



حل عددی جریان و انتقال حرارت ویسکوپلاستیک بینگهام درون حفره

حسین صادقی¹، علی اکبر دهقان²، محمد سفید^{2*}

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد

* یزد، صندوق پستی 89195-741، mhsefid@yazd.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 30 مهر 1395

پذیرش: 27 آبان 1395

ارائه در سایت: 11 دی 1395

کلید واژگان:

سیال غیرنیوتونی

ویسکوپلاستیک

بینگهام

حجم محدود

حفره

جریان درون حفره همواره به عنوان یک مسأله‌ی کلاسیک و بنیادی مورد توجه بوده است. مدل‌هایی خاص مانند ویسکوپلاستیک بینگهام که از جمله سیالات غیر نیوتونی است، در محدوده‌ی مشخصی تنش، از خود مقاومت نشان می‌دهد و تقریباً شبیه جسم صلب رفتار می‌کند که تنش تسلیم آن نامیده می‌شود و در صورت افزایش تنش اعمالی به شکل سیال رفتار می‌کند. با در نظر گرفتن انتقال حرارت در این نوع ماده و حل و بررسی آن، تغییرات تنش تسلیم و ویسکوزیته با دما آن گونه که در عمل با آن مواجه هستیم دور از ذهن نخواهد ماند. در کار حاضر با حل عددی مسأله‌ی حفره با درپوش متحرک و ماده‌ی بینگهام درون آن، بررسی سیالاتی و انتقال حرارتی با در نظر گرفتن تغییرات خواص ماده، یعنی ویسکوزیته و تنش تسلیم با دما، صورت گرفته است و نتایج با تغییر اعداد بدون بعد و پارامترهای متفاوت جریان و انتقال حرارت $Re=10-1000$ ، $Bn=1-2000$ ، $Pr=0.01-100$ و $E=5000-50000$ ارائه شده‌اند. در این پژوهش، با استفاده از روش حجم محدود برای گسسته‌سازی معادلات حاکم و بهره‌گیری از شبکه هم-مکان، تأثیر وابستگی ویسکوزیته و تنش تسلیم به دما با حالت مستقل از دما مقایسه شده و سپس توزیع مؤلفه‌های افقی و عمودی سرعت، نواحی تسلیم و جریان داخل حفره، مرکز گردابه و عدد ناسلت روی دیوارهای جانبی با توجه به خطوط جریان، بررسی و تحلیل شده‌اند.

Numerical solution of flow and heat transfer of Bingham viscoplastic in cavity

Hosein Sadeghi, Ali Akbar Dehghan, Mohammad Sefid*

Department of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran

* P.O.B. 89195-741 Yazd, Iran, mhsefid@yazd.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 21 October 2016
Accepted 17 December 2016
Available Online 31 December 2016

Keywords:

Non-Newtonian fluid
Viscoplastic
Bingham
Finite volume
Lid-driven cavity

ABSTRACT

The cavity problem has always been considered as a classic and fundamental problem. Specific materials like Bingham viscoplastic which is a sort of Non-Newtonian fluid, shows resistance in a certain range of stress, calling yield stress, and almost acts like rigid body in this limited area. In case of increased applied stress, it flows like fluid. With consideration of heat transfer in this type of material, yield stress and viscosity variations with temperature as in practice we face will not be far-fetched. In the present work the numerical solution of the problem of Bingham material inside lid-driven cavity, investigating fluid flow and heat transfer in view of the changes in material properties have been done and results show changes in dimensionless numbers and parameters of $Re=10-1000$, $Bn=1-2000$, $Pr=0.01-100$ and $E=5000-50000$. In this study, the governing equations have been discretized and solved by using the finite volume method (FVM) and collocated grid. This work first compares the effect of viscosity and yield stress dependency on temperature with independence mode and then, distribution of horizontal and vertical components of velocity, yield areas and flow inside cavity, center of vortex and then heat transfer due to the stream lines next to side walls are analyzed.

1- مقدمه

نیوتونی علاوه بر رفتارهای خاصی که در مواجهه با تنش از خود نشان می‌دهند، در زمینه‌ی افزایش و یا کاهش انتقال حرارت نیز بسیار کاربردی هستند [1]. یک دسته از سیالات غیرنیوتونی، سیالات با مدل ویسکوپلاستیک بینگهام هستند که به دلیل رفتار خاص و کاربردی خود همواره نظر محققان این حوزه را به خود جلب کرده است. از نمونه‌های این ماده می‌توان به گل حفاری چاه نفت، خمیر دندان، رب گوجه فرنگی، سس مایونز، خردل، مارگارین و مواد مذاب آتشفشانی و همچنین به کاربردهای آن در صنایع غذایی و دارویی، مصالح ساختمانی، صنعت نفت و فرآیندهای تولیدی مثل

سیالات با تنش تسلیم اولیه که نوعی از سیالات غیر نیوتونی هستند به دلیل داشتن شبکه بین ذره‌ای یا بین مولکولی در برابر تنش برشی معینی مقاومت می‌کنند و نیاز به تنش برشی اولیه (تنش تسلیم) برای شروع سیال شدن دارند. به عبارت دیگر این سیالات مقدار محدودی تنش را با نرخ کرنش صفر تحمل می‌کنند. اگر تنش اعمالی بیشتر از مقدار بحرانی شود ساختارهای داخلی آن فرو ریخته و شروع به سیال شدن می‌کند که این نوع مواد غیرنیوتونی به عنوان ویسکوپلاستیک شناخته می‌شوند. انواع سیالات غیر

Please cite this article using:

H. Sadeghi, A. A. Dehghan, M. Sefid, Numerical solution of flow and heat transfer of Bingham viscoplastic in cavity, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 12, pp. 745-755, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

H. Sadeghi, A. A. Dehghan, M. Sefid, Numerical solution of flow and heat transfer of Bingham viscoplastic in cavity, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 12, pp. 745-755, 2016 (in Persian)

کاغذ سازی، تولید لاستیک و تولید انواع روغن اشاره کرد. علاوه بر انواع روش های عددی قابل ارائه برای بررسی رفتار سیالاتی و حرارتی ویسکوپلاستیک بینگهام، در بسیاری از موارد نیاز به تحقیقات آزمایشگاهی بیشتر احساس می شود. در این نوع از سیالات ویسکوزیته ظاهری با افزایش نرخ برش افزایش یا غالباً کاهش می یابد. در ویسکوپلاستیک از نوع بینگهام که گونه ای از مدل هرشل بالکلی¹ است، ویسکوزیته ظاهری از رابطه $\mu_{app} = \tau_y / \dot{\gamma} + \mu$ پیروی می کند و پس از تسلیم، رابطه تنش با نرخ کرنش یک رابطه خطی است [1]. ساده ترین و شناخته شده ترین شکل معادله توضیح دهنده سیالات ویسکوپلاستیک با تنش تسلیم، مدل بینگهام است [2] که با رابطه (1) تعریف می شود.

$$\begin{cases} \tau = \left(\mu + \frac{\tau_y}{\dot{\gamma}} \right) \dot{\gamma}, & \tau > \tau_y \\ \dot{\gamma} = 0, & \tau \leq \tau_y \end{cases} \quad (1)$$

که τ_y تنش تسلیم، μ ویسکوزیته پلاستیک، τ تانسور تنش و $\dot{\gamma}$ تانسور نرخ کرنش هستند.

$$\dot{\gamma} \equiv \nabla u + (\nabla u)^T \quad (2)$$

u بردار سرعت و بالا نویس T ترانزاده گرادیان سرعت را نشان می دهد. اندازه این دو تانسور $\tau = [\tau: \tau/2]^{1/2}$ و $\dot{\gamma} = [\dot{\gamma}: \dot{\gamma}/2]^{1/2}$ هستند.

در حل عددی معادلات دو ضابطه ای مثل معادله تنش - نرخ کرنش حاکم بر ویسکوپلاستیک بینگهام چالشی که با آن روبه رو هستیم این است که با توجه به تعریف ویسکوزیته ظاهری و وجود نرخ کرنش در مخرج کسر، در صورت صفر بودن نرخ کرنش حل ناپایدار می گردد. به عبارت دیگر می توان گفت همان طور که از رابطه (1) مشهود است، در تئوری اولیه مدل بینگهام برای نرخ کرنش صفر راهی برای محاسبه تنش وجود ندارد. برای حل این مشکل اغلب سه راه کلی توصیه می شود، یکی استفاده از تابعی نمایی مثل مدل پاپاناستازیو [3]، توابع دارای پارامتر E مثل مدل فریگارد [4] و مدل دو ویسکوزیته² دونووان و تنر [5] است.

