



## تدوین یک الگوریتم مشارکتی برای طراحی مسیر بهینه اجسام بازگشت پذیر

علیرضا عالمی نائینی<sup>1</sup>، جعفر روشنیان<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه خواجه‌نصیر، تهران  
 2- استاد، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه خواجه‌نصیر، تهران  
 \* تهران، صندوق پستی 16569-83911، roshanian@kntu.ac.ir

## اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
 دریافت: 22 دی 1392  
 پذیرش: 02 اردیبهشت 1393  
 ارائه در سایت: 16 مهر 1393

کلید واژگان:

بهینه‌سازی مشارکتی  
 روش پرتاب  
 بازگشت به جو  
 روش شبه طیفی رادو

## چکیده

این مقاله روش جدیدی در طراحی مسیر حرکتی بهینه را معرفی می‌کند. در این روش مشارکتی، ویژگی‌های مطلوب روش‌های مدرن بهینه‌سازی در کنار دقت بالای روش‌های گرادیان پایه در یک ساختار بهینه‌سازی دو لایه به کار گرفته می‌شود. لایه نخست برای برطرف کردن کامل وابستگی به شرایط نخستین، سه الگوریتم مدرن بهینه‌سازی را به کار می‌گیرد. این سه الگوریتم در قالب ساختاری با تبادل متقابل اطلاعات، جستجوی جامعی را در فضای حل به انجام می‌رساند. روش مورد استفاده در خانواده روش‌های پرتاب قرار می‌گیرد و برای افزایش کارایی آن، مدل جامعی برای بیان پروفیل کنترلی به کار گرفته می‌شود. استفاده از الگوی به کار برده شده، نرخ همگرایی را بهبود داده و امکان دستیابی به یک حل اولیه مطلوب در کمینه زمان را فراهم می‌آورد. نتیجه نهایی این لایه، به لایه دوم بهینه‌سازی داده می‌شود. در این لایه با بهره‌گیری از نتایج حاصل از لایه داخلی، یک روش از مجموعه روش‌های برهم‌نشانی مستقیم، موسوم به روش شبه طیفی گاوس-رادو مورد استفاده قرار می‌گیرد. ساختار در نظر گرفته شده، بازدهی روش شبه طیفی در دستیابی به پاسخ نهایی را بهبود بخشیده و دقت و سرعت حل مسئله را ارتقاء می‌دهد. پس از ارزیابی الگوریتم‌های بهینه‌سازی هر دو لایه، مسئله بازگشت به جو یک کپسول فضایی مورد بررسی قرار گرفته و اثر تغییر قیود بر میزان حرارت جذب شده مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد.

## Developing a hybrid algorithm to design the optimal trajectory of reentry vehicles

Alireza Alemi Naeeni<sup>1</sup>, Jafar Roshanian<sup>2\*</sup>

1- Department of Aerospace Engineering, Khaje Nasir University, Tehran, Iran.

2- Department of Aerospace Engineering, Khaje Nasir University, Tehran, Iran.

\* P.O.B. 16569-83911 Tehran, Iran, roshanian@kntu.ac.ir

## ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
 Received 12 January 2014  
 Accepted 22 April 2014  
 Available Online 08 October 2014

Keywords:  
 hybrid optimization  
 shooting method  
 Reentry  
 Radau pseudospectral

## ABSTRACT

Optimal trajectory planning is an important task which is required in most of guidance missions. This paper introduces a new method that utilizes the most important characteristics of global optimization methods along with a new gradient-based method in a two layered scheme for the trajectory planning. In the first layer to construct a convenient shooting method based algorithm, some of the most important global methods of optimization are used in an information transform structure. Exchanging the information between selected algorithms helps for increasing the efficiency of problem solving. To do this, a comprehensive model for parameterization of the control history is introduced which allows the method to search for the best profile in a variety of different profiles. Results of this layer are transformed to the second layer that uses one of direct methods of solving the optimal control problems. This gradient based method named Radau pseudospectral method using of the results of global methods, completes the optimization process. Finally, developed algorithm is used to find the optimal trajectory of a reentry capsule and effects of the path constraint values on the total heat absorbed is investigated.

## 1- مقدمه

معادلات، وابستگی بسیار زیاد به حدس نخستین و از جمله پارامترهای غیر-ملموس شبه‌حالت می‌توان اشاره کرد [5,6]، روش‌های مستقیم توسعه‌داده-شده که در آن‌ها تقریب متغیرهای حالت و کنترل، نوعی مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی را حاصل می‌سازد [7,8]. در این مقاله برای حل مسئله طراحی مسیر حرکتی بهینه، یک روش مشارکتی که در خانواده روش‌های مستقیم قرار دارد، معرفی می‌شود. این روش که در دو لایه فرآیند بهینه‌سازی را به انجام می‌رساند، از روش‌های بهینه‌سازی مدرن در غالب متد پرتاب و روش

بسیاری از مسائل هدایت یا طراحی مسیر به نوعی مستلزم حل یک مسئله کنترل بهینه است. روش‌های عددی حل مسائل کنترل بهینه به دو دسته کلی روش‌های مستقیم و روش‌های غیرمستقیم تقسیم می‌شوند [2,1]. در روش‌های غیرمستقیم، استخراج شرایط مرتبه نخست بهینگی، مسئله را به یک مسئله مقدار مرزی همیلتونین تبدیل می‌کند [4,3]. برای غلبه بر مشکلات روش‌های غیرمستقیم که از جمله آن‌ها به دشواری استخراج

Please cite this article using:

A. Alemi Naeeni, J. Roshanian, Developing a hybrid algorithm to design the optimal trajectory of reentry vehicles, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 13, pp. 143-152, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

A. Alemi Naeeni, J. Roshanian, Developing a hybrid algorithm to design the optimal trajectory of reentry vehicles, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 13, pp. 143-152, 2015 (In Persian)

$$J = \Phi(y(t_0), t_0, y(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(y(t), u(t), t) dt \quad (1)$$

به گونه‌ای که قیده‌های دینامیکی رابطه (2) برآورده شود.

$$\dot{y}(t) = f(y(t), u(t), t) \quad (2)$$

شرایط مرزی به صورت رابطه (3) است.

$$\Phi(y(t_0), t_0, y(t_f), t_f) = 0 \quad (3)$$

و قیده‌های نامساوی مربوط به مسیر نیز باید به صورت رابطه (4) در نظر گرفته شود.

$$C(y(t), u(t), t) \leq 0 \quad (4)$$

### 3- لایه بهینه‌ساز داخلی

#### 3-1 مقدمه

لایه بهینه‌ساز داخلی، بر مبنای روش پرتاب پایه‌گذاری شده است. در روش‌های پرتاب، با بیان دیباچه کنترلی به شکل پارامتریک و انتگرال‌گیری از معادلات حاکمه، یک مسئله بهینه‌سازی تازه تشکیل می‌شود. برای حل این مسئله از روش‌های گرادیان پایه و یا روش‌های مدرن بهینه‌سازی می‌توان استفاده کرد. در این مقاله یک روش مشارکتی بر پایه سه الگوریتم بهینه‌سازی مدرن مورد استفاده قرار می‌گیرد. الگوریتم‌های مزبور عبارتند از: الگوریتم ژنتیک، بهینه‌سازی جمعیت ذرات و الگوریتم توده مورچه‌ها [25]. با توجه به انبوه مراجع موجود در خصوص الگوریتم‌های معرفی شده، برای اختصار بحثی در مورد آن‌ها انجام نشده و روش مشارکتی به کار برده شده تشریح می‌شود. نکته دیگر در ارتباط با روش پرتاب پیاده‌سازی شده، مشخصه‌های پروفیل فرمان در نظر گرفته شده است که بر سرعت همگرایی تأثیرگذار است. پروفیل می‌تواند یک چند جمله‌ای با درجه بالا در کل بازه زمانی ماموریت و یا ترکیبی از چند جمله‌ای‌هایی با درجات متفاوت و در بازه‌های مختلف باشد. به عبارت دیگر، ورودی‌هایی که برای توصیف مدل در نظر گرفته شده عبارتند از: بیشینه تعداد زیربازه‌های در نظر گرفته شده در کل محدوده زمانی و بالاترین درجه چند جمله‌ای توصیف‌کننده بر حسب متغیر مستقل که در اینجه انرژی بی‌بعد شده است. این اطلاعات وارد رشته‌های کد شده بهینه‌سازی شده و توسط الگوریتم بهینه‌سازی، به حل نهایی همگرا می‌شوند. بنابراین پروفیل فرمان می‌تواند شامل تعداد متغیری زیربازه با چند جمله‌ای‌هایی از درجات متفاوت باشد.

