



تخمین ضرایب لغزش پمپ گریز از مرکز در شرایط کاری خارج از نقطه طرح با استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی

محسن قادری¹، امیرفرهاد نجفی^{2*}، احمد نوربخش³

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

3- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

*afnajafi@ut.ac.ir، 11365-4563 صندوق پستی تهران

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 13 مهر 1393

پذیرش: 05 آذر 1393

ارائه در سایت: 15 بهمن 1393

کلیدواژگان:

پمپ گریز از مرکز

ضریب لغزش

شبیه‌سازی عددی

چکیده

ضریب لغزش یکی از پارامترهای مهم در طراحی هیدرولیکی و تخمین عملکرد پمپ‌های گریز از مرکز محسوب می‌شود. اطلاع از چگونگی وابستگی این پارامتر به نرخ جریان عبوری از پمپ به منظور پیش‌بینی عملکرد پمپ در شرایط کاری خارج از نقطه طرح امری ضروری است. در این مقاله تغییرات ضریب لغزش در دبی‌های مختلف برای یک پمپ گریز از مرکز به کمک شبیه‌سازی عددی مورد بررسی قرار گرفته است. برای این منظور، معادلات سه‌بعدی RANS با استفاده از دستگاه معادلات چندگانه و با به‌کارگیری مدل آشفتگی $k - \epsilon$ RNG برای دبی‌های مختلف، در بازه 45% تا 120% دبی نامی، توسط نرم‌افزار CFX حل شده است. صحت حل عددی از طریق مقایسه منحنی‌های مشخصه حاصل از حل عددی با داده‌های تجربی بررسی شده است. نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهد تطابق خوبی میان مقادیر محاسبه شده از تحلیل عددی و داده‌های آزمایشگاهی برای پیش‌بینی توزیع سرعت، ضرایب لغزش و عملکرد کلی پمپ وجود دارد. همچنین، توانایی مدل‌های مختلف لغزش برای پیش‌بینی روند تغییرات این پارامتر با دبی ارزیابی شده است. این نتایج نشان می‌دهد که حل عددی نسبت به سایر مدل‌های موجود روند تغییرات ضریب لغزش در اثر تغییرات دبی را با دقت بیشتری پیش‌بینی می‌کند.

Estimation of a centrifugal pump slip factors at off-design conditions using computational fluid dynamics

Mohsen Ghaderi, Amir Farhad Najafi*, Ahmad Nourbakhsh

Department of Mechanical Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

* P.O.B. 11365-4563, Tehran, Iran, afnajafi@ut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 05 October 2014
Accepted 26 November 2014
Available Online 04 February 2015

Keywords:
Centrifugal Pump
Slip Factor
Numerical Simulation

ABSTRACT

Slip factor is one of the most important parameters used in centrifugal pumps performance prediction. Knowing this parameter as a function of flow rate seems essential for off-design performance prediction. In this paper, it is intended to establish the slip factor dependence upon flow rate for a centrifugal pump using computational fluid dynamics. For this purpose, the full 3D-RANS equations in coupled with $k - \epsilon$ turbulence model were solved for several flow rates ranging from 45% to 120% of rated condition by means of a commercial code, CFX. In the steady state, this simulation is defined by means of the multi-reference frame technique, in which the impeller is situated in the rotating reference frame, and the volute is in the fixed reference frame. The validity of the numerical model was confirmed by matching the calculated characteristic curves with the associated experimental data. It was found that there is a good coincidence between the numerical results and available experimental data of global performance, local velocity distribution and slip factors. A comparison was performed among the well-known slip models which reveals, that the slip factor variations can be predicted very well using CFD analysis.

1- مقدمه

مومنتم ما بین چرخ و سیال در این پمپ‌ها تحت اثر پدیده‌ای به نام لغزش قرار دارد. وقوع این پدیده باعث می‌شود که سیال خروجی از چرخ پمپ، با زاویه کمتری نسبت به زاویه خروجی پره از آن خارج شود که در نتیجه میزان انرژی واقعی منتقل شده به سیال همواره از مقدار پیش‌بینی شده توسط تئوری‌های پایه دارای مقدار کمتری خواهد بود. در دهه‌های اخیر، محققان بسیاری برای پیش‌بینی ضریب لغزش روابط متعددی را ارائه کرده‌اند.

پمپ‌های گریز از مرکز یکی از تجهیزات ضروری در بسیاری از کاربردهای صنعتی و کشاورزی به‌شمار می‌آیند. مبنای کارکرد این دسته از پمپ‌ها براساس انتقال مومنتم زاویه‌ای از چرخ¹ به سیال عبوری است. میزان تبادل

1- Impeller

های شعاعی، نیمه شعاعی و محوری قابل استفاده بوده و روند تغییرات ضریب لغزش با دبی جریان را به خوبی پیش‌بینی می‌کند. نوربخش [10] نیز این تغییرات را برای پنج چرخ مختلف به‌صورت آزمایشگاهی مورد بررسی قرار داد. او با معرفی ضریب انحراف⁷ سعی کرد که روند تغییرات ضریب لغزش با دبی را پیش‌بینی کند.

تاکنون، اغلب مدل‌های لغزش ارائه شده بر پایه مفاهیم تئوریک یا آزمایش‌های زمان‌بر بوده‌اند. با گسترش توان محاسباتی کامپیوترها و همچنین پیشرفت و بهبود الگوریتم‌های عددی، دینامیک سیالات محاسباتی به عنوان یک ابزار کارآمد در تخمین عملکرد توربوماشین‌ها به‌کار گرفته شده است. اخیراً تلاش‌هایی به منظور محاسبه ضریب لغزش به کمک روش‌های عددی انجام گرفته است. ان مین گوا و همکارانش [12] یک مدل بهبود یافته برای فن‌های گریز از مرکز با پره دارای انحنای رو به عقب⁸ پیشنهاد دادند. آن‌ها از حل عددی برای صحت‌سنجی مدل خود بهره بردند. این پژوهش نشان داد فرض حالت دائم برای محاسبه ضرایب لغزش فرضی منطقی است. گوانگ [13] نیز اثر ویسکوزیته و دبی را بر یک پمپ گریز از مرکز بررسی کرده و در نهایت نشان داد که اثر ویسکوزیته بر ضریب لغزش ناچیز است. کاربرد و همکارانش [14] ضرایب لغزش را تحت شرایط تک‌فاز و دو‌فاز مورد بررسی قرار دادند و تاثیر پارامترهایی مثل اندازه حباب‌ها بر ضریب لغزش را ارزیابی نمودند.

در تحقیق حاضر، جریان تراکم ناپذیر، مغشوش و سه بعدی داخل یک پمپ گریز از مرکز با فرض حالت دائم شبیه‌سازی شده است. برای این منظور، معادلات انتقال توسط نرم‌افزار CFX حل شده است. از نتایج آزمایشگاهی موجود [10] برای بررسی صحت نتایج حل عددی استفاده شده است. در ادامه، اثر پروفیل غیریکنواخت سرعت خروجی چرخ بر تغییرات ضریب لغزش مورد مطالعه قرار گرفته است. علاوه بر آن، وابستگی ضریب لغزش به دبی جریان و توانایی مدل‌های لغزش شناخته شده در پیش‌بینی این ارتباط بررسی شده است.

2- مشخصات پمپ

یک پمپ صنعتی یک مرحله‌ای و یک مکشه که قبلاً توسط یکی از نویسندگان در آزمایشگاه تست شده است [10] به عنوان مدل مورد استفاده برای شبیه‌سازی انتخاب شده است. جزئیات پارامترهای هندسی پمپ مورد استفاده به‌همراه مشخصه‌های عملکرد آن به‌طور خلاصه در جدول 1 ارائه شده است. هندسه سه‌بعدی پمپ مدل و اجزای مختلف تشکیل‌دهنده آن در شکل 1 نشان داده شده است.

