



اثر معیارهای تسلیم پیشرفته BBC2003، Yld2004 و BBC2008 بر منحنی‌های شکل‌پذیری با مدل‌های مارسینیاک-کوزینسکی، گلوبی پخشی سوئیفت و گلوبی موضعی هیل

محمد حسین پورگلو^{1*}، سیدمحمدحسین سیدکاشی²، سپیده شاهی³

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران
 2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند
 3- دانشجوی مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران
 * تهران، صندوق پستی 16785-136، m.hoseinpour@srttu.edu

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
 دریافت: 10 شهریور 1393
 پذیرش: 05 آبان 1393
 ارائه در سایت: 09 آذر 1393
 کلید واژگان:
 باریک‌شدگی
 ناپایداری پلاستیک
 اثر PLC
 اورتوتروپی
 منحنی حد شکل‌دهی
 معیار تسلیم

چکیده

در این مقاله، اثر معیارهای تسلیم پیشرفته BBC2003، Yld2004 و BBC2008 با قانون سخت‌شوندگی سوئیفت بر اساس مدل‌های مارسینیاک-کوزینسکی، گلوبی پخشی سوئیفت و گلوبی موضعی هیل در محاسبه‌ی کرنش‌های حدی بررسی شده است. این مدل‌ها برای ارزیابی قابلیت پیش‌بینی شکل‌پذیری در ورق‌های فلزی اورتوتروپیک AA2090-T3 و AA6111-T4 به کار برده شده. علاوه بر این، اثر PLC¹ بر شکل‌پذیری ورق آلومینیومی AA5182-O نیز بررسی شده است. حساسیت مدل مارسینیاک-کوزینسکی نسبت به ضریب ناهمگنی اولیه بررسی و تأثیر این پارامتر در پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی نشان داده شده است. مطالعه اثر توان معیارهای تسلیم فوق بر شکل‌پذیری، نشان می‌دهد توان‌های بالاتر که برای مواد با ساختار اتمی FCC پیشنهاد شده، حد شکل‌پذیری بالاتری را نسبت به توان‌های پایین‌تر که برای مواد BCC پیشنهاد شده است، دارند. همچنین تأثیر پارامترهای مؤثر ماده از قبیل توان کرنش‌سختی و ناهمسانگردی در ورق مورد مطالعه قرار گرفته و نشان داده شده که افزایش توان کرنش‌سختی باعث بهبود شکل‌پذیری و اثر PLC و افزایش ضریب ناهمسانگردی، موجب کاهش شکل‌پذیری ورق می‌شوند. همچنین پیش‌بینی کرنش‌های حدی آلیاژ AA6111-T4 توسط معیار تسلیم Yld2004 در سمت راست منحنی با مدل مارسینیاک-کوزینسکی و در سمت چپ با مدل گلوبی موضعی هیل، تطابق بهتری با نتایج تجربی را نشان می‌دهد

The Effect of Advanced BBC2003, Yld2004 and BBC2008 Yield Criteria on FLDs Based on M-K, Swift and Hill Models

Mohammad Hoseinpour Gollo^{1*}, Seyed Mohammad Hossein Seyedkashi², Sepideh Shahi³

1- Department of Mechanical Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran, Iran
 2- Department of Mechanical Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran
 3- Department of Mechanical Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran, Iran
 *P.O.B. 16785-136 Tehran, Iran, m.hoseinpour@srttu.edu

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
 Received 01 September 2014
 Accepted 27 October 2014
 Available Online 30 November 2014

Keywords:

Necking
 Plastic instability
 PLC effect, Orthotropy
 FLD
 Yield Criterion

ABSTRACT

In this paper, effect of advanced yield criteria including BBC2003, Yld2004 and BBC2008 are studied using Swift hardening law on determination of limit strains based on Marciniak-Kuczynski (M-K), Swift's diffuse necking and Hill's localized necking models. These models are used to assess the formability prediction of orthotropic AA2090-T3 and AA6111-T4 sheets. The Portevin-Le Chatelier effect on formability of AA5182-O sheet is also studied. The sensitivity of Marciniak-Kuczynski model to the initial imperfection factor is investigated and the effect of this parameter on prediction of forming limit diagram has been shown. Study of the effect of yield criteria exponent on formability shows the higher exponents which are recommended for FCC metals have higher forming limits in comparison with lower exponents adopted to BCC metals. The effects of strain hardening coefficient and anisotropy are studied too. The results show that the increase of strain hardening exponent improves the formability, while the PLC effect and increase of anisotropy coefficient reduce it. Experimental results show better conformity with M-K model at the right side of FLD and with Hill's localized necking model at its left side.

1- Portevin le Chatelier

Please cite this article using:

M. Hoseinpour Gollo, S. M. H. Seyedkashi, S. Shahi, The Effect of Advanced BBC2003, Yld2004 and BBC2008 Yield Criteria on FLDs Based on M-K, Swift and Hill Models, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 1, pp. 141-150, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

M. Hoseinpour Gollo, S. M. H. Seyedkashi, S. Shahi, The Effect of Advanced BBC2003, Yld2004 and BBC2008 Yield Criteria on FLDs Based on M-K, Swift and Hill Models, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 1, pp. 141-150, 2015 (In Persian)

1- مقدمه

منحنی‌های حد شکل‌دهی برای اولین بار توسط کیلر [1] و گودوین [2] برای نشان دادن عیوبی مثل گلوبی و شکست در ورق‌های فلزی ارائه شدند. برای تعیین تجربی منحنی حد شکل‌دهی، نمونه‌هایی از ورق فلزی مورد نظر توسط کشش ساده یا کشش با سنبه‌ی نیم‌کروی در حالت‌های مختلف کرنش صفحه‌ای قرار داده می‌شوند. اما تعداد زیاد آزمایش‌های موردنیاز، بسیار پرهزینه و زمان‌بر است. بنابراین، تعیین منحنی حد شکل‌دهی به روش‌های تئوری و با دقت قابل قبول بسیار ضرورت داشته و از مهم‌ترین خواسته‌های صنایع مختلف شکل‌دهی فلزات است.

برای مطالعه‌ی ناپایداری پلاستیک و تعیین منحنی حد شکل‌دهی، مدل‌های تئوری مختلفی ارائه شده است. سوئیفت [3] پیشنهاد کرد زمانی که تنش‌های اصلی به مقدار ماکزیمم خود می‌رسند، ناپایداری پلاستیک رخ می‌دهد و کرنش‌های حدی گلوبی پخشی را پیش‌بینی کرد. اما در پرس‌کاری، اندازه‌ی کرنش مجاز، با ایجاد گلوبی موضعی تعیین می‌شود [4]. هیل [5] با فرض این‌که گلوبی موضعی برای ورق فلزی در جهتی ایجاد می‌شود که از دید آن صفر است، مدل گلوبی موضعی را پیشنهاد کرد. ماریسینیک و کوزینسکی [6] پرکاربردترین مدل (مدل MK) را برای پیش‌بینی منحنی حد شکل‌دهی، با در نظر گرفتن این‌که عیوب هندسی اولیه، باعث شکست در ماده می‌شود، ارائه کردند. آن‌ها نقص را به صورت یک شیار نازک در نظر گرفته و فرض کردند که شیار، عمود بر کرنش‌های اصلی باقی می‌ماند و کرنش‌های حدی شیار را در جهت عرضی - که بسیار سریع‌تر از نواحی اطراف افزایش می‌یابد - محاسبه کردند. مدل‌های گلوبی ارائه‌شده به درک پدیده‌ی گلوبی کمک کرده و برای پیش‌بینی سریع شکل‌پذیری ورق‌های فلزی در صنعت مورد استفاده قرار می‌گیرند. داریانی و عضدی [7] با تغییر درجه‌ی معیار تسلیم هیل 1979 برای سمت راست و چپ FLD، تطابق خوبی بین نتایج تئوری و تجربی برقرار کردند. عاصم‌پور و همکاران [8] اثر توابع تسلیم هاسفورد و BBC2000 را در مدل MK بررسی کرده و نتیجه گرفتند برای فولاد AK، کرنش‌های حدی پیش‌بینی‌شده توسط معیار تسلیم هاسفورد با توان 6 همخوانی بهتری با نتایج تجربی دارد. آلوود و شولر [9]، حدود شکل‌دهی را در فرآیندهای شکل‌دهی فلزات که در آن‌ها بارگذاری تناسبی و شامل همه‌ی 6 مؤلفه‌ی تانسور تنش است، بررسی کردند. آن‌ها روش MK را برای در بر گرفتن این نوع از بارگذاری توسعه داده و برای نمایش کرنش‌های حدی بدست آمده، یک منحنی حد شکل‌دهی تعمیم‌یافته ($GFLD^1$) را پیشنهاد کردند. GFLD نشان می‌دهد حدود شکل‌دهی به‌طور قابل‌توجهی توسط تنش نرمال فشاری و برش ضخامتی افزایش می‌یابد. نورچشمه و گرین [10] بیان کردند پیش‌بینی‌های منحنی حد شکل‌دهی با استفاده از مدل MK، به شکل سطح تسلیم اولیه و تغییر آن در طی کارسختی وابسته است. جانگ‌بونگ و بارلات [11] با به کار بردن تابع تسلیم Yld2000-2d در مدل‌های MK و PMC^2 اصلاح‌شده، نمودار حد شکل‌دهی دو ورق فولاد ضدزنگ با ضخامت‌های 0/1 mm و 1 mm را پیش‌بینی کرده و نتیجه گرفتند که برای هر دو ورق نازک و ضخیم، FLD محاسبه‌شده با روش PMC تطابق بهتری با نتایج تجربی دارد. پانیچ و بارلات [12] FLD و $FLSD^3$ دو ورق فولادی پر استحکام را با استفاده از مدل MK و معیارهای تسلیم ون‌میسز،