مروری جامع پیرامون ویسکوپلاستیسیته توسط بارنس [2] پیرامون مدل بینگهام انجام شده و درباره ی روش های استفاده شده برای حل مسأله ی حفره بحث شده و با هم مقایسه شده اند. در بیان مدل تک معادله ای به صورت تابع نمایی که مشهورترین فرم آن مدل پاپاناستازیو است از پارامتر رشد تنش استفاده می شود که باید به اندازه ی کافی بزرگ باشد. فریگارد و نوآر [4] همگرایی این فرمول و سایر روش های منظم سازی³ که شامل دو ویسکوزیته ها [5] می شود بررسی کرده اند. آن ها با بررسی چند ماده دریافته اند که روش های منظم سازی برای مواد با خاصیت روغن کاری بیشترین خطا را در پیش بینی رفتار آن ها دارند. دین و همکاران [6] روش های عددی براساس دیدگاه نابرابری تغییرات⁴ را برای ویسکوپلاستیک بینگهام بررسی کرده و نتیجه گرفته اند که با توجه به روش عددی مورد استفاده باید روش منظم سازی مناسب را انتخاب کرد. فرتین و گلووینسکی [7] و گلووینسکی و اُدن [8] کار خود را بر اساس دیدگاه لاگرانژین افزایش یافته برای سیال ویسکوپلاستیک درون حفره ارائه کرده و این روش عددی را جهت حل جریان ویسکوپلاستیک تأیید نموده اند. نئوفیتو [9] از روش گسسته سازی حجم محدود با الگوریتم سیمپل⁵ استفاده کرده که جریان داخل حفره برای

¹ Herschel-Bulkley² bi-viscosity³ Regularization methods⁴ Variational inequality⁵ SIMPLE⁶ Augmented lagrangian method

2- شرح مسئله و معادلات حاکم

در این تحقیق، جریان پایا و دو بعدی درون یک حفره‌ی مربعی با ابعاد L و سیال بینگهام درون آن در نظر گرفته شده است. "شکل 1" هندسه‌ی مسئله و شرایط مرزی را نشان می‌دهد.

شکل بی‌بعد شده‌ی معادلات با تعریف پارامترهای بی‌بعد در رابطه‌ی (3)، در ادامه آمده‌اند.

$$u^* = \frac{u}{U}, v^* = \frac{v}{U}, p^* = \frac{pL}{\mu U}, x^* = \frac{x}{L}, y^* = \frac{y}{L} \quad (3)$$

معادله‌ی پیوستگی:

$$\nabla \cdot u^* = 0 \quad (4)$$

معادله‌ی مومنوم:

$$\text{Re}(u^*, \nabla u^*) = -\nabla p^* + \nabla^2 u^* \quad (5)$$

و معادله‌ی انتقال حرارت:

$$u^* \frac{\partial \theta}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial \theta}{\partial y^*} = \frac{1}{\text{Re Pr}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^{*2}} \right) \quad (6)$$

پارامترهای بدون بعد دیگر که مشخصه‌های جریان وماده هستند به صورت رابطه‌ی (7) تعریف می‌شوند.

$$\text{Re} = \frac{\rho UL}{\mu}, \quad \text{Bn} = \frac{\tau_y L}{\mu U}, \quad \text{Pr} = \frac{c_p \mu}{k} \quad (7)$$

این پارامترها به ترتیب نسبت نیروهای اینرسی به نیروهای ویسکوز، نسبت تنش تسلیم به تنش ویسکوز و نسبت نفوذ مومنوم به نفوذ حرارتی هستند که به ترتیب عدد رینولدز، عدد بینگهام و عدد پرانتل نامیده می‌شوند و همچنین دما از رابطه‌ی (8) بدون بعد می‌شود. مدل دو ویسکوزیته استفاده شده از آنچه دونووان و تنر [5] به صورت رابطه‌ی (9) ارائه کردند پیروی می‌کند.

$$\theta = \frac{T - T_C}{T_H - T_C} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \tau = \mu_{\text{yield}} \dot{\gamma}, & \dot{\gamma} \leq \frac{\tau_y}{\mu_{\text{yield}}} \\ \tau = \tau_y + \mu \left[\dot{\gamma} - \frac{\tau_y}{\mu_{\text{yield}}} \right], & \dot{\gamma} > \frac{\tau_y}{\mu_{\text{yield}}} \end{cases} \quad (9)$$

در رابطه‌ی (9)، μ ویسکوزیته پلاستیک است و $\mu_{\text{yield}} = 1000\mu$ در نظر گرفته شده [5] که ویسکوزیته‌ی تسلیم نامیده می‌شود. به عبارت دیگر μ_{yield}

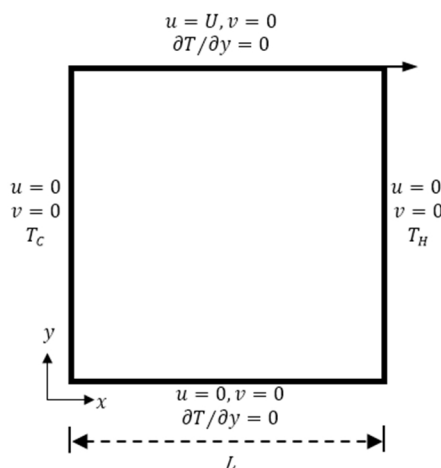


Fig. 1 Geometry of the problem

شکل 1 هندسه‌ی مسئله

خود را برای چند عدد ریچاردسون¹ ارائه داده و با کارهای پیشین مقایسه کرده‌اند. سوارس و همکاران [27] انتقال حرارت مواد ویسکوپلاستیک در ورودی داخل تیوب‌ها را به صورت عددی با روش حجم محدود بررسی کرده‌اند. در این مرجع از مدل بینگهام برای شبیه‌سازی استفاده شده است و با توجه به مرجع [28] که پژوهشی با فیزیک مشابه به صورت تجربی و عددی صورت گرفته است، در هر دو تأکید شده است که با در نظر گرفتن خواص مستقل از دما خطاهای قابل توجهی در نتایج پیدا می‌شود. پزینهو و همکاران [29] انتقال حرارت یک نوع سیال غیرنیوتونی که در این مرجع مدل بینگهام در نظر گرفته شده را درون لوله به صورت تجربی بررسی کرده‌اند و با در نظر گرفتن ویسکوزیته وابسته به دما، پیش‌بینی‌های ریاضیاتی مدل با نتایج تجربی مطابق شده است و همچنین توصیه شده است که در این نوع مسائل وابستگی ویسکوزیته به دما غیرقابل چشم‌پوشی است. توران و همکاران [30] انتقال حرارت جابجایی آزاد سیال بینگهام درون حفره را با نرم‌افزار تجاری فلوئنت حل عددی کرده و تغییرات عدد ناسلت را برای چند عدد بینگهام بررسی کرده‌اند. آن‌ها کار خود را برای شرط مرزی حرارتی دما ثابت روی دیواره‌های حفره با خواص سیال مستقل از دما دنبال کردند اما در انتها توصیه کرده‌اند که برای مشاهده نتایج دقیق‌تر و بررسی عمیق‌تر باید خواص این ماده وابسته به دما در نظر گرفته شود. این دو محقق در ادامه [31] همان مسئله را با شرط مرزی شار حرارتی ثابت روی دیواره‌های جانبی، همچنان با خواص مستقل از دما دنبال کرده‌اند و توزیع سرعت، دما و رفتار انتقال حرارتی ماده را مورد بررسی قرار داده‌اند.

با توجه به فیزیک و رفتار ویسکوپلاستیک بینگهام، در نظر گرفتن تغییرات تنش تسلیم با دما در شرایطی که تغییرات دما قابل توجه باشد امری اجتناب‌ناپذیر است. با توجه به برخی از تحقیقات پیشین [33,32,20,19] مسائل متفاوتی به هر دو روش آزمایشگاهی یا عددی حل شده‌اند که در کارهای عددی ویسکوزیته و در کارهای آزمایشگاهی ویسکوزیته و تنش تسلیم در روابط حاکم وابسته به دما در نظر گرفته شده‌اند. در این موارد تطابق بسیار نزدیکی بین نتایج هر دو روش گزارش شده است که می‌توان نتیجه گرفت برای نزدیک شدن شبیه‌سازی عددی به واقعیت، لازم است وابستگی تنش تسلیم و ویسکوزیته به دما در نظر گرفته شود. بنابر تحقیقات گذشته و مرور آن‌ها در کار حاضر که سعی شده است جامع و کامل صورت گیرد، توجه بسیار کمی به این موضوع مهم شده است و از طرفی، در اکثر پژوهش‌های مسئله‌ی جریان بینگهام درون حفره فقط رفتار سیالاتی آن، به روش‌های عددی مختلف، دنبال شده است و اگر هم مسئله‌ی انتقال حرارت حل شده است، در بیشتر موارد و در تمام موارد برای مسئله‌ی حفره از تغییرات خواص، یعنی ویسکوزیته و تنش تسلیم، با دما چشم‌پوشی شده که در عمل دور از واقعیت است.

در این پژوهش مسئله‌ی حفره با ابزار عددی مبتنی بر روش عددی حجم محدود و شبکه‌ی هم‌مکان، متفاوت با کارهای پیشین پیرامون مسئله‌ی حفره حل شده است. در این جا رفتار ویسکوپلاستیک بینگهام درون حفره، به عنوان مسئله‌ای بنیادی در مکانیک سیالات، با در نظر گرفتن تنش تسلیم و ویسکوزیته وابسته به دما و با استفاده از مدل دو ویسکوزیته برای معادله‌ی تنش - نرخ کرنش در دامنه‌ی بزرگی از مشخصه‌های جریان، ماده و انتقال حرارت بررسی شده است. در ادامه برای اختصار از واژه‌ی خواص به جای تنش تسلیم و ویسکوزیته استفاده شده است.

