران با استفاده از طیفسنجی تبدیل فوریه مادون قرمزخواص تشعشعی را برای یک فیلم نازک پلیمری که در محدوده دمای متوسط محیط مورد استفاده قرار می گرفت محاسبه کردند. آن ها آزمایشات خود را برای چهار نوع فیلم نازک پلیمر با جزء حجمی بالا انجام دادند و نتایج حاصل از خواص تشعشعی را با هم مقایسه نمودند [4]. با استفاده از روش تقریب ایتیک هندسی^۱ در سال 2009، كوكوارد خواص تشعشعي فوم پلياستايرن منبسط شده را بهدست آورد [5]. كامرلن در سال2010 تركيبات پيچيدهتري از فوم عايق پلياستايرن منبسط شده را در نظر گرفت و با توجه ویژه به مدلسازی خواص تشعشعی پایه که ناحیه اتصال بین دیوارههای سلول است، با استفاده از تقریب اپتیک هندسی مقدار جذب، ضریب عبور و تابع فاز را محاسبه نمود و نتایج حاصله را با نتایج تئوری و آزمایشگاهی مقایسه کرد [6]. خواص تابشی و میزان انتقال حرارت در فيبر آئروژل سيليكا در سال 2012 توسط زاوو و همكاران با استفاده از تئوری پراش غیرعادی^۲ که با مدل انتقال حرارت هدایتی و تابشی تركيب شده بود بررسى شد [7]. در سال 2013 گاوشنگ با استفاده از مقدار عبور طیفی، ضریب جذب طیفی ویژه و ضریب جذب متوسط روزلند را برای ايروژل سيليكا محاسبه نمود. همچنين وى ضريب هدايت حرارتى را نيز با استفاده از روش نوار داغ ناپایدار محاسبه کرد [8]. در سال 2013 کوکوارد با در نظر گرفتن یک نمونه سه بعدی با به کار بردن روش اثر تابش مونت کارلو خواص تشعشعی را برای فوم سلول بسته بهدست آورد و نشان داد که ضریب جذب، ضریب پراکندگی و تابع فاز فوم به خواص نوری و خواص سطح فاز جامد، شكل و اندازه سلول، ضخامت ديواره و دانسيته بستكى دارد [9]. تونگ و همكاران در سال 2014 با استفاده از الگوريتم (DLA) أكه در آن اندازه و قطر ذرات به عنوان پارامتر فيزيكي اساسي تعريف مي شوند ساختمان ايروژل سیلیکا را شبیهسازی کردند و پارامترهای نوری را با استفاده از کد تی-ماتریسچند حوزه محاسبه کردند و در نهایت نتایج را با نتایج حاصل از الگوريتم ماي⁶ مقايسه نمودند [10]. در سال 2015 مطالعات جامعي توسط پیتراک و همکاران انجام شد. در این تحقیقات آنها به بررسی انواع مدلهای ارائه شده برای محاسبه ضریب انتقال حرارت پرداختند و تحلیلی از مزایا و معايب مدلها ارائه دادند [11]. زاوو و همكاران نيز در سال 2015 به بررسي خواص تابشی ایروژل سیلیکا از سه جنبه اثر مقیاس نانو، هدایت حرارت تابشی و تراکم مطلوب وابسته به دماپرداختند و با شبیه سازی انتقال حرارت تشعشعی در ایروژل سیلیکا به نتایجی در مورد اشتباهات مربوط به ضریب جذب و متوسط درجه حرارت در معادله روزلند رسيدند [12]. ضريب جذب و پراکندگی ایروژل سیلیکا در سال 2016 توسط تایران و همکاران با استفاده از مدل كوبلكا- مانك ⁶ بهدست آمد [13]. همان طور كه از تحقيقات استنباط می شود محاسبه خواص حرارتی پلیمرها با استفاده از روش های تحلیلی و عددی بدلیل گستردگی وجود انواع پرکنندهها در اشکال مختلف با جزء حجمیهای متفاوت و وجود فازهای مختلف، دشوار و پیچیده و نیازمند صرف وقت و هزینه بسیار است. در این میان الگوریتم گرادیان معکوس با استفاده از تعریف تابع هدف، روشهای بهینهسازی و هموارسازی پاسخ، به تخمین کمی مجهول مسأله از قبیل چشمه یا چاه حرارتی، شرایط مرزی و خواص فیزیکی

میپردازد. این روش در مقایسه با دیگر روشهای بهکار رفته نیازمند وقت و هزینه کمتری بوده و از دقت بسیار بالایی برخوردار است.

