مجله مهندسی مکانیک مدرس، اسفند 1394، دوره 15، شماره 12، ص‌ص 200-208

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir



شبیه‌سازی و آنالیز حساسیت ارتعاشات غیرخطی حرکت‌های کوپل غلت و عمودی یک شناور

ندا رحمت[1]، سعید ابراهیمی[2*]، عباس مزیدی[3]

1- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد
2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد
3-استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد
*یزد، صندوق پستی 89195-741، ebrahimi@yazd.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 31 مرداد 1394
پذیرش: 23 مهر 1394
ارائه در سایت: 07 آذر 1394

کلید واژگان:
شناور
حرکت‌های کوپل غلت و عمودی
روش مقیاس‌های چندگانه
تحریک هارمونیک
آنالیز حساسیت

چکیده

امروزه مطالعه رفتار شناور در امواج دریا مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است. در این مقاله، مدل‌سازی ریاضی حرکت غیرخطی کوپل غلت و حرکت عمودی شناور در امواج دریا تحت تحریک هارمونیک در راستای حرکت عمودی مورد بررسی قرار گرفته است. پس از استخراج معادلات کوپل حاکم بر حرکت شناور، روش مقیاس‌های چندگانه برای حل معادلات غیرخطی به کاربرده شده است. به منظور اعتبار سنجی، پاسخ‌های بدست آمده به روش مقیاس‌های چندگانه با حل عددی معادله مقایسه شده و تطابق خوبی بدست آمده است. از آنجا که حل تحلیلی حرکت شناور در مقیاس‌های بزرگ نیازمند محاسبات زمان‌بر است، حرکت شناور با یک سیستم مکانیکی معادل شامل جرم-فنر–دمپر و پاندول تحت شرایط مشابه مدل شده است و پارامترهای سیستم معادل استخراج شده است. سپس پاسخ حاصل از معادلات حاکم بر حرکت سیستم معادل با نتایج حل تحلیلی معادله اصلی مقایسه شده است که تطابق خوبی بین آن‌ها دیده می شود. در نهایت آنالیز حساسیت سیستم در حالت تحریک هارمونیک با استفاده از روش موضعی و مشتق جزئی انجام شده و در نهایت نتایج بدست آمده با هم مقایسه شده‌اند.

Nonlinear vibrations modeling and sensitivity analysis of the coupled roll and heave motions of a ship

Neda Rahmat, Saeed Ebrahimi*, Abbas Mazidi

Department of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran.
*P.O.B. 89195-741Yazd, Iran, ebrahimi@yazd.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 22 August 2015
Accepted 15 October 2015
Available Online 28 November 2015

Keywords:
Ship
Coupled Roll and Heave Motions
Method of Multiple Scales
Harmonic Excitation
Sensitivity Analysis

ABSTRACT

In recent decades, study of the behavior of ship motion in waves has been considered by researchers. In this paper, mathematical modeling of nonlinear coupling of roll and heave modes of a ship under harmonic excitation in heave direction is studied. The method of multiple scales is used to solve nonlinear equations. Equations of motion in harmonic excitation are studied. In order to validate the responses obtained by the method of multiple scales, the response obtained for a sample is compared with the numerical solution of the equation and good agreement is obtained. Analysis of ship motion requires time consuming computations in large scaled model. In addition to evaluation of nonlinear coupling roll motion with heave in forced vibrations, the motion is modeled with a simple mechanical system that includes mass–spring-damper and pendulum under identical conditions and the response of equal system with response of the original system being consistent. Sensitivity analysis was carried out for nonlinear coupling of roll and heave in harmonic excitation with local and partial derivative methods and the results from the two methods are compared.

1- مقدمه

در تحلیل حرکت شناورها، بدنه شناور به طور معمول به صورت یک جسم صلب دارای شش درجه آزادی شامل حرکت‌های انتقالی و دورانی در نظر گرفته می‌شود. حرکت‌های انتقالی آن به صورت سرج[1] (حرکت جلو و عقب)، سوای[2] (حرکت پهلو به پهلو) و هیو[3] (حرکت بالا و پایین) می‌باشد. حرکت‌های دورانی شناور شامل رول[4] (غلتش عرضی، غلت)، پیچ[5] (غلتش طولی) و یاو[6] (حرکت زیگزاگی) می‌شود. مطابق شکل 1 یاو دوران حول محور عمودی و رول و پیچ دوران حول محورهای افقی هستند. بررسی حرکت شناور با در نظر گرفتن هر شش درجه آزادی بسیار پیچیده است. بدلیل خطر

1- Surge
2- Sway
3- Heave
4- Roll
5- Pitch
6- Yaw

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

N. Rahmat, S. Ebrahimi, A. Mazidi, Nonlinear vibrations modeling and sensitivity analysis of the coupled roll and heave motions of a ship, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 15, No. 12, pp. 200-208, 2015 (in Persian)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-29]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.12.47.5]

واژگونی شناور مطالعه و بررسی حرکت حول محور طولی آن از اهمیت فراوانی برخوردار است. مطالعه کوپل غلت با محورهای دیگر به خصوص حرکت عمودی و غلتش طولی کاربرد بسیاری دارد. در سال 1863 فرود [1] مشاهده کرد در مدل کوپل دو درجه آزادی غلت و غلتش طولی وقتی فرکانس نوسانات غلتش طولی دو برابر فرکانس نوسانات غلت کشتی باشد، نوسانات غلت ویژگی‌های نامطلوبی را خواهد داشت. نایفه و همکاران [2] در سال 1973 به تحلیل مدل غیرخطی کوپل غلت و غلتش طولی شناور در شرایطی که نسبت فرکانس غلتش طولی به غلت دو به یک باشد، پرداخته اند و سپس به بررسی حالت اشباع[1] برای مد غلتش طولی وقتی که فرکانس تحریک امواج در نزدیکی فرکانس مد غلتش طولی است، پرداخته‌اند. آن‌ها هم‌چنین در سال 1974، از نگرش انرژی برای توسعه معادله غیرخطی کوپل غلت و غلتش طولی تا مرتبه سه استفاده کرده‌اند و با بسط تیلور نیروها و ممان‌های اعمال بر حرکت به بررسی معادله حرکت پرداخته‌اند [3].

کامل [4] در سال 2007، سیستم دو درجه آزادی کوپل غلت و غلتش طولی تحت تحریک سینوسی را مورد مطالعه قرار داده است. از روش مقیاس‌های چندگانه برای بدست آوردن پاسخ معادلات با فرکانس تحریک در نزدیکی تشدید ترکیب فرکانس طبیعی دو مود در حضور تشدید داخلی سیستم استفاده شده است. زو و چن [5] در سال 2007، به بررسی پایداری و مقدار انشعاب[2] مدل غیرخطی کوپل غلت و غلتش طولی پرداخته است. این مدل سیستم دو درجه آزادی با کوپلینگ مرتبه دو تحت تحریک سینوسی ارائه می‌دهد. سه نقطه بحرانی برای مقدار انشعاب معادله پاسخ، در نزدیکی تشدید ترکیب فرکانس طبیعی دو مود در حضور تشدید داخلی ملاحظه گردیده است.

در سال 1993 لیو و همکاران [6]، مدل عددی دو درجه آزادی غیرخطی غلت و حرکت عمودی با تحریک در راستای حرکت عمودی را مورد بررسی قرار داده‌اند. تشدید پارامتری، پدیده پرش و مقدار انشعاب برای حرکت غلت مورد مطالعه قرار گرفته است. او همچنین در سال 1995، در حرکت کوپل غلت و حرکت عمودی شناور تحریک پارامتری بجای معادله مرسوم متیو[3] به صورت معادله هیل[4] مدل شده است. مدل علاوه بر جملات خطی شامل کوپلینگ مرتبه دو نیز می‌باشد. شرایط ناپایدار تحریک پارامتری حرکت با استفاده از بالانس هارمونیک[5] بررسی شده است و تأثیر جمله کوپلینگ مرتبه دو روی ناپایداری و پاسخ غیرخطی تحقیق شده است [7].

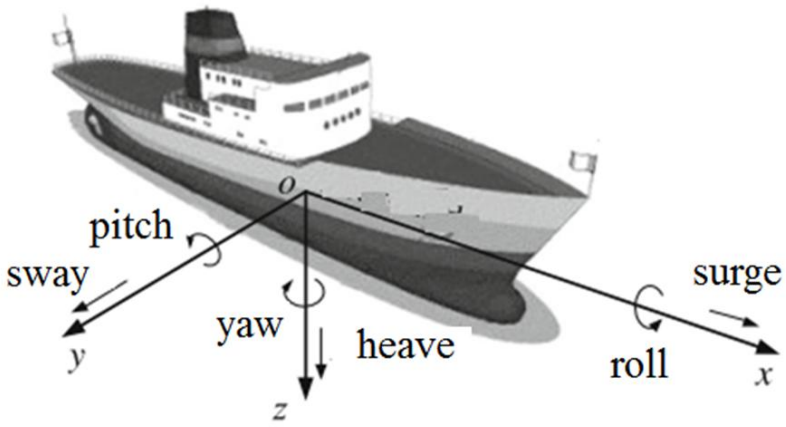


Fig. 1 DOFs of the ship [17]

شکل 1 طرح کلی درجات آزادی شناور [17]

1- Saturation
2- Bifurcation
3- Mathieu
4- Hill
5- Harmonic balance

در سال 2003، با استفاده از روش مقیاس‌های چندگانه[6]، تحلیل حرکت غیرخطی غلت کشتی در امواج منظم دریا بر اساس تقریب ممان برگرداننده به صورت یک چند جمله‌ای مرتبه هفت بر حسب زاویه رول نسبی انجام شده است. پس از تحلیل، دامنه و فاز نوسانات در حالت پایدار بدست آمده و پایداری روش حل با استفاده از روش لیاپونوف بررسی گردیده است [8]. پسمان و همکارانش [9] به بررسی تأثیر میرایی در حرکت غیرخطی غلت کشتی پرداخته‌اند و نتیجه گرفته‌اند که میرایی نقش مهمی در حرکت و کاهش دامنه ماکزیمم دارد. هوی و فنگ [10] در سال 2010 با استفاده از یک نرم‌افزار به تحلیل عددی پاسخ حالت پایدار حرکت غلت کشتی پرداخته‌اند و حرکت را در حالت تشدید و پایدار بررسی کرده‌اند. در سال 2011، شینگ و مک کو [11] معادله حرکت غلت کشتی را یک بار به صورت معادله دیفرانسیل جزئی و بار دیگر به صورت معادله دیفرانسیل معمولی مدل کرده‌اند و سپس با استفاده از روش شبکه عصبی بر اساس داده‌های آزمایشگاهی موجود به تخمین پارامترهای معادله حرکت ارائه شده، پرداخته‌اند.