هیل 1948 و Yld2000-2d و مدل‌های سخت‌شوندگی سوئیفت و وس اصلاح‌شده تعیین و با منحنی‌های تجربی مقایسه کردند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد FLD و FLSD به‌طور قابل‌توجهی تحت تأثیر معیار تسلیم و مدل سخت‌شوندگی هستند. حسین‌پور و سیدکاشی [13] اثر معیارهای تسلیم ناهمسانگرد هاسفورد، هیل درجه 2 و هیل غیر درجه 2 و پارامترهای موثر ماده بر منحنی‌های حد شکل‌دهی برحسب مدل MK را مورد مطالعه قرار داده و نشان دادند که انتخاب معیار تسلیم تأثیر زیادی بر منحنی حد شکل‌دهی دارد. مسلمی‌نایینی و همکاران [14]، کاربرد معیارهای ناپایداری پلاستیک مختلف همراه با معیار تسلیم ناهمسانگرد درجه 2 بارلات را در فرایند هیدروفرمینگ لوله مورد بررسی قرار داده و نتیجه گرفتند که معیار ناپایداری سوئیفت بهترین پیش‌بینی را برای منحنی حد شکل‌دهی دارد.

مدل‌های موجود هر یک دارای نقاط ضعف و قوت متفاوت در پیش‌بینی منحنی‌های حد شکل‌دهی برای مواد مختلف هستند و اطمینان از صحت نتایج مدل انتخاب شده همواره از دغدغه‌های مهندسیین طراح بوده است. در این مقاله، اثر توابع تسلیم پیشرفته‌ی BBC2003، Yld2004، BBC2008 و قانون سخت‌شوندگی سوئیفت برای پیش‌بینی حد شکل‌پذیری با مدل‌های ماریسینیک-کوزینسکی، گلوبی پخشی سوئیفت و گلوبی موضعی هیل بر روی ورق‌های فلزی اورتوتروپیک AA2090-T3، AA6111-T4 و AA5182-0 بررسی شده است. تأثیر ضریب ناهمگنی اولیه و پارامترهای ماده از قبیل توان کرنش سختی، ناهمسانگردی و ساختار بلوری فلزات بر پیش‌بینی کرنش‌های حدی با مدل MK بررسی شده است. همچنین پیش‌بینی کرنش‌های حدی آلیاژ AA6111-T4 توسط معیار Yld2004 با مدل MK و گلوبی موضعی هیل ارائه شده است. نتایج حاصله برای محاسبه سریع و دقیق حدود شکل‌دهی این آلیاژها در کاربردهای مختلف صنعتی استفاده شایانی دارد.

2- توابع تسلیم پیشرفته برای مواد اورتوتروپیک

2-1- مقدمه

در این تحقیق ورق‌های فلزی، با خواص مکانیکی اورتوتروپیک در نظر گرفته شده‌اند. بنابراین تانسور تنش به شکل رابطه‌ی 1 تعیین می‌شود.

$$\sigma = \sigma_{ij} \otimes e_j \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (1)$$

که در آن 1، 2 و 3 به ترتیب جهت نورد، عمود بر جهت نورد و جهت عمود بر ورق را نشان می‌دهند.

ناهمسانگردی پلاستیک ورق‌های فلزی را به روش‌های مختلفی می‌توان بیان کرد. به‌طور کلاسیک، تنش‌های تسلیم تک‌محوری در جهت‌های مختلف (Y_φ) و نسبت‌های کرنش پلاستیک مربوطه r_φ برای بیان ناهمسانگردی استفاده می‌شوند. r_φ نسبت کرنش عرضی به کرنش ضخامتی نمونه‌ی کشش بوده و برای داشتن قابلیت مقایسه، معمولاً در کرنش 20% تعیین می‌شود. φ در محدوده‌ی 0 تا 90 درجه بوده و زاویه‌ی محور طولی نمونه‌ی آزمون کشش نسبت به جهت نورد را تعریف می‌کند. غالباً ناهمسانگردی پلاستیک در جهات 0° ، 45° و 90° تعیین می‌شود. اما برای موادی که ناهمسانگردی بالاتری را نشان می‌دهند، برای بیان وابستگی به جهت، ارزیابی در زاویه‌های بیشتری لازم خواهد بود. قابلیت توابع تسلیم در مشخص کردن سطح تسلیم در فضای تنش‌ها دارای اهمیت بسیار بوده و لازم است که تابع تسلیم از نظر ریاضی به اندازه‌ی کافی انعطاف‌پذیر باشد و پس از وارد کردن پارامترهای ماده، بتواند همه‌ی پارامترهای تجربی را با دقت بازبایی کند. کمترین

1- Generalised forming limit diagram
2- Parmar-Mellor-Chakrabarty
3- Forming limit stress diagram

$$\bar{\sigma}^{A,B} = \sigma_1^{A,B} \frac{1}{f(\alpha^{A,B})} \quad (16)$$

با شرط تسلیم $\bar{\sigma} = Y_{ref}$ ، تابع f در معادله 17 آورده شده است.

$$f(\alpha^{A,B}) = \frac{1}{\bar{\sigma}(\sigma_1^{A,B} = 1, \sigma_2^{A,B} = \alpha^{A,B})} \quad (17)$$

در همه‌ی معادلات با توجه به همگن بودن تابع تسلیم، تنش‌های نسبی = 1 و $\sigma_1^{A,B}$ و $\sigma_2^{A,B} = \alpha^{A,B}$ به جای تنش‌های مطلق به کار برده شده‌اند.

از همگنی نمو کرنش پلاستیک معادل، معادله‌ی 18 نتیجه می‌شود.

$$d\bar{\varepsilon}^{A,B} = g(\alpha^{A,B}) d\varepsilon_1^{A,B} \quad (18)$$

اصل کار پلاستیک جزئی در معادله‌ی 19 ارائه شده است.

$$\bar{\sigma}^{A,B} d\bar{\varepsilon}^{A,B} = \sigma_1^{A,B} d\varepsilon_1^{A,B} (1 + \alpha^{A,B} \rho^{A,B}) \quad (19)$$

با جایگذاری روابط 16 و 18 در 19، معادله‌ی 20 نتیجه می‌شود.

$$\bar{\sigma}^{A,B} d\bar{\varepsilon}^{A,B} = f(\alpha^{A,B}) \bar{\sigma}^{A,B} \frac{d\bar{\varepsilon}^{A,B}}{g(\alpha^{A,B})} (1 + \alpha^{A,B} \rho^{A,B}) \quad (20)$$

با ساده کردن معادله‌ی 20، معادله‌ی 21 بدست می‌آید:

$$g(\alpha^{A,B}) = f(\alpha^{A,B}) (1 + \alpha^{A,B} \rho^{A,B}) \quad (21)$$

با توجه به معادله‌های 14 و 18 و اینکه $d\varepsilon_1^{A,B} = d\bar{\varepsilon}^{A,B} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_1^{A,B}}$ و $d\varepsilon_2^{A,B} = d\bar{\varepsilon}^{A,B} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_2^{A,B}}$ معادله‌ی 22 حاصل می‌شود.

$$\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_1^{A,B}} = \frac{1}{g(\alpha^{A,B})}, \quad \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_2^{A,B}} = \frac{\rho^{A,B}}{g(\alpha^{A,B})} \quad (22)$$

با توجه به شکل 1، می‌توان تعادل نیروها را در راستای 1 نوشت (معادله‌ی 23).

$$\sigma_1^A t^A = \sigma_1^B t^B \quad (23)$$

با اعمال ضریب ناهمگنی، معادله‌ی 23 به معادله‌ی 24 تبدیل می‌شود.

$$\sigma_1^A = \sigma_1^B \omega \quad (24)$$

کرنش سختی سوئیفت با معادله‌ی 25، بیان شده است.

$$\bar{\sigma} = K(\varepsilon_0 + \varepsilon)^n \quad (25)$$

در این معادله، n ضریب کرنش سختی و ε_0 پیش کرنش اعمال شده به ورق می‌باشد.