در سالهای گذشته مطالعات زیادی به منظور تخمین خواص تشعشعی و هدایتی با استفاده از آنالیز معکوس انجام شده است. در سال 2007 فنگ و همکاران با استفاده از روش جهتهای مجزا معادله انتقال تابش را حل کردند و برای تخمین پارامترهای تابشی از روش لونبرگ- مارکوت استفاده کردند [14]. با استفاده از دستگاه اندازه گیری دمای گذرا در سال 2009 زاوو به همراه همکاران توزیع دما در فیبر عایق را بدست آوردند و سپس با استفاده از روش لونبرگ- مارکوت خواص تشعشعی و هدایت حرارتی فیبر عایق را تخمين زدند [15]. در سال 2010 داووس و همكاران با استفاده از آناليز معکوس خواص تابشی و هدایتی را در فوم پلیاستایرن منبسط شده عایق استوانهای با استفاده از روش لونبرگ – مارکوت محاسبه کردند و برای محاسبه توزيع دما در طول جسم از روش سيم داغ استفاده كردند [16]. ذكر مطالعات قبلی انجام شده در خصوص خواص حرارتی عایقهای تشعشعی نشان میدهد که مطالعات اندکی به منظور شناسایی خواص حرارتی عایقهای تشعشعی بهویژه عایقهای حرارتی پلیمری انجام گرفته است. در این مقاله به جهت کارایی روش انتقال حرارت معکوس گرادیان مزدوج، از این روش برای اولین بار برای شناسایی خواص حرارتی عایق تشعشعی فوم سرامیکی زیرکونیا استفاده شده است.

2- بیان مسئله

هندسه مورد مطالعه، پلیمری یک بعدی با طول L=1 متر میباشد که دمای اولیه آن 296 کلوین و دما در دیوارههای ابتدا و انتهایی به ترتیب 296 و 320 کلوین در نظر گرفته شده است. هدف از حل مسئله معکوس، تخمین خواص تشعشعی و هدایتی فوم پلیمری است. مسئله معکوس در دو حالت تک سنسوری و دو سنسوری و تک پارامتری حل شده است. خواص پلیمر مورد بررسی در جدول 1 آورده شده است.

3- روش عددی حجم محدود

موازنه انرژی برای بررسی توزیع دما در طول جسمی یک بعدی که در معرض تشعشع قرار دارد در زمانهای مختلف طبق رابطه (1) بیان میشود.

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla q_{\text{cond}} - \nabla q_{\text{rad}}$$
(1) که در رابطه (1)

$$\nabla q_{\rm cond} = \frac{\partial}{\partial x} \left(-k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \tag{2}$$

$$\nabla q_{\rm rad} = k_{\rm a} (4\pi I_{\rm b}(\vec{r},\hat{s}) - G) \tag{3}$$

$$G = \int_{\Omega_{i=0}}^{4\pi} I(\Omega) d\Omega \tag{4}$$

معادله انتقال تابش^۷ برای یک محیط جاذب، ناشر و پخش کننده در موقعیت *r* و در جهت ۶ به صورت زیر است.

جدول 1 خواص حرارتی فوم سرامیکی زیر کونیا [17]

Table 1 Thermal properties of zirconia ceramic foam [17]						
k(W/m/K)	β	ω	ρ	C_p		
(T=296-350K)	(1/m)	(1/m)	(kg/m^3)	(J/kgK)		
0.258	324	0.29	966	451		

⁷ Radiative transfer equation

DOR: 20.1001.1.10275940.1397.18.1.50.7

¹ Geometrical optics approximation(GOA)

²Anomalous diffraction theory ³ Ray -tracing monte carlo (RTMC)

⁴ Diffusion limited aggregation (DLA)

⁵ Mie ⁶ Kubelka–Munk



Fig. 1 thealgorithm for solution of energy equation $\hat{\mathbf{m}}$ سکل 1 الگوریتم حل معادله انرژی

Fig. 2 solid angle Elements

شكل 2 المان زاويه فضايي

$$q_{R} = \int_{0}^{4\pi} I(\Omega) \cos\theta d\Omega$$

=
$$\int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\pi} I(\theta, \phi) \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi$$

=
$$\sum_{k=1}^{M_{\phi}} \sum_{m=1}^{M_{\theta}} I^{l}(\theta_{m}^{l}, \phi_{k}^{l}) \sin\theta_{m}^{l} \cos\theta_{m}^{l} \sin(\Delta\theta_{m}^{l}) \Delta\phi_{k}^{l}$$
(15)
+
$$I^{l}(\theta_{m}^{l}, \phi_{k}^{l}) \sin\theta_{m}^{l} \cos\theta_{m}^{l} \sin(\Delta\theta_{m}^{l}) \Delta\phi_{k}^{l}$$
(15)
+
$$I^{l}(\theta_{m}^{l}, \theta_{m}^{l}) = I^{l}(\theta_{m}^{l}, \theta_{k}^{l}) \sin\theta_{m}^{l} \cos\theta_{m}^{l} \sin(\Delta\theta_{m}^{l}) \Delta\phi_{k}^{l}$$
(15)

$$\frac{dI(\vec{r},\hat{s})}{ds} + \beta I(\vec{r},\hat{s}) = k_{a}I_{b}(\vec{r},\hat{s}) + \frac{\sigma_{s}}{4\pi} \int_{0}^{4\pi} I(\vec{r},\hat{s}) \phi(\hat{s},\hat{s})d\hat{\Omega}$$
(5)

 $\sigma_{\rm s}$ که در آن r بردار موقعیت، s بردار جهت پخش، هkضریب جذب، $\sigma_{\rm s}$ ضریب پخش و I شدت تشعشع کلی که به موقعیت r وابسته است و T دمای محلی و ϕ تابع حالت و $\hat{\Omega}$ زاویه فضایی می اشد.

