



روشی جدید برای نگاشت ماتریس‌های سفتی، میرایی و جرم بین فضای مفصل و کارترین برای جابجایی‌های بزرگ در کنترل امپدانس

علی موسوی محمدی¹، علیرضا اکبرزاده^{2*}، ایمان کاردان³

1- فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، قطب علمی رایانش نرم و پردازش هوشمند اطلاعات، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

2- استاد، قطب علمی رایانش نرم و پردازش هوشمند اطلاعات، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

3- دانشجوی دکتری، قطب علمی رایانش نرم و پردازش هوشمند اطلاعات، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

* مشهد، صندوق پستی 9188877861، ali_akbarzadeh@um.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 08 آبان 1395

پذیرش: 01 آذر 1395

ارائه در سایت: 15 دی 1395

کلید واژگان:

کنترل امپدانس

نگاشت امپدانس

فضای مفصل

فضای کارترین

چکیده

این مقاله به بررسی روش‌های گوناگون نگاشت ماتریس‌های سفتی، میرایی و جرم بین فضای مفصل و کارترین در مبحث کنترل امپدانس ربات‌ها می‌پردازد. نگاشت بین این دو فضا، از موضوعاتی است که به صورت ویژه برای ماتریس سفتی ربات‌های سری و موازی مورد بررسی و استفاده بسیاری از محققان واقع شده است. اما تمامی روابط نگاشت ارائه شده پیش از این برای جابجایی‌های کوچک یا همان حالت استاتیکی بیان شده‌اند. در واقع تاکنون برای جابجایی‌های بزرگ یا مسائل دینامیک، روابط صحیحی ارائه نشده است. بنابراین در پژوهش حاضر، نگاشت امپدانس با بررسی روش‌های قدیمی و همچنین ارائه یک روش جدید، بررسی می‌گردد. روش پیشنهادی، نگاشت برای جابجایی‌های بزرگ نامیده شده است. با بررسی پژوهش‌های قدیمی، دو روش شاخص برای نگاشت ارائه شده که به همراه روش پیشنهادی، مورد بررسی قرار می‌گیرند. بدین منظور آزمایشی در نرم‌افزار متلب، محیط شبیه‌سازی سیمولینک، طراحی و پیاده‌سازی شده تا تفاوت بین روش‌ها را به صورت واضح بیان کند. سپس آزمایش پیشنهادی با پیاده‌سازی عملی روی یک ربات اسکرا انجام شده است. چنان‌که نتایج شبیه‌سازی و پیاده‌سازی عملی نشان می‌دهد، فقط روش پیشنهادی قادر به نگاشت صحیح ماتریس‌های سفتی، میرایی و جرم در جابجایی‌های بزرگ است. بقیه روش‌ها، بخصوص با دور شدن از موقعیت تعادل یا همان موقعیت اولیه ربات، با انحرافات بیشتری همراه می‌شوند. همچنین با بررسی دقیق‌تر نتایج نگاشت پارامترهای کنترل امپدانس، تفاوت اصلی در نگاشت ماتریس سفتی و میرایی مشاهده شد، در حالی که نتایج نگاشت ماتریس جرم یکسان به‌دست آمد.

A new mapping method for joint and Cartesian stiffness, damping and mass matrices for large displacement in impedance control

Ali Mousavi Mohammadi, Alireza Akbarzadeh*, Iman Kardan

Department of Mechanical Engineering, Center of Excellence on Soft Computing and Intelligent Information Processing, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

* P.O.B. 9188877861, Mashhad, Iran, ali_akbarzadeh@um.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 29 October 2016
Accepted 21 November 2016
Available Online 04 January 2017

Keywords:
Impedance control
Impedance Mapping
Joint space
Cartesian Space

ABSTRACT

This paper investigates mapping of stiffness, damping and mass matrices for joint and Cartesian space in robot impedance control. The stiffness mapping is studied more than others for serial and parallel robots by several researchers. But all the mapping methods are considered for small displacement or static problems. In fact, there is no formulation for large displacement or dynamic problems. So in the presented paper, impedance mapping is studied by considering old methods against the new one. The new proposed method is called Large Displacement Mapping Method. Two main methods are presented in researchers' works and are studied beside the new proposed one in this paper. A test is designed and simulated by Simulink/MATLAB in order to analyze different methods clearly. Then the proposed test is applied on a SCARA robot practically. According to simulation and experimental results, only the proposed method can map the stiffness, damping and mass matrices in large displacement case. The results show, as robot is getting away from the initial position, more deviation happens. Considering impedance control mapping results, two main differences are seen in stiffness and damping matrices while mass matrix mapping result is the same in all three methods.