در سال 2010 کاستین [12] در پایان نامه خود به مطالعه تشدید پارامتری در حرکت غلت شناور و انتقال انرژی بین مدهای مختلف در تحریک پارامتری پرداخته است. سه مدل برای شناور با درجات آزادی متفاوت در نظر گرفته است و معادلات حاکم بر حرکت آن‌ها را با استفاده از سیستم‌های مکانیکی معادل شامل جرم-فنر-دمپر و پاندول بدست آورده است. سپس تشدید پارامتری مدل‌ها و انتقال انرژی بین مدهای مختلف تحت تحریک پارامتری را مورد بررسی قرار داده است. در سال 2011 سید و هامد [13]، مدل دو درجه آزادی غیرخطی غلت و غلتش طولی تحت تحریک هارمونیک مورد مطالعه قرار گرفته است. از روش مقیاس‌های چندگانه برای حل معادلات دیفرانسیل غیرخطی و بدست آوردن حل تقریبی معادلات با تقریب مرتبه دو استفاده شده است. تمام حالات تشدید در نظر گرفته شده است و پایداری سیستم با استفاده از معادله پاسخ فرکانسی و روش صفحه فاز بررسی گردیده است.

در این زمینه، گراسمن و همکاران [14] به بررسی تحریک پارامتری حرکت غلت و کوپل آن با حرکت عمودی و غلتش طولی پرداخته‌اند. ابتدا حرکت غلت شناور با یک پاندول با طول متغیر مدل شده است و سپس معادله حرکت آن به وسیله معادله متیو توصیف شده است. هم‌چنین مدل دو درجه غلت و حرکت عمودی با سیستم مکانیکی جرم-فنر–دمپر و پاندول و مدل سه درجه آزادی غلت و حرکت عمودی و غلتش طولی با سیستم شامل یک جرم و فنر و دو پاندول بررسی شده‌اند.

در زمینه آنالیز حساسیت، در سال 1994 بیکداش و همکاران [15] با استفاده از تحلیل ملنیکوف[7] به مطالعه تأثیر میرایی‌های مختلف بر حرکت غیرخطی غلت شناور پرداخته و حساسیت تغییر پارامترها در حرکت را بررسی کرده‌اند. در سال 2002 یک مدل چهار درجه آزادی شناور برای کاربردهای کنترلی مورد مطالعه قرار گرفته است [16]. در همین راستا، مدل‌های خطی و غیرخطی فضای حالت ارائه شده است. در ادامه، کیفیت مدل خطی نسبت به مدل غیرخطی بررسی شده و حساسیت مدل به تغییر پارامترها مورد مطالعه قرار گرفته است. وانگ و همکاران [17] در سال 2014 با استفاده از مدل ریاضی چهار درجه آزادی مانور یک شناور، حرکت آن شبیه‌سازی شده است. سپس، براساس داده‌های شبیه‌سازی آنالیز حساسیت به روش مستقیم بر روی ضرایب هیدرودینامیکی انجام گردیده است و با حذف ضرایب با حساسیت کمتر

6- Method of Multiple Scales (MMS)
7- Melnikov

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.12.47.5]

مطابق با نتایج آنالیز، مدل ریاضی ساده‌تر شده است. در سال 2015، حرکت غیرخطی حرکت یک درجه آزادی غلت یک شناور در دو حالت ارتعاشات آزاد و تحریک هارمونیک به روش مقیاس‌های چندگانه مورد بررسی قرار گرفته است و تأثیر تغییر پارامترهای مختلف در پاسخ فرکانسی، در حالت تحریک هارمونیک تحقیق شده است [18]. هم‌چنین جلیلی و همکاران [19] حرکت غلت کشتی تحت تحریک هارمونیک پاسخ فرکانسی سیستم در تشدید اول و سوپرهارمونیک را مورد مطالعه قرار داده‌اند و آنالیز حساسیت سیستم در حالت تحریک هارمونیک مورد بررسی قرار داده‌اند.

در این مقاله، پس از استخراج معادله حاکم بر حرکت کوپل غلت و حرکت عمودی شناوربا استفاده از روش مقیاس‌های چندگانه به حل تحلیلی معادلات پرداخته می‌شود. در ابتدا، به حل معادلات حاکم تحت تحریک هارمونیک در راستای عمودی، پرداخته می‌شود و پاسخ بدست آمده با حل عددی آن مقایسه می‌شود. سپس به معرفی مدل مکانیکی با شماتیک ساده‌تر شامل جرم و فنر و پاندول پرداخته می‌شود وپس از بدست آوردن معادلات حاکم بر حرکت سیستم معادل، رفتار حرکت کوپل غلت و حرکت عمودی با پاسخ حاصل از سیستم معادل مقایسه شده و تطابق خوبی بدست آمده است. در ادامه، با اعمال آنالیز حساسیت با استفاده از دو روش، میزان حساسیت تغییرات حرکت غلت و حرکت عمودی در حالت تحریک هارمونیک به تغییر پارامترهای سیستم مورد مطالعه قرار می‌گیرد. این مقاله در مقایسه با دو مقاله انجام شده توسط نویسندگان [18،19]، به بررسی مدل کوپل دو درجه آزادی غلت و جابجایی عمودی می‌پردازد و همچنین شناور با سطح مقطع مستطیلی مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به تحقیقات منتشر شده در زمینه بررسی حرکت کوپل غلت و حرکت عمودی یک شناور، حل تحلیلی به روش مقیاس‌های چندگانه به منظور تحلیل رفتار شناور و مقایسه پاسخ آن با سیستم معادل شامل جرم و فنر و پاندول همچنین آنالیز حساسیت اعمال شده از ویژگی‌های بارز تحقیق حاضر در مقایسه با پژوهش های گذشته محسوب می‌شود.

2- معادله حرکت غیرخطی کوپل غلت و حرکت عمودی شناور

مدل دو درجه آزادی کوپل غیرخطی غلت و حرکت عمودی شناور مورد مطالعه قرار گرفته است. مدل مورد نظر مطابق شکل 2 شناور با سطح مقطع مستطیلی در نظر گرفته شده است که به سبب تقارن مدل، سیستم مستقیما در راستای عمودی تحت تحریک قرار گرفته و حرکت غلت به طور غیر مستقیم در اثر کوپلینگ تحت تحریک قرار گرفته است [6].

حرکت غلت شناور در شرایط امواج دریا بیشترین حساسیت را به ممان برگداننده هیدرواستاتیکی دارد. با در نظر گرفتن اثر حرکت عمودی، ممان

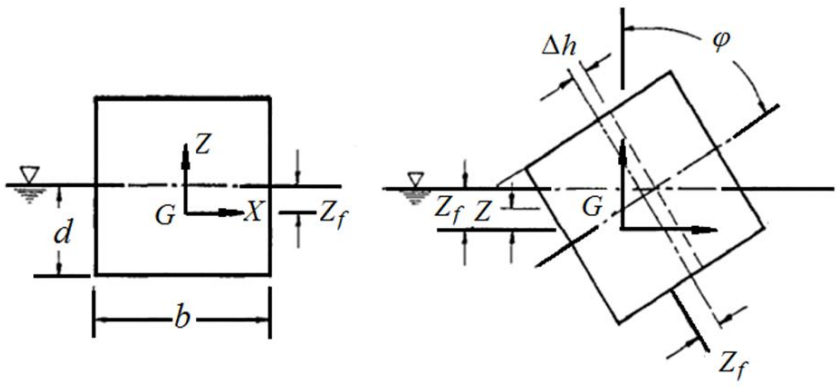


Fig. 2 The ship with rectangular cross area [7]

شکل 2 شناور با سطح مقطع مستطیلی[7]

برگداننده M حول مرکز جرم G یک شناور با سطح مقطع مستطیلی و نیروی هیدرواستاتیک F به صورت (1) و (2) است [7].

$$M(\varphi,z) = \rho g L b d^2 \sin\varphi \left\{ GM + \frac{1}{2}\left[\frac{1}{12}\left(\frac{b}{d}\right)^2 (\tan\varphi)^2 + \left(\frac{z_f - z}{\cos\varphi}\right)^2 - {z_f}^2\right]\right\} \quad (1)$$

$$F(\varphi,z) = \rho g L b \left(z_f - \frac{z_f - z}{\cos\varphi}\right) = \rho g L b \left(z_f \left(\frac{-2\left(\sin\frac{\varphi}{2}\right)^2}{\cos\varphi}\right) + \frac{z}{\cos\varphi}\right) \quad (2)$$

در معادلات قبل ρg وزن واحد آب، d مقدار عمق زیر آب در حالت تعادل استاتیکی، L و b به ترتیب طول و عرض شناور، $z_f = Z_f/d$ ارتفاع نرمال شده سطح آب با d، $z = Z/d$ جابجایی نرمال شده در راستای حرکت عمودی نسبت به سطح آزاد، و φ دوران غلت حول مرکز جرم G است. رابطه ارتفاع نرمال شده متاسنتر سطح مقطع، GM در حالت تعادل استاتیکی تحت شرایط دریای آرام به صورت رابطه (3) تعریف می‌شود [7].