پارامتر φ به شکل نسبت بزرگ‌ترین تنش اصلی به تنش مؤثر مطابق معادله‌ی 26 تعریف می‌شود.

$$\varphi^{A,B} = \frac{\sigma_1^{A,B}}{\bar{\sigma}} \quad (26)$$

با توجه به رابطه‌ی سازگاری $d\varepsilon_2^A = d\varepsilon_2^B$ معادله‌ی 27 بدست می‌آید:

$$d\varepsilon_2^A = d\bar{\varepsilon}^B \frac{\rho^B}{g(\alpha^B)} \quad (27)$$

کرنش مؤثر منطقه‌ی B با استفاده از رابطه‌ی 28 بدست می‌آید.

$$d\bar{\varepsilon}^B = d\varepsilon_2^A \frac{g(\alpha^B)}{\rho^B} \quad (28)$$

با جای گذاری معادله‌های 25 و 26 در 24 حاصل خواهد شد.

$$(\varepsilon_0 + \varepsilon^A + d\varepsilon^A)^n \varphi^A = (\varepsilon_0 + \varepsilon^B + d\varepsilon^B)^n \varphi^B \omega \quad (29)$$

با در نظر گرفتن یک نسبت کرنش مشخص، ابتدا نمو کرنش مؤثر $(d\varepsilon^A)$ در منطقه‌ی A اعمال شده و جزء کرنش‌های اصلی $d\varepsilon_1^A$ و $d\varepsilon_2^A$ محاسبه می‌شود.

با حل رابطه‌ی 29 نسبت تنش‌ها و نمو کرنش مؤثر در منطقه‌ی B بدست می‌آید. سپس جزء کرنش‌های ε^A ، ε^B ، ε_3^A و ε_3^B افزایش داده می‌شوند و

مراحل ذکر شده تکرار می‌گردد تا نسبت جزء کرنش ایجاد شده در منطقه‌ی گلویی به جزء کرنش اعمالی به منطقه‌ی سالم، از یک عدد بحرانی عبور کند.

این مرز بحرانی نشان‌دهنده‌ی ناپایداری و پارگی است. در این حالت، مقادیر

در حین تغییر شکل، ضریب ناهمگنی مطابق معادله 12 تغییر می‌کند.

$$\omega = \omega_0 \exp(\varepsilon_3^B - \varepsilon_3^A) \quad (12)$$

نسبت تنش‌ها و کرنش‌های اصلی به ترتیب در معادلات 13 و 14 آورده شده است.

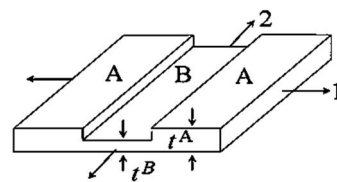
$$\alpha^{A,B} = \frac{\sigma_2^{A,B}}{\sigma_1^{A,B}} \quad (13)$$

$$\rho^{A,B} = \frac{d\varepsilon_2^{A,B}}{d\varepsilon_1^{A,B}} = \frac{\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_2^{A,B}}}{\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_1^{A,B}}} \Big|_{\sigma_1^{A,B} = 1, \sigma_2^{A,B} = \alpha^{A,B}} \quad (14)$$

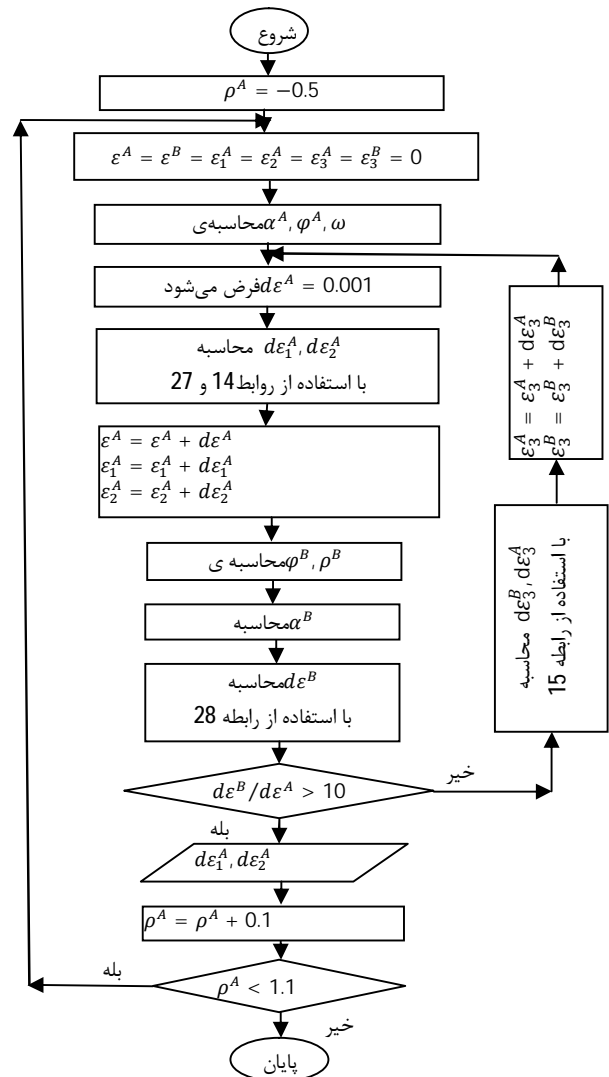
با توجه به فرض تراکم‌ناپذیری ماده، کرنش‌های ضخامتی مطابق معادله‌ی 15 خواهند بود.

$$d\varepsilon_3^{A,B} = -(d\varepsilon_1^{A,B} + d\varepsilon_2^{A,B}) \quad (15)$$

به علت همگن بودن تابع تسلیم، تنش معادل مطابق با معادله 16 ارائه شده است.



شکل 1 هندسه و شرایط مرزی مدل MK



شکل 2 فلوچارت جهت تعیین کرنش‌های حدی براساس مدل MK

که در آن $g(\alpha)$ در رابطه ی 41 تعریف شده است:

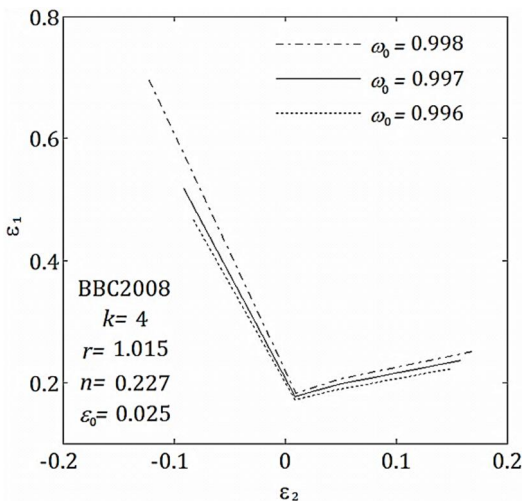
$$g(\alpha) = f(\alpha)(1 + \alpha\rho) \quad (41)$$

برای یک نسبت تنش تعیین شده، تنها متغیر مجهول، کرنش پلاستیک مؤثر ($\bar{\epsilon}$) است که به‌عنوان ریشه‌ی معیار گلوبی محاسبه می‌شود. مدل هیل برای منطقه‌ی منفی کرنش صفحه‌ای فرعی و مدل سوئیفت برای منطقه‌ی مثبت کرنش صفحه‌ای فرعی به کار می‌رود.