1- مقدمه

نیز در فضای کارترین نوشته می‌شوند. گاهی لازم است تا امپدانس مفصل در نظر گرفته شود. مثلاً در [1] معادله کنترل امپدانس در دو فضای مفصل و کارترین مورد استفاده قرار گرفته است که هر کدام وظیفه تعامل با ربات را در فضای تعریف شده

کنترل امپدانس از موضوعات پرکاربرد در مبحث تعامل ربات با محیط پیرامون است. با توجه به تعامل ربات و محیط در فضای کارترین، در اکثر موارد معادلات امپدانس

Please cite this article using:

A. Mousavi Mohammadi, A. Akbarzadeh, I. Kardan, A new mapping method for joint and Cartesian stiffness, damping and mass matrices for large displacement in impedance control, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 1, pp. 117-128, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

نیز آزمایشی با الهام گرفتن از روش راهنمایی دستی ربات‌ها طراحی می‌شود تا روش صحیح نگاشت از بین روش‌های استفاده شده به آسانی قابل شناسایی باشد [20]. این آزمایش در نرم‌افزار متلب⁵، محیط سیمولینک⁶ و سیم‌مکانیک⁷ شبیه‌سازی شده است. از طرفی در این بخش، برای بررسی دقیق‌تر علل انحرافات روش‌های SMM و CCT، ماتریس‌های امپدانس به صورت درایه به درایه رسم، مقایسه و بررسی شده‌اند. در بخش 6، نتایج عملی به‌دست آمده از پیاده‌سازی روش‌های SMM، CCT و LDMM در طی سه آزمایش مورد بررسی و مطالعه قرار گرفته است. در نهایت در بخش 7، نتایج به‌دست آمده از این پژوهش، جمع‌بندی شده‌اند.

2- کنترل امپدانس در فضای کارترین و مفصل

کنترل امپدانس روشی برای کنترل نیروی خارجی وارد شده به ربات‌هاست. در این روش ربات در حضور نیروی خارجی به صورت یک سیستم جرم-میراگر-فنر فرض می‌شود، بنابراین پاسخ آن به نیروی خارجی، مانند پاسخ یک سیستم جرم-میراگر-فنر خواهد بود. معمولاً معادله امپدانس در فضای کارترین نوشته می‌شود زیرا تعامل ربات با محیط پیرامونش (شامل انسان) در این فضا انجام می‌شود. این معادله بدین صورت است [21]:

$$\vec{F} = M_x \ddot{\vec{X}}_e + D_x \dot{\vec{X}}_e + K_x \vec{X}_e \quad (1)$$

که در آن \vec{F} ، M_x ، D_x و K_x به ترتیب نیروی خارجی اعمال شده به مجری نهایی ربات، ماتریس جرم، میرایی و سختی مطلوب هستند. بردار نیروی خارجی در حالت کلی دارای 6 مولفه شامل سه نیرو و سه گشتاور است. همچنین ماتریس‌های یاد شده، در فضای کارترین تعریف شده، قطری بوده و در حالت کلی 6×6 هستند. دلیل قطری انتخاب شدن آن‌ها، مستقل بودن معادلات در جهت‌های محورهای مختصات است. همچنین $\ddot{\vec{X}}_e$ ، $\dot{\vec{X}}_e$ و \vec{X}_e خطای شتاب، سرعت و موقعیت مجری نهایی ربات است. بردار خطا بدین صورت تعریف خواهد شد:

$$\vec{X}_e = \vec{X} - \vec{X}_d \quad (2)$$

معادله (1)، نحوه انحراف مجری نهایی ربات از موقعیت مطلوب را بر اساس مقادیر ماتریس‌های جرم، میرایی و سختی مطلوب بیان می‌کند. تمامی بردارهای $\ddot{\vec{X}}_e$ ، $\dot{\vec{X}}_e$ و \vec{X}_e نیز در حالت کلی 6 مولفه دارند. ابعاد این بردارها و ماتریس‌ها می‌تواند کمتر شود که رابطه مستقیم با تعداد درجات آزادی ربات دارد. به عنوان نمونه، برای یک ربات دو درجه آزادی، تمامی بردارها دو مؤلفه و تمامی ماتریس‌ها 2×2 هستند. از جمله کاربردهای معادلات در این فضا می‌توان به مبحث آموزش مسیر به ربات‌های صنعتی به روش راهنمایی دستی اشاره نمود [20]. به دلیل حضور کاربر در فضای کارترین، از این معادلات استفاده خواهد شد. همچنین در مبحث ربات‌های بازتوانی، معادلات امپدانس در فضای کارترین نوشته می‌شوند، چرا که بیمار نیز در این فضا با ربات در تعامل است [22]. از طرفی استفاده از معادله امپدانس در فضای مفصل هم کاربرد دارد و معادله آن به این صورت نوشته خواهند شد [1]:

$$\vec{\tau} = M_\theta \ddot{\vec{\theta}}_e + D_\theta \dot{\vec{\theta}}_e + K_\theta \vec{\theta}_e \quad (3)$$

که در آن $\vec{\tau}$ ، M_θ ، D_θ و K_θ به ترتیب گشتاور، ماتریس اینرسی، میرایی و سختی مطلوب هستند که همگی در فضای مفصل تعریف شده‌اند. همچنین $\ddot{\vec{\theta}}_e$ ، $\dot{\vec{\theta}}_e$ و $\vec{\theta}_e$ بردار خطای شتاب، سرعت و موقعیت مفاصل ربات است. بردار خطای زاویه‌ای نیز بدین صورت بیان خواهد شد.

مخصوصاً به خود بر عهده دارند. اما نگاشت امپدانس بین این دو فضا، موضوعی است که باید با دقت بیشتری انجام شود زیرا نمی‌توان ماتریس‌های سختی، میرایی و جرم (اینرسی) را به سادگی بردارهایی نظیر سرعت و نیرو نگاشت داد. از طرفی بررسی نگاشت ماتریس سختی ربات‌ها در مقایسه با ماتریس میرایی و جرم، در حالت استاتیک و برای جایجایی‌های کوچک توسط محققان بسیاری مورد بررسی قرار گرفته است. هر چند باز هم می‌توان اظهار داشت که حتی موضوع نگاشت ماتریس سختی بین فضای مفصل و کارترین نیز تاکنون بسیار کم مورد بحث و بررسی قرار گرفته است [3,2]. همچنین باید به این نکته اشاره نمود که محاسبه سختی مفاصل ربات‌ها کاری دشوار است که البته تاکنون روش‌هایی برای اندازه‌گیری آن ارائه شده است [5,4]. اولین بار سالیسبوری این موضوع را تحت نام کنترل فعال سختی ربات مطرح نمود که مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفت [6]. در ادامه موضوع نگاشت ماتریس‌های سختی و جرم بین دو فضای مفصل و کارترین در مورد دست انسان مورد بررسی قرار گرفت [7]. در این مورد هم از کاربر خواسته شده تا موقعیت دست خود را در چند حالت ثابت نگه دارد تا سختی آن در تقابل با نیروی خارجی مورد بررسی قرار بگیرد. در واقع جایجایی‌های کوچک بررسی شده است. در ادامه این موضوع توسعه بیشتری یافت. مثلاً در [8]، نگاشت تمامی پارامترهای امپدانس برای دست انسان مورد بررسی قرار گرفته است. در این مورد نیز تأکید به صحت معادلات در نزدیکی موقعیت تعادل شده است. موضوع سختی دست انسان با در نظر گرفتن معادلات سالیسبوری، در مطالعات زیادی از جمله [9-11] استفاده شده است. از دیگر نمونه‌های کاربرد معادلات سالیسبوری می‌توان به [12] و [13] اشاره نمود که در آن‌ها به ترتیب به مدل‌سازی سختی برای ربات‌های موازی و مدل‌سازی نیروی برش در فرآیند سنگ‌زنی پرداخته شده است. چن و کائو در [14] نشان دادند روش سالیسبوری فقط برای حالت عدم وجود نیروی خارجی و در موقعیت تعادل معتبر است. آن‌ها تغییرات هندسه ربات را به کمک دیفرانسیل گرفتن ماتریس جاکوبین در معادلات خود لحاظ کردند که نتیجه آن حضور نیروی خارجی در رابطه سختی ربات شد. صحت معادلات ارائه شده توسط ایشان در شبیه‌سازی یک ربات دو درجه آزادی صفحه‌ای سری مورد بررسی قرار گرفت. این روش نگاشت در موارد زیادی مورد استفاده قرار گرفته است. به عنوان نمونه [15-17] با بکارگیری معادلات چن و کائو به مطالعه و بررسی نرمی ربات‌ها پرداخته‌اند و یا در [18] یک ربات کابلی با سختی متغیر از این معادلات استفاده نموده است. همچنین از دیگر زمینه‌های قابل اشاره در مورد نگاشت امپدانس می‌توان به [19] اشاره نمود که در آن، کنترل امپدانس یک ربات با مفاصل انعطاف‌پذیر با در نظر گرفتن میرایی و سختی مفاصل مطرح شده است.