$$GM = z_f - 0.5 + \frac{1}{12}\left(\frac{b}{d}\right)^2 \quad (3)$$

با فرض اینکه زاویه غلت کوچک باشد، رابطه (2) به صورت $F = \rho g L b\left(z - z_f\,\varphi^2/2\right)$ نوشته می‌شود، به گونه‌ای که رابطه $\left|z_f\,\varphi^2/2\right| \ll z$ برقرار می‌باشد و ممان برگداننده و نیروی هیدرواستاتیک به صورت روابط (4) و (5) بدست می‌آیند:

$$M'(\varphi,z) = \rho g L b d^2 \varphi\left(GM - z_f z + \frac{1}{2}z^2\right) \quad (4)$$

$$F'(z) = \rho g L b z \quad (5)$$

در رابطه (4)، جمله کوپلینگ خطی $-z_f z$ و جمله درجه دو $1/2\,z^2$ به ترتیب بیانگر گشتاور ناشی از تغییر عمق شناور در زیر آب Δh و تغییر گشتاور است [7]. با صرفنظر از درجات بالاتر نیروهای هیدرودینامیکی غیرخطی، معادلات حاکم بر حرکت را می توان به صورت (6) و (7) بدست آورد [7]:

$$\ddot{\varphi} + c_r\dot{\varphi} + f_r(\varphi,z) = 0 \quad (6)$$

$$\ddot{z} + c_h\dot{z} + f_h(\varphi,z) = f_0 \sin\omega t \quad (7)$$

که ω فرکانس برخورد موج، c_r و c_h به ترتیب ضرایب معادل میرایی ویسکوز غلت و حرکت عمودی و f_0 دامنه نیروی تحریک در راستای عمودی هستند. برای تحلیل حرکت غیرخطی، ممان برگداننده نرمال شده $f_r(\varphi,z)$ و نیروی $f_h(\varphi,z)$ به صورت (8) و (9) تعریف می‌شود [7]:

$$f_r(\varphi,z) = \frac{1}{(I + I_a)}M'(\varphi,z) \quad (8)$$

$$f_h(z) = \frac{1}{(m + m_a)}F'(z) \quad (9)$$

که I و I_a به ترتیب ممان اینرسی و ممان اینرسی افزوده حول غلت و m و m_a به ترتیب جرم شناور و جرم افزوده هستند. با جایگذاری روابط (8) و (9) شامل عبارات نیرو و ممان مطابق با جملات مرتبه اول روابط (4) و (5) معادلات حاکم بر حرکت به صورت (10) و (11) نوشته می‌شوند:

$$\ddot{\varphi} + 2\xi_r\omega_r\dot{\varphi} + {\omega_r}^2\left(1 - \frac{z_f}{GM}z + \frac{1}{2GM}z^2\right)\varphi = 0 \quad (10)$$

$$\ddot{z} + 2\xi_h\omega_h\dot{z} + {\omega_h}^2 z = f_0 \sin\omega t \quad (11)$$

که ω_r و ω_h به ترتیب فرکانس‌های خطی غلت و حرکت عمودی هستند:

$${\omega_r}^2 = \frac{\rho g L b d^2}{(I + I_a)}GM \quad (12)$$

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.12.47.5]

$$\omega_h{}^2 = \frac{\rho g L b}{(m + m_a)} \tag{13}$$

با توجه به اینکه ارتعاشات شناورها بیشتر ناشی از تلاطم امواج در جهت قائم است، در بحث تحلیل شناورها در اکثر تحقیقات انجام گرفته صرفا تحریک هارمونیک در راستای قائم در نظر گرفته می‌شود. در تحقیق حاضر نیز با پیروی از این خط مشی، فقط تحریک در راستای قائم در نظر گرفته می‌شود تا براحتی بتوان تأثیر مدلسازی حرکت‌های کوپل رول و عمودی را در مقایسه با تحقیقات گذشته بررسی کرد. نکته قابل توجه در معادله (11) این است که معادله متناظر با حرکت عمودی با توجه به ساده‌سازی‌های انجام شده مستقل از حرکت غلت بدست می‌آید. نسبت‌های میرایی نیز به صورت رابطه (14) و (15) تعریف می‌شوند:

$$\xi_r = \frac{c_r}{2\omega_r(I + I_a)} \tag{14}$$

$$\xi_h = \frac{c_h}{2\omega_h(m + m_a)} \tag{15}$$

3- حل تحلیلی به روش مقیاس‌های چندگانه (Method of Multiple Scales)

برای حل معادلات غیرخطی (10) و (11) پارامترهای جدید به صورت روابط (16) تعریف می‌شوند:

$$2\xi_r\omega_r = \varepsilon^2 c_1 \qquad 2\xi_h\omega_h = \varepsilon^2 c_2$$
$$\frac{\omega_r{}^2 z_f}{GM} = \alpha \qquad \frac{\omega_r{}^2}{2GM} = \mu \tag{16}$$

در رابطه بالا ε پارامتر کمکی است که می‌تواند به اندازه کافی کوچک باشد .با جایگذاری پارامترهای جدید معادلات حرکت به شکل (17) و (18) تبدیل می‌گردد:

$$\ddot{\varphi} + \varepsilon^2 c_1\dot{\varphi} + \omega_r{}^2\varphi - \alpha z\varphi + \mu z^2\varphi = 0 \tag{17}$$

$$\ddot{z} + \varepsilon^2 c_2\dot{z} + \omega_h{}^2 z = \varepsilon^2 f_0 \sin\omega t \tag{18}$$

برای تقریب مرتبه دو، سه مقیاس زمانی به صورت (19) تعریف می‌شود:

$$T_n = \varepsilon^n t \quad n = 0,1,2\ldots \tag{19}$$

مشتقات نسبت به زمان را می‌توان به صورت (20) نوشت [16]:

$$\frac{d}{dt} = \frac{dT_0}{dt}\frac{\partial}{\partial T_0} + \frac{dT_1}{dt}\frac{\partial}{\partial T_1} + \cdots = D_0 + \varepsilon D_1 + \cdots$$
$$\frac{d^2}{dt^2} = D_0{}^2 + 2\varepsilon D_0D_1 + \varepsilon^2\left(D_1{}^2 + 2D_0D_2\right) + 2\varepsilon^3(D_1D_2 + D_0D_3) + \cdots \tag{20}$$

در ادامه، پاسخ سیستم به صورت (21)و (22) بسط داده می‌شود:

$$\varphi(t;\varepsilon) = \sum_{n=1}^{3}\varepsilon^n\varphi_n(T_0,T_1,T_2) + O(\varepsilon^4) \tag{21}$$

$$z(t;\varepsilon) = \sum_{n=1}^{4}\varepsilon^n z_n(T_0,T_1,T_2) + O(\varepsilon^5) \tag{22}$$

با جایگذاری روابط (20) تا (22) در معادلات (17) و (18) معادلات حاکم بر حرکت به صورت (23) و (24) حاصل می‌گردد:

$$\begin{aligned}&\left(D_0{}^2 + 2\varepsilon D_0D_1 + \varepsilon^2\left(D_1{}^2 + 2D_0D_2\right)\right)(\varepsilon\varphi_1 + \varepsilon^2\varphi_2)\\ &+ \varepsilon^2 c_1(D_0 + \varepsilon D_1)(\varepsilon\varphi_1 + \varepsilon^2\varphi_2)\\ &+ \omega_r{}^2(\varepsilon\varphi_1 + \varepsilon^2\varphi_2)\\ &- \varepsilon\alpha(\varepsilon z_1 + \varepsilon^2 z_2 + \varepsilon^3 z_3)\\ &\times(\varepsilon\varphi_1 + \varepsilon^2\varphi_2)\\ &+ \mu(\varepsilon z_1 + \varepsilon^2 z_2 + \varepsilon^3 z_3)^2(\varepsilon\varphi_1\\ &+ \varepsilon^2\varphi_2) = 0\end{aligned} \tag{23}$$

$$\begin{aligned}&\left(D_0{}^2 + 2\varepsilon D_0D_1 + \varepsilon^2\left(D_1{}^2 + 2D_0D_2\right)\right)(\varepsilon z_1 + \varepsilon^2 z_2 +\\ &\varepsilon^3 z_3) + \varepsilon^2 c_2(D_0 + \varepsilon D_1)(\varepsilon z_1 + \varepsilon^2 z_2 + \varepsilon^3 z_3) +\\ &\omega_h{}^2(\varepsilon z_1 + \varepsilon^2 z_2 + \varepsilon^3 z_3) = \varepsilon^2 f_0\sin\omega t\end{aligned} \tag{24}$$

با جداسازی ضرایب با توان مشابه ε معادلات دیفرانسیل معمولی (25) تا (28) بدست می‌آید:

ε:
$$\left(D_0{}^2 + \omega_r{}^2\right)\varphi_1 = 0$$
$$\left(D_0{}^2 + \omega_h{}^2\right)z_1 = 0 \tag{25}$$

ε^2:
$$\left(D_0{}^2 + \omega_r{}^2\right)\varphi_2 = -2D_0D_1\varphi_1$$
$$\left(D_0{}^2 + \omega_h{}^2\right)z_2 = -2D_0D_1z_1 + \frac{-f_0 i}{2}\left(e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right) \tag{26}$$

ε^3:
$$\left(D_0{}^2 + \omega_r{}^2\right)\varphi_3 = -2D_0D_1\varphi_2 - \left(D_1{}^2 + 2D_0D_2\right)\varphi_1 - c_1D_0\varphi_1 + \alpha z_1\varphi_1 - \mu z_1{}^2\varphi_1$$

$$\left(D_0{}^2 + \omega_h{}^2\right)z_3 = -2D_0D_1z_2 - \left(D_1{}^2 + 2D_0D_2\right)z_1 - c_2D_0z_1 \tag{27}$$