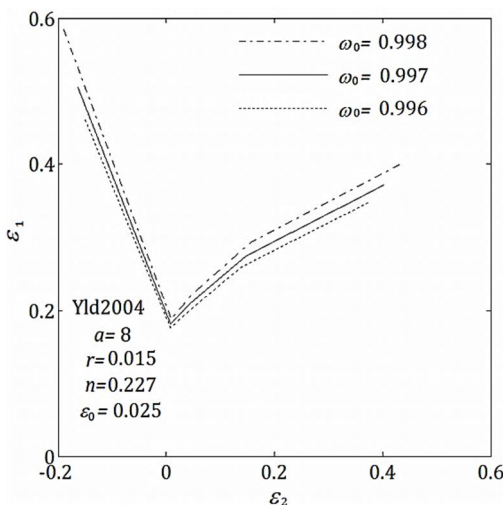
4- نتایج و بحث

در این مقاله منحنی‌های حد شکل‌دهی آلیاژهای AA1111-T4، AA2090-T3 و AA5182-O براساس مدل‌های MK، گلوبی پخشی سوئیفت و گلوبی موضعی هیل، با استفاده از توابع تسلیم هیل 1979، BBC2003، Yld2004 و BBC2008 محاسبه و با نتایج تجربی مقایسه شده است. همچنین اثر پارامترهای توان کرنش‌سختی n و ضریب ناهمسانگردی r و توان معیار تسلیم بر منحنی‌های حد شکل‌دهی بررسی شده است.

با توجه به حساسیت بالای مدل MK به ضریب ناهمگنی اولیه ω_0 ، مقدار این ضریب به‌گونه‌ای انتخاب می‌شود که بهترین تطابق بین نتایج تئوری و داده‌های تجربی به‌وجود آید. تأثیر ضریب ناهمگنی اولیه در تعیین FLD در شکل‌های 4 تا 7 نشان داده شده است.



شکل 4 اثر ضریب ناهمگنی اولیه بر FLD براساس مدل MK و معیار تسلیم BBC2008



شکل 5 اثر ضریب ناهمگنی اولیه بر FLD براساس مدل MK و معیار تسلیم Yld2004

کرنش در منطقه‌ی سالم ورق (ϵ_1^A و ϵ_2^A) کرنش‌های حدی ورق و یک نقطه از FLD می‌باشند. با تغییر نسبت کرنش و تکرار محاسبات، سایر نقاط منحنی حد شکل‌دهی بدست می‌آیند.

3-2- مدل گلوبی پخشی سوئیفت

مطابق شکل 3 یک قطعه فلز در معرض کشش صفحه‌ای همگن تحت نیروهای F_1 و F_2 قرار دارد. نیروها طبق معادله‌ی 30 تعیین می‌شوند.

$$F_1 = \sigma_1 A_1, \quad F_2 = \sigma_2 A_2 \quad (30)$$

که A_i مساحت سطح مقطع عمود بر نیروهای F_i است. مطابق رابطه‌ی 31 گلوبی پخشی وقتی شروع می‌شود که $dF_i = 0$ [19].

$$dF_1 = A_1 d\sigma_1 + \sigma_1 dA_1 = 0, \quad dF_2 = A_2 d\sigma_2 + \sigma_2 dA_2 = 0 \quad (31)$$

با توجه به ثابت بودن حجم و با استفاده از معادله‌ی 31، رابطه‌ی 32 بدست می‌آید.

$$\frac{d\sigma_1}{d\epsilon_1} = \sigma_1, \quad \frac{d\sigma_2}{d\epsilon_2} = \sigma_2 \quad (32)$$

تابع پتانسیل پلاستیک، $P(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ رابطه‌ی بین سه تنش اصلی را در طی فرایند ارائه می‌کند. تابع تسلیم F را می‌توان برحسب کار پلاستیک W_p بیان کرد. تابع تسلیم F و تابع پتانسیل پلاستیک P در اینجا با هم برابرند (معادله 33).

$$P = F(W_p) \quad (33)$$

با توجه به برابری dF و dP معادله‌ی 34 نتیجه می‌شود.

$$\frac{\partial P}{\partial \sigma_1} d\sigma_1 + \frac{\partial P}{\partial \sigma_2} d\sigma_2 = F'(W_p)(\sigma_1 d\epsilon_1 + \sigma_2 d\epsilon_2) \quad (34)$$

در نهایت می‌توان نوشت (معادله‌ی 35):

$$Y'_{\text{ref}}(\bar{\epsilon}) g(\alpha) = Y_{\text{ref}}(\bar{\epsilon}) \quad (35)$$

که در این رابطه، $g(\alpha)$ مطابق رابطه‌ی 36 می‌باشد.

$$g(\alpha) = f(\alpha)(1 + \alpha\rho), \quad Y'_{\text{ref}}(\bar{\epsilon}) = \frac{dY_{\text{ref}}(\bar{\epsilon})}{d\bar{\epsilon}} \quad (36)$$

3-3- مدل گلوبی موضعی هیل

برای مدل کردن گلوبی موضعی، مطابق معادله‌ی 37 فرض می‌شود که ورق توسط نیروی بر واحد عرض t ($t > t_2$) بارگذاری شده است [20].

$$F_1 = \sigma_1 t, \quad F_2 = \sigma_2 t \quad (37)$$

که t ضخامت ورق است (شکل 3). فرض می‌شود گلوبی موضعی زمانی اتفاق می‌افتد که $dF_i = 0$ (معادله‌ی 38).

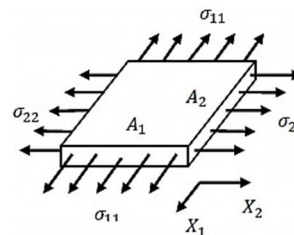
$$dF_1 = t d\sigma_1 + \sigma_1 dt = 0 \quad (38)$$

با استفاده از معادله‌ی 39

$$d\epsilon_3 = \frac{dt}{t} = -d\epsilon_1(1 + \rho) \quad (39)$$

که در این رابطه، ρ نسبت کرنش‌ها می‌باشد. با جای‌گذاری رابطه‌ی 39 در 34، رابطه‌ی 40 حاصل می‌شود:

$$Y'_{\text{ref}}(\bar{\epsilon}) g(\alpha) = Y_{\text{ref}}(\bar{\epsilon})(1 + \rho) \quad (40)$$



شکل 3 هندسه‌ی مدل گلوبی موضعی سوئیفت

جدول 1 خواص مکانیکی و داده‌های ناهمسانگردی آلیاژ آلومینیوم AA2090-

[22] T3

K [MPa]	ε_0 [-]	n [-]	r_{00} [-]	r_{15} [-]	r_{30} [-]	r_{45} [-]	r_{60} [-]	r_{75} [-]
646	0/025	0/227	0/21	0/3269	0/6923	1/58	1/0385	0/5384

r_{90} [-]	Y_0	Y_{15}	Y_{30}	Y_{45}	Y_{60}	Y_{75}	Y_{90}
0/69	1	0/961	0/910	0/811	0/810	0/882	0/910

جدول 2 پارامترهای آلیاژ آلومینیوم AA2090-T3 برای معیار تسلیم BBC2008 [22]

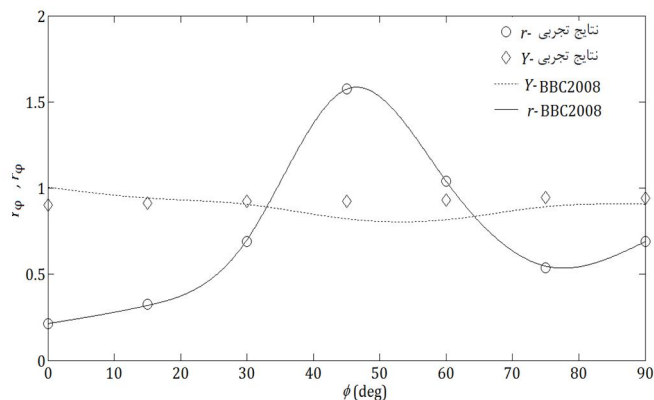
K	s	w	$\ell_1^{(1)}$	$\ell_2^{(1)}$	$m_1^{(1)}$	$m_2^{(1)}$	$m_3^{(1)}$	$n_1^{(1)}$	$n_2^{(1)}$
4	2	1/2247	0/1309	0/6217	0/7834	0/6604	0/000079	0/111	0/0482