3- ضریب لغزش

به‌طور کلی، جریان عبوری از توربوماشین‌های شعاعی هیچگاه به‌طور کامل توسط سطح پروفیل پره هدایت نمی‌شود (حتی با فرض جریان ایده آل) و زاویه خروجی سیال همواره از زاویه خروجی پره اندکی کمتر است. این امر باعث می‌شود که مولفه مماسی سرعت مطلق واقعی همیشه از مقدار محاسبه شده توسط تئوری اویلر کوچک‌تر باشد. این پدیده لغزش نامیده می‌شود. تاکنون، روابط متعددی برای بیان ضریب لغزش ارائه شده است که در این مقاله از رابطه (1) استفاده می‌شود:

$$\sigma = 1 - \frac{\Delta C_{u2}}{u_2} \quad (1)$$

7- Distortion coefficient
8- Backswept blade

استودولا [1]، پفلایدر [2]، اکارت و همکاران [3]، اشتاینتر [4]، بوزمان [5] و ویسنر [6] از نخستین افرادی بودند که هر کدام روابطی را برای پیش‌بینی ضریب لغزش ارائه کردند.

اولین بار بوزمان [5] توانست با به‌کارگیری تئوری جریان پتانسیل برای تحلیل جریان داخل چرخ، مقدار ضریب لغزش را به خوبی پیش‌بینی و یک رابطه کلی برای پیش‌بینی این فاکتور مهم ارائه نماید. پس از آن، ویسنر [6] با بررسی تعداد زیادی از داده‌های آزمایشگاهی رابطه دیگری را پیشنهاد داد که با منحنی‌های پیشنهادی بوزمان تطابق خوبی داشت. مدل ویسنر کماکان به‌عنوان یکی از پرکاربردترین مدل‌های موجود، مورد استفاده طراحان پمپ-های گریز از مرکز قرار می‌گیرد. پفلایدر [2] نخستین کسی بود که نشان داد جریان پتانسیل در فضای بین پره‌ها را می‌توان از بر هم نهی دو جریان مجزا شامل جریان عبوری از بین پره‌های بدون حرکت و جریان بین پره‌ها در حالی که با فرض مسدود بودن ورودی و خروجی می‌چرخند، محاسبه کرد. جریان شکل گرفته در فضای بین پره‌های چرخان با فرض بسته بودن خروجی و ورودی، گردابه نسبی¹ نام دارد. گردابه نسبی از جمله مفاهیمی است که به‌طور گسترده در مباحث مرتبط با توربوماشین‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. پفلایدر گردابه نسبی را به عنوان مکانیزم اصلی ایجاد لغزش معرفی نمود. پس از او استودولا [1] با در نظر گرفتن یک گردابه نسبی دایره شکل در نزدیکی خروجی چرخ یک رابطه تقریبی برای تخمین ضریب لغزش ارائه کرد. اکثر روابط پیشنهاد شده برای ضریب لغزش، هر کدام تنها برای کلاس خاصی از چرخ‌ها قابل استفاده هستند. به‌طور نمونه مدل ویسنر برای چرخ مدل "0 اکارت"² به‌خوبی قابل استفاده است، در حالی که همین مدل برای پیش‌بینی ضریب لغزش چرخ‌های "A اکارت"³ با خطاهای زیادی همراه است [7]. همچنین، مدل استودولا برای چرخ‌هایی با تعداد پره کم، ضریب لغزش را بیش از حد واقعی خود تخمین می‌زند. اما در سال 2007 بکستروم [8]، تلاش کرد با در نظر گرفتن یک گردابه واحد بر روی کل روتور یک مدل جدید برای محاسبه لغزش ارائه کند. این مدل برای گستره وسیعی از چرخ‌های گریز از مرکز با هندسه‌های متفاوت قابل استفاده است. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که تمامی اثرات ایجاد کننده لغزش توسط پارامتری به نام ضریب صلبیت پره⁴ کنترل می‌شود.

در گذشته برای طراحی پمپ‌های گریز از مرکز، تنها ملاحظات مربوط به نقطه کار پمپ مد نظر قرار می‌گرفت. این در حالی است که برای طراحی پمپ‌های مدرن مانند پمپ‌های آب خورشیدی، لازم است که شرایط کاری خارج از نقطه کار نیز به‌طور کامل مورد بررسی قرار گیرد [9]. بنابراین، دانستن تخمین مناسبی از ضرایب لغزش در دبی‌های مختلف، ضروری به‌نظر می‌رسد. اغلب مدل‌های لغزش موجود تنها از مشخصات هندسی پره برای پیش‌بینی ضریب لغزش استفاده می‌کنند و این در حالی است که آزمایش‌های [10, 11] انجام شده، وابستگی قابل توجه این پارامتر به دبی جریان را آشکار می‌سازد.

در سال‌های اخیر، روابط جدیدی با احتساب اثر دبی جریان بر ضریب لغزش ارائه شده است. ژوئن [7] با در نظر گرفتن اختلاف فشار دو سطح پره⁵ در نزدیکی خروجی چرخ به عنوان عامل اصلی ایجاد لغزش، توانست ضریب لغزش را به‌صورت تابعی از ضریب جریان⁶ محاسبه کند. این مدل برای چرخ-

1- Relative eddy
2- 0 Ekardt
3- A Ekardt
4- Blade solidity
5- Blade loading
6- Exit flow coefficient

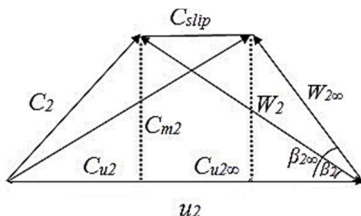
محاسبه سرعت مماسی به ویژه در دبی های کم که امکان بازگشت جریان و شکل گیری نواحی گردابی در نزدیکی خروجی چرخ وجود دارد، اثرات توزیع غیریکنواخت سرعت را به حساب آورده و پاسخ های واقعی تری را بدست می دهد.

برای روشن تر شدن اهمیت موضوع، مقدار هد تئوریک که از کم کردن اثرات لغزش از هد اوپلر به دست می آید، برای دو حالت مختلف در شکل 3 ترسیم شده است. در حالت اول ضریب لغزش در تمام شرایط کاری پمپ ثابت و برابر مقدار اندازه گیری شده در نقطه کار و در حالت دوم این پارامتر به صورت تابعی از دبی (برگرفته از نتایج اندازه گیری شده مرجع [10]) در نظر گرفته شده است. شایان ذکر است که در این شکل، هد اوپلر و هد تئوریک به ترتیب از روابط (6) و (7) محاسبه شده اند [15].

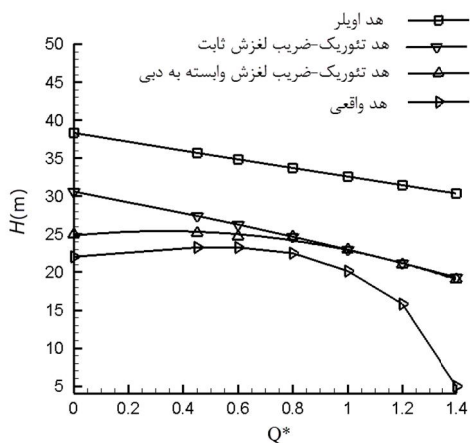
$$H_{Eu} = \frac{u_2 C_{u2\infty} - u_1 C_{u1\infty}}{g} \quad (6)$$

$$H_{th} = \left(1 - \frac{(1 - \sigma)u_2}{C_{u2\infty}}\right) H_{Eu} \quad (7)$$

همان گونه که ملاحظه می شود، الگوی پیش بینی شده به کمک ضریب لغزش متغیر به منحنی هد واقعی نزدیک تر است. همچنین، برای دبی های کم اختلاف بین منحنی های رسم شده افزایش می یابد. با توجه به شکل 4، که شماتیکی از مکانیزم های تلفات در یک پمپ گریز از مرکز را نشان می دهد، می توان نتیجه گرفت که اختلاف این دو منحنی در دبی های کم مربوط به در نظر گرفتن بخش عمده ای از تلفات گردابه ها³ است که توسط ضریب لغزش وابسته به دبی لحاظ شده است. در حقیقت، با میانگین گیری جرمی از پروفیل سرعت واقعی، اثر مربوط به بخش عمده ای از نواحی گردابی که در خروجی چرخ به وجود می آیند به صورت غیرمستقیم وارد ضریب لغزش محاسبه شده می شود. شایان ذکر است که هنوز رابطه دقیقی برای تخمین این نوع از تلفات پمپ ارائه نشده است.