¹ Richardson

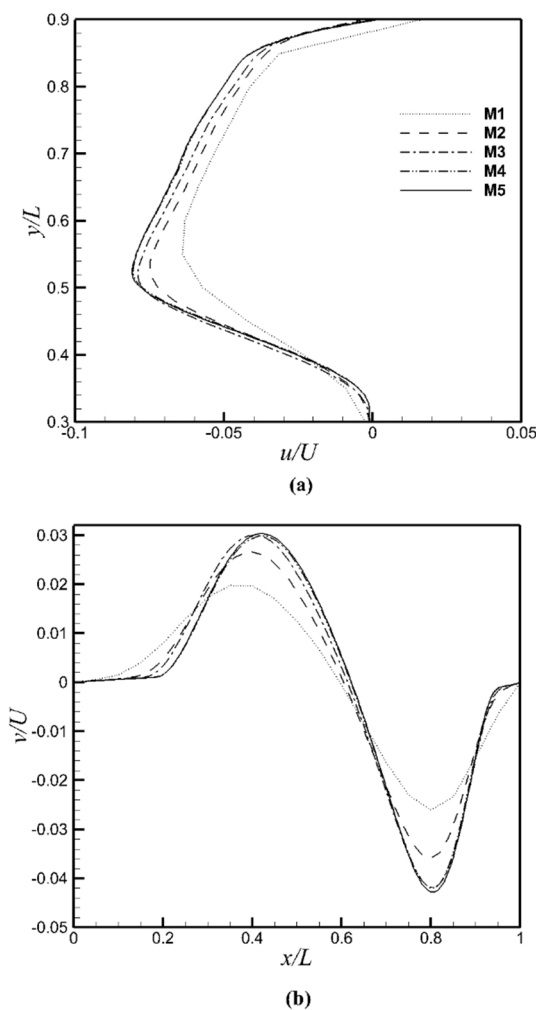


Fig 2. Study of mesh size effect with comparison of (a) u and (b) v on the vertical and horizontal mid-sections respectively

شکل 2 بررسی اثر اندازه شبکه با مقایسه‌ی مقادیر مؤلفه‌های (a) افقی و (b) عمودی سرعت روی مقاطع میانی به ترتیب عمودی و افقی

3-3- اعتبارسنجی

با توجه به این‌که اعتبارسنجی مسئله قسمت پر اهمیت هر کار عددی است، در این‌جا بررسی و مقایسه‌ای گسترده در دو قسمت انجام گرفته است. ابتدا برای بررسی صحت نتایج، مسئله بدون انتقال حرارت با کار سیراکوس و همکاران [25] مقایسه شده است. "شکل 3" موقعیت مراکز گردابه مرکزی در چند پارامتر جریان و ماده یعنی عدد رینولدز و عدد بینگهام با خواص مستقل از دما را نشان می‌دهد. در "شکل 3" نتایج برای اعداد بینگهام 1، 10 و 100 و عدد رینولدز 1 تا 1000 و 5000 نشان داده شده که نتایج کار حاضر و سیراکوس و همکاران [25] تطابق قابل قبولی دارند. اعتبارسنجی دیگری نیز با تمرکز بر انتقال حرارت صورت گرفته است. به دلیل این‌که کار آزمایشگاهی نزدیک به این کار تا زمان نگارش این مقاله وجود نداشته، از کار عددی سوارس و همکاران [27] کمک گرفته شده است. در این مرجع جریان ویسکوپلاستیک بینگهام داخل کانال با مقطع دایره با در نظر گرفتن وابستگی ویسکوزیته و تنش تسلیم به دما، با استفاده از روش حجم محدود و شبکه جابه‌جا شده و الگوریتم سیمپل‌سی⁴ حل شده است. با توجه به حالت‌هایی که در آن پژوهش [27] مطالعه شده‌اند، در اینجا جهت اعتبارسنجی، کانال با

شیب نمودار تنش-نرخ کرنش قبل از تسلیم است. تغییرات تنش تسلیم و ویسکوزیته با دما از رابطه نمایی زیر پیروی می‌کند [1].

$$m = m_0 \exp(E/RT) \quad (10)$$

در رابطه‌ی (10) که بیان نمایی به فرم آرنهیموس گفته می‌شود، m می‌تواند تنش تسلیم یا ویسکوزیته باشد. ثابت m_0 با توجه به کاربرد رابطه، مقدار اولیه است. ثوابت E و R به ترتیب انرژی فعال‌سازی جریان ویسکوز، که با مشاهدات تجربی به دست می‌آید، و ثابت جهانی گازها هستند.

3- روش عددی

معادلات پیوستگی، مومنتوم و انتقال حرارت بر پایه‌ی کد غیرتجاری و متن باز آپن فوم¹ نسخه‌ی 3.3.0 با اضافه کردن معادلات انتقال حرارت و تغییرات موردنیاز برای این کار، در حلگر ایکوفوم² حل شده است. پیشتر از آپن فوم در چندین کار [37-34] برای سیال ویسکوپلاستیک بینگهام استفاده شده و نتایج آن مورد تأیید قرار گرفته است. در این حلگر معادلات جریان و انتقال حرارت بر پایه‌ی روش عددی حجم محدود گسسته می‌شوند و از شبکه‌ی هم مکان استفاده می‌گردد. در این‌جا از طرح مرتبه دوم تفاضل مرکزی برای ترم‌های نفوذ و از طرح مرتبه دوم بالادست برای ترم‌های جابجایی استفاده شده و برای حل معادلات توأم فشار و سرعت الگوریتم پیپزو³ به کار گرفته شده است.

3-1- شرایط مرزی

با توجه به شکل هندسی مسئله که یک حفره با درپوش متحرک است ("شکل 1")، چهار دیوار وجود دارند که باید شرایط مرزی روی آن‌ها مشخص باشند. در این‌جا چهار معادله شامل معادله پیوستگی، مومنتوم در جهت x ، مومنتوم در جهت y و معادله انرژی که مسئله را برای دستیابی به مقادیر u, v, T, p حل می‌کنند، شرایط مرزی سرعت در این‌جا، برای سه دیوار راست، پایین و چپ ساکن و دیوار بالا متحرک با سرعت ثابت U در جهت x هستند و شرط عدم لغزش روی تمام دیوارها برقرار است. شرایط مرزی دما برای دیوار سمت چپ $(0, y)$ و راست (L, y) به ترتیب مقادیر ثابت T_C و T_H که دماهای سرد و گرم هستند و دیوارهای بالا و پایین با شرط شار حرارتی صفر در نظر گرفته شده‌اند. با توجه به روش شبکه هم مکان که در این حلگر استفاده شده به شرط مرزی فشار نیاز است که در این‌جا شرط شیب صفر برای فشار روی دیوارها تنظیم شده است [38].

3-2- استقلال شبکه

برای دستیابی به شبکه‌ی بهینه، پنج شبکه‌ی با سازمان M1، M2، M3، M4 و M5 که به ترتیب با ابعاد شبکه 20×20 ، 50×50 ، 100×100 ، 150×150 و 200×200 هستند مطالعه شده‌اند. برای بررسی این موضوع، "شکل 2" مؤلفه‌ی افقی سرعت در مقطع عمودی در $x=0.5$ و مؤلفه عمودی سرعت در مقطع افقی در $y=0.5$ و $Re=1000$ و $Bn=10$ بدون انتقال حرارت را نشان می‌دهد. در "شکل 2" منحنی مقادیر مؤلفه‌های سرعت روی مقطع افقی و عمودی نشان داده شده که طبق آن با کاهش اختلاف آن‌ها و با در نظر گرفتن زمان و دقت محاسبات به دلیل اختلاف ناچیزی که بین نتایج شبکه‌ی M4 و M5 مشاهده می‌شود، شبکه M4 برای ادامه کار انتخاب می‌شود.

¹ OpenFOAM

² icoFoam

³ PISO

⁴ SIMPLEC

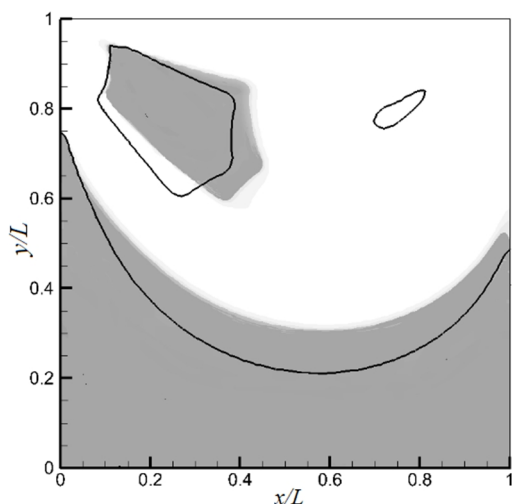


Fig. 5 Comparison of unyielded regions in two cases of independent (gray) and dependent (line) properties to temperature at $Pr=100$, $Re=1000$ and $Bn=10$.

شکل 5 مقایسه‌ی نواحی تسلیم نشده در دو حالت خواص ثابت (طوسی) و متغیر (خط) با دما در $Bn=10$ و $Re=1000$, $Pr=100$.

100 انجام گرفته است. پس از بررسی‌هایی که در قسمت‌های قبل آورده شد، نتایج جریان و انتقال حرارت در ادامه آمده است که به تفصیل بررسی و مقایسه شده‌اند. در ابتدا مقایسه‌ای بین دو حالت خواص مستقل از دما و وابسته به دما که مورد توجه کار حاضر است صورت گرفته. "شکل 5" نشان دهنده تفاوت این دو حالت و اثر عدم در نظر گرفتن وابستگی به دما بر نواحی تسلیم نشده را نشان می‌دهد. در "شکل 5" تفاوت در ناحیه‌ی تسلیم شده و نشده آورده شده است که نواحی تسلیم نشده با فرضیات کار حاضر تفاوت قابل توجهی با حالت خواص مستقل از دما دارند. تمام نتایج به جز در قسمتی که اثر انرژی فعال‌سازی بر توزیع سرعت بررسی شده در $E=30000$ انجام شده‌اند.