معادله انرژی (1) و معادله انتقال تابش (5) توسط دو پارامتر $abla q_{rad}$ و معادله انتقال تابش (5) توسط دو پارامتر $I_b(\vec{r},\hat{s})$ $I_b(\vec{r},\hat{s})$ به هم مرتبط شدهاند. لذا برای بهدست آوردن توزیع دما در طول جسم نیاز به حل معادله انتقال تابش میباشد. الگوریتم حل معادله انرژی برای بهدست آوردن توزیع دما در طول جسمی که در معرض انتقال حرارت تشعشعی قرار دارد در "شکل 1" نشان داده شده است.

با توجه به الگوریتم بیان شده در ادامه به تشریح حل معادله انتقال تابش و انتقال حرارت با استفاده از روش حجم محدود پرداخته می شود. برای حل رابطه (1) باید شدت تابش در زاویه های مختلف محاسبه شود. بر اساس رابطه (6) اگر

$$S(\vec{r},\hat{s}) = k_{a}I_{b}(\vec{r},\hat{s}) + \frac{\sigma_{s}}{4\pi} \int_{0}^{4\pi} I(\vec{r},\hat{s}') \phi(\hat{s},\hat{s}') d\hat{\Omega}$$
(6)
در نتیجه رابطه (6) به شکل رابطه (7) خلاصه میشود.

$$\frac{dI(\vec{r},\hat{s})}{ds} + \beta I(\vec{r},\hat{s}) = S(\vec{r},\hat{s})$$
⁽⁷⁾

$$\frac{dI^l}{ds} + \beta I^l = k_{\rm a} I^l_{\rm b} + \frac{\sigma_{\rm s}}{4\pi} \sum_{l'=1}^{L} I^{l'} \phi^{l'l} \Delta \Omega^{l'} \tag{8}$$

$$\frac{dI^{l}}{ds} = -\left(\beta - \frac{\sigma_{\rm s}}{4\pi}\phi^{ll}\Delta\Omega^{l}\right)I^{l} + k_{\rm a}I^{l}_{\rm b} + \frac{\sigma_{\rm s}}{4\pi}\sum_{\substack{l'=1\\l'\neq l}}^{L}I^{l'}\phi^{l'l}\Delta\Omega^{l'} \tag{9}$$

$$\beta_{\rm m}^l = \beta - \frac{\sigma_{\rm s}}{4\pi} \phi^{ll} \Delta \Omega^l \tag{10}$$

$$S_{\rm m}^{l} = k_{\rm a} I_{\rm b}^{l} + \frac{\sigma_{\rm s}}{4\pi} \sum_{\substack{l'=1\\l'\neq l}}^{L} I^{l'} \phi^{l'l} \Delta \Omega^{l'}$$
(11)

که در رابطه (11)، ^{۱′۱}¢ تابع فاز برای زاویه فضایی از *I* تا ′*I* است که برای توزیع ناهمسانگرد خطی تابع فاز بهصورت بسط مرتبه اول تابع لژاندر مطابق رابطه (12) تعریف میشود [18].

 $\phi(\Omega, \Omega') = 1 + a \cos\theta \cos\theta'$ (12) "شکل 2" المان زاویه فضایی در نظر گرفته شده برای حل معادله انتقال تابش را نشان میدهد.

در نهایت با جایگذاری رابطه تابع فاز در جمله مربوط به منبع انرژی رابطه (11) به شکل زیر گسسته میشود.

$$S_{\rm m}^{l} = k_a I_{\rm b}^{l} + \frac{\sigma_{\rm s}}{4\pi} \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\pi} I(\theta', \phi') \left(1 + a\cos\theta\cos\theta'\right)\sin\theta' d\theta' d\phi'$$
$$S_{\rm m}^{l} = k_a I_{\rm b}^{l} + \frac{\sigma_{\rm s}}{4\pi} (G + a\cos\theta q_R)$$
(13)

که

در نتيجه

$$G = \int_{\Omega_{l=0}}^{4\pi} I(\Omega) d\Omega = \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\pi} I(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi$$
$$= \sum_{k=1}^{M_{\phi}} \sum_{m=1}^{M_{\theta}} I^{l}(\theta_{m}^{l}, \phi_{k}^{l}) 2 \sin\theta_{m}^{l} \sin(\frac{\Delta\theta_{m}^{l}}{2}) \Delta\phi_{k}^{l}$$
(14)

مهندسی مکانیک مدرس، فروردین 1397، دورہ 18 شمارہ 01

Fig. 3 Space Elements

شکل 3 المان فضایی

$$I_{\rm P}^{l} = \frac{-D_{\rm cw}^{l}A_{\rm w}I_{\rm W}^{l} + (\Delta V \Delta \Omega^{l})S_{\rm m,p}^{l}}{D_{\rm ce}^{l}A_{\rm e} + \beta_{\rm m,p}^{l}\Delta V \Delta \Omega^{l}}$$
(28)
e , r, r) $I_{\rm e}^{l} = I_{\rm F}^{l}I_{\rm P}^{l} = I_{\rm W}^{l}$, r) $I_{\rm e}^{l} = I_{\rm F}^{l}I_{\rm P}^{l} = I_{\rm W}^{l}$

$$a_{\mathrm{p}}^{l}I_{\mathrm{P}}^{l} = a_{\mathrm{E}}^{l}I_{\mathrm{E}}^{l} + b^{l}$$
 (29)

$$I_{\rm P}^{l} = \frac{-D_{\rm ce}^{l}A_{\rm e}I_{\rm E}^{l} + (\Delta V \Delta \Omega^{l})S_{\rm m,p}^{l}}{D_{\rm cw}^{l}A_{\rm w} + \beta_{\rm m,p}^{l}\Delta V \Delta \Omega^{l}}$$
(30)