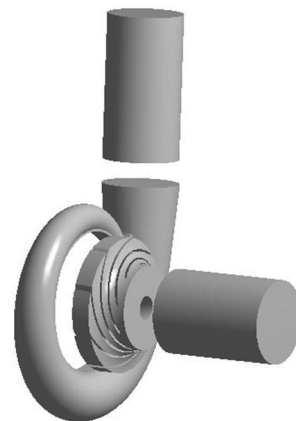


شکل 2 مقایسه کلی بین مثلث های سرعت واقعی و تئوری در خروجی چرخ [16]



شکل 3 اثر ضریب لغزش بر هد تئوریک [10]

پارامتر	مقدار
قطر خروجی چرخ	280(mm)
عرض خروجی چرخ	40 (mm)
تعداد پره ها	8
زاویه خروجی چرخ	24°
زاویه همپوشانی پره ها	109°
لقی بین زبانه حلزونی و چرخ ¹	21/6(mm)
زاویه نوک زبانه حلزونی ²	68°
ضریب جریان در نقطه کار	0/14
ضریب هد در نقطه کار	0/48
سرعت دورانی چرخ	1480(rpm)
سرعت مخصوص (طبق تعریف موجود در پیوست)	170



شکل 1 اجزای پمپ شبیه سازی شده

که در رابطه (1)، ΔC_{u2} سرعت لغزش نام داشته و از رابطه (2) محاسبه می شود:

$$\Delta C_{u2} = C_{u2\infty} - C_{u2} \quad (2)$$

در رابطه (2)، C_{u2} سرعت مماسی مطلق واقعی و $C_{u2\infty}$ سرعت مماسی مطلق محاسبه شده از مثلث سرعت اوپلر می باشند. شکل 2 اختلاف بین مثلث های سرعت واقعی و اوپلر در خروجی چرخ را نشان می دهد. با در نظر گرفتن مثلث سرعت اوپلر و با توجه به شکل 2، رابطه (3) بدست می آید:

$$C_{u2\infty} = u_2 - \frac{u_2 \varphi}{\tan \beta_{2\infty}} \quad (3)$$

که در آن φ ضریب بی بعد دبی در خروجی چرخ بوده و به صورت رابطه ذیل تعریف می شود:

$$\varphi = \frac{C_{m2}}{u_2} \quad (4)$$

با در نظر گرفتن معادلات (1) و (3) می توان ضریب لغزش را از رابطه (5) حساب کرد:

$$\sigma = \frac{\varphi}{\tan \beta_{2\infty}} + \frac{\overline{C_{u2}}}{u_2} \quad (5)$$

در رابطه (5)، $\overline{C_{u2}}$ از میانگین گیری جرمی سرعت مماسی در خروجی چرخ محاسبه خواهد شد. باید توجه داشت که با میانگین گیری جرمی تمامی آثار مربوط به نایکنواختی سرعت در خروجی چرخ لحاظ خواهد شد. این شیوهی

1- Impeller-tongue radial gap
2- Tongue tip angle

این امر باعث پایداری حل عددی و همگرایی بهتر شبیه‌سازی عددی خواهد شد [20].

5- شبکه‌بندی دامنه محاسباتی

همان‌گونه که در شکل 1 نشان داده شد، دامنه محاسباتی شامل چرخ، محفظه حلزونی، لوله ورودی و لوله خروجی است. در این شبیه‌سازی از جریان نشتی عبوری از فضای بین دیواره‌های جانبی چرخ و محفظه صرف‌نظر شده است. دامنه حل از طریق ترکیبی از شبکه‌های باسازمان⁶ و بدون‌سازمان⁷ گسسته-سازی شده است. به دلیل پیچیدگی‌های هندسی محفظه حلزونی این قسمت توسط المان‌های چهاروجهی⁸ و سایر اجزا از جمله چرخ پمپ، به وسیله المان‌های شش‌وجهی⁹ گسسته‌سازی شده‌اند. برای اطمینان از دقت حل عددی، لازم است اثر اندازه المان‌ها بر پارامترهای مسئله بررسی شود. در همین راستا، شبیه‌سازی برای سه شبکه با تعداد المان‌های مختلف تکرار شده است. نتایج آزمون استقلال از شبکه در جدول 2 نشان داده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، با افزایش تعداد المان‌ها از حدود دو میلیون المان، پارامترهای محاسبه شده تغییر محسوسی نمی‌کنند. شایان ذکر است که مقادیر هد موجود در این جدول بیانگر هد کل پمپ هستند و به کمک رابطه (8) محاسبه می‌شوند.

$$H = \frac{(P_{tot})_{outlet} - (P_{tot})_{inlet}}{\rho g} \quad (8)$$

با توجه به ملاحظات فوق، شبکه نهایی شامل 2297807 المان است که از این تعداد 365945 المان در لوله ورودی، 1128651 المان در چرخ پمپ و 803211 المان در محفظه حلزونی و لوله خروجی قرار دارند. شکل 5 یک نمای کلی از شبکه تولید شده در اجزای مختلف پمپ را نشان می‌دهد. شایان ذکر است که ماکزیمم عدم قطعیت شبکه مذکور مطابق با معیار GCI و بر مبنای برون‌یابی ریچاردسون برابر با 1/63% است [21].

6- معادلات حاکم

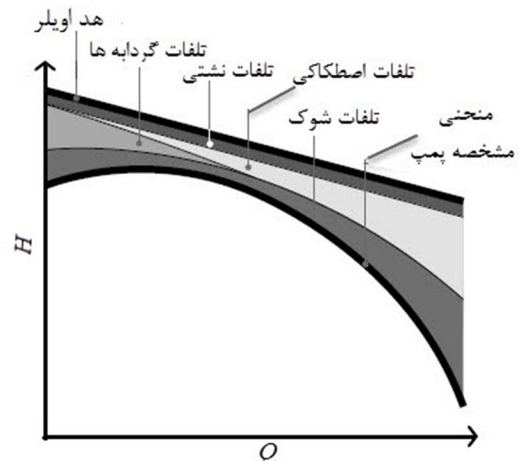
برای محاسبه میدان جریان داخل پمپ، معادلات بقای جرم، مومنتوم و معادلات انتقال پارامترهای جریان متلاطم برای دامنه محاسباتی حل شده‌اند. به منظور احتساب اثر چرخش چرخ پمپ، لازم است از دو دستگاه مختصات ثابت و چرخان (دستگاه مختصات‌های چندگانه) برای انجام محاسبات استفاده شود. در این مدل، اثر چرخش اجزای چرخان به صورت یک ترم چشمه شامل نیروهای گریز از مرکز و کوریولیس¹⁰ در سمت راست معادله مومنتوم ظاهر خواهد شد. به این ترتیب معادلات پیوستگی و مومنتوم برای سیال تراکم ناپذیر و با فرض حالت دائم به صورت رابطه (9) و (10) نوشته می‌شوند [19].