4-1- بررسی سیالاتی

با ایجاد مقاطع افقی و عمودی در میانه‌ی حفره، مؤلفه‌های افقی و عمودی سرعت در رینولدز 1000 برای عدد بینگهام 1 تا 2000 استخراج شده‌اند. "شکل 6" تغییرات مؤلفه‌های افقی و عمودی سرعت در رینولدز 1000 را نشان می‌دهد. بنابر "شکل 6" برای هر دو مورد، تغییرات از بینگهام 1 تا 10 شدیدتر از سایر اعداد بینگهام است و با افزایش عدد بینگهام و بیشتر شدن خاصیت ویسکوپلاستیسیته این تغییرات کاهش می‌یابد به‌طوری که برای بینگهام‌های 1000 و 2000 تفاوت محسوسی مشاهده نمی‌شود. با همین روش بررسی دیگری برای تغییرات سرعت با تغییر انرژی فعال‌سازی صورت گرفته است که مشاهده می‌شود تغییرات مؤلفه‌ی عمودی سرعت بیشتر از مؤلفه‌ی افقی است و همین‌طور با کاهش انرژی فعال‌سازی از 50000 تا 5000 مقادیر سرعت‌ها کمتر می‌شوند. "شکل 7" بررسی تغییرات سرعت با تغییر انرژی فعال‌سازی را نشان می‌دهد. با توجه به "شکل 7" مشاهده می‌شود که با افزایش انرژی فعال‌سازی ماده، مقادیر مؤلفه‌های افقی و عمودی سرعت افزایش یافته و تغییرات بیشتری از خود نشان می‌دهند که البته در مورد مؤلفه‌ی عمودی سرعت این تغییرات محسوس‌تر است. می‌توان گفت که با افزایش انرژی فعال‌سازی، اثرپذیری ماده نسبت به تغییرات دما افزایش می‌یابد که باعث کاهش تنش تسلیم و افزایش مقادیر سرعت می‌شود.

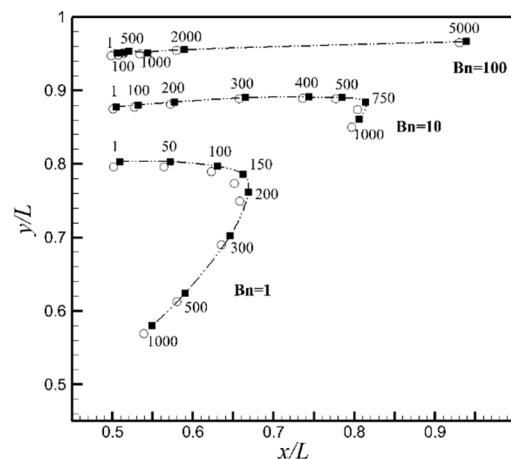


Fig. 3 Validation of vortex center in different Reynolds numbers (values next to symbols). Present work ■ and reference [25] ○.

شکل 3 اعتبارسنجی مرکز گردابه در اعداد رینولدز مختلف (اعداد روی نمودار). کار حاضر با ■ و مرجع [25] با ○ نشان داده شده‌اند.

سیال ورودی با دمای سرد و دیواره با دمای گرم ثابت در عدد رینولدز 10 انتخاب شده است. برای این قسمت معادلات بر اساس آنچه که در مرجع [27] آمده دنبال و پی‌بعد شده‌اند.

با حل مسأله‌ی کانال به وسیله کد حاضر، تغییرات عدد ناسلت روی دیوار مقایسه شده است. در "شکل 4" تغییرات عدد ناسلت در ورودی کانال برای دو موقعیت شعاعی مقایسه و اعتبارسنجی شده است.

با توجه به "شکل 4" مشاهده می‌شود که برای دو حالت بررسی شده، با حرکت از دهانه‌ی ورودی کانال به سمت پایین دست با توسعه یافتگی جریان مقدار عدد ناسلت کاهش می‌یابد و در ناحیه‌ی توسعه یافته به سمت یک مقدار ثابت همگرا می‌شود. مشاهده می‌شود نتایج کار حاضر و مرجع [27] نزدیکی قابل قبولی دارند.

4-2 نتایج عددی

حفره با ابعاد واحد و برابر، با درپوش متحرک با سرعت واحد به سمت راست و با سیال بینگهام با خواص متغیر با دما درون آن، حل عددی شده و نتایج در گستره‌ی بزرگی از پارامترهای سیالاتی و انتقال حرارتی ارائه شده‌اند. این کار در اعداد رینولدز 100 تا 1000، عدد بینگهام 1 تا 2000 و عدد پرانتل 0.01 تا

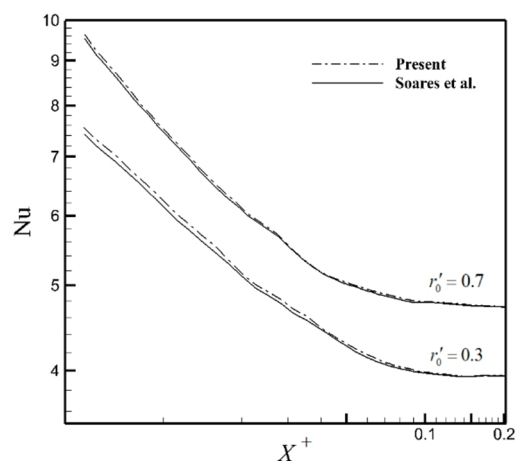


Fig. 4 Comparison of Nusselt number in entrance region of the channel. شکل 4 مقایسه عدد ناسلت در ورودی کانال. کار حاضر و مرجع [27]

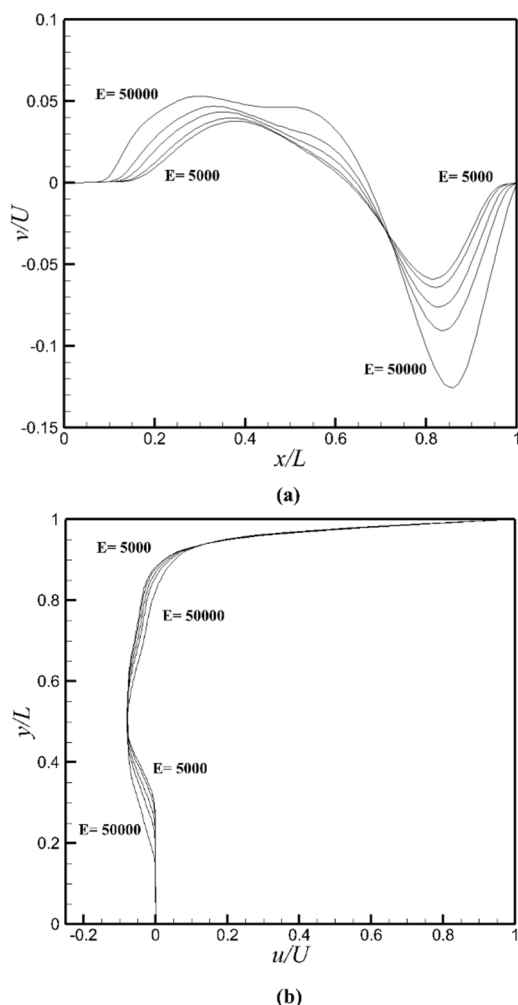


Fig. 7 Variation of (a) v and (b) u with change in activation energy on the vertical and horizontal mid-sections

شکل 7 تغییرات مؤلفه‌های (a) عمودی و (b) افقی سرعت با تغییر انرژی فعال‌سازی روی مقاطع به ترتیب افقی و عمودی در وسط حفره

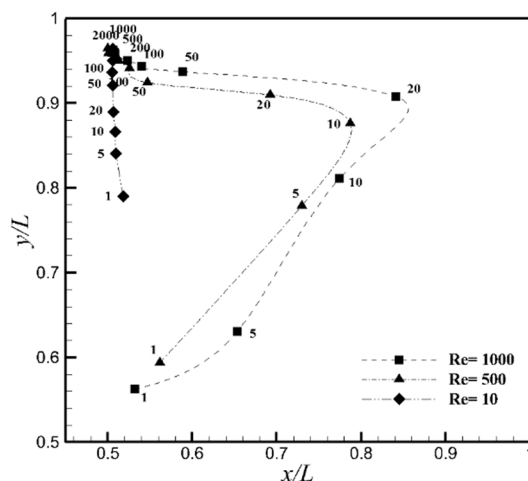


Fig. 8 Location of center of the vortex at $Pr=100$ with variation of Reynolds and Bingham numbers (numbers next to symbols)

شکل 8 موقعیت مرکز گردابه در $Pr=100$ با تغییر عدد رینولدز و عدد بینگهام (اعداد روی نمودار)

"شکل 9" با توجه به لزوم بررسی نواحی تسلیم شده و نشده آورده شده که

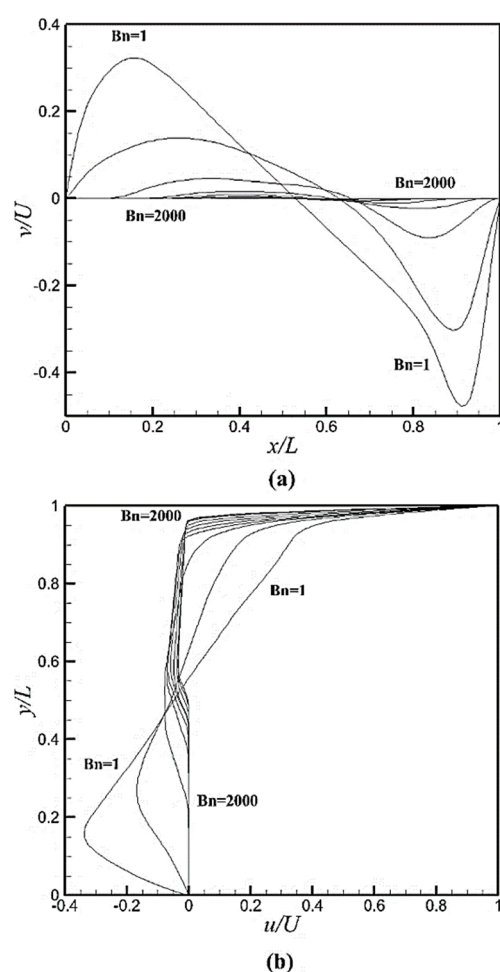


Fig. 6 Variation of (a) v and (b) u on the horizontal and vertical mid-sections for different Bingham numbers at $Re=1000$.