$n_3^{(1)}$	$\ell_1^{(2)}$	$\ell_2^{(2)}$	$m_1^{(2)}$	$m_2^{(2)}$	$m_3^{(2)}$	$n_1^{(2)}$	$n_2^{(2)}$	$n_3^{(2)}$
0/3075	1/0339	-0/0720	0/000113	0/000077	0/5380	0/0558	1/0186	0/7781

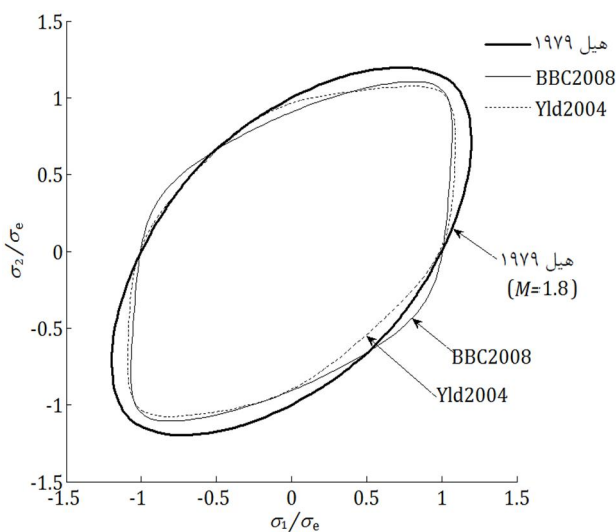
جدول 3 ضرایب معیار تسلیم Yld2004 برای آلیاژ آلومینیوم AA2090-T3 [23]

c'_{12}	c'_{13}	c'_{21}	c'_{23}	c'_{31}	c'_{32}	c'_{44}	c'_{55}	c'_{66}
-0/0698	0/9364	0/0791	1/0030	0/5247	1/3631	1/0237	1/0690	0/9543

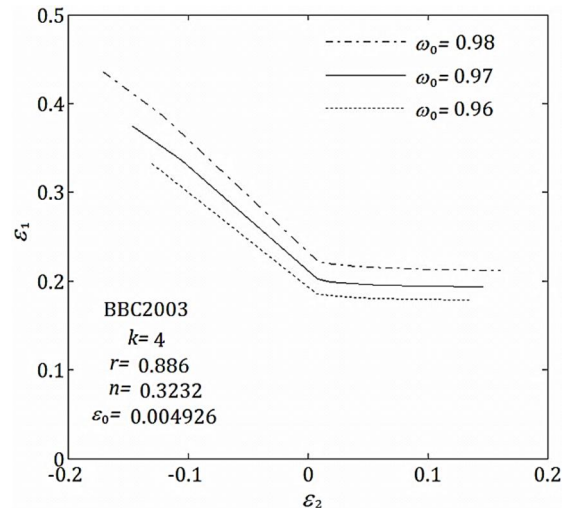
c''_{12}	c''_{13}	c''_{21}	c''_{23}	c''_{31}	c''_{32}	c''_{44}	c''_{55}	c''_{66}
0/9811	0/4767410	0/575316	0/8668	1/1450	-0/0792	1/0516	1/1471	1/4046



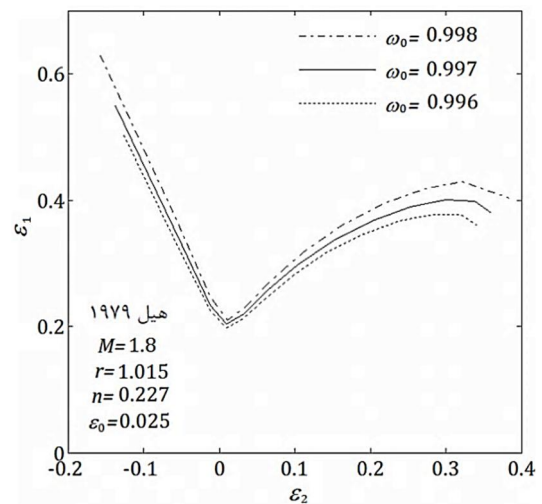
شکل 8 توزیع صفحه‌های تنش تسلیم تک‌محوری و ضریب ناهمسانگردی پیش‌بینی شده با معیار BBC2008 برای آلیاژ AA2090-T3



شکل 9 سطح تسلیم پیش‌بینی شده برای آلومینیوم AA2090-T3



شکل 6 اثر ضریب ناهمگنی اولیه بر FLD براساس مدل MK و معیار تسلیم BBC2003



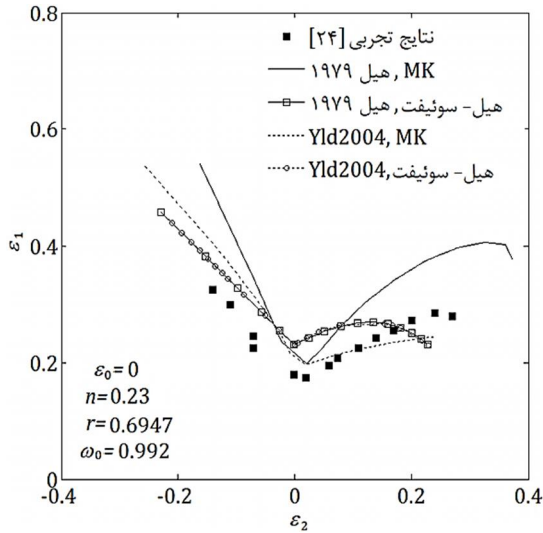
شکل 7 اثر ضریب ناهمگنی اولیه بر FLD براساس مدل MK و معیار هیل 1979

1-4-آلیاژ AA2090-T3

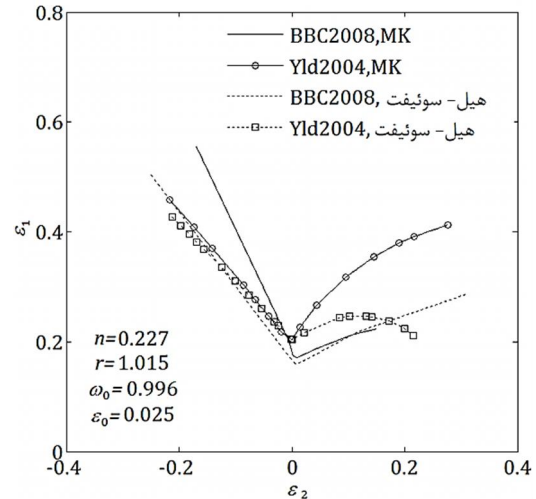
خواص مکانیکی و داده‌های ناهمسانگردی در جدول 1 و ثابت‌های به کار رفته در معیارهای تسلیم BBC2008 و Yld2004 به ترتیب در جدول‌های 2 و 3 آمده است.

شکل 8 قابلیت معیار تسلیم BBC2008 را در پیش‌بینی تنش تسلیم تک‌محوری نرمالیزه شده و ضریب ناهمسانگردی برای آلیاژ AA2090-T3 نشان می‌دهد. ضرایب ناهمسانگردی و مقادیر تنش تسلیم پیش‌بینی شده نزدیکی بسیار خوبی با داده‌های تجربی دارد.

منحنی سطح تسلیم معیارهای ارایه شده، در شکل 9 و نمودارهای حد شکل‌دهی پیش‌بینی شده برای آلیاژ AA2090-T3 با ضریب ناهمگنی اولیه $\omega_0=0/996$ [21] در شکل 10 نشان داده شده‌اند. مطابق شکل در سمت راست منحنی، معیار تسلیم Yld2004 با مدل MK بیشترین و معیار BBC2008 با مدل گلوبی پخشی سوئیفت کمترین کرنش‌ها را پیش‌بینی می‌کنند و در سمت چپ، معیار BBC2008 با مدل MK بیشترین و معیار BBC2008 با مدل گلوبی موضعی هیل کمترین کرنش‌ها را پیش‌بینی می‌کنند.