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0 \quad (9)$$

جدول 2 آزمون استقلال از شبکه

تعداد المان‌ها	هد پمپ (متر)	ضریب لغزش	گشتاور چرخ (نیوتن متر)
1219325	22/012	0/7881	24/253
2297807	21/822	0/7851	23/375
3107651	21/835	0/7853	23/345

6- Structured grid
7- Unstructured grid
8- Tetrahedrons
9- Hexahedrons
10- Coriolis force



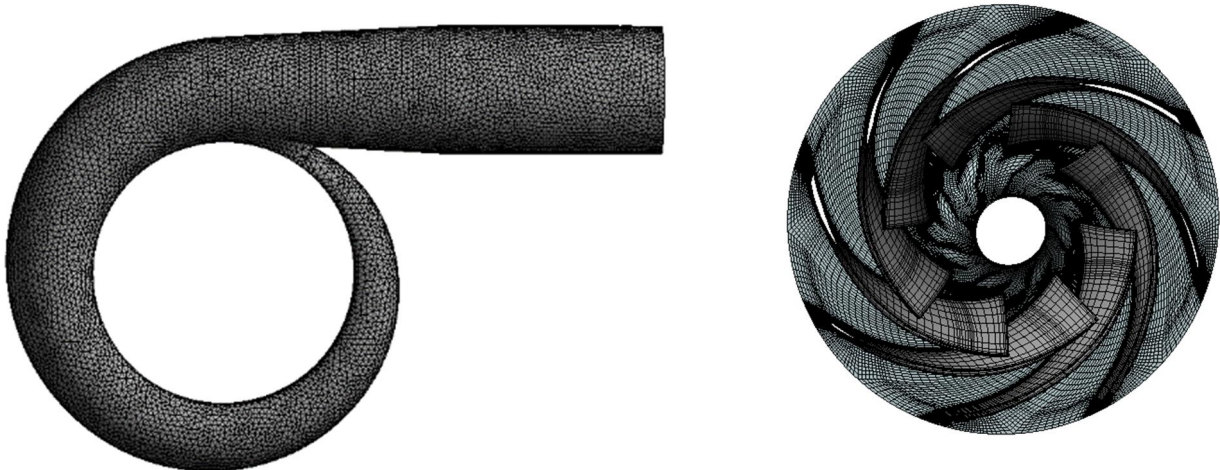
شکل 4 نحوه اثرگذاری مکانیزم‌های مختلف تلفات بر عملکرد پمپ گریز از مرکز

[16]

4- آنالیز عددی

در این مقاله جریان پایا، سه‌بعدی، تراکم ناپذیر و مغشوش داخل یک پمپ گریز از مرکز توسط نرم‌افزار CFX شبیه‌سازی شده است. برای حل معادلات انتقال از روش حجم محدود بر پایه المان محدود¹ استفاده شده است. برای مدل‌سازی جریان متلاطم، مدل $k-\epsilon$ RNG انتخاب شده است. این مدل با بهره‌گیری از یک روش قدرتمند آماری از طریق مرتبط کردن نرخ کرنش و ویسکوزیته اغتشاش، نارسایی‌های مدل $k-\epsilon$ استاندارد در جریان‌های مارپیچی² و گردان فشارهای معکوس را برطرف نموده و به عنوان یک گزینه مناسب برای شبیه‌سازی توربوماشین‌ها تاکنون بارها مورد استفاده قرار گرفته است [18,17]. در سطوح جامد از توابع دیوار خود مقیاس³ بهره برده شده که با توجه به مقدار γ^+ در اولین سلول روی سطح جامد از ناحیه رینولدز پایین به تابع دیوار لگاریتمی تغییر وضعیت می‌دهد [19]. از روش دستگاه مختصات‌های چندگانه⁴ برای شبیه‌سازی همزمان اجزای ساکن و دوار استفاده شده است. برای اتصال قسمت‌های ثابت و چرخان، سطح مشترک رتور ساکن⁵ به کار برده شده که این روش در تعیین برهم‌کنش اجزای ثابت و متحرک و تشخیص تغییرات محلی در خروجی چرخ نسبت به سایر روش‌ها دارای یک برتری نسبی است [19]. شرایط مرزی فشار سکون ثابت در ورود، دبی جرمی ثابت در خروج و شرط عدم لغزش در دیوارهای جامد اعمال شده است. معیار همگرایی برابر 10^{-5} در نظر گرفته شده است. این نکته نیز قابل ذکر است که در بررسی پمپ با فرض حالت دائم، میدان جریان تنها برای یک وضعیت مشخص و با توجه به نحوه قرارگیری اجزای ثابت و دوار نسبت به یکدیگر تعیین خواهد شد. بررسی‌های گذشته نشان داده است که در حل حالت دائم پمپ‌ها، وضعیت پره‌های چرخ و محفظه حلزونی در تعیین میدان جریان داخل پمپ، محل و میزان ناحیه جدایش در محفظه حلزونی نقش تعیین‌کننده‌ای دارد [18]. لذا، در این مقاله برای تمامی حالات وضعیت پره-ها و محفظه حلزونی نسبت به یکدیگر تغییری نمی‌کنند. علاوه بر آن، لازم است مرزهای ورودی و خروجی به سمت بالادست و پایین‌دست اندکی ادامه پیدا کند (اضافه کردن لوله‌های ورود و خروج به مدل) تا از وقوع نواحی گردابی در نزدیکی مرزها، علی‌الخصوص در دبی‌های کم، جلوگیری شود که

1- Finite element based finite volume
2- Swirl flow
3- Scalable wall function
4- Multiple reference frame model
5- Frozen rotor interface



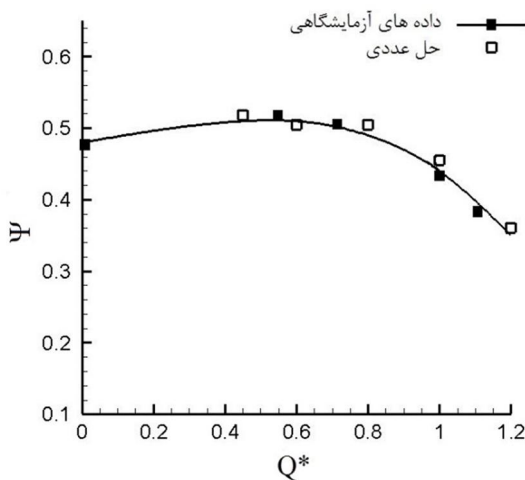
شکل 5 نمایی از شبکه تولید شده

همگرایی حل عددی به وجود خواهد آورد [23]. ضمناً، جزئیات مربوط به عدم قطعیت‌ها و خطاهای آزمایش‌ها را می‌توان در مرجع [10] یافت. به منظور محاسبه بازده هیدرولیکی از نتایج تحلیل عددی، از رابطه (15) استفاده می‌شود که در آن بازده هیدرولیکی به صورت نسبت توان خروجی پمپ مدل شده به توان ورودی آن تعریف می‌شود.

$$\eta_h = \frac{\rho g Q H}{M \omega} \quad (15)$$

در رابطه (15)، M نشان‌دهنده گشتاور اعمال شده بر روی چرخ است که از انتگرال‌گیری تنش‌ها بر روی مجموع سطوح چرخ (شامل پره‌ها، هاب⁴ و شرو⁵) محاسبه می‌شود.

با توجه به محدودیت مدل عددی در تقریب برخی از مکانیزم‌های تلفات از قبیل تلفات مکانیکی در یاتاقان‌ها، تلفات ناشی⁶ و تلفات دیسکی⁷، برای محاسبه بازده کل پمپ لازم است که مقادیر تلفات فوق از روابط نیمه تجربی جایگزین شود. مینگائو و همکارانش [24] موفق شدند که بازده کل را به صورت تابعی از سایر تلفات به صورت رابطه (16) محاسبه کنند.