شکل 6 تغییرات مؤلفه‌های (a) عمودی و (b) افقی سرعت با تغییر عدد بینگهام روی مقاطع افقی و عمودی در وسط حفره در $Re=1000$

یکی دیگر از مواردی که در این کار دنبال شده، موقعیت مرکز گردابه با تغییر عدد رینولدز و بینگهام است. "شکل 8" موقعیت مرکز گردابه درون حفره در اعداد بینگهام 1 تا 2000، اعداد رینولدز 10، 500 و 1000 و عدد پرانتل 100 را نشان می‌دهد که به‌صورت کیفی بررسی شده است. با توجه به "شکل 8" با افزایش عدد بینگهام در رینولدز ثابت مرکز گردابه به سمت راست و بالا و در نهایت به زیر وسط درپوش حرکت می‌کند. با توجه به دامنه‌ای از اعداد بینگهام که در این کار انتخاب شده می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش بیشتر عدد بینگهام، موقعیت مرکز گردابه تغییر محسوسی نخواهد داشت و در ناحیه‌ای مشابه با آنچه در "شکل 8" اعداد بینگهام بالا متمرکز شده‌اند، تقریباً در $y/L=0.96$ و $x/L=0.52$ قرار خواهد گرفت.

علت تمرکز و ثابت ماندن موقعیت مرکز گردابه با افزایش عدد بینگهام، افزایش تنش تسلیم ماده است که باعث می‌شود جریان داخل حفره به یک ناحیه‌ی خاص محدود شود. همچنین با افزایش عدد رینولدز این نقطه به سمت راست یعنی در جهت حرکت درپوش متمایل می‌شود. اما سرانجام در همان ناحیه‌ی بالایی قرار می‌گیرد و مشاهده می‌شود که در اعداد بینگهام بالا عدد رینولدز اثر چندانی بر موقعیت مرکز گردابه ندارد و بیشترین تأثیر تغییر عدد رینولدز در اعداد بینگهام پایین است. آنچه که در "شکل 8" بررسی شده کمتر در کارهای پیشین مشاهده شده است و برای توضیح جریان داخل حفره مفید و مؤثر به نظر می‌رسد.

"شکل 10" بررسی نواحی تسلیم با تغییر عدد رینولدز را نشان می‌دهد. با توجه به "شکل 10" با افزایش عدد رینولدز به دلیل شدت گرفتن جریان و افزایش تنش‌های وارد بر ماده، حجم قسمت‌های تسلیم شده افزایش می‌یابد و همچنین قسمت تسلیم نشده میانی به سمت چپ و در خلاف جهت حرکت درپوش متمایل می‌شود.

2-4- بررسی انتقال حرارت

برای دنبال کردن رفتار انتقال حرارتی در حالت‌های متفاوت، عدد ناسلت روی دیوار سمت راست و چپ مورد بررسی قرار گرفته است که از معادله‌ی (10) محاسبه می‌شود [30].

$$Nu = hL/k, \quad h = \left| -k \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{wf} \times \frac{1}{T_{wall} - T_{ref}} \quad (10)$$

عدد ناسلت کمیتی بدون بعد و بیانگر نسبت انتقال حرارت جابجایی به هدایت در سیال است. در رابطه‌ی بالا T_{wall} دمای دیوار و T_{ref} دمای مرجع است که می‌تواند دو مقدار T_C یا T_H به ترتیب برای محاسبه‌ی ناسلت روی دیوار گرم یا سرد اختیار کند و زیرنویس wf به حالت سیال در تماس با دیوار اشاره دارد. همچنین ناسلت میانگین نیز بررسی شده است که از رابطه‌ی $\bar{Nu} = \int_0^L Nu \, dy/L$ محاسبه شده است.

2-4-1- اثر عدد بینگهام

در ویسکوپلاستیک بینگهام عدد بینگهام همواره پارامتری مهم در بررسی نتایج و رفتار سیال با تغییر آن است و زمانی که با دما نیز متغیر باشد

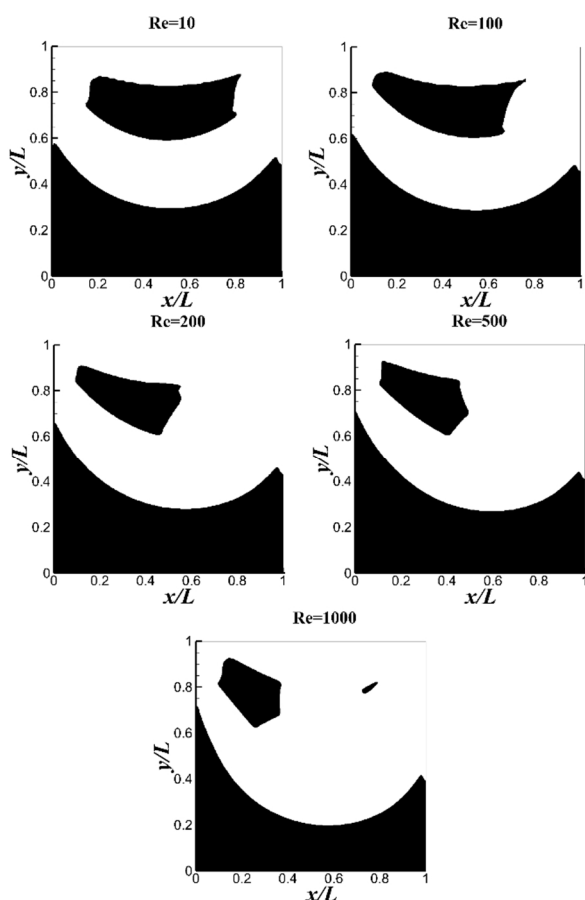


Fig. 10 unyielded regions (black) with change in Reynolds number at $Bn=10$ and $Pr=100$

شکل 10 نواحی تسلیم نشده (مشکی) با تغییر عدد رینولدز در $Bn=10$ و $Pr=100$

این موضوع در عدد رینولدز 1000 و عدد پرانتل 100 در بینگهام‌های متفاوت بررسی شده و تغییرات آن‌ها قابل مشاهده است. در "شکل 9" مشاهده می‌شود که با افزایش عدد بینگهام نواحی تسلیم نشده در مجاورت دیوارها و در میان حفره افزایش می‌یابند و در نهایت ناحیه‌ی بزرگی از آن را در بر می‌گیرند. توجه همزمان به "شکل 8" و "شکل 9" باعث درک بهتر می‌شود.

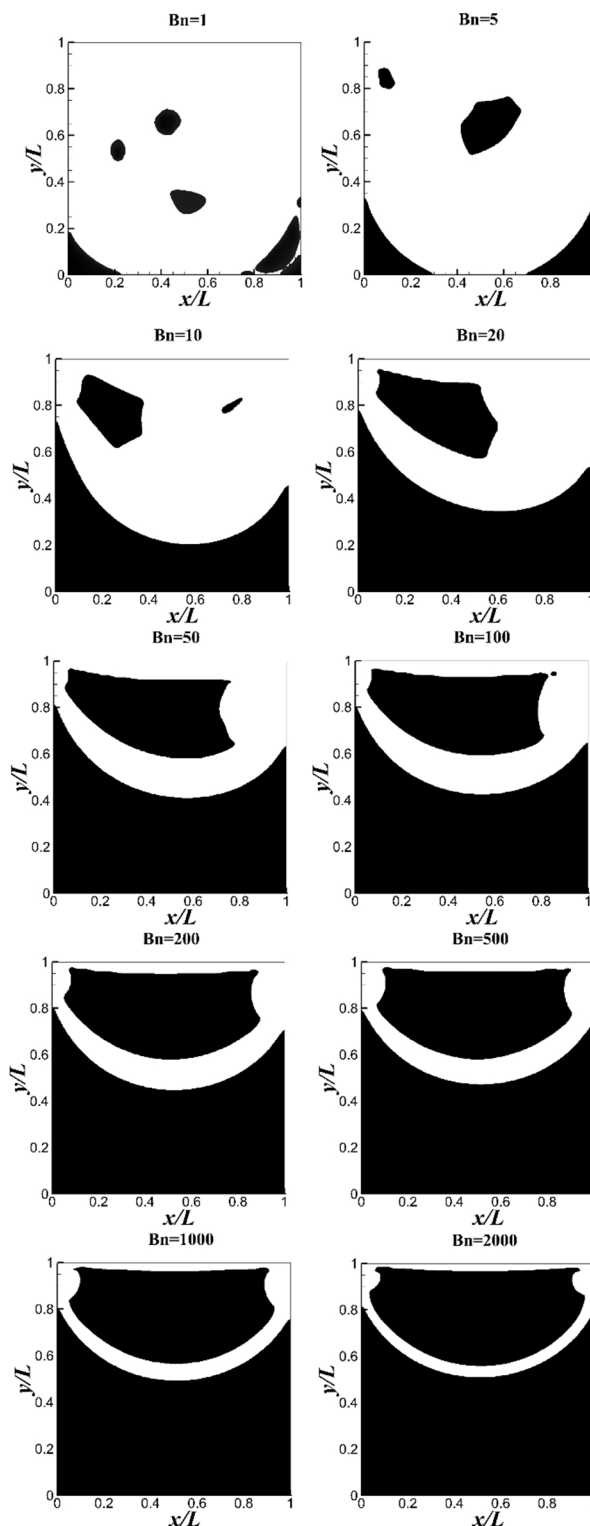


Fig. 9 unyielded regions (black) with change in Reynolds number at $Re=1000$ and $Pr=100$

شکل 9 نواحی تسلیم نشده (مشکی) با تغییر عدد بینگهام در $Re=1000$ و $Pr=100$

می‌توان ماده را صلب در نظر گرفت ناسلت مقادیر بسیار پایینی دارد (~ 1).