#### 3-2 روش بهینه‌سازی

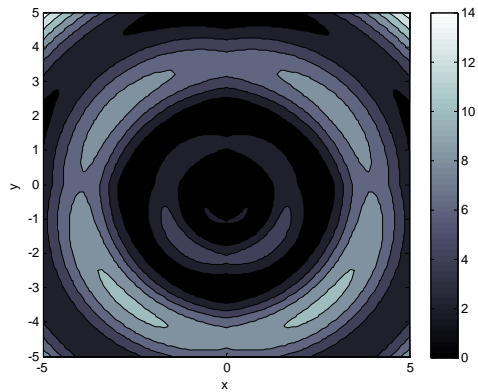
با توجه به این که هدف از الگوریتم توسعه‌داده‌شده در لایه داخلی، دستیابی به پاسخی مناسب با کمترین بار محاسباتی است، الگوریتم مشارکتی با تبادل اطلاعات بین سه الگوریتم در حال اجرا و بر پایه تنظیم مداوم شرایط عملکردی سعی در دستیابی به بهترین پاسخ دارد. فرآیند بهینه‌سازی یاد شده بر اساس یک فرآیند تکرار استوار شده است که در تکرار  $i$ ام آن گام‌های زیر قرار دارد:

شبه‌طیفی استفاده می‌کند. ویژگی روش‌های بهینه‌سازی مدرن، جستجوی کامل در حوزه حل مسئله و عدم وابستگی به حدس نخستین است. به ویژه با استفاده از ساختار توسعه داده شده در این بررسی، جواب اولیه قابل قبولی برای استفاده توسط روش شبه‌طیفی حاصل می‌شود. روش شبه‌طیفی، علی‌رغم وابستگی کمتر به حدس اولیه نسبت به سایر روش‌ها، در صورت آغاز حل از یک جواب اولیه مناسب، بازه بیشتری داشته و عملکرد مناسب‌تری را از خود نشان می‌دهد. لایه اولیه روش توسعه‌داده‌شده، به طور مشارکتی از روش‌های بهینه‌سازی مدرن الگوریتم ژنتیک [9-11]، بهینه‌سازی جمعیت ذرات [12] و الگوریتم توده مورچه‌ها [13] استفاده می‌کند. مطالعات زیادی در حوزه طراحی مسیر حرکتی و هدایت ورود به جو انجام شده که از آن جمله می‌توان روش معکوس [14]، بازگشت به مسیر نامی [15] و بهینه‌سازی عددی [16] را برشمرد. همچنین بررسی‌های زیادی در حوزه بهینه‌سازی مشارکتی انجام شده است. در برخی از این روش‌ها، الگوریتم ژنتیک نقشی محوری دارد [17,18]. روش‌های دیگری نیز بر پایه الگوریتم بهینه‌سازی توده مورچه‌ها شکل یافته‌اند [19,20]. تدوین یک الگوریتم مشارکتی مناسب برای یک مسئله خاص، لازم است با در نظر گرفتن شرایط مربوط به آن مسئله انجام گیرد. روش‌های بهینه‌سازی مشارکتی کارایی الگوریتم‌های بهینه‌سازی توسعه‌داده‌شده را برای دستیابی به یک هدف خاص بهبود می‌بخشند. ویژگی خاص روش توسعه‌داده‌شده در این مقاله دو لایه بودن آن است که در لایه ابتدایی آن نیز بهینه‌سازی به طور مشارکتی انجام می‌شود. در این لایه همگرایی به سمت یک شرایط اولیه مطلوب انجام شده و در لایه بعدی بر پایه این مسیر حرکتی طراحی شده، بهینه‌سازی نهایی مسیر به انجام می‌رسد. در این لایه، روش شبه‌طیفی رادو [21] که از روش‌های جدید توسعه‌داده‌شده در این حوزه است، به کار گرفته می‌شود. استفاده از مجموعه نقاط گاوس-رادو [22]، انتگرال‌گیری عددی به روش گاوس [23] و میان‌یابی لاگرانژ [24] از مشخصه‌های این روش است. روش‌های بهینه‌سازی هر دو لایه با حل مسائل نمونه ارزیابی شده و در نهایت الگوریتم توسعه‌داده‌شده در بهینه‌سازی مسیر حرکت یک کپسول فضایی در بازگشت به جو به کار گرفته می‌شود. بررسی‌ها نشان می‌دهد روش توسعه‌داده‌شده، بهبود چشمگیری را در بازدهی حل مسئله به نمایش می‌گذارد. به عبارت بهتر، دقت و سرعت حل مسئله نسبت به هر یک از روش‌های مجزای مورد استفاده در الگوریتم مشارکتی وضعیت بهتری داشته و احتمال واگرایی در حل مسئله بسیار کمتر خواهد شد. بخش‌های پسین این مقاله به ترتیب زیر ارائه می‌شود: بخش 2، فرمول‌بندی کلی مسائل کنترل بهینه؛ بخش 3، معرفی لایه داخلی روش بهینه‌سازی توسعه‌داده‌شده؛ بخش 4، معرفی روش شبه‌طیفی رادو که در لایه خارجی بهینه‌ساز مورد استفاده قرار می‌گیرد؛ بخش 5، تشریح مسئله بازگشت به جو یک کپسول فضایی؛ و بخش 6 نتایج حاصل از طراحی مسیر حرکتی بهینه برای آن است.

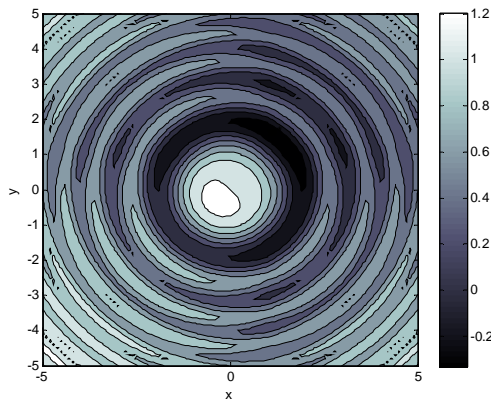
#### 2- فرمول‌بندی مسئله کنترل بهینه در حالت کلی

هدف از حل یک مسئله کنترل بهینه، دستیابی به دیباچه کنترلی مناسبی است که یک معیار عملکرد را کمینه کرده و در عین حال قیده‌های در نظر گرفته‌شده را نیز ارضاء کند. در کلی‌ترین حالت، مسئله کنترل بهینه به صورت زیر تعریف می‌شود:

تابع هزینه رابطه (1) را کمینه نمایید.



شکل 1 نمایش تابع کمینه‌سازی مسئله نمونه 1 به شکل کانتور



شکل 2 نمایش تابع کمینه‌سازی مسئله نمونه 2 به شکل کانتور

$$f(x, y) = J_0(x^2 + y^2) + 0.1|1 - x| + 0.1|1 - y| \quad (6)$$

$$-\infty < x, y < +\infty$$

حل مسائل نمونه با استفاده از الگوریتم توسعه‌داده‌شده تطابق خوبی با جواب دقیق مسئله دارد.