شکل 6 مقایسه منحنی مشخصه هد-دبی برای حل عددی و داده‌های آزمایشگاهی

$$\rho \nabla (\vec{U} \otimes \vec{U}) = -\nabla p + \mu_{eff} \nabla \cdot (\nabla \vec{U} + (\nabla \vec{U})^T) + B \quad (10)$$

که در رابطه (10) ضرب تانسوری، \vec{U} بردار سرعت، μ_{eff} ویسکوزیته موثر با احتساب اثر جریان متلاطم و B ترم چشمه شامل آثار چرخش که به صورت رابطه (11) نوشته می‌شود.

$$B = -\rho(2\vec{\omega} \times \vec{U} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})) \quad (11)$$

ویسکوزیته موثر نیز از مجموع ویسکوزیته دینامیکی μ و ویسکوزیته آشفتگی μ_t به دست می‌آید. ویسکوزیته آشفتگی با توجه به مدل آشفتگی تعیین می‌شود که برای مدل $k-\epsilon$ از طریق رابطه (12) به انرژی جنبشی جریان مغشوش¹ و نرخ اتلاف² مرتبط می‌شود.

$$\mu_t = c_\mu \rho k^2 / \epsilon \quad (12)$$

که در رابطه (12) c_μ یک ثابت تجربی است. مقادیر ϵ و k نیز از حل دو معادله انتقال به صورت رابطه (13) و (14) محاسبه می‌شوند.

$$\nabla \cdot (\rho \vec{U} k) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + p_k - \rho \epsilon \quad (13)$$

$$\nabla \cdot (\rho \vec{U} \epsilon) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \nabla \epsilon \right] + \frac{\epsilon}{k} (c_{\epsilon 1} p_k - c_{\epsilon 2} \rho \epsilon) \quad (14)$$

در مدل $k-\epsilon$ ، RNG $c_{\epsilon 2}$ ، σ_k و $c_{\epsilon 1}$ ثابت‌های نیمه تجربی و p_k نرخ تولید آشفتگی به علت اثرات مرتبط با جریان لزج و تغییرات چگالی است. $c_{\epsilon 1}$ نیز از طریق یک رابطه نیمه تجربی محاسبه می‌شود [22].

7- نتایج

برای تأیید صحت نتایج عددی، منحنی مشخصه‌های پمپ مدل شده با نتایج آزمایشگاهی به دست آمده مقایسه شده‌اند. شکل 6 منحنی هد-دبی را برای نتایج محاسبه شده از حل عددی (معادله 8) و داده‌های تجربی مقایسه می‌کند. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، تطابق خوبی بین داده‌های آزمایشگاهی [10] و نتایج عددی در محدوده 0/45 تا 1/2 دبی نامی وجود دارد. همچنین، بیشینه خطای نسبی هد محاسبه شده در این بازه کمتر از 5% است که حاکی از دقت قابل قبول مدل عددی مورد استفاده است. باید توجه داشت که با کاهش بیشتر نرخ جریان، ماهیت جریان به جریان گذرا³ متمایل شده و فرض حالت دائم به تدریج اعتبار خود را از دست می‌دهد که مشکلاتی را در

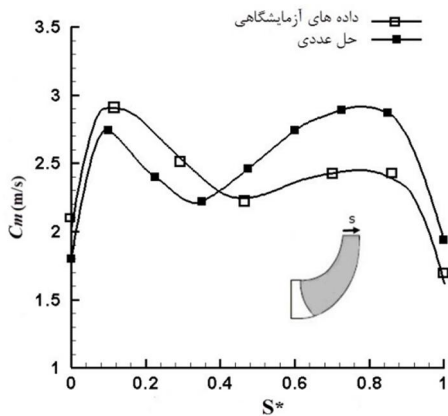
4- Hub
5- Shroud
6- Leakage loss
7- Disk friction loss

1- Turbulent kinetic energy
2- Dissipation rate
3- Unsteady flow

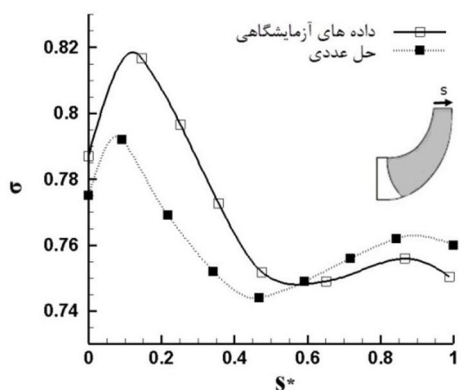
تغییرات موضعی ضریب لغزش برای نقطه طراحی در شکل 9 نشان داده شده است. همان گونه که در این شکل پیداست، بیشینه مقدار ضریب لغزش موضعی در نزدیکی شروع قرار دارد که مقدار و موقعیت آن با نتایج حل عددی تطابق خوبی دارد. همچنین، حل عددی روند تغییرات ضریب لغزش در عرض چرخ را به خوبی پیش بینی کرده است. بعلاوه همان گونه که ملاحظه می شود، تغییرات در عرض خروجی چرخ قابل توجه هستند.

توزیع سرعت نسبی و بردارهای سرعت منطبق بر آن در صفحه پرها (وسط هاب و شروع) برای پنج وضعیت مختلف در دبی های $Q^*=1$, $Q^*=1.2$, $Q^*=0.8$, $Q^*=0.6$, $Q^*=0.45$ در شکل 10 نشان داده شده است. همان گونه که انتظار می رود برای دبی نامی، سرعت نسبی به طور یکنواخت از سطح فشار پره⁴ تا سطح مکش پره⁵ افزایش می یابد. اما با کاهش دبی، ناحیه واماندگی⁶ که با سرعت نسبی صفر (ناحیه سیاه رنگ) قابل شناسایی است، در نزدیکی سطح مکش شروع به رشد کردن می کند.

مکان و میزان وسعت ناحیه واماندگی بر روی هر پره با توجه به موقعیت قرارگیری پره نسبت به زبانه حلزونی⁷ متفاوت است. وجود این ناحیه باعث شکل گیری یک گرادیان فشار و تغییر مسیر ناگهانی ذرات سیال خروجی از کانال بین پرها و در نتیجه خروج سیال با زاویه کمتری است که به معنی تقویت اثر لغزش و کاهش هر چه بیشتر ضریب لغزش است. جزئیات این اثر در شکل (10-ج) قابل مشاهده است. با کاهش هر چه بیشتر دبی جریان



شکل 8 مقایسه تغییرات سرعت نصف النهاری در عرض خروجی چرخ برای حل عددی و داده های آزمایشگاهی ($S^* = s/b_2$)



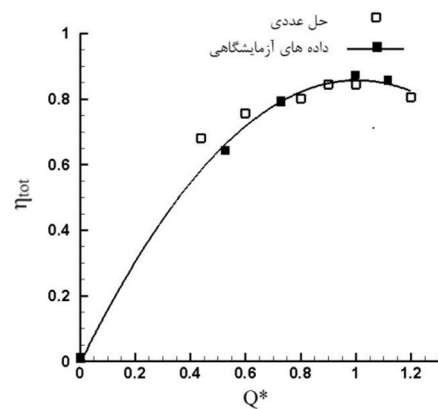
شکل 9 مقایسه تغییرات ضریب لغزش موضعی در عرض خروجی چرخ برای حل عددی و داده های آزمایشگاهی ($S^* = s/b_2$)

$$\eta = \left(\frac{1}{\eta_h \eta_v} + \frac{\Delta P_d}{\rho g Q H} + 0.03 \right)^{-1} \quad (16)$$

که در رابطه (16)، ΔP_d تلفات دیسکی، η_v راندمان حجمی¹ و مقدار $0/03$ اضافه شده اثر تلفات در یاتاقانها و آببندها را نشان می دهد. جزئیات محاسبه هر کدام از پارامترهای فوق در بخش پیوست قابل مشاهده است. شکل 7 راندمان کل محاسبه شده از حل عددی را با مقدار اندازه گیری شده مقایسه می کند. همان گونه که ملاحظه می شود، نتایج حل عددی به خوبی بر نتایج آزمایشگاهی منطبق هستند. بیشترین مقدار خطا نیز در کمترین دبی بررسی شده رخ داده است که علت این امر را می توان به ماهیت وابسته به زمان، برای جریان در دبی های کم و ناتوانی فرض حالت دائم در تشخیص اثرات مرتبط به آن نسبت داد.