ε^4:
$$\left(D_0{}^2 + \omega_r{}^2\right)\varphi_4 = -2D_0D_1\varphi_3 - \left(D_1{}^2 + 2D_0D_2\right)\varphi_2 - 2D_1D_2\varphi_1 - c_1D_1\varphi_1 - c_1D_0\varphi_2 + \alpha z_1\varphi_2 - \mu z_1{}^2\varphi_2 - 2\mu z_1z_2\varphi_1$$

$$\left(D_0{}^2 + \omega_h{}^2\right)z_4 = -2D_0D_1z_3 - \left(D_1{}^2 + 2D_0D_2\right)z_2 - 2D_1D_2z_1 - c_2D_0z_1 - c_2D_1z_1 \tag{28}$$

جواب عمومی معادله (25) به صورت (29) نوشته می‌شود:

$$\varphi_1 = A_1(T_1,T_2)\exp(i\omega_rT_0) + c.c$$
$$z_1 = A_2(T_1,T_2)\exp(i\omega_hT_0) + c.c \tag{29}$$

که A_1 و A_2 توابع مختلط تابع T_1 و T_2 هستند که در تقریب‌های بعدی از حذف جملات نامحدود بدست می‌آیند. و "$c.c$" بیانگر مزدوج مختلط جملات گفته شده است. با جایگذاری رابطه‌های (29) در (26) روابط (30) بدست می‌آید.

$$\left(D_0{}^2 + \omega_r{}^2\right)\varphi_2 = -2i\omega_rD_1A_1\exp(i\omega_rt) + c.c$$
$$\left(D_0{}^2 + \omega_h{}^2\right)z_2 = -2i\omega_hD_1A_2\exp(i\omega_ht) + c.c + \frac{-f_0 i}{2}\left(e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}\right) \tag{30}$$

برای حذف ترم نامحدود از معادلات فوق باید روابط (31) برقرار باشند:

$$D_1A_1 = 0$$
$$D_1A_2 = 0 \tag{31}$$

پس از حذف جملات نامحدود، جواب خصوصی معادلات ناهمگن (30) به شرح (32) است:

$$\varphi_2 = 0$$
$$z_2 = \Lambda e^{i\omega t} + \bar{\Lambda}e^{-i\omega t} \tag{32}$$

$\Lambda = -f_0 i/2(\omega_h{}^2 - \omega^2)$ مقدار ثابتی دارد. با جایگذاری روابط (29) و (32) در معادلات (27) داریم:

$$\left(D_0{}^2 + \omega_r{}^2\right)\varphi_3 = -2D_0D_1\varphi_2 - \left(D_1{}^2 + 2D_0D_2\right)\varphi_1 - c_1D_0\varphi_1 + \alpha z_1\varphi_1 - \mu z_1{}^2\varphi_1 =$$
$$-2i\omega_rD_2A_1\exp(i\omega_rT_0) - c_1i\omega_rA_1\exp(i\omega_rT_0) +$$
$$\alpha\left(A_1A_2e^{i(\omega_r+\omega_h)T_0} + A_1\bar{A}_2e^{i(\omega_r-\omega_h)T_0} + c.c\right) -$$
$$\mu\left(A_2{}^2e^{2i\omega_hT_0} + 2A_2\bar{A}_2 + c.c\right)\left(A_1e^{i\omega_rT_0} + c.c\right) \tag{33-الف}$$

$$\left(D_0{}^2 + \omega_h{}^2\right)z_3 = -2i\omega_hD_2A_2\exp(i\omega_hT_0) - c_2i\omega_hA_2\exp(i\omega_hT_0) + c.c \tag{33-ب}$$

با حذف جملات نامحدود از روابط (33) و با فرض $A_n = 1/2\,a_ne^{i\beta_n}$:

$$-2i\omega_rD_2A_1 - c_1i\omega_rA_1 - 2\mu A_2\bar{A}_2A_1 = 0 \tag{34-الف}$$

$$-2i\omega_hD_2A_2 - c_2i\omega_hA_2 = 0 \tag{34-ب}$$

با جدا کردن بخش‌های حقیقی و موهومی روابط (34)، A_1 و A_2

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.12.47.5]

بصورت روابط (35) و (36) بدست می‌آیند:

$$-\frac{\mathrm{d}a_1}{\mathrm{d}T_2}\omega_r - c_1\omega_r\frac{a_1}{2} = 0\ ,\ a_1 = a_{01}\mathrm{e}^{-\frac{c_1}{2}T_2} \quad \text{(35-الف)}$$

$$\omega_r a_1\frac{\mathrm{d}\beta_1}{\mathrm{d}T_2} - \frac{\mu {a^2}_{02}\mathrm{e}^{-c_2T_2}}{4}a_1 = 0$$

$$\beta_1 = -\frac{\mu {a^2}_{02}\mathrm{e}^{-c_2T_2}}{4\omega_r c_2} + \beta_{01} \quad \text{(35-ب)}$$

$$-\frac{\mathrm{d}a_2}{\mathrm{d}T_2}\omega_h - c_2\omega_h\frac{a_2}{2} = 0,\ a_2 = a_{02}\mathrm{e}^{-\frac{c_2}{2}T_2} \quad \text{(36-الف)}$$

$$\frac{\mathrm{d}\beta_2}{\mathrm{d}T_2} = 0 \quad \text{(36-ب)}$$

که β_2 تابع T_2 نیست.

جواب خصوصی معادله (33) به صورت (37) بدست می‌آید:

$$\varphi_3 = \frac{\alpha A_1 A_2}{{\omega_r}^2-(\omega_r+\omega_h)^2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega_r+\omega_h)T_0} + \frac{\alpha A_1\bar{A}_2}{{\omega_r}^2-(\omega_r-\omega_h)^2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega_r-\omega_h)T_0} - \frac{\mu {A_2}^2 A_1}{{\omega_r}^2-(\omega_r+2\omega_h)^2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega_r+2\omega_h)T_0} + c.c$$

$$z_3 = 0 \quad (37)$$

با جایگذاری روابط بدست آمده در رابطه دوم (28) داریم:

$$\left({D_0}^2 + {\omega_h}^2\right)z_4 = -c_2\mathrm{i}\omega\Lambda\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} + c_2\mathrm{i}\omega\bar{\Lambda}e^{-\mathrm{i}\omega t} \quad (38)$$

جواب خصوصی رابطه (38) به صورت (39) می باشد.

$$z_4 = \frac{-c_2\mathrm{i}\omega\Lambda}{{\omega_h}^2-\omega^2}e^{i\omega t} + \frac{c_2\mathrm{i}\omega\bar{\Lambda}}{{\omega_h}^2-\omega^2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t} \quad (39)$$

با جایگذاری روابط (29)، (32) و (37) و (39) در رابطه (21) پاسخ سیستم بدست می‌آید. به منظور بدست آوردن پاسخ سیستم از پارامترهای رابطه (40) در اینجا استفاده شده است [6].

$$\omega = 2\ ,\ \omega_r = 0.62\ ,\ \omega_h = 1\ ,\ \xi_r = \xi_h = 0.1$$
$$\frac{b}{d} = 2\ ,\ \frac{f_0}{\omega_h} = 0.3\ ,\ z_f = 0.278 \quad (40)$$

پاسخ حرکت غلت و حرکت عمودی مطابق با شکل های 3 و 5 با حل عددی آن‌ها مقایسه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، تطابق خوبی بین نتایج حل‌های تحلیلی و عددی برای هر دو مورد پاسخ‌های حرکت غلت و حرکت عمودی وجود دارد. در این قسمت شرایط اولیه برای غلت $(\varphi_0, \dot{\varphi}_0) = (0\ \mathrm{rad}, 0.1\ \mathrm{rad/s})$ و برای جابجایی $(z_0, \dot{z}_0) = (0\ \mathrm{m}, 0.01\ \mathrm{m/s})$ فرض شده است. همچنین منحنی فازی حرکت غلت و جابجایی عمودی در شکل‌های 4 و 6 نشان داده شده است.