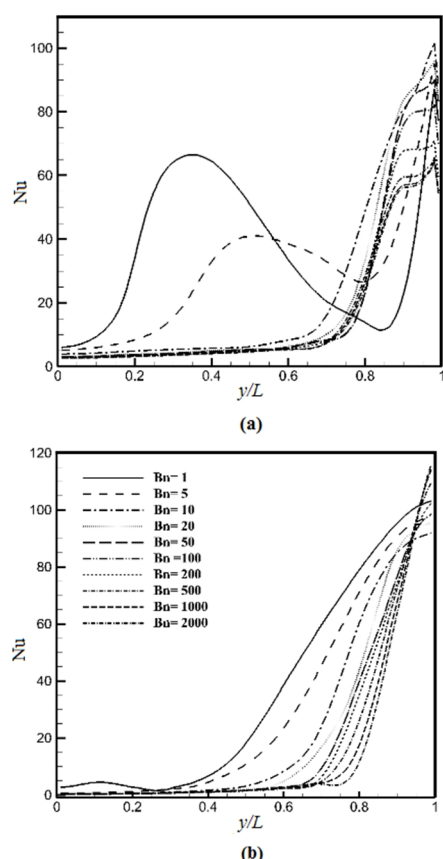


Fig. 11 Variation of Nusselt number at $Re=1000$ and $Pr=100$ on the (a) left and (b) right walls

شکل 11 تغییرات عدد ناسلت در $Re=1000$ و $Pr=100$ روی دیوارهای سمت چپ و (b) راست

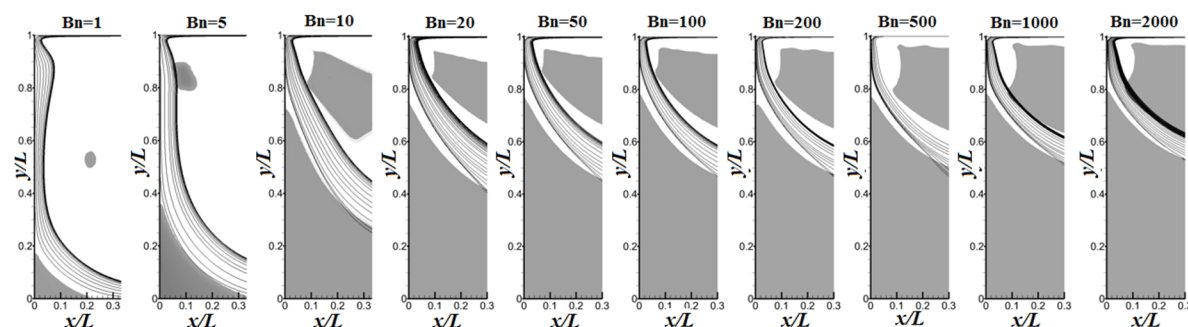


Fig. 12 Stream lines and unyielded regions (gray) adjacent to the left wall at $Re=1000$ and $Pr=100$

شکل 12 خطوط جریان و نواحی تسلیم نشده (خاکستری) در مجاورت دیوار سمت چپ در $Re=1000$ و $Pr=100$

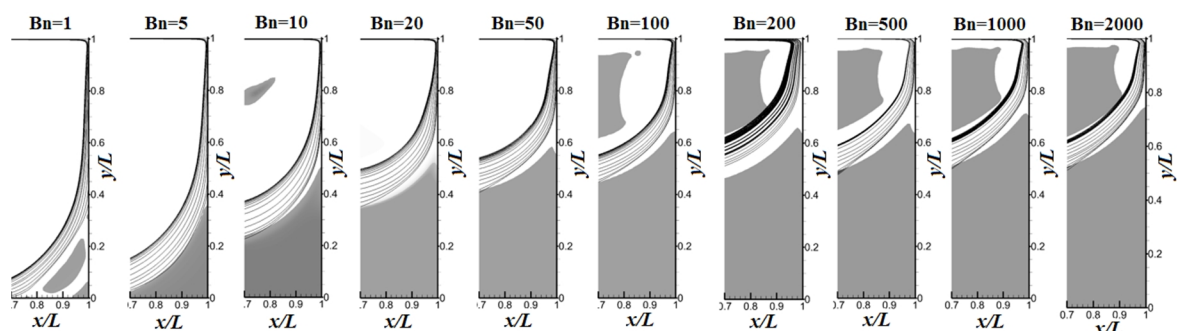


Fig. 13 Stream lines and unyielded regions (gray) adjacent to the right wall at $Re=1000$ and $Pr=100$

شکل 13 خطوط جریان و نواحی تسلیم نشده (خاکستری) در مجاورت دیوار سمت راست در $Re=1000$ و $Pr=100$

موضوعی جذاب خواهد بود. "شکل 11" تغییرات عدد ناسلت محلی روی دیوارهای چپ و راست را در $Re=1000$ و $Pr=100$ نشان می‌دهد و در آن تغییرات عدد ناسلت برای بینگهام 1 تا 2000 بررسی شده است. با توجه به "شکل 11 (a)"، مشاهده می‌شود که با افزایش عدد بینگهام رفتار جریان به هم نزدیک می‌شود و عدد ناسلت در ناحیه‌هایی مقدار بیشینه و کمینه دارد. در عدد بینگهام پایین ($Bn \leq 5$) تغییرات شدیدتر است و نمودار عدد ناسلت ابتدا صعودی است و به یک نقطه‌ی بیشینه می‌رسد سپس کاهش می‌یابد و کمینه می‌شود و دوباره افزایش می‌یابد و در انتها نزدیک به درپوش متحرک یک افت نسبی شدید دارد. این فراز و فرود با افزایش عدد بینگهام هموارتر می‌شود. با توجه به "شکل 11 (b)" نیز با حرکت از پایین به بالا روی دیوار سمت راست و با وارد شدن به ناحیه‌ی در حال جریان، عدد ناسلت افزایش می‌یابد که در نزدیکی درپوش به دلیل برخورد جریان با دیوار عدد ناسلت بیشترین مقدار را دارد. با دقت به "شکل 11 (a) و (b)" در تمام اعداد بینگهام الگوی تغییرات شیب نمودار حفظ می‌شود. با توجه به تعریف عدد ناسلت نقاط بیشینه مربوط به آن ناحیه‌ای هستند که انتقال حرارت جابجایی نسبت به هدایتی قوی‌تر است، یعنی سرعت سیال در آن ناحیه بیشتر است و در قسمت‌هایی که جریان ضعیف است عدد ناسلت کاهش می‌یابد و کمینه می‌شود. در مجموع با افزایش عدد بینگهام به دلیل ضعیف شدن جریان سیال و کاهش مقادیر سرعت ("شکل 6")، نمودار عدد ناسلت مقادیر کمتری را نشان می‌دهد.

"شکل 12" و "شکل 13" نواحی تسلیم نشده و خطوط جریان نزدیک آن‌ها در مجاورت دیوارهای به ترتیب چپ و راست را نشان می‌دهد. با توجه به "شکل‌های 12 و 13" و با دقت به نواحی بیشینه و کمینه‌ی "شکل 11" درمی‌یابیم که در آن قسمتی که جریان با دیوارها برخورد می‌کند ناسلت مقدار بیشینه و در نواحی جدایی جریان مقدار کمینه دارد. همچنین در مناطقی که ماده تسلیم نشده باقی مانده است، به دلیل جریان بسیار ناچیزی که تقریباً

جدول 1 عدد ناسلت میانگین روی دیوارهای چپ و راست با تغییر عدد بینگهام

Table 1 Average Nusselt number on the left and right walls with change in Bingham number

Bn										
2000	1000	500	200	100	50	20	10	5	1	0
15.7445	16.0217	16.3642	17.0112	18.0248	18.8328	19.7465	20.9051	22.3401	31.1122	42.3124
15.7448	16.0221	16.3649	17.0116	18.0249	18.8330	19.7467	20.9052	22.3403	31.1123	42.3129
										$\bar{Nu}_{lw}$
										$\bar{Nu}_{rw}$

سیال ویسکوپلاستیک که از مدل بینگهام پیروی می کند، جریان و انتقال حرارت آن ماده درون حفره با درپوش متحرک مورد بررسی قرار گرفته است. در مقایسه با خواص مستقل از دما، این فرضیه در نتایج تفاوت هایی ایجاد

در جدول 1 ناسلت متوسط در اعداد بینگهام مختلف آورده شده است. با توجه به جدول 1، با افزایش عدد بینگهام و کاهش نواحی در جریان، عدد ناسلت متوسط کاهش یافته و برای $Bn=0$ که جهت مقایسه در اینجا آورده شده و بیانگر سیال نیوتونی است، بیشترین مقدار را دارد.