برای حل معادلات (18) و (30) نیاز به یک شُرط مرزی است که برای جسم خاکستری و غیرشفاف و پخش کننده شرط مرزی مطابق رابطه (31) تعریف میشود [18].

$$\begin{split} I(\vec{r}_{w}, \hat{s}) &= \\ \varepsilon(\vec{r}_{w})I_{b}(\vec{r}_{w}) + \frac{1 - \varepsilon(\vec{r}_{w})}{\pi} \int_{\hat{s}', \hat{n} < 0} I(\vec{r}_{w}, \hat{s})|\hat{s}' \cdot \hat{n}| d\Omega' \\ (31) \\ = \\ \text{constant} \quad \text{constan$$

مقادیر شدت تابش در نقطه مورد نظر محاسبه میشود.

برای حل معادله انرژی با استفاده از روش حجم محدود با انتگرالگیری از رابطه (1) بر روی حجم کنترل نشان داده شده در "شکل 4" خواهیم داشت.

$$\int_{\Delta v} \int_{\Delta t} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dt dv = \int_{\Delta v} \int_{\Delta t} \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) dt dv + \int_{\Delta v} \int_{\Delta t} -\nabla q_{\rm rad} dt dv$$

$$\rho c (T^{n+1} - T^n) \Delta x = \int \left(\left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \right) dt$$
(32)

$$\rho c (T^{n+1} - T^n) \Delta x = \int_{\Delta t} \left(\left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{\rm e} - \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{\rm w} \right) dt - \nabla q_{\rm rad} \Delta t \Delta v \tag{33}$$

$$\int_{t}^{t+\Delta t} T dt = (fT^{n+1} - (1-f)T^{n})\Delta t$$
(34)

باشد با فرض
$$f=1$$
 مسئله را در شرایط ضمنی حل می کنیم.
 $\rho c (T_{\rm p}^{n+1} - T_{\rm p}^{n}) \Delta x = k \left(\frac{T_{\rm e}^{n+1} - T_{\rm p}^{n+1}}{\Delta x} - \frac{T_{\rm p}^{n+1} - T_{\rm w}^{n+1}}{\Delta x} \right) \Delta t - \nabla q_{\rm rad} \Delta t \Delta x$ (35)
 $- \frac{T_{\rm p}^{n+1} - T_{\rm w}^{n+1}}{\Delta x} \right) \Delta t - \nabla q_{\rm rad} \Delta t \Delta x$ (35)
بعد از مرتبسازی رابطه (36) رابطه (36) بهدست می آید.
 $a_{\rm p} T_{\rm p} = a_{\rm w} T_{\rm w} + a_{\rm E} T_{\rm e} + b$ (36)

$$\begin{split} S_{\rm m}^{l} &= k_{\rm a} I_{\rm b}^{l} \\ &+ \frac{\sigma_{\rm s}}{4\pi} \Biggl[\sum_{k=1}^{M_{\phi}} \sum_{m=1}^{M_{\theta}} I^{l'} (\theta_{m}^{l'}, \phi_{k}^{l'}) 2 \sin \theta_{m}^{l'} \sin \left(\frac{\Delta \theta_{m}^{l'}}{2} \right) \Delta \phi_{k}^{l'} \\ &+ a \cos \theta^{\rm l} \sum_{k=1}^{M_{\phi}} \sum_{m=1}^{M_{\theta}} I^{l'} (\theta_{m}^{l'}, \phi_{k}^{l'}) \sin \theta_{m}^{l'} \phi_{k}^{l'} \Biggr]$$
(16)
$$\cdot c_{\rm tiplic} (16) \text{ adligned} (17) \text{ adligned} (16)$$
(17)

برای بهدست آوردن شدت تابش در جهتهای مختلف رابطه (17) با استفاده از روش حجم محدود حل شده است. "شکل 3" المان در نظر گرفته را نشان میدهد. همانطور که در "شکل 3" مشخص است برای هر المان حجمی در طول پلیمر مورد بررسی، یک المان فضایی نیز بهصورت کره کامل در نظر گرفته شده است. لذا برای حل معادله انتقال تابش، انتگرال گیری روی المان حجم و المان فضایی انجام شده است.

$$\int_{\Delta\Omega^{l}} \int_{\Delta\nu} \frac{dI^{l}}{ds} dv d\Omega = \int_{\Delta\Omega^{l}} \int_{\Delta\nu} (-\beta_{m}^{l}I^{l} + S_{m}^{l}) dv d\Omega$$
(18)

$$\downarrow I = \int_{\Delta\Omega^{l}} \int_{\Delta\nu} (18) + \delta_{m} (18) + \delta_{m} (18) + \delta_{m} (18)$$

$$\downarrow I = \int_{\Delta\Omega^{l}} \int_{\Delta\mu} (18) - \int_{\Delta\Omega^{l}} \int_{\Delta\nu} (-\beta_{m}^{l}I^{l} + S_{m}^{l}) dv d\Omega$$
(18)

عبارت سمت چپ رابطه (19) را می توان مطابق رابطه (20) نوشت.