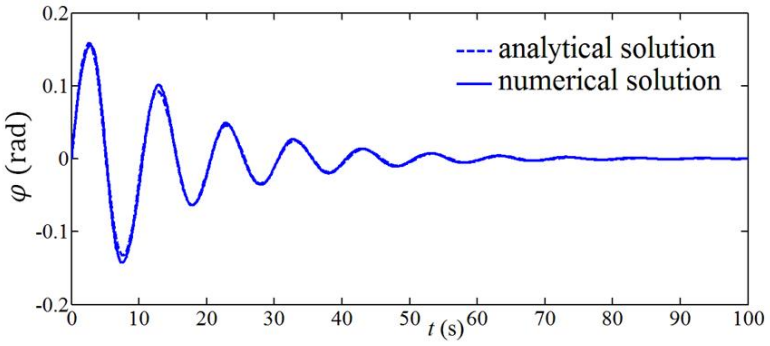


Fig. 3 Comparison of the analytical and numerical roll motion

شکل 3 مقایسه پاسخ حل تحلیلی غلت با حل عددی

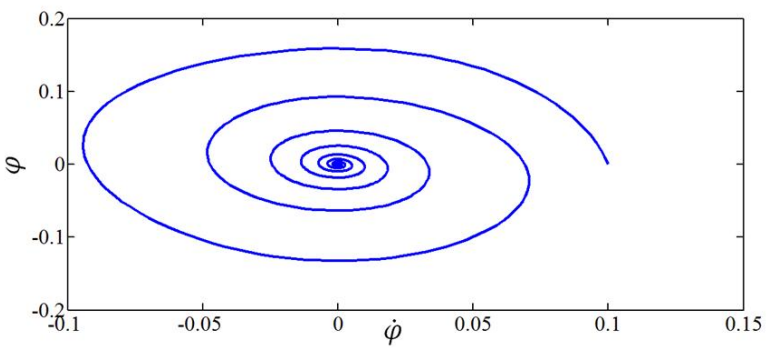


Fig. 4 Phase diagram of the harmonically excited roll motion

شکل 4 نمودار فازی غلت در حالت تحریک هارمونیک

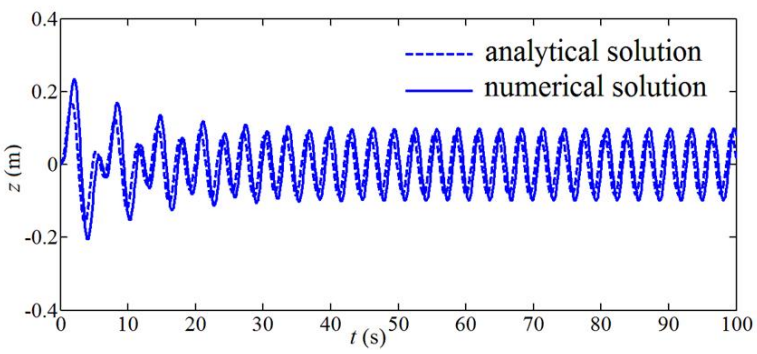


Fig. 5 Comparison of the analytical and numerical heave motion

شکل 5 مقایسه پاسخ تحلیلی حرکت عمودی با حل عددی

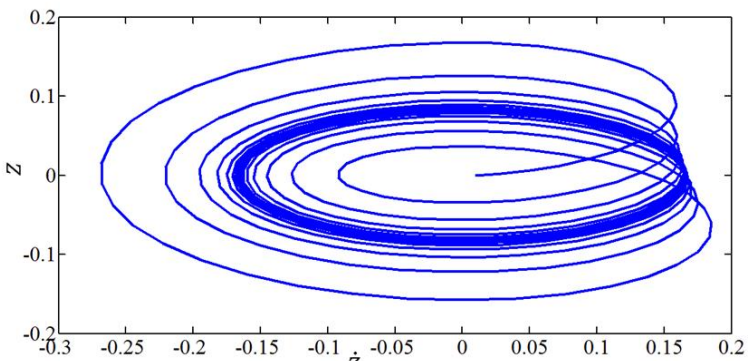


Fig. 6 Phase diagram of the harmonically excited heave motion

شکل 6 نمودار فازی حرکت عمودی در حالت تحریک هارمونیک

مشاهده می‌شود که نمودار فازی غلت پس از گذشت زمان میرا شده و به صفر می‌رسد و جابجایی عمودی مطابق شکل‌های 5 و 6 حرکت نوسانی دارد. حرکت غلت شناور با توجه به معادله (6) به صورت حرکت میرا بدون تحریک خارجی در نظر گرفته شده است و بنابراین، با توجه به شکل 3، پاسخ غلت پس از مدتی میرا می شود. در حالیکه حرکت عمودی شناور با توجه به معادله (7) به صورت حرکت میرا با تحریک هارمونیک است و طبیعتا، پس از میرا شدن قسمتی از پاسخ عمودی، دامنه حرکت در زمان‌های بعد به یک حالت پایدار می رسد.

4- مدل‌سازی حرکت‌های کوپل غلت و عمودی شناور با سیستم جرم-فنر-دمپر و پاندول

حرکت غلت شناور شامل نوسان حول محور طولی آن می‌شود و هنگام مواجه با امواج موجب ایجاد دامنه حرکت زیاد و واژگونی آن می‌شود به همین دلیل بررسی آن و کوپل با محورهای دیگر از اهمیت بسیاری برخوردار است. بررسی مدل‌هایی با مقیاس بزرگ توسط محققان و مهندسین نیازمند ساعت‌ها و یا حتی روزها محاسبه است، بنابراین با مطالعه درجات آزادی کمتر و یا مدل‌هایی با شماتیک ساده‌تر تحت شرایط مشابه به پیش بینی حرکت می‌پردازند. بدلیل شکل بدنه شناور، حرکت در راستای محور عمودی تحت تأثیر امواج قابل ملاحظه‌ای که از آن عبور می‌کند، قرار گرفته‌اند. مطابق شکل 7 می‌توان برهم کنش حرکت‌های غلت و عمودی با سیستم جرم-فنر-دمپر و پاندول مدل کرد. در این سیستم تأثیر امواج با یک نیروی پریودیک مدل می‌شود [14].

استفاده از مدل جرم-فنر-دمپر و پاندول صرفا به منظور ارائه مدلی ساده با دقت قابل قبول به جای مدل پیچیده متناظر با معادلات (10) و (11) است. مدل اصلی ارائه شده در این مقاله در بخش 2 حرکت ارتعاشی کوپل شناور در دو جهت ناشی از تلاطم امواج را نشان می‌دهد. در صورتیکه، در این بخش اثر جرم افزوده و نیروی ارتعاشی و میرایی سیال حذف شده و به جای آن اثر جرم، فنر و دمپر جایگزین می‌شود بطوریکه اثر جرم افزوده، نیروی ارتعاشی و میرایی ناشی از سیال با اثر جرم، فنر و دمپر جایگزین می‌شود.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.12.47.5]

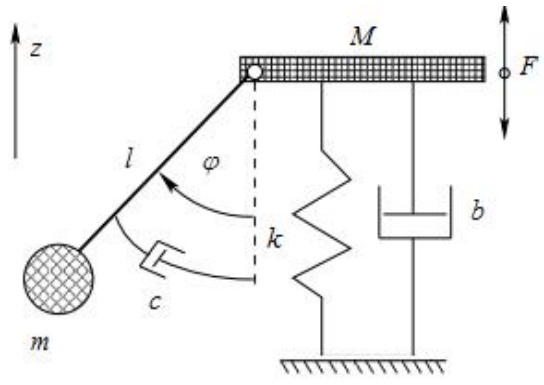


Fig. 7 Mass-spring-damper model of the roll and heave motions [14]

شکل 7 مدل جرم-فنر-دمپر و پاندول برای شبیه سازی حرکت غلت و حرکت عمودی [14]

مدل ارائه شده ، دارای دو درجه آزادی است و شامل یک پاندول که به جرمی متصل شده است که بوسیله یک فنر و دمپر نگه داشته شده است. در اینجا z بیانگر حرکت در راستای محور عمودی جرم M و φ جابجایی زاویه‌ای جرم m پاندول است. این سیستم قابلیت شبیه‌سازی رفتار دینامیکی شناور در دریای آرام را دارد و امکان نمایش کوپلینگ غیرخطی بین حرکت در دو محور غلت و حرکت عمودی را دارد. حرکت عمودی جسم متناظر با حرکت عمودی شناور و حرکت پاندول مطابق با حرکت غلت شناور است.

4-1- معادلات حرکت سیستم معادل حرکت غلت و حرکت عمودی

مطابق شکل (5)، موقعیت و سرعت جرم m به صورت رابطه (41) و (42) است.

$$r_m = l\sin(\varphi)\,\hat{\imath} + (z - l\cos(\varphi))\hat{\jmath} \quad (41)$$

$$v_m = l\dot{\varphi}\cos(\varphi)\,\hat{\imath} + (\dot{z} + l\dot{\varphi}\sin(\varphi))\hat{\jmath} \quad (42)$$

موقعیت و سرعت جرم M به صورت رابطه (43) و (44) است.

$$r_m = z\hat{\jmath} \quad (43)$$

$$v_m = \dot{z}\hat{\jmath} \quad (44)$$

انرژی جنبشی و پتانسیل سیستم و تابع اتلاف ریلی مطابق روابط (45)،(46) و (47) بدست می‌آید:

$$\mathrm{T} = \frac{1}{2}M\dot{z}^2 + \frac{1}{2}m(l^2\dot{\varphi}^2\cos^2(\varphi) + (\dot{z} + l\dot{\varphi}\sin(\varphi))^2) \quad (45)$$

$$\mathrm{V} = \frac{1}{2}kz^2 + mgl(1 - \cos(\varphi)) \quad (46)$$

$$\mathrm{F} = \frac{1}{2}c_\varphi\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2}b\dot{z}^2 \quad (47)$$

با فرض $\cos^2(\varphi) = 1$ و $\sin^2(\varphi) = 0$ و جایگذاری روابط (41) تا (47) در معادله لاگرانژ، معادلات حرکت مطابق روابط (48) و (49) بدست می‌آید:

$$(M + m)\ddot{z} + ml\ddot{\varphi}^2\cos(\varphi) + ml\ddot{\varphi}\sin(\varphi) + kz + b\dot{z} = f_0\sin(\omega t) \quad (48)$$

$$ml^2\ddot{\varphi} + ml\ddot{z}\sin(\varphi) + mgl\sin(\varphi) + c\dot{\varphi} = 0 \quad (49)$$

با در نظر گرفتن بسط سری تیلور $\sin(\varphi)$ و $\cos(\varphi)$ به صورت (50):

$$\sin(\varphi) = \varphi - \frac{\varphi^3}{6} + O(\varphi^5)$$

$$\cos(\varphi) = 1 - \frac{\varphi^2}{2} + O(\varphi^4) \quad (50)$$

پس از قرار دادن رابطه (50) در (48) و (49) معادلات حرکت به صورت رابطه (51) درمی‌آیند:

$$(M + m)\ddot{z} + ml\dot{\varphi}^2 - \frac{ml}{2}\dot{\varphi}^2\varphi^2 + ml\ddot{\varphi}\varphi - \mathrm{ml}\ddot{\varphi}\frac{\varphi^3}{6} + kz + b\dot{z} = f_0\sin(\omega t)$$

$$ml^2\ddot{\varphi} + ml\ddot{z}\varphi - \mathrm{ml}\ddot{z}\frac{\varphi^3}{6} + mgl\varphi - mgl\frac{\varphi^3}{6} + c\dot{\varphi} = 0 \quad (51)$$