توزیع جریان در خروجی چرخ های شعاعی و نیمه شعاعی حتی با فرض جریان ایده آل یکنواخت نیست. این توزیع غیر یکنواخت هم در نمای پرها² و هم در نمای نصف النهاری³ قابل مشاهده است [10]. چگونگی تغییرات سرعت در خروجی یک چرخ را می توان نتیجه برهم کنش مجموعه ای از عوامل مختلف دانست. جریان های ثانویه، نیروهای کوریولیس، اثرات لایه مرزی، پروفیل سرعت ورودی چرخ، برهم کنش اجزای ثابت و دوار و جریان نشتی از دیواره های جانبی چرخ هر کدام به نوبه خود در تعیین پروفیل نهایی سرعت اثرگذارند. به دلیل پیچیدگی مسیر حرکت ذرات سیال و گستردگی علل موثر در تعیین توزیع سرعت، امکان پیش بینی تغییرات سرعت به صورت تحلیلی وجود ندارد. این در حالیست که ارزیابی توانایی روش عددی به عنوان یک ابزار قدرتمند در پیش بینی میدان جریان های پیچیده، در این مورد نیز قابل بحث و بررسی است.

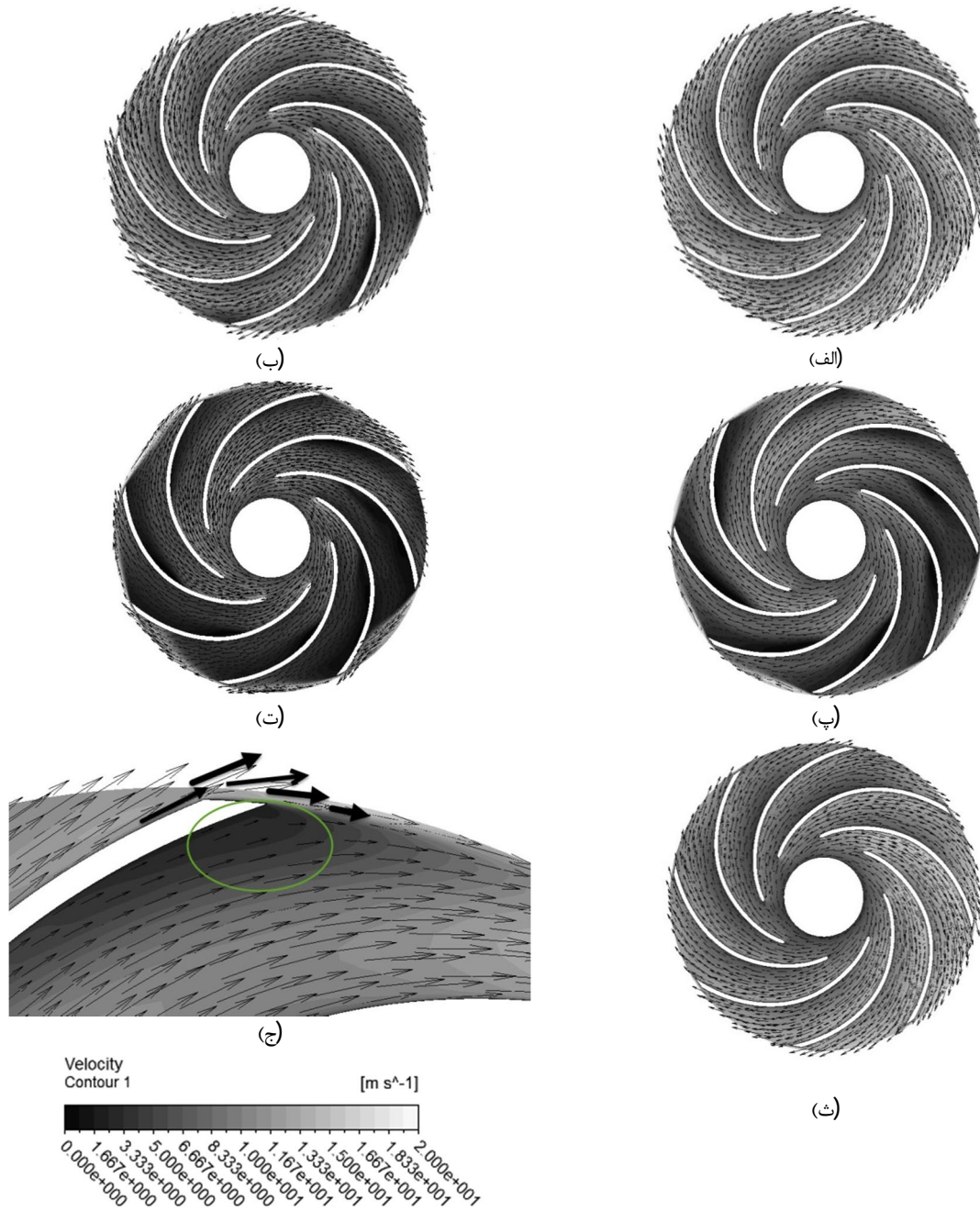
شکل 8 تغییرات سرعت نصف النهاری در عرض خروجی چرخ را برای دبی نامی پمپ نشان می دهد که در آن هر نقطه از میانگین گیری مکانی حول محیط و در خروجی چرخ محاسبه شده است. همان گونه که ملاحظه می شود، پروفیل سرعت اندازه گیری شده دارای دو نقطه ماکزیمم در نزدیکی هاب و شروع است که حل عددی موقعیت این نقاط را به خوبی تشخیص داده است. هر چند روند این تغییرات از طریق حل عددی به درستی پیش بینی شده است، اما اختلافات اندکی بین پروفیل های اندازه گیری شده و عددی وجود دارد که می توان آن را به اثر جریان نشتی که در روش عددی مد نظر قرار نگرفته، نسبت داد [14].



شکل 7 مقایسه منحنی مشخصه راندمان کل - دبی برای حل عددی و داده های آزمایشگاهی

4- Blade pressure side
5- Blade suction side
6- Stall region
7- Volute tongue

1- Volumetric efficiency
2- Blade to blade plan
3- Meridional plan



شکل 10 بردارها و کانتورهای سرعت نسبی برای دبی‌های مختلف (الف) $Q^*=1$ (ب) $Q^*=0.8$ (پ) $Q^*=0.6$ (ت) $Q^*=0.45$ (ث) $Q^*=1.2$ جزئیات در خروجی پره و اثر واماندگی جریان بر مسیر حرکت ذرات سیال و ضریب لغزش

این نوسانات فشار و توزیع نامتوازن فشار در محیط چرخ در کنار سایر عوامل ذکر شده باعث شکل‌گیری جریان غیرمستقر و غیرقابل پیش‌بینی در خروجی پره‌ها می‌شود که امکان ارائه یک رابطه تحلیلی واحد برای توزیع سرعت در دبی‌های کم را بیش از پیش دشوار می‌کند. برای دبی‌های بیشتر از دبی نامی، جریان جدا شده داخل چرخ ملاحظه نمی‌شود که همان‌گونه که در قسمت بعد نشان خواهیم داد این امر سبب می‌شود تغییرات ضریب لغزش در این محدوده حداقل انحراف را از ضریب لغزش نقطه طرح داشته باشد.