$$\int_{\Delta\Omega^l} \int_{\Delta A} I^l(\hat{s}' \cdot \hat{n}) dA d\Omega = \sum_i I_i^l A_i \int_{\Delta\Omega^l} (\hat{s}' \cdot \hat{n}_i) d\Omega^l \qquad (20)$$
and the second seco

$$A_{e}D_{ce}^{l}I_{e}^{l} + A_{w}D_{cw}^{l}I_{w}^{l} = (-\beta_{m}^{l}I^{l} + S_{m}^{l})\Delta v\Delta\Omega^{l}$$
(22)
در رابطه (22)

$$D_{\rm ce}^l = \int_{\Delta\Omega^l} (\hat{s}^l \cdot \hat{e}_{\rm x}) d\Omega \tag{23}$$

$$D_{\rm cw}^l = -\int\limits_{\Delta Q^l} (\hat{s}^l \cdot \hat{e}_{\rm x}) d\Omega \tag{24}$$

$$\Delta \Omega^{l} = \int_{\Delta \Omega^{l}} d\Omega = \int_{\phi^{l} - \frac{\phi^{l}}{2}}^{\phi^{l} + \frac{\phi^{l}}{2}} \int_{\theta^{l} - \frac{\theta^{l}}{2}}^{\theta^{l} + \frac{\theta^{l}}{2}} \sin\theta d\theta d\phi$$
$$= 2\sin\theta^{l} \sin\left(\frac{\Delta\theta^{l}}{2}\right) \Delta\phi^{l}$$
(25)

$$\begin{split} D_{ce}^{l} &= \int_{\Delta\Omega^{l}} \sin\theta \cos\phi d\Omega \\ &= \int_{\phi^{l} - \frac{\phi^{l}}{2}}^{\phi^{l} + \frac{\phi^{l}}{2}} \int_{\theta^{l} - \frac{\theta^{l}}{2}}^{\theta^{l} + \frac{\theta^{l}}{2}} \cos\phi \sin^{2}\theta d\theta d\phi \\ &= \cos\phi^{1} \sin\left(\frac{\Delta\phi^{1}}{2}\right) \left(\Delta\theta^{l} - \cos2\theta^{1} \sin(\Delta\theta^{1})\right) \end{split} \tag{26}$$

$$a_{\mathrm{p}}^{l}I_{\mathrm{P}}^{l} = a_{\mathrm{W}}^{l}I_{\mathrm{W}}^{l} + b^{l}$$
 (27)
که در نهایت

که

$$a_{\rm p} = \rho c \Delta x + \frac{2k\Delta t}{\Delta x} \tag{37}$$

$$a_{\rm w} = a_{\rm E} = \frac{k\Delta t}{\Delta r} \tag{38}$$

$$b = \rho c \Delta x T_{\rm p}^{\rm n} - \nabla q_{\rm rad} \Delta t \Delta x \tag{39}$$

4- آنالیز معکوس

در این پژوهش برای تخمین پارامترهای حرارتی فوم سرامیکی زیر کونیا روش گرادیان مزدوج به کار گرفته شده است. برای حل مسئله معکوس از اطلاعات توزیع دما در طول جسم استفاده شده است بهطوری که با استفاده از اطلاعات بهدست آمده از حل مستقیم مسئله انتقال حرارت تابشی- هدایت و با وارد کردن مقداری خطا در این دادهها، دمای یک نقطه مشخص در جسم را که سنسور فرضی در آنجا قرار داده شده است بهعنوان داده ورودی و اطلاعات اضافه برای حل مسئله معکوس و تخمین پارامترهای تابشی – هدایتی به کار برده شده است.

حل مسئله معکوس براساس مینیمم کردن تابع
$$S(p)$$
 است. $S(p) = \sum_{i=1}^{I} [Y_i - T_i(p)]^2$ (40)

S: مجموع مربعات خطای تابع هدف

$$t_i$$
 دمای تخمین زده شده در زمان: $T_i(p)$

*t*i ندازه *گ*یری شده در زمان: Yi

معادله (40) را مي توان به شكل ماتريسي مطابق رابطه (41) نوشت.

$$S(p) = [Y - T(p)]^{T}[Y - T(p)]$$
(41)

فرایند تکرار روش گرادیان مزدوج برای مینیمم کردن تابع (S(p) به شکل رابطه (42) ارائه میشود.

$$p^{k+1} = p^k - \beta^k d^k \tag{42}$$
 لاد. آن *k* اندازه گام حستجو و *d^k* سمت نزول می باشد و بالانویس (4)

که در آن ۲۰ اندازه کام جسنجو و ۳۰ سمت ترول میباشد و بالانویس : شماره تکرار است.

$$d^{k} = \nabla s(p^{k}) + \gamma^{k} d^{k-1}$$
(43)

رابطهای توسط فلتچر- ریوس برای محاسبه ضریب مزدوج به شکل رابطه (44) ارائه شده است [19].

$$\gamma^{k} = \frac{\nabla s(p^{k})^{2}}{\nabla s(p^{k-1})^{2}} \quad \text{if } k = 1, 2, ...$$

$$\gamma^{k} = 0 \quad \text{if } k = 0 \quad (44)$$

Fig. 4 Check the temperature distribution using finite volume method شكل 4 بررسى توزيع دما با استفاده از روش حجم محدود

که ($\nabla s(p^k)$ در حالت ماتریسی با مشتق گرفتن از رابطه (41) به شکل رابطه (45) نوشته میشود.

$$\nabla s(p^k) = 2\left[-\frac{\partial T^{\mathrm{T}}(p)}{\partial p}\right][Y - T(p)] = 0$$
(45)

$$\sum_{k=1}^{\infty} e^{ik} \int_{\Omega} dx \, dx$$

$$J(p) = \left[\frac{\partial T^{\mathrm{T}}(p)}{\partial p}\right]^{\mathrm{T}}$$
(46)

ماتریس حساسیت یا ژاکوبین (J(p مطابق رابطه (46) و ترانهاده رابطه (45) تعریف می شود.