می‌توان معادلات حرکت را به صورت (52) نوشت:

$$\ddot{z} + \beta\dot{\varphi}^2 - \frac{\beta}{2}\dot{\varphi}^2\varphi^2 + \beta\ddot{\varphi}\varphi - \frac{\beta}{6}\ddot{\varphi}\varphi^3 + \omega_1^2 z + c_1\dot{z} = f_0\sin(\omega t)$$

$$\ddot{\varphi} + \alpha_1\ddot{z}\varphi - \frac{\alpha_1}{6}\ddot{z}\varphi^3 + \omega_2{}^2\varphi - \frac{\omega_2^2}{6}\varphi^3 + c_2\dot{\varphi} = 0 \quad (52)$$

که در رابطه (52) پارامترها به صورت رابطه (53) در نظر گرفته شده اند.

$$\beta = \frac{ml}{M+m}\,,\ \omega_1^2 = \frac{k}{m+M}\,,\ c_1 = \frac{b}{m+M}$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{l}\,,\ \omega_2^2 = \frac{g}{l},\ c_2 = \frac{c}{ml^2} \quad (53)$$

4-2- تحلیل به روش مقیاس‌های چندگانه (Method of Multiple Scales)

ضرایب خطی نیروی میرایی و دامنه نیروی تحریک، به صورت رابطه (54) فرض می‌شوند:

$$c_1 = \varepsilon\hat{c}_1,\ c_2 = \varepsilon\hat{c}_2,\ f_0 = \varepsilon\hat{f}_0 \quad (54)$$

پس از قرار دادن روابط (54) و (20) در معادلات حرکت (52) و جدا کردن بخش‌های ε و ε^2 داریم:

ε:

$$(D_0{}^2 + \omega_1{}^2)z_1 = 0 \quad (55\text{-الف})$$

$$(D_0{}^2 + \omega_2{}^2)\varphi_1 = 0 \quad (55\text{-ب})$$

ε^2:

$$(D_0{}^2 + \omega_1{}^2)z_2 = -2D_0D_1z_1 - \beta(D_0\varphi_1)^2 - \beta(D_0^2\varphi_1)\varphi_1 - \hat{c}_1D_0z_1 - \frac{f_0\mathrm{i}}{2}(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}) \quad (56\text{-الف})$$

$$(D_0{}^2 + \omega_2{}^2)\varphi_2 = -2D_0D_1\varphi_1 - \alpha_1(D_0^2z_1^2)\varphi_1 - \hat{c}_2D_0\varphi_1 \quad (56\text{-ب})$$

پاسخ همگن معادلات (55) به صورت (57) می‌باشد:

$$z_1 = A_1\exp(\mathrm{i}\omega_1T_0) + c.c \quad (57\text{-الف})$$

$$\varphi_1 = A_2\exp(\mathrm{i}\omega_2T_0) + c.c \quad (57\text{-ب})$$

که "$c.c$" بیانگر مزدوج مختلط جملات است. با جایگذاری روابط (57) در (56) و با در نظر گرفتن $A_n = 1/2\,a_n\mathrm{e}^{\mathrm{i}\beta_n}$:

$$(D_0{}^2 + \omega_1{}^2)z_2 = -2\mathrm{i}\omega_1D_1A_1\exp(\mathrm{i}\omega_1T_0) - \beta(\mathrm{i}\omega_2A_2\exp(\mathrm{i}\omega_2T_0) - i\omega_2\bar{A}_2\exp(-\mathrm{i}\omega_2T_0))^2 - \beta(-\omega_2^2A_2\exp(\mathrm{i}\omega_2T_0) - \omega_2^2\bar{A}_2\exp(-\mathrm{i}\omega_2T_0)) \times (A_2\exp(\mathrm{i}\omega_2T_0) + \bar{A}_2\exp(-\mathrm{i}\omega_2T_0)) - \hat{c}_1\mathrm{i}\omega_1A_1\exp(\mathrm{i}\omega_1T_0) + \Lambda\exp(\mathrm{i}\omega T_0) + c.c \quad (58\text{-الف})$$

$$(D_0{}^2 + \omega_2{}^2)\varphi_2 = -2\mathrm{i}\omega_2D_1A_2\exp(\mathrm{i}\omega_2T_0) - \alpha_1(-\omega_1^2A_1\exp(\mathrm{i}\omega_1T_0) + c.c)(A_2\exp(\mathrm{i}\omega_2T_0) + \bar{A}_2\exp(-\mathrm{i}\omega_2T_0)) - \hat{c}_2\mathrm{i}\omega_2A_2\exp(\mathrm{i}\omega_2T_0) + c.c \quad (58\text{-ب})$$

با حذف جملات نامحدود از A_1 ، (58) و A_2 به صورت (59) بدست می‌آید:

$$-2\mathrm{i}\omega_1D_1A_1 - \hat{c}_1\mathrm{i}\omega_1A_1 = 0,\ a_1 = a_{01}\exp(-\tfrac{\hat{c}_1}{2}T_1) \quad (59\text{-الف})$$

$$-2\mathrm{i}\omega_2D_1A_2 - \hat{c}_2\mathrm{i}\omega_2A_2 = 0,\ a_2 = a_{02}\exp(-\tfrac{\hat{c}_2}{2}T_1) \quad (59\text{-ب})$$

β_1 و β_2 تابع T_1 نیستند. پاسخ خصوصی معادلات (58) به صورت (60) بدست می‌آید:

$$z_2 = \frac{2\beta\omega_2^2A_2^2}{(\omega_1^2-4\omega_2^2)}\exp(2\mathrm{i}\omega_2T_0) + \Lambda\exp(\mathrm{i}\omega T_0) + c.c \quad (60\text{-الف})$$

$$\varphi_2 = \frac{\alpha_1\omega_1^2A_1A_2}{(\omega_2^2-(\omega_2+\omega_1)^2)}\exp(\mathrm{i}(\omega_2 + \omega_1)T_0) + \frac{\alpha_1\omega_1^2\bar{A}_1A_2}{(\omega_2^2-(\omega_2-\omega_1)^2)}\exp(\mathrm{i}(\omega_2 - \omega_1)T_0) + c.c \quad (60\text{-ب})$$

که $\Lambda = -f_0\mathrm{i}/2(\omega_1{}^2 - \omega^2)$ مقدار ثابتی است. سپس با استفاده از روابط (57) و (60) پاسخ حرکت‌های غلت و عمودی با تقریب مرتبه دو به صورت (61) بدست می‌آید:

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-29]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.12.47.5]

$$z = \varepsilon z_1 + \varepsilon^2 z_2 + O(\varepsilon^3) = \varepsilon a_{01} e^{-\frac{\varepsilon \hat{c}_1 T_0}{2}} \cos(\omega_1 T_0 + \beta_1) + \frac{\beta \omega_2^2 \varepsilon^2 a_{02}^2 e^{-\varepsilon \hat{c}_2 T_0}}{(\omega_1^2 - 4\omega_2^2)} \cos(2\omega_2 T_0 + 2\beta_2) + \frac{\varepsilon^2 f_0}{({\omega_1}^2 - \omega^2)} \sin(\omega T_0) \quad (61\text{-الف})$$

$$\varphi = \varepsilon \varphi_1 + \varepsilon^2 \varphi_2 + O(\varepsilon^3) = \varepsilon a_{02} e^{-\frac{\varepsilon \hat{c}_2 T_0}{2}} \cos(\omega_2 T_0 + \beta_0) + \frac{\varepsilon^2 \alpha_1 \omega_1^2 a_{01} a_{02}}{2(\omega_2^2 - (\omega_2 + \omega_1)^2)} e^{\frac{\varepsilon(-\hat{c}_1 - \hat{c}_2) T_0}{2}} \cos\big((\omega_1 + \omega_2) T_0 + \beta_1 + \beta_2\big) + \frac{\varepsilon^2 \alpha_1 \omega_1^2 a_{01} a_{02}}{2(\omega_2^2 - (\omega_2 - \omega_1)^2)} e^{\frac{\varepsilon(-\hat{c}_1 - \hat{c}_2) T_0}{2}} \cos((\omega_2 - \omega_1) T_0 + \beta_2 - \beta_1) \quad (61\text{-ب})$$

3-4- تعیین مقادیر پارامترهای سیستم معادل

در قسمت قبل معادلات حاکم بر حرکت کوپل حرکت عمودی و غلت مورد بررسی قرار گرفت. برای تعیین مقادیر مشخصات سیستم جرم-فنر-دمپر و پاندول که شامل M، c،m، b، k می‌شود، باید از مشخصات سیستم اصلی استفاده کرد. بدین صورت که می‌توان طول پاندول را با استفاده از رابطه $\omega_r^2 = g/l$ مشخص کرد که ω_r فرکانس حول محور غلت شناور و l طول معادل پاندول است. مطابق با رابطه (40) طول معادل 25.52 متر بدست می‌آید. سپس با استفاده از رابطه $I_r = ml^2$ جرم پاندول قابل تعیین است که در اینجا I_r ممان اینرسی حول محور غلت شناور است که با توجه به رابطه (12) با فرض طول شناور $L = 1\text{m}$ و عمق زیر آب $d = 1\text{m}$ وعرض $b = 2\text{m}$، برابر 5680.816 است. پس جرم معادل پاندول برابر با 8.7226 کیلوگرم است. همچنین با استفاده از رابطه (13) مقدار M جرم معادل حرکت در راستای عمودی مقدار 19620 کیلوگرم بدست می‌آید. مقدار سختی فنر، با توجه به رابطه (5) برای نیروی خطی برگردان در جهت عمودی و همچنین با توجه به رابطه بین سختی و فرکانس $\omega_h^2 = k/M$ برابر با N/m 19620 بدست می‌آید. مقادیر میرایی b و c برای یک جسم با سطح مقطع مستطیلی با توجه رابطه بین ضرایب میرایی و جرم افزوده شناور با مقطع مستطیلی در جهت‌های غلت و عمودی مشخص می‌شود [14]. دو دلیل وجود دارد که موجب میرایی هیدرودینامیکی شناور می‌شود. یکی میرایی ویسکوز است که متناسب با مجذور سرعت شناور است که در تئوری خطی این جمله نسبت به مجذور دامنه ناچیز است. قسمت اصلی میرایی ناشی از اثر تلاطم امواج ایجاد شده در اثر ارتعاش شناور است. انرژی جنبشی شناور به مرور به امواج منتقل می‌شود و باعث میرایی انرژی آن می‌شود. با گذشت زمان کل انرژی جنبشی شناور تلف شده و در نهایت، نوسانات شناور میرا می‌شود [20].