مقایسه پیش‌بینی روند تغییرات ضریب لغزش با دبی توسط روش‌های مختلف در شکل 11 نشان داده شده است. همان‌گونه که انتظار می‌رود، از

وسعت ناحیه استال افزایش می‌یابد، تا اینکه در $Q^*=0.45$ برخی از کانال‌های بین پره‌ها مسدود¹ شده و عملاً جریانی را از خود عبور نمی‌دهند. در نرخ جریان ذکر شده، علاوه بر اثر انسداد، پدیده جت و ویک² در نزدیکی شروع قابل ملاحظه است. این پدیده باعث به‌وجود آمدن ناحیه گردابی در خروجی چرخ و بازگشت جریان در برخی از نقاط خواهد شد. علاوه بر موارد فوق الذکر، با کاهش دبی میزان برهم کنش بین پره‌ها و زبانه حلزونی افزایش می‌یابد که این امر باعث به‌وجود آمدن نوسانات فشاری در این محدوده خواهد شد [25].

1- Blade blockage
2- Jet & Wake

سرعت در خروجی چرخ نشان داد که تغییرات عرضی سرعت و به تبع آن ضریب لغزش موضعی به خوبی قابل پیش‌بینی است. اثر تغییر دبی بر ضریب لغزش از طریق ترسیم کانتورها و بردارهای سرعت در فضای بین پره‌ها موردتفسیر و بررسی قرار گرفت. این اشکال نشان داد که وجود ناحیه سیال وامانده در حوالی خروجی پره عامل اصلی تشدید لغزش در دبی‌های کمتر از دبی نامی است. علاوه بر آن، توانایی حل عددی در پیش‌بینی تغییرات کلی ضریب لغزش به صورت تابعی از نرخ جریان مورد ارزیابی قرار گرفت و نتایج آن با مدل‌های پرکاربرد و رایج مقایسه شد که نتایج ارائه شده حاکی از دقت بالای حل عددی (حداکثر خطای 5%) در پیش‌بینی ضرایب لغزش در شرایط کاری مختلف است. این دقت بالا را می‌توان به روش محاسبه ضریب لغزش از طریق میانگین‌گیری جرمی سرعت نسبت داد که در آن تمامی آثار مربوط به غیریکنواخت بودن پروفیل سرعت در تعیین ضریب لغزش لحاظ می‌شود. تکرار روند تحلیل عددی ارائه شده برای پمپ‌های مختلف و بررسی تک تک پارامترهای موثر در لغزش می‌تواند در یافتن یک رابطه واحد برای ضریب لغزش در کارهای آینده مورد توجه بیشتری قرار گیرد.

9- فهرست علائم

b	عرض کانال چرخ (mm)
c	سرعت مطلق (ms^{-1})
g	شتاب گرانش (ms^{-2})
H	هد (m)
K	انرژی جنبشی جریان مغشوش
M	گشتاور روی چرخ (Nm)
p	فشار (pa)
Q	دبی (m^3s^{-1})
r	بردار مکان (m)
u	سرعت دورانی پره (ms^{-1})
w	سرعت نسبی (ms^{-1})

علائم یونانی

β_2	زاویه پره در خروج (درجه)
ϵ	نرخ اتلاف
η	راندمان
μ	ویسکوزیته (pa s)
μ_t	ویسکوزیته آشفتگی (pa s)
ρ	چگالی سیال (kgm^{-3})
σ	ضریب لغزش
φ	ضریب دبی
ψ	ضریب هد ($\psi = \frac{gH}{u_2^2}$)
ω	سرعت زاویه‌ای چرخ ($rads^{-1}$)

زیرنویس‌ها

∞	با فرض تعداد پره بینهایت (بدون لغزش)
2	خروجی پره
m	جهت نصف‌النهاری

بالانویس

* مقدار بدون بعد شده توسط پارامترهای نقطه طراحی

10- پیوست‌ها

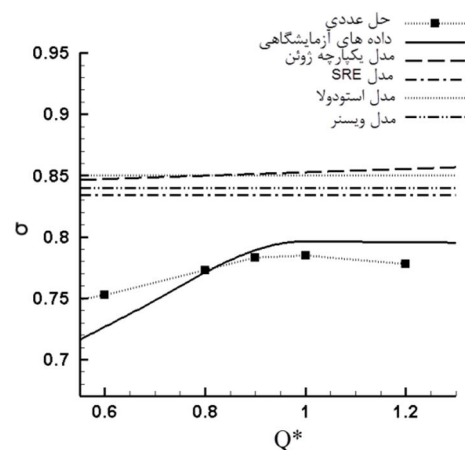
مدل استودولا [1]

$$\sigma = 1 - \frac{\pi \sin(\beta_{zb})}{Z}$$

آنجایی که مدل‌های استودولا، ویسنر و SRE تنها با در نظر گرفتن پارامترهای هندسی پره ضریب لغزش را پیش‌بینی می‌کنند، برای تمامی شرایط کاری یک مقدار ثابت را نتیجه می‌دهند. بنابراین، استفاده از آن‌ها در دبی‌های کمتر یا بیشتر از دبی نامی توصیه نمی‌شود. هر چند برای این پمپ خاص ضریب لغزش برای دبی‌های بیشتر از نقطه طرح تقریباً ثابت است، ولی این روند برای بقیه پمپ‌ها قابل تعمیم نیست و بسته به میزان تلفات داخلی پمپ تعیین می‌شود. از سوی دیگر، مدل یکپارچه ژوئن با در نظر گرفتن انحنای داخلی پره روند تغییرات ضریب لغزش را برای محدوده نشان داده شده با دقت نه چندان مناسب پیش‌بینی می‌کند. همان‌گونه که قابل مشاهده است، در میان روش‌های موجود حل عددی نزدیک‌ترین تقریب به نتایج آزمایشگاهی را برای ضرایب لغزش ارائه می‌کند. حداکثر خطا در بازه نشان داده شده به حدود 5% می‌رسد. علت دقت بالای حل عددی را می‌توان در میانگین‌گیری جرمی از توزیع سرعت حل عددی دانست که به‌وسیله آن تمامی آثار مربوط به توزیع غیریکنواخت سرعت، جریان‌های بازگشتی و اثرات لایه مرزی، که توسط تحلیل عددی پیش‌بینی شده، در نظر گرفته شده‌اند. البته، باید توجه داشت که بیشینه خطا در کمترین دبی مورد بررسی رخ می‌دهد (همان‌گونه که پیش‌تر نیز استدلال شد دلیل آن عمدتاً به‌واسطه ضعف فرض حالت دائم در پیش‌بینی دقیق میدان جریان است). نتایج عددی هم برای دبی‌های کمتر از نقطه کار پمپ و هم برای دبی‌های بیشتر از آن به خوبی از نتایج آزمایشگاهی پیروی می‌کند و دقیق‌ترین پیش‌بینی را بین مدل‌های موجود ارائه می‌کند. تکرار این روش برای پمپ‌های مختلف در کارهای آتی این امکان را فراهم می‌کند که بدون انجام آزمایش‌های زمان‌بر، نظیر روندی که در مرجع [10] انجام شده، و تنها با استفاده از مدل عددی ارائه شده، پارامترهای موثر در لغزش را بررسی نمود.