*م*ولفههای ماتریس حساسیت که ضرایب حساسیت نامیده میشوند، *J*، به صورت مشتق اول دماهای تخمین زده شده در زمان *t*i نسبت به پارامتر مجهول *p* تعریف میشوند.

$$J_i = \frac{\partial T_i}{\partial p} \tag{47}$$

اندازه گام جستجو β^k ظاهر شده در معادله (42) با مینیمم کردن تابع β^k نسبت به β^k بدست میآید.

$$S(p^{k+1}) = [Y - T(p^{k+1})]^{\mathrm{T}}[Y - T(p^{k+1})]$$
(48)

$$H = H^{k+1} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{k+1} (k+1) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{k+$$

$$S(p^{k+1}) = [Y - T(p^k - \beta^k d^k)]^{\mathrm{T}} [Y - T(p^k - \beta^k d^k)]^{\mathrm{T}}$$
(49)

برای پیدا کردن عبارتی برای β^k باید بردار دمای $T(p^k - \beta^k d^k)$ با کمک سری تیلور بسط داده و سپس نسبت به β^k آن را مینیمم کنیم. پس از ساده سازی و مرتب کردن داریم:

$$\beta^{k} = \frac{\sum_{i=1}^{I} \left[\left(\frac{\partial T_{i}}{\partial p^{k}} \right)^{\mathrm{T}} d^{k} \right] \left[T_{i}(p^{k}) - Y_{i} \right]}{\sum_{i=1}^{I} \left[\left(\frac{\partial T_{i}}{\partial p^{k}} \right)^{\mathrm{T}} d^{k} \right]^{2}}$$
(50)

بعد از محاسبه ماتریس حساسیت *J^k*، گرادیان جهتی *S*، ضریب مزدوج^{*k*} و اندازه گام جستجو *β^k*، فرایند تکرار داده شده با معادله (41) به کار برده می شود تا این که معیار همگرایی را ارضاء کند.

روشهای متعددی جهت محاسبه ضرائب حساسیت وجود دارند. در این تحقیق از رابطه (52) برای محاسبه ضرائب حساسیت استفاده شده است [20].

$$J_{ij} = \frac{T_i(P_1, \dots, P_j + \varepsilon P_j, \dots, P_N) - T_i(P_1, \dots, P_j - \varepsilon P_j, \dots, P_N)}{2\varepsilon P_j}$$
(52)

همان طور که در رابطه (52) ملاحظه می شود رابطه ضریب حساسیت به صورت بسط مرکزی نوشته شده است. الگوریتم روش گرادیان مزدوج برای تخمین پارامتری در "شکل 5" نشان داده شده است.

5- نتايج

برای بررسی توانایی الگوریتم گرادیان مزدوج در تخمین پارامترهای تشعشعی و هدایتی، پلیمر عایق حرارتی سرامیکی زیرکونیا در نظر گرفته شده است. خواص حرارتی عایق حرارتی پلیمری بهصورت جداگانه و با در نظر گرفتن یک و یا دو سنسور دمایی بررسی شده است. در این پژوهش با استناد به دادههای ارائه شده در مرجع [17] به حل مسئله انتقال حرارت هدایتی-تشعشعی پرداخته شده و سپس با وارد کردن مقداری خطا در دادههای حاصل از حل مستقیم به حل مسئله معکوس پرداخته شده است.

خطای در نظر گرفته شده 0.01 است. برای محاسبه خواص تابشی و هدایتی، فوم سرامیکی به طول یک متر در نظر گرفته شده و از انتقال حرارت در دو جهت دیگر صرفنظر شده است بهمنظور دستیابی به نتایج عددی دقیق و عدم وابستگی نتایج به شبکه محاسباتی، در حل مستقیم مسئله استقلال از شبکه نیز بررسی شده است که تعداد تقسیمات در راستای طول جسم 100 و تعداد زوایای فضایی 60 در نظر گرفته شده است. "شکل 6" توزیع دما در طول فوم سرامیکی زیرکونیا در سه زمان مختلف و حالت پایا را نشان میدهد.

برای حالت تک سنسوری، سنسور اندازه گیری دما در مرکز جسم در نظر گرفته شده و دمای جسم در مرکز در 6 زمان مختلف برای تخمین خواص حرارتی فوم پلیمری عایق به کار گرفته شده است. "شکل 7" مقدار تخمین

شكل 5 الگوريتم روش گراديان مزدوج

Fig .6 Temperature distribution along the polymer

شکل 6 نمودار توزیع دما در طول پلیمر

زده شده ضریب هدایت حرارتی را با حدسهای اولیه مختلف نشان میدهد. در "شکل 8" نیز مقدار تابع دقیق و تخمین زده شده ضریب جذب در حالت تک سنسوری آورده شده است. در "شکل 9" مقدار تخمین زده شده ضریب پراکندگی با حدسهای اولیه مختلف نشان داده شده است.