در رابطه بین ضرایب میرایی و جرم افزوده شناور به طور معمول λ میرایی افزوده، μ جرم افزوده در جهت مورد نظر و A دامنه تحریک موج، g شتاب گرانش، ρ چگالی سیال، ω فرکانس تحریک موج، B طول شناور و T عمق زیر آب است. با توجه به نتایج مرجع [21]، میرایی به دامنه نیروی تحریک و فرکانس آن وابسته است. مطابق با رابطه (40) نیروی تحریکی با دامنه 0.3N و فرکانس 2rad/s در راستای عمودی به جسم وارد می‌شود و با فرض اینکه جسم دارای سطح مقطع مربع شکل با طول 2 متر به گونه‌ای که $B/T = 2$ است، مقدار میرایی در راستای عمودی 178.53 بدست می‌آید. همچنین، مقدار میرایی در جهت غلت 469.81 بدست می‌آید. با جایگذاری مقادیر بدست آمده برای سیستم معادل در رابطه (61) پاسخ سیستم در جهت غلت و حرکت عمودی بدست می‌آید. در شکل‌های 8 و 9

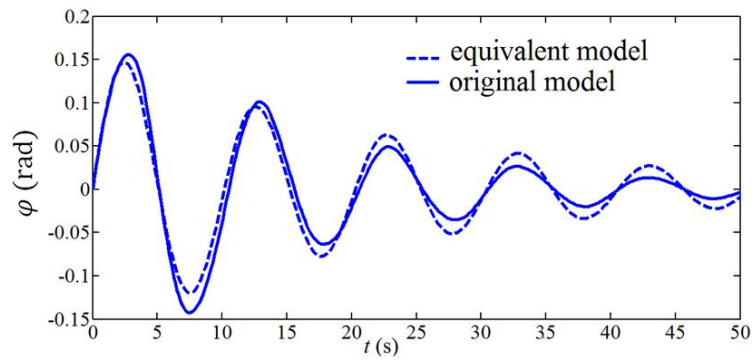


Fig. 8 Comparison of the roll motion of the equivalent and original models

شکل 8 مقایسه پاسخ غلت سیستم معادل با پاسخ سیستم اصلی

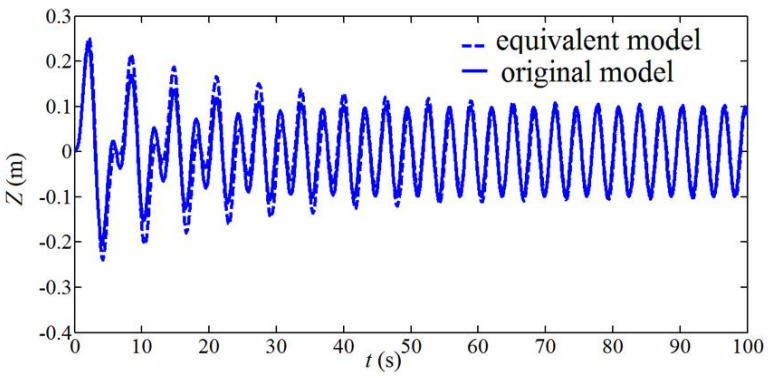


Fig. 9 Comparison of the heave motion of the equivalent and original models

شکل 9 مقایسه پاسخ حرکت عمودی سیستم معادل با پاسخ سیستم اصلی

پاسخ استخراج شده از حل معادلات حاکم بر سیستم معادل با پاسخ حاصل حل از معادلات حاکم بر حرکت کوپل غلت و حرکت عمودی شناور (10) و (11) مقایسه شده است. مشاهده می‌شود که نتایج از نظر دامنه و فرکانس با هم تطابق خوبی دارند.

5- آنالیز حساسیت

آنالیز حساسیت برای تعیین مقدار وابستگی خروجی مدل مورد نظر به پارامترهای ورودی مورد استفاده قرار می‌گیرد و روش مهمی برای بررسی کیفیت مدل ارائه شده و اعتبار تحلیل مورد نظر شناخته می‌شود [22]. روش‌های مختلفی برای تعیین حساسیت پارامترها وجود دارد. در این مقاله، آنالیز حساسیت با استفاده از روش‌های موضعی و مشتق جزئی انجام گرفته و در نهایت نتایج بدست آمده با هم مقایسه شده‌اند.

5-1- بررسی حساسیت پارامترها

برای ارزیابی حساسیت مدل تابع J به صورت رابطه (62) تعریف می‌شود که در اینجا تأثیر تغییر پارامترها روی جابجایی غلت و حرکت عمودی تحت تأثیر نیروی هارمونیک بررسی شده است [12]، [23]:

$$J(\tilde{p}) = \left| 100 \frac{\sum_{t=0}^{N} x(t,\tilde{p})^2 - \sum_{t=0}^{N} x(t,p)^2}{\sum_{t=0}^{N} x(t,p)^2} \right| \quad (62)$$

در رابطه (62) $x(t,\tilde{p})$ مقدار زاویه غلت و جابجایی عمودی به ازای مقدار تغییر یافته $\tilde{p}$ است. در اینجا N زمان شبیه‌سازی را نشان می‌دهد. در جداول 1 و 2 مقادیر برای زمان 50 ثانیه بدست آمده است و تمامی پارامترها در پاسخ غیرخطی $\pm 5\%$ و $\pm 10\%$ تغییر داده می‌شوند. نتایج بدست آمده از این روش در جدول 1 و 2 ارائه شده است.

در روش دیگر، مشتق جزئی زاویه غلت و جابجایی عمودی x نسبت به پارامتر ورودی به صورت (63) خواهد بود:

$$S = \left. \frac{\partial x}{\partial p_i} \right|_{p_{i,0}} \quad (63)$$

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.12.47.5]

جدول 1 حساسیت پاسخ حرکت غلت بدست آمده در ارتعاشات اجباری به تغییر پارامترها در مدل کوپل حرکت‌های غلت و عمودی

Table 1 Sensitivity of the roll motion in the forced vibration to the variation of the parameters of the coupled model

Ns_{sum}	$\text{avg}(J_{\text{roll}})\pm10\%$	$\text{avg}(J_{\text{roll}})\pm5\%$	$J_{\text{roll}}-10\%$	$J_{\text{roll}}+10\%$	$J_{\text{roll}}-5\%$	$J_{\text{roll}}+5\%$	پارامتر
9.75	14.50	6.40	16.48	12.53	3.13	6.67	z_f
27.38	61.17	47.30	93.54	28.80	77.76	16.83	b
15.61	220.27	12.04	19.13	421.42	11.03	13.05	d
4.09	4.96	2.48	5.29	4.63	2.55	2.40	L
0.84	10.31	5.12	11.24	9.37	5.35	4.89	ζ_r
0.11	0.85	0.42	0.87	0.82	0.42	0.43	ζ_h

جدول 2 حساسیت پاسخ حرکت عمودی بدست آمده در ارتعاشات اجباری به تغییر پارامترها در مدل کوپل حرکت‌های غلت و عمودی

Table 2 Sensitivity of the heave motion in the forced vibration to the variation of the parameters of the coupled model

Ns_{sum}	$\text{avg}(J_{\text{heave}})\pm10\%$	$\text{avg}(J_{\text{heave}})\pm5\%$	$J_{\text{heave}}-10\%$	$J_{\text{heave}}+10\%$	$J_{\text{heave}}-5\%$	$J_{\text{heave}}+5\%$	پارامتر
0.27	1.26	0.62	1.43	1.09	0.67	0.58	ζ_h
1.27	5.02	2.52	4.68	5.35	2.45	2.60	L
1.27	5.02	2.52	4.68	5.35	2.45	2.60	b
0.96	17.01	8.49	16.13	17.86	8.28	8.71	f_0
47.60	50.83	22.93	68.41	33.24	26.49	19.36	ω

که در اینجا $p_{i,0}$ مقدار پارامتر مرجع را نشان می‌دهد. به طور معمول برای مقایسه حساسیت به پارامترهای مختلف از نظر حساسیت نسبی، لازم است که مقدار نرمال شده حساسیت به صورت (64) تعریف شود [24]:

$$Ns = \frac{\frac{\partial x}{x}}{\frac{\partial p_i}{p_{i,0}}} = \frac{\partial x(t,p)}{\partial p_i}\frac{p_{i,0}}{x(t,p)} = S(t,p)\frac{p_{i,0}}{x(t,p)} \quad (64)$$

در رابطه (64) S مقدار تغییر زاویه غلت و جابجایی عمودی شناور نسبت به پارامترها در طول زمان شبیه‌سازی و x مقدار زاویه غلت در طول زمان مورد نظر می‌باشد. با توجه به اینکه در رابطه (64) امکان تقسیم بر صفر به ازای مقادیر $x = 0$ در یک زمان مشخص وجود دارد، می‌توان از رابطه (65) با جمع مقادیر S و x در زمانهای مختلف به مقدار مشخص میزان حساسیت رسید [25].

$$Ns_{sum} = \sum_{t=0}^{N}|S(t,p)|\frac{P_{i,0}}{\sum_{t=0}^{N}|x(t,p)|} \quad (65)$$

مجموع حساسیت نسبی Ns_{sum} در طول زمان شبیه‌سازی برای هر پارامتر در جدول های 1 و 2 نشان داده شده است.