8- خلاصه و نتیجه‌گیری

هدف اصلی از این مقاله بررسی قابلیت دینامیک سیالات محاسباتی در تخمین ضرایب لغزش پمپ گریز از مرکز در شرایط کاری مختلف است. در این راستا، جریان عبوری از یک پمپ گریز از مرکز صنعتی با فرض حالت دائم و بهره‌گیری از مدل آشفتگی $k-\epsilon$ در بازه 45% تا 120% دبی نامی شبیه‌سازی شده است. پس از اطمینان از استقلال نتایج تحلیل عددی از شبکه محاسباتی، منحنی‌های مشخصه پمپ تست شده با نمونه شبیه‌سازی شده مقایسه شد و انطباق بین نتایج عددی و داده‌های آزمایشگاهی صحت مدل عددی را تأیید کرد. در ادامه، مقایسه نتایج عددی و تجربی برای پروفیل



شکل 11 بررسی تغییرات ضریب لغزش با دبی توسط مدل‌های مختلف

- [6] F. Wiesner, A review of slip factors for centrifugal impellers, *Journal for Engineering for Power*, Vol. 89, No. 4, pp. 558-566, 1967.
- [7] X. Qiu, D. Japikse, J. Zhao, M. R. Anderson, Analysis and validation of a unified slip factor model for impellers at design and off-design conditions, *Journal of Turbomachinery*, Vol. 133, No. 4, pp. 041018, 2011.
- [8] T. W. von Backström, A unified correlation for slip factor in centrifugal impellers, *Journal of turbomachinery*, Vol. 128, No. 1, pp. 1-10, 2006.
- [9] T. D. Short, R. Oldach, Solar powered water pumps: the past, the present—and the future, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 125, pp. 76-82, 2003.
- [10] M. Memardezfouli, A. Nourbakhsh, Experimental investigation of slip factors in centrifugal pumps, *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 33, No. 5, pp. 938-945, 2009.
- [11] A. Whitfield, Slip factor of a centrifugal compressor and its variation with flow rate, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, Vol. 188, No. 1, pp. 415-421, 1974.
- [12] E.M. Guo, K.Y. Kim, Three-dimensional flow analysis and improvement of slip factor model for forward-curved blades centrifugal fan, in *Proceeding of American Society of Mechanical Engineers*, Vol. 75, pp. 1203-1211, 2004.
- [13] W.G. Li, Effects of flow rate and viscosity on slip factor of centrifugal pump Handling Viscous Oils, *International Journal of Rotating Machinery*, Vol. 2013, pp. 112-120, 2013.
- [14] J. A. Caridad, F. Kenyery, Slip factor for centrifugal impellers under single and two-phase flow conditions, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 127, No. 2, pp. 317-321, 2005.
- [15] Y.L. Zhang, Z.C. Zhu, H.S. Dou, B.L. Cui, Y. Li, J.J. Xiao, A Method to determine the slip factor of centrifugal pumps through experiment, *International Journal of Turbo & Jet-Engines*, Vol 21, pp. 131-138, 2014.
- [16] A. J. Stepanoff, Centrifugal and axial flow pumps, 1948.
- [17] C. Guohui, W. Fujun, Applicability of turbulence models in numerical simulation of vortex flow in pump sump, *Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering*, Vol. 2008, No. 6, pp. 75-83, 2008.
- [18] B. Jafarzadeh, A. Hajari, M. M. Alishahi, M. Akbari, The flow simulation of a low specific speed high speed centrifugal pump, *Applied Mathematical Modeling*, Vol. 35, pp. 242-249, 2011.
- [19] A. Inc, Ansys CFX solver theory guide, 2013.
- [20] M. Asuaje, F. Bakir, S. Koudri, F. Kenyery, R. Rey, Numerical modelization of the flow in centrifugal pump: volute influence in velocity and pressure fields, *International Journal of Rotating Machinery*, Vol. 2005, No. 3, pp. 244-255, 2005.
- [21] C. Freitas, U. Ghia, I. Celik, P. Roache, P. Raad, ASME's quest to quantify numerical uncertainty, *AIAA Paper*, Vol. 627, pp. 2003, 2003 .
- [22] D. C. Wilcox, *Turbulence Modeling for CFD*: DCW industries La Canada, CA, 1998 .
- [23] M. T. Stickland, T. J. Scanlon, E. Blanco-Marigorta, J. Fernandez-Francos, J. González-Pérez, C. Santolaria-Morros, Numerical flow simulation in a centrifugal pump with impeller-volute interaction, in *Proceeding of ASME*, pp. 147-154, 2010.
- [24] M. Tan, S. Yuan, H. Liu, Y. Wang, K. Wang, Numerical research on performance prediction for centrifugal pumps, *Chinese journal of mechanical engineering*, No. 1, pp. 21-28, 2010.
- [25] R. Barrio, J. Parrondo, E. Blanco, Numerical analysis of the unsteady flow in the near-tongue region in a volute-type centrifugal pump for different operating points, *Computers & Fluids*, Vol. 39, pp. 859-870, 2010.

مدل ویسنر [6]

$$\sigma = \begin{cases} 1 - \frac{\sqrt{\sin(\beta_{2b})}}{Z^{0.7}} RR \leq \varepsilon_{lim} \\ \left(1 - \frac{\sqrt{\sin(\beta_{2b})}}{Z^{0.7}}\right) \left[1 - \frac{(RR - \varepsilon_{lim})^3}{1 - \varepsilon_{lim}}\right] RR > \varepsilon_{lim} \\ \varepsilon_{lim} = \frac{1}{\ln^{-1}(8.16 \sin(\beta_{2b})/Z)} \end{cases}$$

مدل یکپارچه ژوئن [7]

$$\sigma = 1 - \frac{F\pi \sin(\beta_{2b}) \sin(\gamma_2)}{Z} - \frac{F \left(\frac{\pi D_2}{Z}\right) \phi}{4 \sin(\beta_{2b})} \left(\frac{d\beta}{dm}\right)_z + \frac{F\phi \left(\frac{\pi D_2}{Z}\right) \cos(\beta_{2b})}{4\rho_2 b_2} \left(\frac{d\rho b}{dm}\right)_z$$

$$F = 1 - \sin\left(\frac{\pi}{Z}\right) \sin\left(\frac{\pi}{Z} - \frac{\pi}{2} + \beta_{2b}\right) \sin(\beta_{2b}) \sin(\gamma_2) - \frac{t_2}{\left(\frac{\pi D_2}{Z}\right) \sin(\beta_{2b})}$$

مدل SRE [8]

$$\sigma = \begin{cases} 1 - \frac{1}{1 + 5 \frac{(1-RR)Z}{2\pi\sqrt{\sin(\beta_{2b})}}} RR \geq 0.5 \\ 1 - \frac{1}{1 + \frac{2.5Z}{2\pi\sqrt{\sin(\beta_{2b})}}} RR < 0.5 \end{cases}$$

محاسبه بازده از رابطه نیمه تجربی مرجع [24]

$$\Delta P_d = \begin{cases} 1.1 \times 75 \times 10^{-6} \rho g u_2^3 D_2^2 N_s > 65 \\ 0.133 \times 10^{-3} \rho [2.5 \times 10^5 \omega D_2^2]^{0.134} \omega^3 \frac{D_2^5}{8} N_s < 65 \end{cases}$$

$$N_s = \frac{3.65N (rpm) \sqrt{Q(m^3/s)}}{H^{0.75}(m)}$$

$$\eta_v = \frac{1}{1 + 0.68 N_s^{-2/3}}$$

- 11 منابع

- [1] A. Stodola, Steam and gas turbines, 1927, *McGraw-Hill*, New York, 1945 .
- [2] C. Pfleiderer, *Der mehrstufige Verdichter*, in: *Die Kreiselpumpen für Flüssigkeiten und Gase*, Eds., pp. 498-555: Springer, 1961.
- [3] B. Eck, R. S. Azad, D. R. Scott, *Fans: Design and Operation of Centrifugal, Axial-Flow, and Cross-Flow Fans*: Pergamon Press Oxford-New York, 1973.
- [4] J. Stanitz, Some theoretical aerodynamic investigations of impellers in radial and mixed flow centrifugal compressors, *Trans. ASME*, Vol. 74, No. . 4pp. 473-497, 1952.
- [5] A. Busemann, Das Förderhöhenverhältnis radialer Kreiselpumpen mit logarithmisch-spiraligen Schaufeln, *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, Vol. 8, No. 5, pp. 22-27, 1928