مسئله 1:  $(x, y) = (-1.317e-36, 2.8142e-38)$

مسئله 2:  $(x, y) = (1, 1.6606)$

#### 4- لایه بهینه‌ساز خارجی

##### 1-4 مقدمه

همان‌گونه که بیان شد، لایه داخلی استفاده‌شده در فرآیند بهینه‌سازی، جواب اولیه مناسبی را محاسبه می‌کند. با بهره‌گیری از این جواب اولیه، لایه خارجی سعی در رسیدن به جواب بهینه نهایی را خواهد داشت. برای این منظور از روش شبه‌طیفی رادو استفاده می‌شود. این روش از خانواده روش‌های مستقیم است که در سال‌های اخیر رشد چشمگیری داشته است. بهره‌گیری از جواب اولیه، بازدهی حل مسئله را افزایش داده و عملکرد الگوریتم را بهبود می‌بخشد.

##### 2-4 معرفی روش بهینه‌سازی

در این بخش الگوریتم شبه‌طیفی به اختصار معرفی می‌شود. همان‌گونه که در آغاز مقاله بیان شد، این روش در خانواده روش‌های مستقیم حل مسائل

1. تنظیم مقادیر نخستین الگوریتم‌های توده مورچگان و جمعیت ذرات براساس اطلاعات مربوط به مراحل (5-6) از تکرار  $i-1$
2. اجرای الگوریتم‌های توده مورچگان و جمعیت ذرات به ترتیب تا  $n_{ACO}$  و  $n_{PSO}$  تکرار
3. شکل‌دهی به جمعیت اولیه الگوریتم ژنتیک:  
از بهترین اعضای جمعیت ذرات  $n_{PtOG}$   
از بهترین اعضای توده مورچگان  $n_{AtOG}$   
باقی اعضا از نسل پیشین الگوریتم ژنتیک که در تکرار قبل ( $i-1$ ) حاصل شده آورده می‌شوند
4. اجرای الگوریتم ژنتیک برای  $n_{GA}$  تکرار
5. شکل‌دهی به جمعیت نخستین الگوریتم توده مورچگان. برای این منظور،  $n_{GtoA}$  عضو از بهترین اعضای الگوریتم ژنتیک گرفته شده و باقی بدون تغییر از اعضای نهایی توده مورچگان در تکرار  $i-1$  جایگزین می‌شوند.
6. شکل‌دهی به پارامترهای اولیه الگوریتم جمعیت ذرات. برای این منظور،  $n_{GtoP}$  عضو از بهترین اعضای الگوریتم ژنتیک گرفته شده و باقی بدون تغییر از اعضای نهایی جمعیت ذرات در تکرار  $i-1$  جایگزین می‌شوند.

به این ترتیب، تکرار  $i$ ام به پایان می‌رسد. در صورت برآورده شدن شرایط پایانی که مربوط به همگرایی و یا تعداد تکرار است، الگوریتم پایان یافته و در غیر این صورت، تکرار  $i+1$ ام آغاز می‌شود. شایان یاد است اعضای اولیه تمام الگوریتم‌ها در آغاز به صورت تصادفی انتخاب می‌شود.

با استفاده از الگوریتم بالا، اطلاعات حاصل از جستجوی جواب بهینه، در بین تمام الگوریتم‌ها به اشتراک گذاشته می‌شود و با توجه به این که در هر مسئله و یا شرایط اولیه خاص، یکی از الگوریتم‌ها عملکرد مناسب‌تری را به نمایش خواهد گذارد، همواره نتایج حاصل از بهترین الگوریتم در دسترس بوده و از سوی دیگر روش‌های متفاوت استفاده شده در سه الگوریتم یاد شده در دستیابی به جواب بهینه مورد استفاده قرار خواهد گرفت. با توجه به آن چه بیان شد، الگوریتم معرفی شده، هدف لایه داخلی الگوریتم بهینه‌سازی را که دسترسی به جواب مناسبی با کمترین تکرار است به انجام خواهد رسانید.

#### 3-3 ارزیابی روش بهینه‌سازی توسعه‌داده‌شده در لایه داخلی

برای ارزیابی و صحت‌سنجی الگوریتم توسعه‌داده‌شده، دو مسئله نمونه مورد بررسی قرار گرفت. حل دقیق هر دو مسئله موجود بوده و به دلیل ساختار نوسانی متشکل از نقاط بیشینه و کمینه متعدد، برای ارزیابی الگوریتم توسعه‌داده‌شده مناسب است.

مسئله نمونه 1: یافتن کمینه تابع ارائه شده در رابطه (5) (شکل 1)

$$f(x, y) = (x^2 + y^2)^{0.25} \sin(30((x + 0.5)^2 + y^2)^{0.1}) + |x| + |y| \quad (5)$$

$$-\infty < x, y < +\infty$$

مسئله نمونه 2: یافتن کمینه تابع ارائه شده در رابطه (6) (شکل 2)

$$w_i = \frac{1}{(1-\tau_i)[P_{N-1}(\tau_i)]^2}, \quad 2 \leq i \leq N$$

$$w_1 = \frac{2}{N^2} \quad (14)$$

نشان داده می‌شود با استفاده از رابطه انتگرال‌گیری عددی بالا، خطا برای چند جمله‌ای تا درجه  $2N-2$  صفر خواهد بود [23].

بنابراین مسئله بهینه‌سازی متناظر با مسئله کنترل بهینه اولیه به صورت رابطه (15) خواهد بود. کمینه تابع هزینه ارائه شده در رابطه 13 را با شرایط ارائه شده در مجموعه روابط (15) بیابید:

$$\sum_{i=1}^{N+1} D_{ki} Y_i - \frac{t_f - t_0}{2} f(Y_k, U_k, \tau) = 0,$$

$$\emptyset(Y(\tau_1), \tau_1, Y(\tau_{N+1}), \tau_{N+1}) = 0,$$

$$\frac{t_f - t_0}{2} C(Y_k, U_k, \tau) \leq 0,$$

$$k = 1, \dots, N \quad (15)$$

مسئله بالا یک مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی است و مجهولات آن  $(Y_i, \dots, U_i, \dots, \tau_i)$  است که لایه خارجی بهینه‌سازی مقدار مطلوب آن‌ها را تعیین می‌کند.

### 3-4 ارزیابی روش بهینه‌سازی توسعه‌داده‌شده در لایه خارجی

برای ارزیابی روش توسعه‌داده‌شده، مسئله کنترل بهینه شناخته شده‌ای با عنوان کنترل ماه نشین [26] مورد بررسی قرار می‌گیرد. هدف کمینه کردن تابع (16) است:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} u dt \quad (16)$$

با در نظر گرفتن معادلات حرکت (17):

$$\dot{h} = v$$

$$\dot{v} = -g + u \quad (17)$$

و شرایط مرزی رابطه (18):

$$h(0) = h_0 = 10, v(0) = v_0 = -2,$$

$$h(t_f) = h_f = 0, v(t_f) = v_f = 0 \quad (18)$$

و همچنین قیود کنترلی در طول مسیر به صورت رابطه (19):

$$0 \leq u \leq 3 \quad (19)$$

در رابطه بالا داریم  $g=1.5$  و  $t_f$  آزاد در نظر گرفته می‌شود.

حل بهینه مسئله بالا به صورت رابطه (20) می‌شود:

$$h^*(t) = \begin{cases} -\frac{3}{4}t^2 + v_0 t + h_0, & t \leq t_s \\ \frac{3}{4}t^2 + (-3t_s + v_0)t + \frac{3}{2}t_s^2 h_0, & t > t_s \end{cases} \quad (20)$$

کنترل بهینه قرار می‌گیرد. برای حل مسئله مجموعه نقاطی موسوم به نقاط لژاندر-گوس-رادو مورد استفاده قرار می‌گیرد. در واقع با در نظر گرفتن تعریف چند جمله‌ای‌های لژاندر مرتبه  $n$  در رابطه (7) مجموعه نقاط لژاندر-گوس-رادو ریشه‌های  $P_n(\tau) + P_{n-1}(\tau)$  است.

$$P_n(\tau) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{d\tau^n} [(\tau^2 - 1)^n] \quad (7)$$

توابع مورد استفاده جهت محاسبه تقریبی متغیرهای حالت و کنترل، چند جمله‌ای‌های لاگرانژ است. چند جمله‌ای‌های لاگرانژ مرتبه  $N$  به صورت رابطه (8) تعریف می‌شوند:

$$L_i(t) = \prod_{j=1, j \neq i}^{n+1} \frac{t - t_j}{t_i - t_j}, \quad (i = 1, \dots, n+1) \quad (8)$$

بنابراین متغیرهای حالت به صورت رابطه (9) تقریب زده می‌شوند:

$$y(\tau) \approx \sum_{i=1}^{N+1} Y_i L_i(\tau) \quad (9)$$

خطای تقریب بالا برای توابعی که در بازه  $[t_0, t_f]$  دارای  $N$  مشتق است براساس رابطه (10) قابل محاسبه خواهد بود [21]:

$$e(t) = \frac{(t - t_1) \dots (t - t_N)}{N!} y^N(\zeta) \quad (10)$$

که  $y^N(\zeta)$  مشتق  $N$ ام تابع  $y(t)$  است و داریم  $\zeta \in [t_0, t_f]$ .