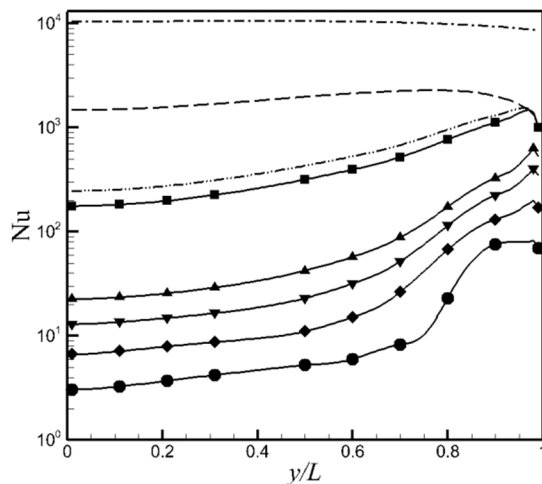
4-2-2- اثر عدد پراتل

عدد پراتل کمیتی بدون بعد و بیانگر نسبت نفوذ اندازه حرکت به نفوذ گرمایی است و در واقع می توان این عدد را نسبت ضخامت لایه مرزی سرعت به ضخامت لایه مرزی گرمایی دانست که برای هر ماده متفاوت است. شکل 14 تغییرات عدد ناسلت محلی با عدد پراتل روی دیوارهای چپ و راست حفره را بررسی می کند. بنابر "شکل 14" مشاهده می شود که با حرکت به سمت بالای حفره روی دیوار سمت چپ، در آن نواحی که جریان سیال وجود دارد عدد ناسلت ابتدا افزایش می یابد و سپس با نزدیک شدن به درپوش به دلیل جدا شدن جریان از دیوار عدد ناسلت کاهش می یابد و روی دیوار سمت راست نیز همین اتفاق مشاهده می شود با این تفاوت که در نزدیکی درپوش به دلیل برخورد جریان با دیوار شاهد افزایش نسبی عدد ناسلت هستیم. به علاوه در تمام نمودارهای "شکل 14" با افزایش عدد پراتل، عدد ناسلت کاهش می یابد.

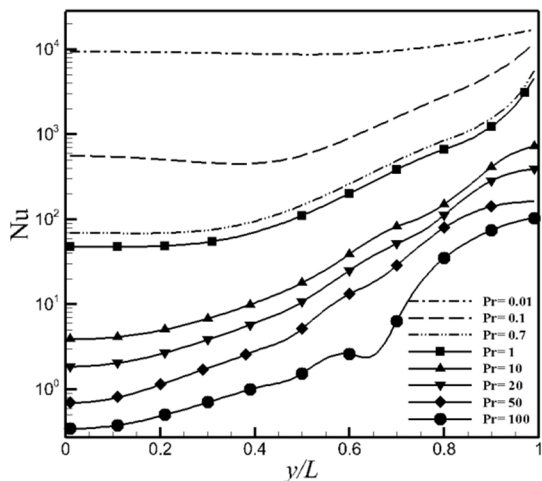
در جدول 2 مقادیر عدد ناسلت متوسط روی دیوارهای سرد و گرم ارائه شده است. با توجه به "شکل 14" و داده های جدول 2 ملاحظه می شود که با افزایش عدد پراتل، مقادیر ناسلت محلی و میانگین کاهش یافته است، در حالی که برای سیال نیوتونی ($Bn=0$) عکس این رفتار مشاهده می شود [39,30]. این پدیده، با توجه به تعاریف اعداد بدون بعد بینگهام و پراتل که در رابطه (7) آمده اند قابل توضیح است. با توجه به تعریف دو عدد بی بعد بینگهام و پراتل ملاحظه می شود که این دو عدد به واسطه پارامتر ویسکوزیته به هم مرتبط می شوند. با افزایش عدد پراتل و یا ویسکوزیته ی پلاستیک سیال در یک عدد بینگهام ثابت، مقدار تنش تسلیم افزایش می یابد که این اتفاق منجر به افزایش مساحت ناحیه تسلیم نشده در مجاورت دیوارها می شود. گسترش ناحیه تسلیم نشده منجر به ضعیف شدن جریان می شود که نتیجه نهایی آن، کاهش انتقال حرارت جابجایی نسبت به انتقال حرارت هدایتی و در نتیجه کاهش عدد ناسلت است.

5- نتیجه گیری

در این کار با در نظر گرفتن تنش تسلیم و ویسکوزیته متغیر با دما برای



(a)



(b)

Fig. 14 Variation of Nusselt number at $Re=1000$ and $Bn=10$ on the left (a) and right (b) walls

شکل 14 تغییرات عدد ناسلت در $Bn=10$ و $Re=1000$ روی دیوارهای سمت چپ (a) و راست (b)

جدول 2 عدد ناسلت میانگین روی دیوارهای چپ و راست با تغییر عدد پراتل در $Bn=10$ و $Re=1000$

Table 2 Average Nusselt number on the left and right walls with change in Prandtl number at $Re=1000$ and $Bn=10$

Pr							
100	50	20	10	1	0.7	0.1	0.01
19.9567	35.7406	71.1524	115.2911	467.3285	572.7295	1793.5321	10305.5468
19.9562	35.7403	71.1520	115.2913	467.3287	572.7299	1793.5324	10305.5471
							$\bar{Nu}_{lw}$
							$\bar{Nu}_{rw}$

می‌کند که با توجه به مرور بر کارهای انجام شده قبلی و نتیجه‌گیری بعضی کارهای آزمایشگاهی پیشین، با این فرض پدیده‌ها به آنچه در عمل اتفاق می‌افتد نزدیکتر می‌شوند. در اینجا مسأله در گستره‌ی بزرگی از مشخصه‌های ماده، جریان و انتقال حرارت مورد بررسی قرار گرفته است. افزایش و یا کاهش عدد بینگهام باعث تغییر در سیالیت ماده می‌شود و با بررسی توزیع مؤلفه‌های سرعت افقی و عمودی، مشاهده می‌گردد که با افزایش عدد بینگهام مقدار سرعت‌ها کاهش یافته‌اند. در این کار با توجه به فرض وابستگی خواص به دما پارامتر دیگری به نام انرژی فعال‌سازی معرفی می‌شود که تغییر آن می‌تواند در نتایج مؤثر باشد. با تغییر انرژی فعال‌سازی از زیاد به کم سرعت‌ها کاهش یافته و این تغییرات برای سرعت عمودی شدیدتر است. در مسأله‌ی حفره مشابه با کار حاضر با حرکت افقی درپوش، یک گردابه و بیشتر برای سیال نیوتونی، درون حفره تشکیل می‌شود. بررسی‌ها نشان می‌دهد که موقعیت مرکز آن با تغییر عدد بینگهام و عدد رینولدز عوض می‌شود و با افزایش عدد بینگهام وابستگی به عدد رینولدز کاهش می‌یابد. در اعداد بینگهام بالا مشاهده می‌شود که موقعیت مرکز گردابه تقریباً ثابت و مستقل از عدد رینولدز رفتار می‌کند. با افزایش عدد بینگهام به دلیل افزایش آستانه‌ی تسلیم و کاهش سیالیت، نواحی تسلیم نشده افزایش یافته و دو قسمت تسلیم نشده در حفره پیدا می‌شود که بین این دو ناحیه جریان با سرعت بالاتر در حرکت است. البته جریان در نواحی تسلیم نشده نیز وجود دارد که سرعت بسیار ناچیزی دارد. با توجه به تغییرات عدد ناسلت در اعداد بینگهام مختلف، یک مشاهده‌ی قابل بحث آن است که عدد ناسلت روی دیوار با برخورد و جدایی جریان به ترتیب افزایش و کاهش می‌یابد و همچنین در نواحی تسلیم نشده به دلیل سرعت جریان بسیار ناچیز که می‌توان ظاهراً جامد در نظر گرفت، و انتقال حرارت جابه‌جایی ضعیف، ناسلت مقادیر بسیار کمی دارد. پارامتر دیگری که مورد بحث قرار گرفته عدد پرانتل است. با افزایش عدد پرانتل، عدد ناسلت به مقدار قابل توجهی کاهش یافته است. همچنین در بحث انتقال حرارت، مقادیر ناسلت متوسط استخراج و مقایسه شده‌اند که با افزایش عدد بینگهام و پرانتل کاهش می‌یابند. از این پدیده می‌توان نتیجه گرفت که در ویسکوپلاستیک بینگهام افزایش عدد پرانتل در اثری که عدد بینگهام بر انتقال حرارت دارد ایفای نقش می‌کند و افزایش آن باعث کاهش عدد ناسلت می‌شود. در تحقیق حاضر با تأکید بر لزوم در نظر گرفتن خواص متغیر با دما نتایج کاربردی و کلاسیک ارائه شده‌اند که با آشکار شدن این جنبه از مسأله‌ی حفره برای ویسکوپلاستیک بینگهام، در تحقیقات آینده مؤثر و کارا خواهند بود. با در نظر گرفتن این فرضیه مسائل متفاوتی پیرامون جریان و انتقال حرارت این نوع سیال در هندسه‌های مختلف مانند جریان درون انواع کانال و سطوح آزاد قابل بررسی هستند.