همانطور که در نمودارها مشخص است با زدن حدس اولیه بیشتر یا کمتر از مقدار واقعی، اعداد با تعداد تکرارهای خیلی کم به سمت مقدار واقعی همگرا میشوند.

به منظور تخمین بهتر پارامترهای حرارتی در طول جسم دو سنسور در نظر گرفته شده است. این دو سنسور در فواصل مساوی از ابتدا و انتهای پلیمر مورد بررسی مسئله قرار دارند که دماهای هر کدام از سنسورها در 6 زمان مختلف برای تخمین خواص حرارتی فوم پلیمری عایق به کار گرفته شده است. "شکل 10" مقدار تخمین زده شده ضریب هدایت حرارتی را با حدسهای اولیه مختلف در حالتی که دو سنسور در طول پلیمر قرار داده شده است نشان میدهد. در "شکل 11" نیز مقدار تابع دقیق و تخمین زده شده ضریب جذب در حالت دو سنسوری آورده شده است. در "شکل 12" مقدار تخمین زده شده است. در "شکل 12

در جدول 2 مقایسهای بین مقادیر تخمین زده شده پارامترهای حرارتی در دو حالت تک سنسنوری و دو سنسوری آورده شده است همان طور که در جدول 2 نیز به وضوح مشخص است با افزایش تعداد سنسورها، دقت در تخمین پارامترها افزایش می ابد. زیرا در روش معکوس از تاریخچه دما برای

Fig. 7 Compare the exact function and the estimated function k in single mode sensor

شکل 7 مقایسه تابع دقیق و تابع تخمین زده شده k در حالت تک سنسوری

Fig. 8 Compare the exact function and the estimated function ka in single mode sensor

شکل 8 مقایسه تابع دقیق و تابع تخمین زده شده k_a در حالت تک سنسوری

Table 2 compares the estimated values with the actual values in single sensor and two sensors

حالت تک سنسوری	در دو	واقعى	مقادير	شده با	زده	تخمين	مقادير	مقايسه	ل 2	جدوا

تعداد تكرار	حدس اوليه	مقدار تخمين	مقدار واقعی	فوم	
		زده شده	6,77	سرامیکی	
			حالت تک سنسوری		
	5	70	93.3306	02.06	_
	5	200	93.1007	93.90	O_s
	7	0.09	0.3135	0.258	1.
	7	0.5	0.2513	0.238	ĸ
	5	100	219.0402	220.04	1
	5	400	215.2712	230.04	Ka
			حالت دو سنسوری		
	5	70	93.4406	02.06	_
	5	200	93.3091	93.90	O_S
	7	0.09	0.2420	0.258	1.
	7	0.5	0.2567	0.238	ĸ
	5	100	230.0396	220.04	1.
	5	400	230.06	230.04	Ka

6- نتیجه گیری

در این پژوهش به تخمین خواص حرارتی فوم سرامیکی زیرکونیا پرداخته شده است. با توجه به پیچیدگی مطالعه این نوع مواد، بهدلیل گستردگی وجود انواع پركنندهها در اشكال مختلف با جزء حجمىهاى متفاوت و وجود فازهای مختلف، استفاده از روشهای تحلیلی و عددی برای محاسبه خواص فيزيكي اين نوع از پليمرها نيازمند صرف وقت و هزينه بسيار است. آناليز معکوس بااستفاده از تعریف تابع هدف، روشهای بهینهسازی و هموارسازی پاسخ، به تخمین کمی مجهول مسأله از قبیل چشمه یا چاه حرارتی، شرایط مرزی و خواص فیزیکی می پردازد. این روش در مقایسه با دیگر روشهای به کار رفته نیازمند صرف وقت و هزینه کمتری است و از دقت بالایی برخوردار است. در این پژوهش با استفاده از روش حجم محدود، توزیع دما در طول پلیمر مورد بررسی، بهدست آمده است. سپس با وارد کردن مقداری خطا به صورت تابع تصادفی در داده هایی که از حل مستقیم به دست آمدهاند، از این اعداد بهعنوان اطلاعات اضافه برای محاسبه خواص تشعشعی- هدایتی استفاده شده است. از به کارگیری الگوریتم گرادیان مزدوج چنین نتیجه می شود که الگوریتم گرادیان مزدوج برای محاسبه خواص تابشی و هدایتی پلیمرهای عایق حرارتی نتایج قابل قبولی ارائه میدهد و همپنین با افزایش تعداد سنسورها دقت پارامترهای تخمین زده شده با استفاده از الگوریتم گرادیان مزدوج افزایش میدهد.