با در نظر گرفتن تقریب در نظر گرفته شده رابطه (11) را خواهیم داشت:

$$\dot{y}(\tau) \approx \sum_{i=1}^{N+1} Y_i \dot{L}_i(\tau) \quad (11)$$

بنابراین با در نظر گرفتن هم‌زمان معادله بالا و معادله (2)، شرط یا قید دینامیکی در نقاط لژاندر-گوس-رادو به صورت رابطه (12) خواهد شد:

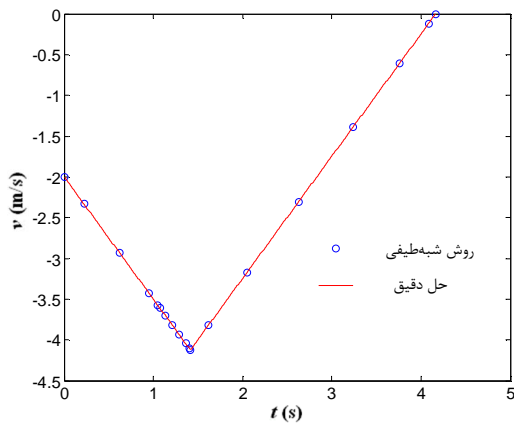
$$\sum_{i=1}^{N+1} Y_i \dot{L}_i(\tau_k) = \frac{t_f - t_0}{2} f(Y_k, U_k, \tau),$$

$$(k = 1, \dots, N) \quad (12)$$

از دیگر مشخصه‌های روش شبه‌طیفی، انتگرال‌گیری عددی بر مبنای مجموعه ضرایب گوس است که براساس آن رابطه (13) را خواهیم داشت:

$$J = \emptyset(Y(\tau_1), \tau_1, Y(\tau_{N+1}), \tau_{N+1}) + \frac{t_f - t_0}{2} \sum_{i=1}^N w_i g(Y_i, U_i, \tau) \quad (13)$$

ضرائب  $w_i$  براساس رابطه (14) محاسبه می‌شوند [22]:



شکل 5 تاریخچه زمانی تغییرات سرعت

$$\begin{aligned} \dot{r} &= v \sin \gamma, \quad \dot{\theta} = \frac{v \cos \gamma \cos \psi}{r \cos \phi}, \quad \dot{\phi} = \frac{v \cos \gamma \sin \psi}{r} \\ \dot{v} &= -D - g \sin \gamma + \omega^2 r \cos \phi (\sin \gamma \cos \phi - \cos \gamma \sin \psi \sin \phi) \\ \dot{\gamma} &= \frac{L \cos \sigma}{v} - \left( \frac{g}{v} - \frac{v}{r} \right) \cos \gamma + 2\omega \cos \psi \cos \phi \\ &\quad + \frac{\omega^2 r}{v} \cos \phi (\cos \gamma \cos \phi + \sin \gamma \sin \psi \sin \phi) \\ \dot{\psi} &= \frac{L \sin \sigma}{v \cos \gamma} - \frac{v}{r} \cos \gamma \cos \psi \tan \phi + 2\omega (\tan \gamma \sin \psi \cos \phi \\ &\quad - \sin \phi) - \frac{\omega^2 r}{v \cos \gamma} \cos \psi \sin \phi \cos \phi \end{aligned} \quad (23)$$

که  $r$  فاصله از مرکز گرانشی زمین،  $v$  سرعت نسبت به زمین،  $\theta$  طول جغرافیایی،  $\phi$  عرض جغرافیایی،  $\gamma$  زاویه مسیر حرکت با افق،  $\psi$  زاویه سمت و زاویه  $\sigma$  بنک است. زاویه  $\sigma$  زاویه بین بردار برا و صفحه متشکل از بردارهای موقعیت و سرعت است که در این جا متغیر کنترلی محسوب می‌شود. سرانجام  $\omega$  سرعت دوران زمین و  $g = \mu / r^2$  اندازه شتاب گرانش که  $\mu$  پارامتر گرانشی زمین،  $L$  و  $D$  نیز نیروی برا و پسا است.

### 5-2 قیود

در زمان پرواز، قیود نامساوی در خصوص پارامترهای فشار دینامیکی، شتاب و نرخ انتقال حرارت به صورت رابطه (24) در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned} q &\leq 15000 \text{ N/m}^2 \\ a &\leq 40 \text{ m/s}^2 \\ \dot{Q} &\leq 800 \text{ kW/m}^2 \end{aligned} \quad (24)$$

### 5-3 شرایط مرزی

شرایط اولیه حرکتی کپسول فضایی مربوط به شرایط خروج از مدار اولیه و شرایط نهایی مربوط به نقطه فعال شدن سیستم بازیافت به صورت رابطه (25) در نظر گرفته شده است:

$$\begin{aligned} r(t_f) &= 15 \text{ km} & r(t_0) &= 120 \text{ km}, & \theta(t_0) &= 41/5^\circ, \\ & & \phi(t_0) &= 40/5^\circ \\ \theta(t_f) &= 59/99^\circ & v(t_0) &= 7500 \text{ m/s}, & \gamma(t_0) &= -2^\circ, \\ & & \psi(t_0) &= -45^\circ \\ \phi(t_f) &= 22/98^\circ & r(t_f) &= 15 \text{ km}, & \theta(t_f) &= 59/99^\circ, \\ & & \phi(t_f) &= 22/98^\circ \end{aligned} \quad (25)$$

### 5-4 تابع هزینه

هدف اصلی، به کمینه رساندن میزان حرارت جذب شده است. این پارامتر با انتگرال گیری از نرخ انتقال حرارت در طول مدت زمان انجام مأموریت به-

$$h^*(t) = \begin{cases} -\frac{3}{2}t + v_0, & t \leq t_s \\ \frac{3}{2}t + (-3t_s + v_0), & t > t_s \end{cases}$$

$$h^*(t) = \begin{cases} 0, & t \leq t_s \\ 3, & t > t_s \end{cases}$$

که در آن رابطه (21) را داریم:

$$t_s^* = \frac{t_f^*}{2} + \frac{v_0}{3} \quad (21)$$

با در نظر گرفتن رابطه (22):

$$t_f^* = \frac{2}{3}v_0 + \frac{4}{3}\sqrt{\frac{1}{2}v_0^2 + \frac{3}{2}h_0} \quad (22)$$

و همچنین شرایط مرزی ارائه شده، خواهیم داشت.

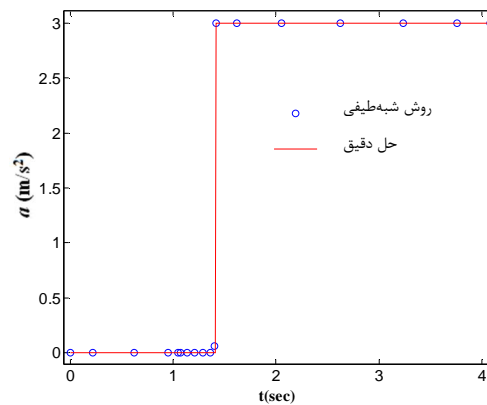
$$(t_s^*, t_f^*) = (1.4154, 4.1641)$$

شکل‌های (3-5) نتایج حاصل از الگوریتم را با حل دقیق مقایسه می‌کند. نتیجه بررسی، حاکی از انطباق نتایج با حل دقیق است.