شکل 12 نمودار حد شکل‌دهی تجربی و پیش‌بینی شده برای آلیاژ AA6111-T4



شکل 10 نمودار حد شکل‌دهی پیش‌بینی شده برای آلیاژ AA2090-T3

2-4- آلیاژ AA6111-T4

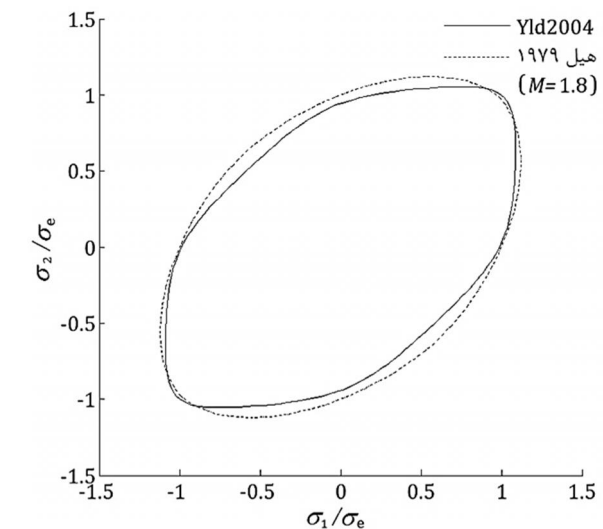
خواص مکانیکی و داده‌های ناهمسانگردی در جدول 4 و ثابت‌های به کار رفته در معیار تسلیم Yld2004 در جدول 5 آورده شده است. منحنی سطح تسلیم معیارهای ارایه شده در شکل 11 و نمودارهای حد شکل‌دهی پیش‌بینی شده برای آلیاژ AA6111-T4 با ضریب ناهمگنی اولیه $\omega_0=0/992$ در شکل 12 نشان داده شده‌اند. مطابق شکل، در سمت راست منحنی پیش‌بینی معیار Yld2004 با مدل MK و در سمت چپ پیش‌بینی معیار Yld2004 و هیل 1979 با مدل گلوبی موضعی هیل تطابق بهتری با نتایج تجربی دارند.

جدول 4 خواص مکانیکی و داده‌های ناهمسانگردی آلیاژ آلومینیوم AA6111-T4 [23]

K[MPa]	$\varepsilon_0[-]$	$n[-]$	$r_0[-]$	$r_{15}[-]$	$r_{30}[-]$	$r_{45}[-]$	$r_{60}[-]$	$r_{75}[-]$	$r_{90}[-]$
503/7	0	0/23	0/8891	0/8945	0/7442	0/6131	0/6139	0/6333	0/6637

جدول 5 ضرایب معیار تسلیم Yld2004 برای آلیاژ آلومینیوم AA6111-T4 [23]

c'_{12}	c'_{13}	c'_{21}	c'_{23}	c'_{31}	c'_{32}	c'_{44}	c'_{55}	c'_{66}
1/2410	1/0782	1/2164	1/2238	1/0931	0/8891	0/5019	0/5571	1/3490
c''_{12}	c''_{13}	c''_{21}	c''_{23}	c''_{31}	c''_{32}	c''_{44}	c''_{55}	c''_{66}
0/7753	0/9227	0/7654	0/7933	0/9186	1/0276	1/1158	1/1122	0/5897



شکل 11 سطح تسلیم پیش‌بینی شده برای آلومینیوم AA6111-T4

3-4- آلیاژ AA5182-O

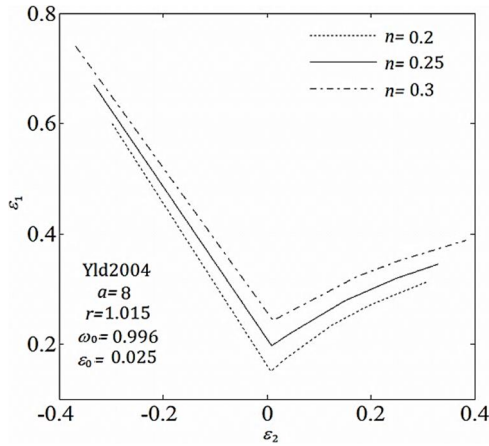
خواص مکانیکی و داده‌های ناهمسانگردی در جدول 6 و ثابت‌های به کار رفته در معیار تسلیم BBC2003 در جدول 7 آورده شده است. منحنی سطح تسلیم معیارهای ارایه شده، در شکل 13 و نمودارهای حد شکل‌دهی پیش‌بینی شده برای آلیاژ AA5182-O با ضریب ناهمگنی اولیه $\omega_0=0/98$ در شکل 14 نشان داده شده‌اند. مطابق شکل 14 پراکندگی در نتایج تجربی به علت پدیده PLC در آلیاژ آلومینیوم AA5182-O، می‌باشد. ظاهر شدن تکراری ناپیوستگی‌ها در بخش پلاستیک منحنی تنش- کرنش یا جریان دندانه‌دار تغییر شکل در بعضی از آلیاژهای آلومینیوم به‌عنوان اثر PLC شناخته می‌شود [26]. در آلیاژهای Al-Mg با مختل شدن حرکت نابجایی‌ها توسط اتم‌های Mg، به سبب کرنش‌پذیری دینامیکی، منحنی جریان دندانه‌دار به‌وجود می‌آید. اگر نابجایی‌ها، به‌آرامی حرکت کنند، اتم‌های Mg می‌توانند به نابجایی‌ها منتقل شوند. در غیر این صورت تنش جریان کمتری تشخیص داده شده، و به‌صورت ماکروسکوپی، به‌عنوان حساسیت منفی به نرخ کرنش شناخته شده و به ناپایداری منجر می‌شود. اما در دماهای بالا، تحرک اتم‌های محلول افزایش یافته و دندانه‌ها ناپدید می‌شوند [27]. بدیهی است که استفاده از منحنی سخت‌شوندگی مرسوم برای چنین موادی به علت نادیده گرفتن اثر PLC به نتایج اشتباه منجر خواهد شد. نتایج نشان داده است که اثر PLC، شکل‌پذیری ورق‌های فلزی را کاهش می‌دهد [28]. می‌توان نتیجه گرفت که اثر PLC یک دلیل ممکن برای عدم تطابق FLD پیش‌بینی شده با داده‌های تجربی است.

جدول 6 خواص مکانیکی و داده‌های ناهمسانگردی آلیاژ AA5182-O [25]

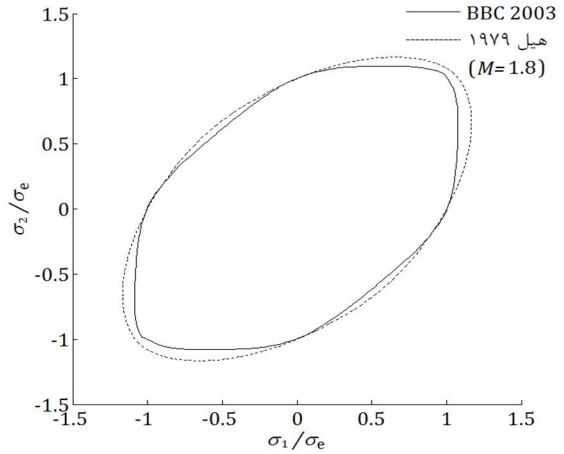
K[MPa]	$\varepsilon_0[-]$	$n[-]$	$r_0[-]$	$r_{45}[-]$	$r_{90}[-]$
585/2	0/004926	0/3232	0/642	1/039	0/829

جدول 7 ثابت‌های به کار رفته در معیار تسلیم BBC2003 [26]

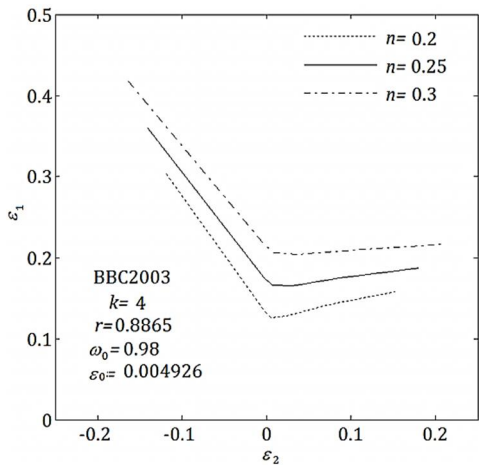
M	N	P	Q	R	S	T	a	K
0/9342	1/0021	1/0268	1/0342	0/9979	1/0461	1/0774	0/6503	4