6- فهرست علائم

عدد بینگهام	Bn
ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت (JK^{-1})	C_p
انرژی فعال سازی ($kJ mol^{-1}$)	E
ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی	h
رسانای حرارتی ($Wm^{-1} K^{-1}$)	k
ابعاد (m)	L
پارامتر دلخواه	m
مقدار اولیه پارامتر دلخواه	m_0
عدد ناسلت محلی	Nu

عدد ناسلت میانگین	$\overline{Nu}$
فشار ($kgm^{-1}s^{-2}$)	p
عدد پرانتل	Pr
ثابت جهانی گازها ($Jmol^{-1}K^{-1}$)	R
عدد رینولدز	Re
ترانهاد	T
دما (K)	T
دمای گرم (K)	T_H
دمای سرد (K)	T_C
دمای دیوار (K)	T_{wall}
دمای مرجع (K)	T_{ref}
سرعت درپوش (ms^{-1})	U
بردار سرعت (ms^{-1})	u
مؤلفه افقی سرعت (ms^{-1})	u
مؤلفه عمودی سرعت (ms^{-1})	v
مؤلفه افقی مکان (m)	x
مؤلفه عمودی مکان (m)	y

علائم یونانی

ویسکوزیته پلاستیک ($kgm^{-1}s^{-1}$)	μ
ویسکوزیته ظاهری ($kgm^{-1}s^{-1}$)	μ_{app}
ویسکوزیته تسلیم ($kgm^{-1}s^{-1}$)	μ_{yield}
چگالی (kgm^{-3})	ρ
تنش برشی (Pas)	τ
تنش تسلیم (Pas)	τ_y
پارامتر منظم‌سازی	ε
دمای بدون بعد	θ
تانسور نرخ کرنش (s^{-1})	$\dot{\gamma}$
نرخ کرنش (s^{-1})	$\dot{\gamma}$

زیر نویس‌ها

سرد	C
گرم	H
دیوار سمت چپ	lw
دیوار سمت راست	rw
حالت سیال در تماس با دیوار	wf

7- مراجع

- [1] R. P. Chhabra, J. F. Richardson, *Non-Newtonian flow and applied rheology: engineering applications*, Second Edition, pp. 316-342, Oxford: Butterworth-Heinemann, 2008.
- [2] H. A. Barnes, The yield stress—a review or ‘ $\pi\alpha\nu\tau\alpha$ $\rho\epsilon\iota$ ’—everything flows?, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 81, No. 1, pp. 133-178, 1999.
- [3] T. C. Papanastasiou, Flows of materials with yield, *Journal of Rheology* (1978-present), Vol. 31, No. 5, pp. 385-404, 1987.
- [4] I. Frigaard, C. Nouar, On the usage of viscosity regularisation methods for visco-plastic fluid flow computation, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 127, No. 1, pp. 1-26, 2005.
- [5] E. O'Donovan, R. Tanner, Numerical study of the Bingham squeeze film problem, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 15, No. 1, pp. 75-83, 1984.
- [6] E. J. Dean, R. Glowinski, G. Guidoboni, On the numerical simulation of Bingham visco-plastic flow: old and new results,

- [24] A. Syrakos, G. C. Georgiou, A. N. Alexandrou, Solution of the square lid-driven cavity flow of a Bingham plastic using the finite volume method, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 195, pp. 19-31, 2013.
- [25] A. Syrakos, G. C. Georgiou, A. N. Alexandrou, Performance of the finite volume method in solving regularised Bingham flows: Inertia effects in the lid-driven cavity flow, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 208, pp. 88-107, 2014.
- [26] N. Labsi, Y. K. Benkahla, A. Boutra, Study of convective heat transfer in a square cavity filled with a viscoplastic fluid by taking into account viscous dissipation, *Heat Transfer Research*, Vol. 44, No. 7, 2013.
- [27] M. Soares, M. F. Naccache, P. R. S. Mendes, Heat transfer to viscoplastic materials flowing laminarly in the entrance region of tubes, *International Journal of Heat And Fluid Flow*, Vol. 20, No. 1, pp. 60-67, 1999.
- [28] C. Nouar, M. Lebouché, R. Devienne, C. Riou, Numerical analysis of the thermal convection for Herschel-Bulkley fluids, *International Journal of Heat And Fluid Flow*, Vol. 16, No. 3, pp. 223-232, 1995.
- [29] J. Peixinho, C. Desaubry, M. Lebouche, Heat transfer of a non-Newtonian fluid (Carbopol aqueous solution) in transitional pipe flow, *International Journal of Heat And Mass Transfer*, Vol. 51, No. 1, pp. 198-209, 2008.
- [30] O. Turan, N. Chakraborty, R. J. Poole, Laminar natural convection of Bingham fluids in a square enclosure with differentially heated side walls, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 165, No. 15, pp. 901-913, 2010.
- [31] O. Turan, A. Sachdeva, R. J. Poole, N. Chakraborty, Laminar natural convection of Bingham fluids in a square enclosure with vertical walls subjected to constant heat flux, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, Vol. 60, No. 5, pp. 381-409, 2011.
- [32] G. Vinay, A. Wachs, J.-F. Agassant, Numerical simulation of non-isothermal viscoplastic waxy crude oil flows, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 128, No. 2, pp. 144-162, 2005.
- [33] N. Balmforth, R. Craster, Dynamics of cooling domes of viscoplastic fluid, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 422, pp. 225-248, 2000.
- [34] V. R. Gopala, J.-A. L. à Nijeholt, P. Bakker, B. Haverkate, Development and validation of a CFD model predicting the backfill process of a nuclear waste gallery, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 241, No. 7, pp. 2508-2518, 2011.
- [35] S. Tavangar, S. H. Hashemabadi, A. Saberimoghdam, CFD simulation for secondary breakup of coal-water slurry drops using OpenFOAM, *Fuel Processing Technology*, Vol. 132, pp. 153-163, 2015.
- [36] C. Rauh, J. Singh, M. Nagel, A. Delgado, Objective analysis and prediction of texture perception of yoghurt by hybrid neuro-numerical methods, *International Dairy Journal*, Vol. 26, No. 1, pp. 2-14, 2012.
- [37] A. Rudert, R. Schwarze, Experimental and numerical investigation of a viscoplastic Carbopol gel injected into a prototype 3D mold cavity, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 161, No. 1, pp. 60-68, 2009.
- [38] A. W. Date, *Introduction to computational fluid dynamics*. pp. 107-137, New York: Cambridge University Press, 2005.
- [39] G. de Vahl Davis, Natural convection of air in a square cavity: a bench mark numerical solution, *International Journal For Numerical Methods in Fluids*, Vol. 3, No. 3, pp. 249-264, 1983.
- Journal of non-newtonian fluid mechanics*, Vol. 142, No. 1, pp. 36-62, 2007.
- [7] M. Fortin, R. Glowinski, *Augmented Lagrangian methods: applications to the numerical solution of boundary-value problems*, pp. 233-256, Amsterdam: North-Holland, 1983.
- [8] R. Glowinski, J. Oden, Numerical methods for nonlinear variational problems, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 52, issue 3, pp. 739, 1985.
- [9] P. Neofytou, A 3rd order upwind finite volume method for generalised Newtonian fluid flows, *Advances in Engineering Software*, Vol. 36, No. 10, pp. 664-680, 2005.
- [10] P. Neofytou, D. Drikakis, Effects of blood models on flows through a stenosis, *International Journal for Numerical Methods In Fluids*, Vol. 43, No. 6-7, pp. 597-635, 2003.
- [11] P. Neofytou, D. Drikakis, Non-Newtonian flow instability in a channel with a sudden expansion, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 111, No. 2, pp. 127-150, 2003.
- [12] P. R. de Souza Mendes, M. F. Naccache, P. R. Vargas, F. H. Marchesini, Flow of viscoplastic liquids through axisymmetric expansions-contractions, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 142, No. 1, pp. 207-217, 2007.
- [13] M. F. Naccache, R. S. Barbosa, Creeping flow of viscoplastic materials through a planar expansion followed by a contraction, *Mechanics Research Communications*, Vol. 34, No. 5, pp. 423-431, 2007.
- [14] F. Sanchez, Application of a first-order operator splitting method to Bingham fluid flow simulation, *Computers & Mathematics with Applications*, Vol. 36, No. 3, pp. 71-86, 1998.
- [15] E. Mitsoulis, T. Zisis, Flow of Bingham plastics in a lid-driven square cavity, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 101, No. 1, pp. 173-180, 2001.
- [16] D. Vola, L. Boscardin, J. Latché, Laminar unsteady flows of Bingham fluids: a numerical strategy and some benchmark results, *Journal of Computational Physics*, Vol. 187, No. 2, pp. 441-456, 2003.
- [17] R. N. Elias, M. A. Martins, A. L. Coutinho, Parallel edge-based solution of viscoplastic flows with the SUPG/PSPG formulation, *Computational Mechanics*, Vol. 38, No. 4-5, pp. 365-381, 2006.
- [18] M. A. Olshanskii, Analysis of semi-staggered finite-difference method with application to Bingham flows, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 198, No. 9, pp. 975-985, 2009.
- [19] C. Nouar, M. Lebouché, Thermal convection for a thermodependent Herschel-Bulkley fluid in an annular duct, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 31, No. 4, pp. 257-267, 1996.
- [20] M. Nehdi, S. Al Martini, Estimating time and temperature dependent yield stress of cement paste using oscillatory rheology and genetic algorithms, *Cement and Concrete Research*, Vol. 39, No. 11, pp. 1007-1016, 2009.
- [21] L. E. B. Sampaio, R. Sargentini, L. Valim, R. L. Thompson, Non-Isothermal Re-start flow of a waxy crude oil, *Proceeding of COBEM 2013*, Ribeirão Preto, SP, Brazil, November 3-7, 2013.
- [22] J. Zhang, An augmented Lagrangian approach to Bingham fluid flows in a lid-driven square cavity with piecewise linear equal-order finite elements, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 199, No. 45, pp. 3051-3057, 2010.
- [23] T. J. Hughes, W. K. Liu, A. Brooks, Finite element analysis of incompressible viscous flows by the penalty function formulation, *Journal of Computational Physics*, Vol. 30, No. 1, pp. 1-60, 1979.