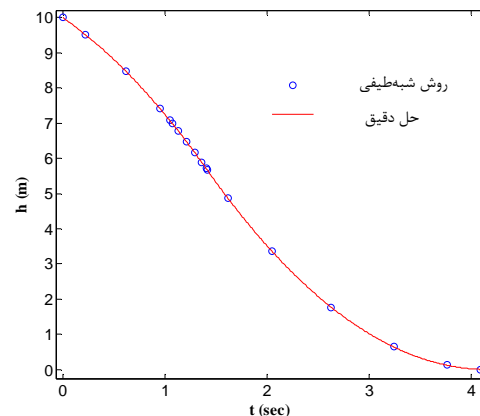
### 5- طراحی مسیر بهینه در بازگشت به جو

#### 5-1- معادلات حرکت

دینامیک اجسام بازگشت پذیر، پارامترهای تأثیرگذار در این خصوص و مدل‌های مربوطه به طور مفصل در مرجع [27] بیان شده است. معادلات حرکت کپسول فضایی در سیستم مختصات کروی به صورت رابطه (23) است:



شکل 3 تاریخچه زمانی شتاب کنترل



شکل 4 تاریخچه زمانی تغییرات ارتفاع

صورت رابطه (26) محاسبه می‌شود:

$$J_Q = 1.294e^{-4} \int_{t_0}^{t_f} v^3 \rho^{0.5} dt \quad (26)$$

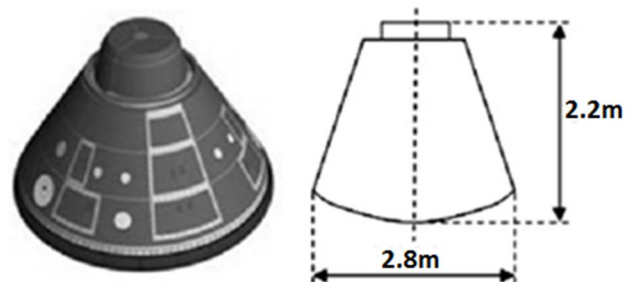
که  $\rho$  دانسیته اتمسفر است. لازم به توضیح است که مبنای رابطه بالا، میزان انتقال حرارت در نقطه سکون که تابعی از هندسه وسیله است.

### 5-5 مدل فیزیکی وسیله

کپسول فضایی مورد استفاده در این بررسی، کپسولی موسوم به «ای آر دی» که مخفف «اثبات کننده فناوری بازگشت به جو» است. (شکل 6). این کپسول توسط آژانس فضایی اروپایی در سال 1998 به طور موفقیت آمیز آزمایش شده است. این کپسول شبیه کپسول آپولو با نسبت 79 درصد است و شکلی کروی-مخروطی دارد. بیشترین قطر آن 2/8 متر، طول آن 2/04 متر و جرم کلی آن 2800 کیلوگرم است.

### 6- نتایج

الگوریتم توسعه داده شده برای طراحی مسیر حرکتی بهینه کپسول فضایی مورد استفاده قرار داده شد. در بخش نخست با در نظر گرفتن سه نوع متفاوت پروفیل کنترلی، طراحی مسیر حرکتی بهینه توسط لایه داخلی بهینه سازی به انجام رسید. برای این بررسی بیشینه تعداد بازه ها و درجه بیشینه پروفیل کنترلی در هر بازه مقادیر متفاوتی در نظر گرفته شد. نتایج حاصل در جدول 1 و شکل های (7-10) نمایش داده شده است. طبیعتاً در نظر گرفتن پروفیل فرمانی متشکل از تعداد بالاتر بازه ها و درجه بالای چندجمله ای ها جواب مطلوب تری خواهد داد، اما نکته در این جا این است که الگوریتم مشارکتی توسعه داده شده در لایه داخلی تنها به یک جواب اولیه قابل قبول نیاز دارد و برای این منظور پروفیل های ساده تر نیز مناسب خواهد بود. در ادامه بررسی، با آغاز حل از پروفیل دوم جدول 1 که نتایج بهتری را به نمایش گذاشته، با در نظر گرفتن ترکیبات متفاوتی از قیده های مسیر حرکتی، مقدار تابع هزینه که میزان حرارت جذب شده است، مورد مقایسه قرار گرفت. جدول 2 نتیجه این بررسی را به نمایش گذاشته است. این نشان می دهد با ارتقاء قیده ها که در اثر دستیابی به فناوری های پیشرفته تر در حوزه های مختلف صورت می پذیرد، تابع هزینه مستقیماً بهبود خواهد یافت. به عبارت دیگر، بهبود وضعیت سازه ای بر میزان حرارت جذب شده نیز مؤثر خواهد بود که لازم است این امر در طراحی سیستمی در نظر گرفته شود. ابزار توسعه داده شده در این بررسی، زمینه انجام پژوهش های آتی در حوزه مورد اشاره را فراهم ساخته است. مشخصه های مربوط به مسیره های حرکتی بهینه متناظر با مجموعه های مختلف قیود که شامل پروفیل کنترلی، مشخصه های عملکردی و متغیرهای حالت است در شکل های (7-19) نمایش داده شده است.



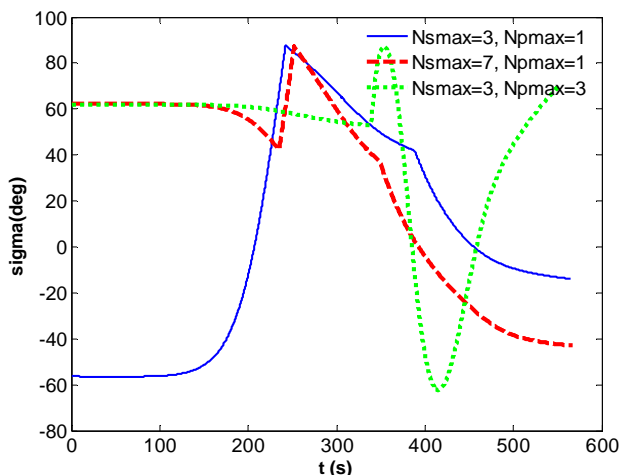
شکل 6 شماتیک کپسول بازگشت پذیر بررسی شده

جدول 1 نتایج حاصل از بهینه سازی با در نظر گرفتن انواع متفاوتی از پروفیل های

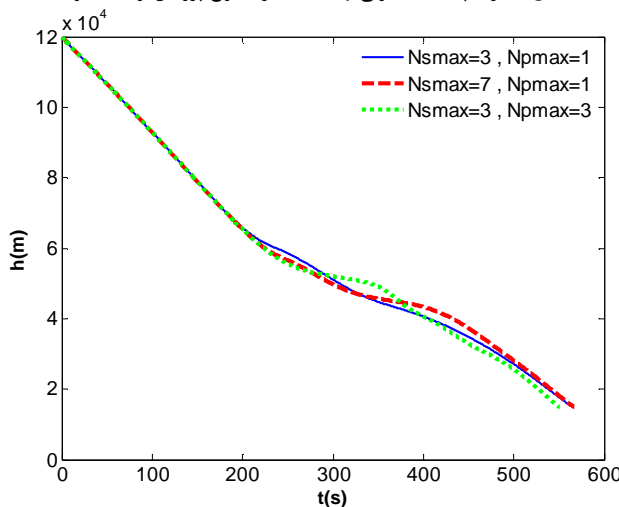
کنترلی	بیشینه درجه پروفیل	بیشینه تعداد بازه ها
حرارت جذب شده (مگا ژول)	کنترلی ( $Np_{max}$ )	( $Ns_{max}$ )
124/3	1	3
122/8	1	7
124/2	3	3