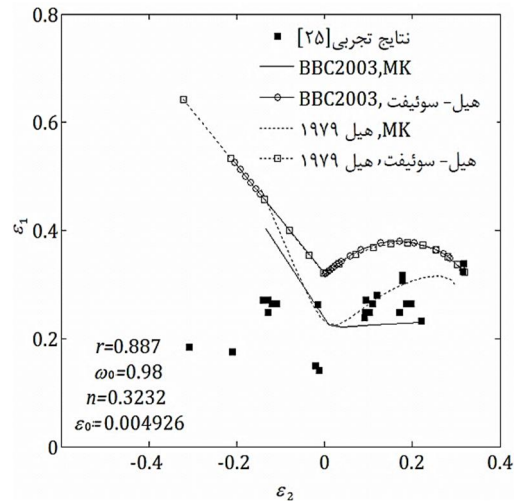
شکل 16 اثر توان کرنش‌سختی بر FLD براساس مدل MK و معیار تسلیم Yld2004



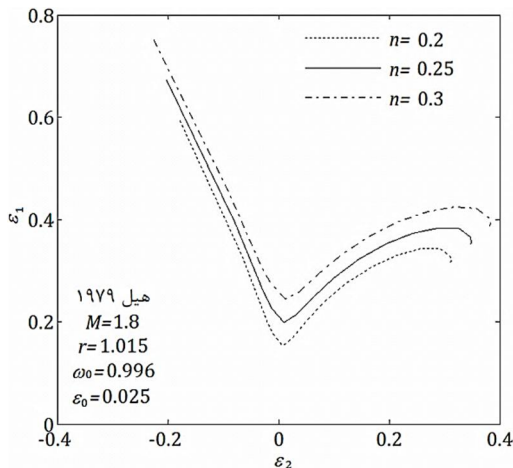
شکل 13 سطح تسلیم پیش‌بینی شده برای آلومینیوم AA5182-O



شکل 17 اثر توان کرنش‌سختی بر FLD براساس مدل MK و معیار تسلیم BBC2003

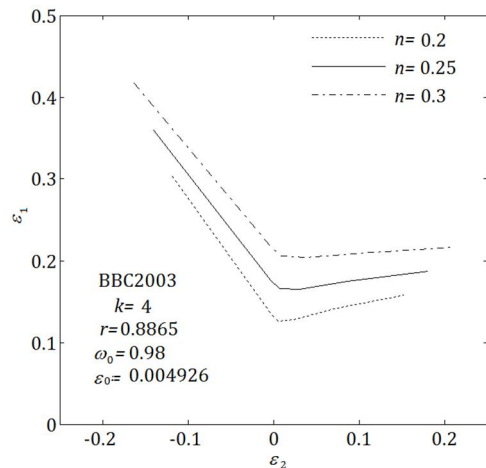


شکل 14 نمودار حد شکل‌دهی تجربی و پیش‌بینی شده برای آلیاژ O-AA5182



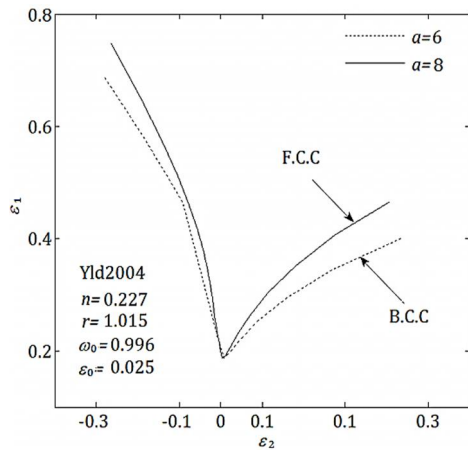
شکل 18 اثر توان کرنش‌سختی بر FLD براساس مدل MK و معیار تسلیم هیل 1979

اثر توان کرنش‌سختی بر منحنی حد شکل‌دهی برای معیارهای تسلیم هیل 1979، BBC2003، Yld2004 و BBC2008 در شکل‌های 15 تا 18 بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که برای تمامی معیارهای تسلیم با افزایش توان کرنش‌سختی، کرنش‌های حدی افزایش یافته و شکل‌پذیری ورق بهبود می‌یابد.

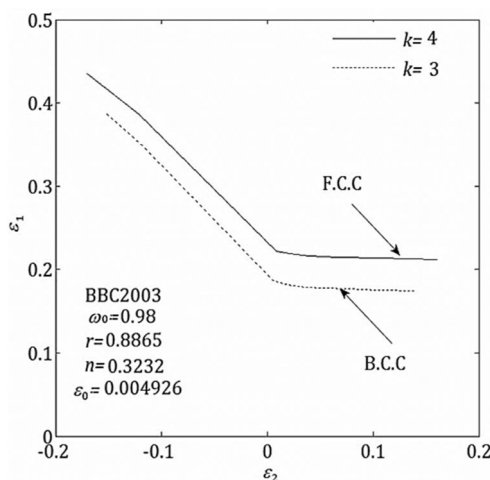


شکل 15 اثر توان کرنش‌سختی بر FLD براساس مدل MK و معیار تسلیم BBC2008

اثر ضریب ناهمسانگردی بر منحنی حد شکل‌دهی براساس مدل MK برای معیارهای تسلیم هیل 1979 و Yld2004 به ترتیب در شکل‌های 19 و 20 نشان داده شده است. مطابق شکل 19 با افزایش ضریب ناهمسانگردی، کرنش‌های حدی کاهش می‌یابند. در شکل 20 با توجه به اینکه ساختار کریستالی هر دو آلیاژ FCC بوده و توان کرنش‌سختی نزدیکی دارند و هر دو غیر حساس به نرخ کرنش هستند، به نظر می‌رسد تفاوت مشاهده شده از ضرایب ناهمسانگردی و نقص بوده است.



شکل 22 اثر توان معیار تسلیم بر FLD براساس مدل MK و معیار تسلیم Yld2004



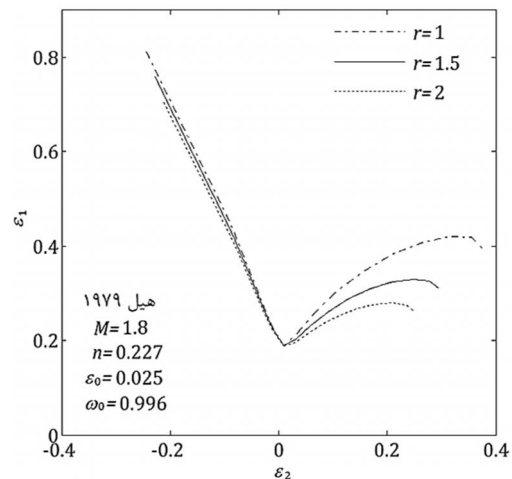
شکل 23 اثر توان معیار تسلیم بر FLD براساس مدل MK و معیار تسلیم BBC2003

5- نتیجه‌گیری

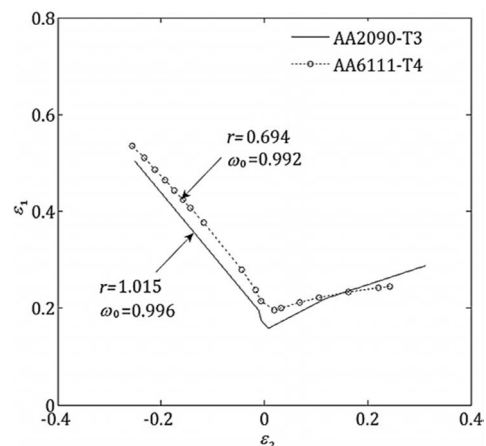
در این مقاله نمودار حد شکل‌دهی آلیاژهای AA2090-T3، AA6111-T4 و AA5182-O با استفاده از مدل‌های MK و هیل-سونیفت و معیارهای تسلیم هیل 1979، BBC2003، Yld2004 و BBC2008 محاسبه و با داده‌های تجربی مقایسه شده است. از این نتایج می‌توان در صنایع شکل‌دهی برای محاسبه سریع و قابل قبول حدود شکل‌دهی این آلیاژها در کاربردهای مختلف استفاده شایانی نمود.

- پیش‌بینی مدل MK با معیار Yld2004، با نمودار حد شکل‌دهی آلیاژ AA6111-T4 نزدیکی خوبی دارد.
- تطابق داده‌های تجربی آلیاژ AA2090-T3 و پیش‌بینی معیار BBC2008 از توزیع صفحه‌ای تنش تسلیم نرمالیزه شده و ضریب ناهمسانگردی در کشش تک‌محوری، نشان‌دهنده قابلیت این معیار در بازیابی دقیق همه‌ی داده‌های ورودی است.
- اثر PLC در آلیاژ AA5182-O باعث تسریع وقوع گلوبی موضعی شده و پیش‌بینی FLD با دقت مناسب انجام نمی‌شود.
- اثر توان کرنش‌سختی بر شکل‌پذیری آلیاژ AA2090-T3، مورد بررسی قرار گرفت. مطابق نتایج، افزایش توان کرنش‌سختی سبب افزایش کرنش‌های حادی می‌شود.