7- فهرست علايم

Ι

Ν

Т

- (m^2) مساحت (A
- (J/kgK) ظرفیت گرمایی ویژه (J/kgK)
 - شدت تشعشع (W/m²)
- (W/mK) ضريب هدايت حرارتي (K
 - (1/m) ضريب جذب (ka
 - پارامتر تابشی– هدایتی
 - (kg/m^3) حجم V
 - دما (K)

Fig. 9 Compare the exact function and the estimated function σs in single mode sensor

Fig. 10 Compare the exact function and the estimated function ${\sf k}$ in two mode sensor

شكل 10 مقايسه تابع دقيق و تابع تخمين زده شده k در حالت دو سنسورى

Fig. 11 Compare the exact function and the estimated function k_a in two mode sensor

Fig. 12 Compare the exact function and the estimated function σ_s in two mode sensor

شکل 12 مقایسه تابع دقیق و تابع تخمین زده شده σ_s در حالت دو سنسوری

دمای اندازه گیری شده (K) Y

علايم يوناني

- в
 - ضريب صدور ε
 - ρ
- σ
 - σ_s
- (σ_s/β) ضريب يراكندگي بازتابش ω

8- مراجع

- [1] E. Placido, M. C. Arduini-Schuster, J. Kuhn, Thermal properties predictive model for insulating foams, Infrared Physics & Technology, Vol. 46, pp. 219-231, 2005.
- [2] R. Coquard, D. Baillis, D. Quenard, Experimental and theoretical study of the hot-ring method applied to low-density thermal insulators, *International Journal of Thermal Sciences* Vol. 47, No. 3, pp. 324–338, 2008. M. Loretz, R. Coquard, D. Baillis, E. Maire, Metallic foams: Radiative
- [3] properties/comparison between different models, Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, Vol. 109, No. 1, pp. 16-27, 2008.
- W. Huijun, F. Jintu, Measurement of radiative thermal properties of thin polymer films by FTIR, Polymer Testing, Vol. 27, pp. 122-128, 2008.
- R. Coquard, D. Baillis, D. Quenard, Radiative properties of expanded polystyrene foams, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 131, No. 1, pp. 012702-1– 012702-10, 2009.
- A. Kaemmerlen, C. Vo, F. Asllanaj, G. Jeandel, D. Baillis, Radiative [6] properties of extruded polystyrene foams: Predictive model and experimental results, Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, Vol. 111, pp. 865-877, 2010.
- [7] J. J. Zhao, Y. Y. Duan, X. D. Wangb, B. X. Wang, Radiative properties and

heat transfer characteristics of fiber-loaded silica aerogel composites for thermal insulation, Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 55, pp. 5196-5204, 2012.

- [8] W. Gaosheng, L. Yusong, X. Zhang, X. Du, Radiative heat transfer study on silica aerogel and its composite insulation materials, Journal of Non-Crystalline Solids, Vol. 362, pp. 231–236, 2013.
- [9] R. Coquard, J. Randrianalisoa, D. Baillis, Computational prediction of radiative properties of polymer closed-cell foams with random structure, Journal of Porous Media, Vol. 16, No. 2, pp. 137-154, 2013.
- [10] H. T. Yu, D. Liu, Y. Y. Duan, X. D. Wang, Theoretical model of radiative transfer in opacified aerogel based on realistic microstructures, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 70, pp. 478-485, 2014.
- [11] K. Pietrak, S. Wi'sniewski, A review of models for effective thermal conductivity of composite materials, *Journal of Power Technologies*, Vol. 95, No. 1, pp. 14–24, 2015.
- [12] Y. Zhao, G. H. Tang, M. Du, Numerical study of radiative properties of nanoporous silica aerogel, International Journal of Thermal Sciences, Vol. 89, pp. 110-120, 2015.
- [13] F. Tairan, T. Jiaqi, C. Kai, F. Zhang, Determination of scattering and absorption coefficients of porous silica aerogel composites, Journal of Heat *Transfer*, Vol. 138, No. 3, pp. 702-709, 2016. [14] T. Feng, P. Edstrom, M. Gulliksson, Levenberg–Marquardt methods for
- parameter estimation problems in the radiative transfer equation, Inverse Problems, Vol. 23, pp. 879-891, 2007.
- [15] S. Y. Zhao, B. M. Zhang, S. Y. Du, X. D. He, Inverse identification of thermal properties of fibrous insulation from transient temperature measurements, Journal of Thermophysics, Vol. 30, pp. 2021-2035, 2009.
- [16] N. Daouas, M. S. Radhouani, Efficient inverse estimation tool for radiative and conductive properties of insulating foams based on transient hot-wire measurements, Journal of High Temperatures-High Pressures, Vol. 40, pp. 1-29, 2010.
- [17] R. Coquard, D. Rochais, D. Baillis, Experimental investigations of the coupled conductive and radiative heat transfer in metallic/ceramic foams, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 52, pp. 4907-4918, 2009.
- [18] M. F. Modest, Radiative Heat Transfer, Second Edittion, pp. 9.274-9.278, New York: Diane Grossman, 2003.
- [19] W. A. Fiveland, Discrete-Ordinates solutions of the radiative transport equation for rectangular enclosures, Journal of Heat Transfer, Vol. 106, pp. 699-706, 1984.
- [20] M. N. Ozisik, H. R. B. Orlande, Inverse Heat Transfer Fundamentals and Applications, pp. 2.58-2.76, New York: Taylor & Francis, 2000.

- ضریب خاموشی (1/m)
 - دانسیته (kg/m³)
- ضريب استفان بولتزمن (W/m² K⁴)
 - ضريب پراكندگي
 - تابع فاز پراکندگی φ
 - زاويه فضايى Ω