جدول 2 اثر تغییر قیود مسیر بر میزان حرارت جذب شده

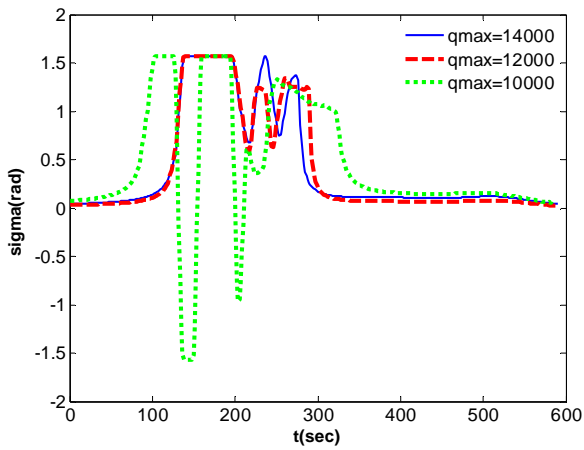
میزان حرارت جذب شده (MJ)	قیود ماکزیمم شتاب عمودی ( $m/s^2$ )	قیود ماکزیمم نرخ انتقال حرارت ( $kJ/s$ )	قیود هد دینامیکی ماکزیمم (kPa)
121/3	40	800	14
122/1	40	800	12
124/0	40	800	10
120/7	40	900	14
124/2	40	700	14
122/2	35	800	14
123/8	3	800	14



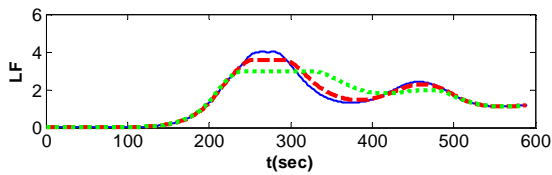
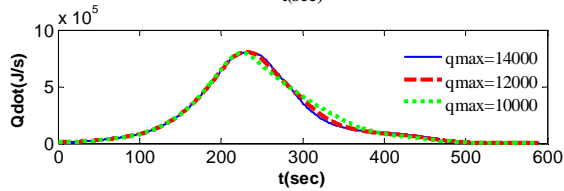
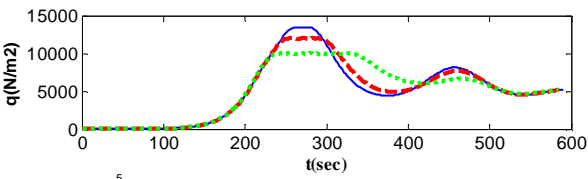
شکل 7 تاریخچه های کنترلی بهینه متناظر با انواع پروفیل اولیه متفاوت



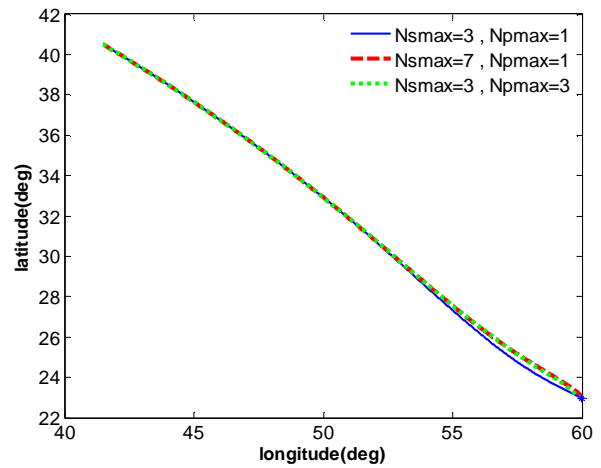
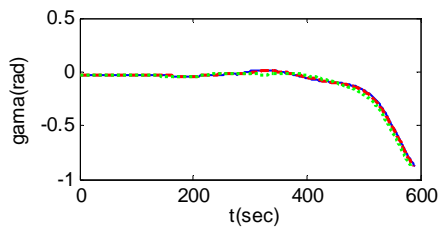
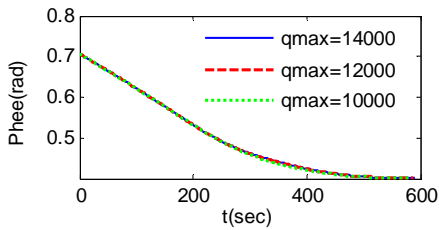
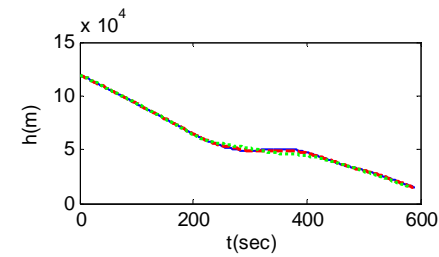
شکل 8 تغییرات ارتفاع متناظر با پروفیل های کنترلی شکل 7



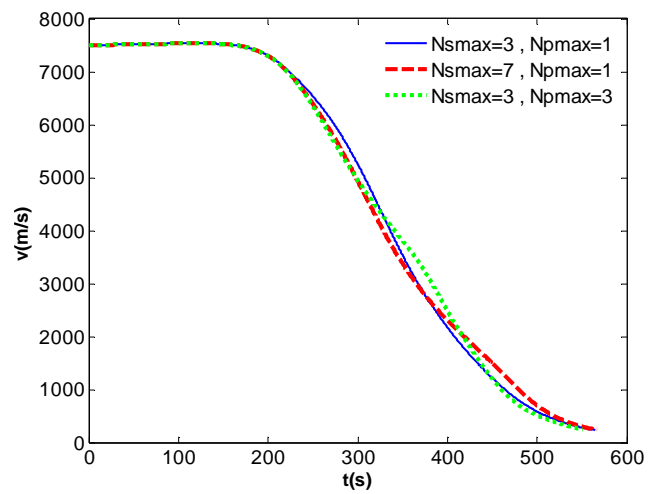
شکل 11 اثر تغییر مقدار قید فشار دینامیکی بر مشخصه‌های عملکردی



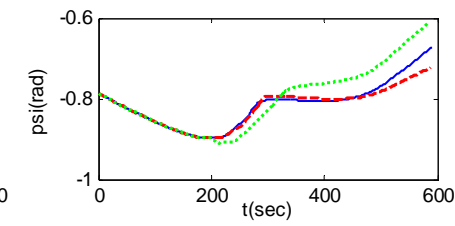
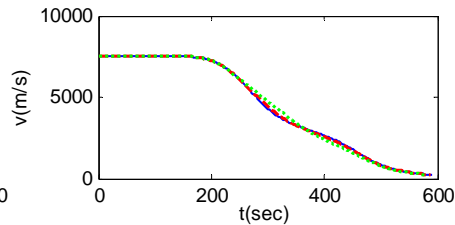
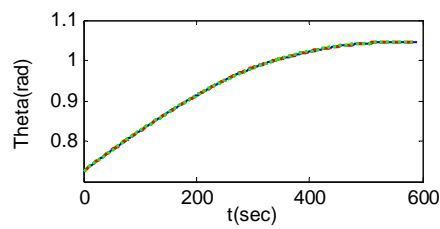
شکل 12 اثر تغییر مقدار قید فشار دینامیکی بر پروفیل فرمان بهینه



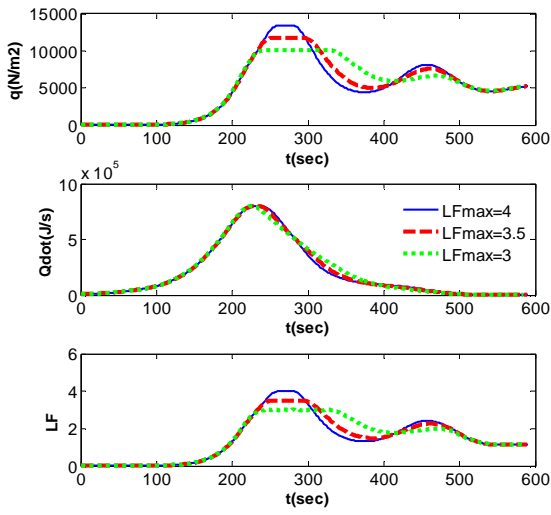
شکل 9 مسیر حرکتی متناظر با پروفیل‌های کنترلی شکل 7