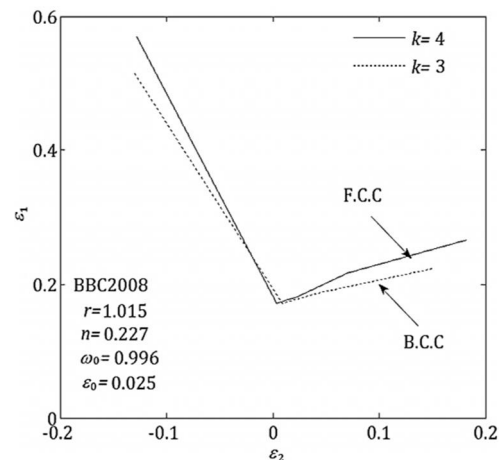
اثر درجه‌ی معیارهای تسلیم BBC2003، Yld2004 و BBC2008 بر منحنی حد شکل‌دهی در شکل‌های 21 تا 23 بررسی شده است. بیشتر بودن کرنش‌های حادی به ازای درجه‌ی بالاتر معیار تسلیم را می‌توان به کمک ساختار بلوری فلزات توجیه نمود. ساختار FCC متراکم‌ترین شبکه‌ی بلوری است و به این ترتیب اتم‌ها راحت‌تر روی هم لغزیده و حرکت می‌کنند. در نتیجه شکل‌پذیری مواد با ساختار اتمی FCC نسبت به BCC بیشتر است.



شکل 19 اثر ضریب ناهمسانگردی بر FLD براساس مدل MK و معیار هیل 1979



شکل 20 اثر ضریب ناهمسانگردی بر FLD براساس مدل MK و معیار تسلیم Yld2004



شکل 21 اثر توان معیار تسلیم بر FLD براساس مدل MK و معیار تسلیم BBC2008

- [12] S. Panich, F. Barlat, V. Uthaisangsuk, S. Suranuntchai, S. Jiratharanat, Experimental and theoretical formability analysis using strain and stress based forming limit diagram for advanced high strength steels, *Materials and Design*, Vol. 51, pp. 756–766, 2013.
- [13] M. Hosseinpour Gollo, S. M. H. Seyedkashi, N. Valian Iraj, The effect of Hosford, Hill's quadratic and non-quadratic yield criteria on prediction of forming limit diagrams based on M-K model, *Modares mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 5, pp. 137-146, 2013. (In Persian)
- [14] H. M. Naeini, S. J. Hashemi, G. H. Liaghat, M. Mohammadi, H. Deilami Azodi, analytical prediction of limit strains and limit stresses in hydroforming of anisotropic aluminium tubes, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 2, pp. 133-140, 2014. (In Persian)
- [15] R. Hill, *Math. Proc. Camb. Soc.* Vol. 75, pp. 179-91, 1979.
- [16] D. Banabic, H. Aretz, D. S. Comsa, L. Paraianu, An improved analytical description of orthotropy in metallic sheets, *International Journal of Plasticity*, Vol. 21, pp. 493–512, 2005.
- [17] D. S. Comsa, D. Banabic, Plane stress yield criterion for highly anisotropic sheet metals, *Numisheet 2008, Interlaken, Switzerland*, pp. 43-48, 2008.
- [18] F. Barlat, H. Aretz, J. W. Yoon, M. E. Karabin, J. C. Brem, R. E. Dick, Linear transformation-based anisotropic yield functions, *International Journal of Plasticity*, Vol. 21, pp. 1009–1039, 2005.
- [19] R. Hill, A theoretical perspective on in-plane forming of sheet metal, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 39, pp. 295–307, 1991.
- [20] Z. Marciniak, J. L. Duncan, S. J. Hu, *Mechanics of Sheet Metal Forming*, 2nd ed, Butterworth-Heinemann, 2002.
- [21] H. Aretz, Numerical analysis of diffuse and localized necking in orthotropic sheet metals, *International Journal Of Plasticity*, Vol. 23, pp. 798–840, 2007.
- [22] M. Vrh, M. Halilovic, B. Starman, B. Stok, D. S. Comsa, D. Banabic, Capability of the BBC2008 yield criterion in predicting the earing profile in cup deep drawing simulations, *European Journal of Mechanics A/Solids*, Vol. 14, pp. 59–74, 2014.
- [23] K. Ravindra Saxena, P. M. Dixit, Prediction of flange wrinkling in deep drawing process using bifurcation criterion, *Journal of Manufacturing Processes*, Vol. 12, pp. 19-29, 2010.
- [24] M. Yang, X. Dong, R. Zhou, J. Cao, Crystal plasticity-based forming limit prediction for FCC materials under non-proportional strain-path, *Materials Science and Engineering A*, Vol. 527, pp. 6607–6613, 2010.
- [25] D. Banabic, H. Aretz, L. Paraianu, P. Jurco, Application of various FLD modelling approaches, *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, Vol. 13, pp. 759–769, 2005.
- [26] Y. Z. Shen, K. H. Oh, D. N. Lee, The effect of texture on the Portevin–LeChatelier effect in 2090 Al–Li alloy, *Scripta Materialia*, Vol. 51, pp. 285–289, 2004.
- [27] A. H. van den Boogaard, Thermally enhanced forming of aluminium sheet, PhD thesis, University of Twente, The Netherlands, 2002.
- [28] O. S. Hopperstad, T. Børvik, T. Berstad, O. G. Lademo, A. Benallal, A preliminary numerical study on the influence of PLC on formability of aluminium alloys, *Proc. ESAFORM 2006 Conference*, pp. 315–318, 2000.

- بررسی اثر ضریب ناهمسانگردی در شکل‌پذیری آلیاژهای AA2090-T3 و AA6111-T4 نشان می‌دهد با افزایش ضریب ناهمسانگردی کرنش‌های حدى کاهش پیدا کرده است.
- بررسی اثر توان معیار تسلیم بر شکل‌پذیری فلزات نشان می‌دهد با افزایش توان معیار تسلیم، کرنش‌های حدى پیش‌بینی‌شده افزایش می‌یابد (شکل‌پذیری مواد با ساختار اتمی FCC نسبت به BCC بیشتر است).

6- مراجع

- [1] S. P. Keeler, WA. Backofen, Plastic instability and fracture in sheets stretched over rigid punches, *Transactions of American Society of Metals*, Vol. 56, pp. 25-48, 1963.
- [2] G. M. Goodwin, Application of strain analysis to sheet metal forming problems in the press shop, *La Metallurgia Italiana*, Vol. 8, 1968.
- [3] H. W. Swift, Plastic instability under plane stress, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 1, pp. 1–18, 1952.
- [4] A. Barata da Rocha, F. Barlat, J. M. Jalinier, Prediction of the forming limit diagrams of anisotropic sheets in linear and non-linear loading, *Materials Science and Engineering*, Vol. 68, pp. 151–164, 1984–1985.
- [5] R. Hill, On discontinuous plastic states, with special reference to localized necking in thin sheets, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 1, pp. 19–30, 1952.
- [6] Z. Marciniak, K. Kuczynski, Limit strains in the process of stretch-forming sheet metal, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 9, pp. 609–620, 1967.
- [7] B. M. Dariani, H. D. Azodi, Finding the optimum Hill index in the determination of the forming limit diagram, *Journal of Engineering Manufacture*, Vol. 217, No. 12, pp. 1677-1683, 2003.
- [8] M. Ganjiani, A. Assempour, An improved analytical approach for determination of forming limit diagrams considering the effects of yield functions, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 182, pp. 598–607, 2007.
- [9] M. Allwood, D. R. Shouler, Generalised forming limit diagrams showing increased forming limits with non-planar stress states, *International Journal of Plasticity*, Vol. 25, pp. 1207–1230, 2009.
- [10] M. Nurcheshmeh, D. E. Green, Prediction of sheet forming limits with Marciniak and Kuczynski analysis using combined isotropic–nonlinear kinematic hardening, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 53, No. 2, pp. 145–153, 2011.
- [11] H. Jong Bong, F. Barlat, M. Gyu Lee, D. C. Ahn, The forming limit diagram of ferritic stainless steel sheets: Experiments and modeling, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 64, pp. 1–10, 2012.