5-2- مقایسه نتایج حاصل از آنالیز حساسیت

با توجه به جدول 1 با تغییر پارامترهای مؤثر در پاسخ غلت شناور تحت تأثیر نیروی هارمونیک، با استفاده از روش اول مقدار J_{roll} برای پارامتر b طول شناور و d مقدار سطح زیر آب بیشتر از سایر پارامترها است.با استفاده از روش دوم مجموع حساسیت Ns_{sum} مطابق با جدول 1، پاسخ غلت شناور در مدل کوپل غلت و حرکت عمودی به پارامتر b و d حساسیت بیشتری دارد. با تو جه به جدول 1 حساسیت غلت به تغییر 10%+ برای d افزایش زیادی دارد که قابل انتظار نیست و نشان دهنده این است که تا این حد مجاز به افزایش سطح زیر آب نیستیم. در هر دو روش پاسخ غلت در حرکت کوپل حساسیت کمتری به پارامترهای میرای ξ_r و ξ_h دارد. در حرکت کوپل پاسخ عمودی مطابق با جدول 2 با استفاده از هر دو روش حساسیت بیشتری به فرکانس نیروی تحریک دارد. نتایج بدست آمده برای دو پارامتر L و b کاملا مساوی است که نشان می‌دهد حساسیت عمودی به این دو پارامتر کاملا برابر است و میرایی ξ_h کمترین تأثیر را در تغییرات جابجایی عمودی دارد. نتایج بدست آمده از دو روش با هم مطابقت دارد.

6- نتیجه گیری

در این مقاله به مدلسازی ارتعاشات اجباری کوپل غلت و حرکت عمودی یک شناور با استفاده از روش مقیاس‌های چندگانه پرداخته شد. به منظور اعتبارسنجی حل ارائه شده، پاسخ بدست آمده با نتایج حل عددی مقایسه شد. با توجه به نتایج حاصل مشاهده شد که حل تحلیلی ارائه شده دقت مناسبی در تعیین پاسخ سیستم دارد. در ادامه، سیستم مکانیکی شامل جرم-فنر-دمپر و پاندول به منظور ارائه مدلی ساده با دقت قابل قبول به عنوان یک سیستم، معادل با مدل پیچیده حرکت کوپل غلت و حرکت عمودی شناور معرفی گردید. بدین ترتیب، اثر جرم افزوده، نیروی ارتعاشی و میرایی ناشی از سیال با اثر جرم، فنر و دمپر جایگزین شد. پاسخ بدست آمده از معادلات سیستم معادل تطابق خوبی با نتایج بدست آمده از تحلیل معادلات سیستم اصلی داشت که این امر نشان می‌دهد به جای سیستم اصلی می‌توان از سیستم معادل ساده‌تر در تحلیل حرکت شناور استفاده نمود. همچنین، آنالیز حساسیت پارامترهای مؤثر در پاسخ سیستم مدل کوپل حرکت غلت و عمودی تحت تأثیر تحریک هارمونیک به روش موضعی و مشتق جزئی بررسی گردید. مشاهده شد که پاسخ غلت به عرض شناور و مقدار ارتفاع آن در زیر آب، و پاسخ عمودی به فرکانس نیروی تحریک حساسیت بیشتری دارد.

7- فهرست علائم

b	عرض شناور(m)
c	میرایی (kgs^{-1})
d	مقدار عمق زیر آب در حالت تعادل استاتیکی (m)
F	نیرو(N)
g	شتاب جاذبه (ms^{-2})
GM	متاسنتر(m)
I	ممان اینرسی (kgm^2)
I_a	ممان افزوده (kgm^2)
k	سختی فنر(Nm^{-1})
l	طول پاندول(m)
L	طول شناور(m)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.12.47.5]

m	جرم	(kg)
M	جرم	(kg)
m_a	جرم افزوده	(kgm^2)
z	جابجایی	(m)
Z_f	ارتفاع نرمال شده سطح آب	(m)

علائم یونانی

ρ	چگالی	(kgm^{-3})
φ	زاویه غلت	(rad)
ω	فرکانس	$(rads^{-1})$

8- مراجع

[1] W. Froude, Remarks on Mr.Scott Russell's paper on Rolling, *Transactions of the Institute of Naval Architects*, Vol.4, No.4, pp. 232-275, 1863.
[2] A.H. Nayfeh, D.T. Mook, L.R., Marshall, Nonlinear coupling of pitch and roll modes in ship motions, *Journal of Hydronautics*, Vol. 7, No. 4, pp. 145-152, 1973.
[3] A.H. Nayfeh, D.T. Mook, L.R. Marshall, Perturbation energy approach for the development of the nonlinear equations of ship motion, *Journal of Hydronautics*, Vol. 8, No. 4, pp. 130-136, 1974.
[4] M.M. Kamel, Bifurcation analysis of a nonlinear coupled pitch roll ship, *Mathematics and Computers in Simulation*, Vol.73, No.4, pp. 300-308, 2007.
[5] L. Zhou, F. Chen, Stability and bifurcation analysis for a model of a nonlinear coupled pitch-roll ship, *Mathematics and Computers in Simulation*,Vol.72, No.2, pp. 149-166, 2007.
[6] C.Y. Liew, S.R. Bishop, J.M.T. Thompson, Heave-excited rolling motion of a rectangular vessel in head seas, *International Journal of Offshore and Polar Engineering*, Vol. 3, No. 1, pp. 26-31, 1993.
[7] C.Y. Liew, S.R. Bishop, Nonlinear heave-roll coupling and ship rolling, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 8, No.2, pp. 197-211, 1995.
[8] M. Eissa, A.F EL-Bassiouny, Analytical and numerical solutions of a non-linear ship rolling motion, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 134, No.2, pp. 243-270, 2003.
[9] E. Pesman, D. Bayraktra, M. Taylan, Influence of Damping on The Roll Motion of Ships, *The 2nd International Conference on Marine Research and Transportation* (ICMRT'07), Ischia Naples, Italy, pp. 127-133, 2007.
[10] L.H Hui, P.Y Fong, A Numerical Study of Ship's Rolling Motion, *Proceedings of the 6th IMT-GT Conference on Mathematics, Statistics and its Applications*, University Tunku Abdul Rahman, Kuala Lumpur, Malaysia, pp. 843-851, 2010.
[11] Z. Xing, L. McCue, Modeling Ship Equations of Roll Motion Using Neural Networks, *Naval Engineers Journal*, Vol.122, NO.3, pp. 49-60, 2010.
[12] B. Kassteen, *Parametric roll resonance and energy transfer*, Traineeship report, Eindhoven University of Technology, Department of Mechanical Engineering, 2010.
[13] M. Sayed, Y.S. Hamed, Stability and response of a nonlinear coupled pitch-roll ship model under parametric and harmonic excitations, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 64, No.3, pp. 207-220, 2011.
[14] J. Grasman, C.D. Archer, E.F.G. Daalen, S. Dobberschutz, M. Godeau (et al), Dynamical models of extreme rolling of vessels in head waves, *Proceedings of the 67th European Study Group Mathematics with Industry*. Wageningen, The Netherlands, 26-30 January, pp. 1-22, 2009.
[15] M. Bikadash, B. Balachandran, A. Nayfeh, Melnikov analysis for a ship with a general Roll-damping model, *Nonlinear Dynamic*, Vol. 6, No.1, pp.101-124, 1994.
[16] T. Perez, M. Blanke, *Mathematical ship modeling for control applications*, Technical Report, Technical University of Denmark, 2002.
[17] X.G. Wang, Z.J. Zou, F. Xu, R.Y. Ren, Sensitivity analysis and parametric identification for ship maneuvering in 4 degrees of freedom, *Journal of Marine Science and Technology*, Vol. 19, No.4, pp. 394-405, 2014.
[18] N. Rahmat, S. Ebrahimi, M.M. Jalili, An analytical approach to the analysis of the nonlinear roll motion of a ship using the multiple scales method. *Proceedings of the 23th Annual International Iranian Mechanical Engineering Conference, ISME2015*, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran, 2015. (in Persian فارسی)
[19] M.M. Jalili, S. Ebrahimi, N. Rahmat, Nonlinear vibrations modeling and sensitivity analysis of the roll motion of ship. Accepted for Publication in the *Journal of Modeling in Engineering*, 2015. (in Persian فارسی)
[20] A.H. Nayfeh, D.T. Mook, *Nonlinear Oscilations*, John Wiley & Sons, 1979.
[21] N. Kornev, *Ship dynamics in waves* , University Rostock, 2011.
[22] A. Saltelli, K. Chan, EM. Scott, *Sensitivity analysis*, *John Wiley & Sons*, 2000.
[23] X. Feng, Z. Zao-jian, Y. Jian-chuan, C. Jian, Parametric identification and sensitivity Analysis for Autonomous underwater vehicles in diving plane, *Journal of Hydrodynamics*, Vol.24,No.5, pp.744-751, 2012.
[24] D.G. Cacuci, *Sensitivity and uncertainty analysis: theory*, Vol. I, Chapman & Hall, 2003.
[25] P. Eberhard, W. Schiehlen, J. Sierts, Sensitivity analysis of inertial parameters in multibody dynamics simulations. *12th IFToMM World Congress*, Besancon, Jun 18-21, 2007.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.12.47.5]