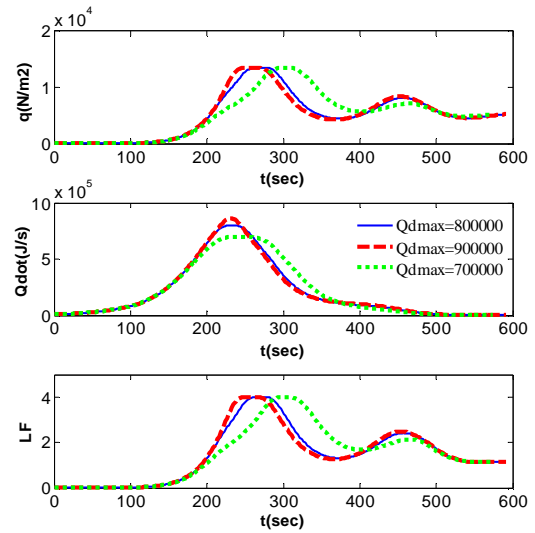
شکل 10 تغییرات سرعت متناظر با پروفیل‌های کنترلی شکل



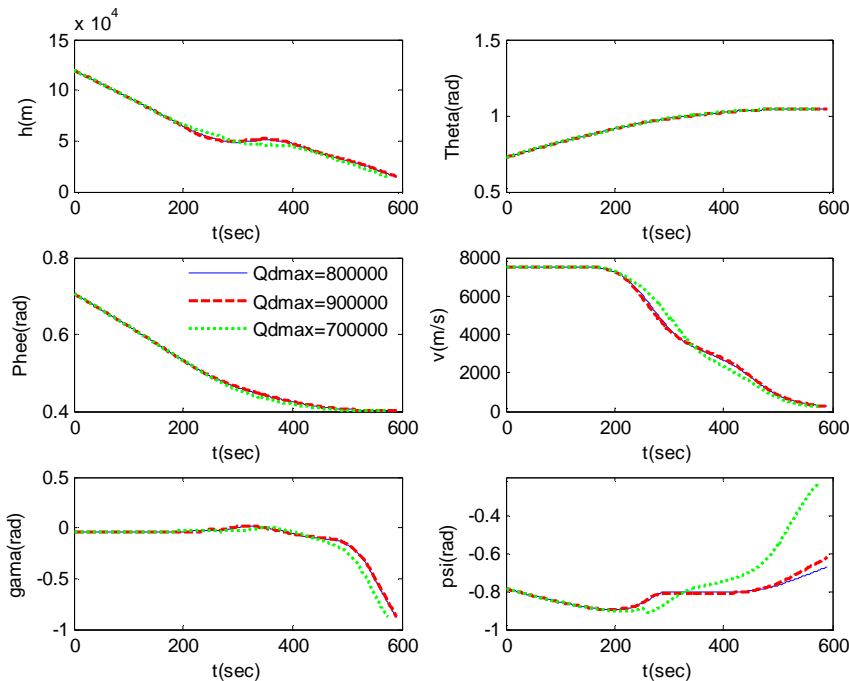
شکل 13 اثر تغییر مقدار قید فشار دینامیکی بر تاریخچه زمانی متغیرهای حالت بهینه



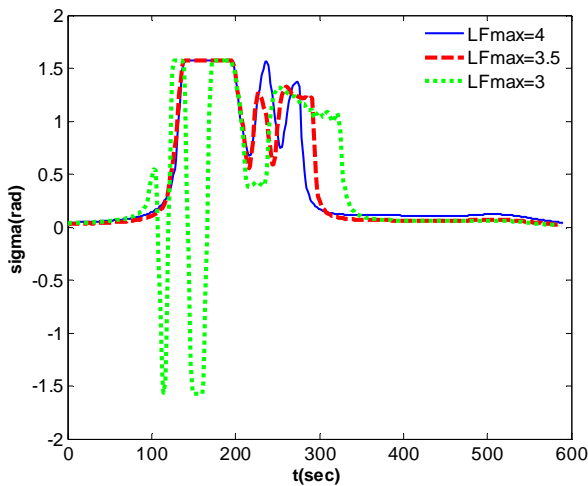
شکل 17 اثر تغییر مقدار قید فرابار بر مشخصه‌های عملکردی



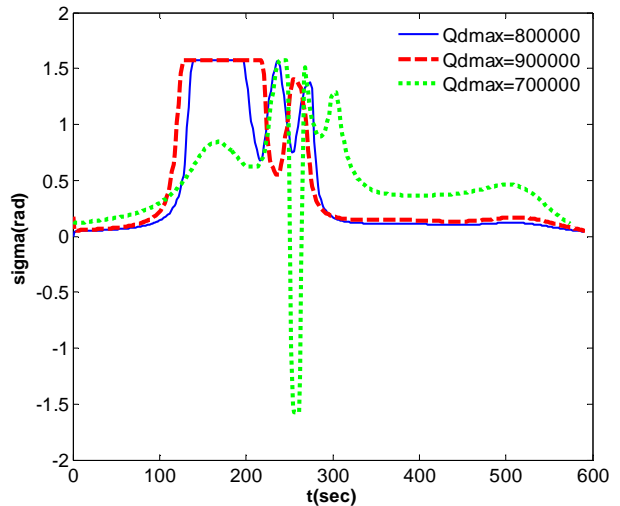
شکل 14 اثر تغییر مقدار قید نرخ انتقال حرارت بر مشخصه‌های عملکردی



شکل 16 اثر تغییر مقدار قید نرخ انتقال حرارت بر تاریخچه زمانی متغیرهای حالت بهینه

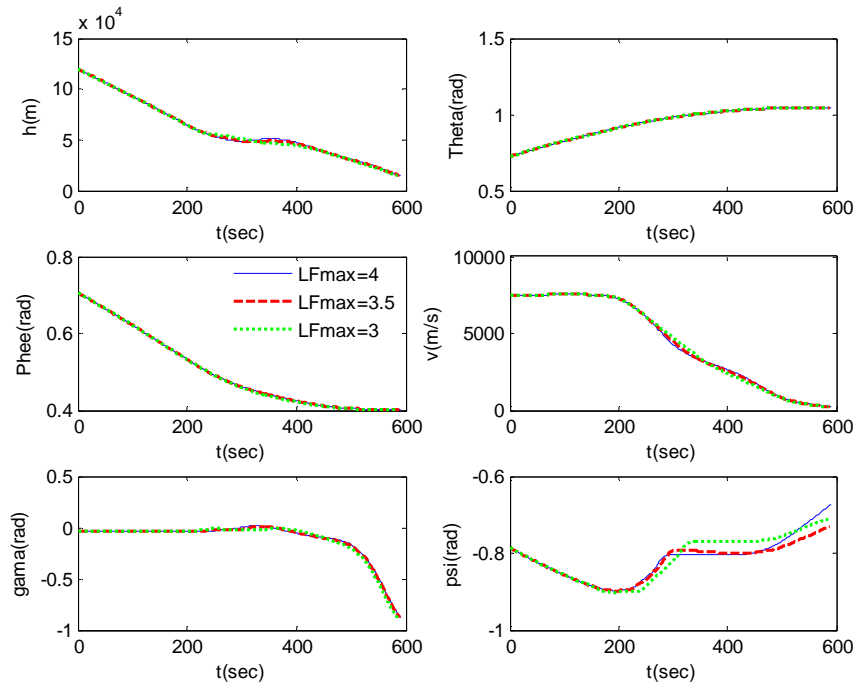


شکل 18 اثر تغییر مقدار قید فرابار بر پروفیل فرمان بهینه



شکل 15 اثر تغییر مقدار قید نرخ انتقال حرارت بر پروفیل فرمان





شکل 19 اثر تغییر مقدار قید فرابار بر تاریخچه زمانی متغیرهای حالت بهینه

## 7- جمع بندی

یک الگوریتم بهینه‌سازی دو لایه برای حل مسئله طراحی مسیر حرکتی بهینه در بازگشت به جو توسعه داده شد. لایه داخلی در یک ساختاری مشارکتی با بهره‌گیری از الگوریتم‌های ژنتیک، جمعیت ذرات و توده مورچه‌ها جواب اولیه مناسبی را می‌یابد. لایه خارجی بهینه‌سازی، با بهره‌گیری از این جواب اولیه، جستجوی دقیقی را برای جواب بهینه به انجام می‌رساند. حل مسائل نمونه، صحت الگوریتم بهینه‌سازی در هر دو لایه را اثبات کرد. الگوریتم توسعه داده شده عملکرد مناسبی داشته و بازدهی محاسباتی بالایی را به نمایش گذاشت. در نهایت، مسئله بازگشت به جو یک کپسول فضایی با محوریت بررسی قیود مسیر حرکت بررسی شد.

## علائم یونانی

$\tau$	زمان بی‌بعد شده
$\theta$	طول جغرافیایی
$\phi$	عرض جغرافیایی
$\gamma$	زاویه بردار سرعت با افق
$\psi$	زاویه سمت بردار سرعت
$\sigma$	زاویه بردار برآ با صفحه حرکت (متغیر کنترلی)
$\mu$	ثابت گرانشی زمین ( $m^3s^{-2}$ )
$\omega$	سرعت زاویه‌ای دوران زمین
$\rho$	چگالی ( $kgm^{-3}$ )

## 8- علائم، نشانه‌ها و ارقام

## فهرست علائم

$a$	شتاب عمودی ( $ms^{-2}$ )
$CD$	ضریب پسا
$CL$	ضریب برآ
$E$	اندازه انرژی لحظه‌ای بر واحد جرم ( $m^2s^{-2}$ )
$g$	شتاب گرانش ( $ms^{-2}$ )
$m$	جرم (kg)
$q$	فشار دینامیکی ( $kgm^{-1}s^{-2}$ )
$r$	فاصله از مرکز گرانش (m)
$S$	سطح مرجع ( $m^2$ )
$t$	زمان (s)
$v$	سرعت ( $ms^{-1}$ )

## 9- فهرست مراجع

- [1] J. T. Betts, Survey of Numerical Methods for Trajectory Optimization, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 21, 193, 1998.
- [2] A. V. Rao, A Survey of Numerical Methods for Optimal Control, *AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference*, AAS Paper 09-334, Pittsburgh, PA, August 2009.
- [3] B. Tian, Q. Zong, Optimal guidance for reentry vehicles based on indirect Legendre pseudospectral method, *Acta Astronautica*, Vol. 68, No. 7, pp. 1176-1184, 2011.
- [4] C. Hargraves and S. Paris, Direct trajectory optimization using nonlinear programming and collocation, *Journal of Guidance Control and Dynamics*, Vol. 10, pp. 338-342, 1987.
- [5] G. N. Elnagar and M. Razzaghi, A Collocation-Type Method for Linear Quadratic Optimal Control Problems, *Optimal Control Applications and Methods*, Vol. 18, pp. 227-235, 1997.
- [6] F. Fahroo, and I. M. Ross, A Spectral Patching Method for Direct Trajectory Optimization, *Journal of Astronautical Sciences*, Vol. 48, pp. 269-286, 2000.
- [7] D. A. Benson, *A Gauss Pseudospectral Transcription for Optimal Control*, PhD thesis, MIT, 2004.
- [8] C. Darby, W. Hager and A. V. Rao, An hp-adaptive pseudospectral method for solving optimal control problems, *Optimal Control Applications and Methods*, DOI: 10.1002/oca.957.
- [9] S. Talebi, A. Ariaei, Vibration analysis of rotating tapered cantilever beams and crack detection using genetic algorithm, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 8, pp. 1-13, 2013. (In Persian)

- [19] X. Zhang, L. Tang, A new hybrid ant colony optimization algorithm for the vehicle routing problem, *Pattern Recognition Letters*, Vol. 30, pp. 848–855, 2009.
- [20] S. Nemat, M. Basiri, N. Ghasem-Aghaee, M. Hosseinzadeh, A novel ACO-GA hybrid algorithm for feature selection in protein function prediction, *Expert Systems with Applications*, Vol. 36, pp. 12086–12094, 2009.
- [21] D. A. Benson, G. T. Huntington, T. P. Thorvaldsen and, A. V. Rao, Direct Trajectory Optimization and Costate Estimation via an Orthogonal Collocation Method, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 29, pp. 1435–1440, 2006.
- [22] D. Garg, M. A. Patterson, C. L. Darby, C. Francolin, G. T. Huntington, W. Hager and A. V. Rao, Direct Trajectory Optimization and Costate Estimation of Finite-Horizon and Infinite-Horizon Optimal Control Problems Using a Radau Pseudospectral Method, *Computational Optimization and Applications*, Vol. 49, pp. 335–358, 2011.
- [23] D. Garg, M. A. Patterson, W. Hager, A. V. Rao, D. A. Benson and G. T. Huntington, A Unified Framework for the Numerical Solution of Optimal Control Problems Using Pseudospectral Methods, *Automatica*, Vol. 46, pp. 1843–1851, 2010.
- [24] D. Garg, W. Hager and A. V. Rao, Pseudospectral Methods for Solving Infinite-Horizon Optimal Control Problems, *Automatica*, Vol. 47, pp. 829–837, 2011.
- [25] S. Rao, *Engineering Optimization Theory and Practice*, 4th edition, JOHN WILEY & SONS, INC., 2009.
- [26] J. Meditch, On the problem of optimal thrust programming for a soft lunar landing, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 9, pp. 477–484, 1964.
- [27] F. J. Regan, and Anandakrishnan, S. M., *Dynamics of Atmospheric Re-Entry*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington, D.C., 1993.
- [10] F. Najafi, M. Karimi, M. Ghayour, Optimal Trajectory Planning and Obstacle Avoidance of a Manipulator in the Presence of Ellipsoidal Obstacles Using Genetic Algorithms, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 10, No. 4, pp. 75–84, 2011. (In Persian)
- [11] M. T. Vakil-Baghmisheh, R. Hassannejad, M. Mirzaei, Application of Genetic Algorithms in Optimal Design of a Passive Suspension System a Vehicle Subjected to Random Excitations of Actual Road, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 10, No. 4, pp. 1–12, 2011. (In Persian)
- [12] C. Li, L. Tang, Y. Wang, and Z. Deng, Design of Trajectory Tracking for Vehicles using PSO Algorithm, *Proceedings of the International Symposium on Intelligent Information Systems and Applications*, Qingdao, P. R. China, Oct. 28–30, pp. 047–050, 2009.
- [13] Q. Zhang C. Liu, B. Yang, Z. Ren, Reentry Trajectory Planning Optimization Based on Ant Colony Algorithm, *Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics*, December 15–18, 2007, Sanya, China.
- [14] A. Naghash, R. Esmaelzadeh, M. Mortazavi, Reza Jamilnia, Near optimal guidance law for descent to a point using inverse problem approach, *Aerospace Science and Technology*, Vol. 12, pp. 241–247, 2008.
- [15] G. Ning, S. Zhang, Z. Fang, Integrated Entry Guidance for Reusable Launch Vehicle, *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 20, pp. 1–8.
- [16] M. Li, R. Zhang, Z. Li, R. Zhang, Footprint Problem with Angle of Attack Optimization for High Lifting Reentry Vehicle, *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 25, pp. 243–251, 2012.
- [17] Y. Kao, E. Zahara, A hybrid genetic algorithm and particle swarm optimization for multimodal functions, *Applied Soft Computing*, Vol. 8, pp. 849–857, 2008.
- [18] K. Dong, A. Ajith, C. Jae, hybrid genetic algorithm and bacterial foraging approach for global optimization, *Information Sciences*, Vol. 177, pp. 3918–3937, 2007.