در این مقاله دو روش قدیمی، شامل روش سالیسبوری و همچنین روش چن و کائو، که به ترتیب و به جهت خلاصه نویسی، از این پس SMM¹ و CCT² نامیده می‌شوند، مورد مطالعه قرار خواهند گرفت. این روش‌ها به همراه روش پیشنهادی که LDMM³ نامیده می‌شود، طی یک آزمایش با معادله رایج کنترل امپدانس در فضای کارترین که از این پس با CIC⁴ نشان داده می‌شود، مورد بررسی و مقایسه قرار خواهند گرفت. روشی که نتیجه آن از نتیجه معادله CIC منحرف شود، روش اشتباهی است.

در ادامه و در بخش 2، ابتدا معادله امپدانس معرفی و سپس در فضای کارترین و مفصل مورد بررسی قرار خواهد گرفت. در بخش 3 نیز نگاشت معادله امپدانس به روش‌های قدیمی و همچنین روش پیشنهادی به صورت دقیق و با جزئیات کامل بررسی می‌گردد. سپس در بخش 4 ربات مورد استفاده برای شبیه‌سازی و پیاده‌سازی عملی معرفی خواهد شد. در بخش 5

¹ Salisbury Mapping Method

² Conservative Congruence Transformation

³ Large Displacement Mapping Method

⁴ Cartesian Impedance Control

⁵ MATLAB

⁶ Simulink

⁷ SimMechanics

کارترین، برخلاف ربات‌های سری، یعنی (7)، بدین صورت بیان می‌شود.

$$\vec{\theta} = J\vec{X} \quad (12)$$
 بنابراین با در نظر گرفتن این تفاوت، باید نوع ربات را در نظر گرفت. نگاشت ماتریس‌های میرایی و جرم برای جابجایی‌های کوچک مورد بررسی محققان قرار گرفته است. به عنوان نمونه در [8]، نگاشت عناصر امپدانس مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج به‌دست آمده برای سفتی منطبق بر نتایج به‌دست آمده در رابطه (10) است. نگاشت میرایی و جرم از فضای کارترین به مفصل، بدین صورت به‌دست آمده است.

$$D_{\theta} = J^t D_x J \quad (13)$$

$$M_{\theta} = J^t M_x J \quad (14)$$

نحوه نگاشت میرایی از فضای مفصل به کارترین در مبحث مفاصل انعطاف‌پذیر نیز مانند (13) ارائه شده است [19]. همان‌طور که مشاهده می‌شود، کلیت روش نگاشت این ماتریس‌ها مشابه با یکدیگر است. این روش‌ها تا زمانی که جابجایی‌ها کوچک است و مجری نهایی در نزدیکی موقعیت تعادل می‌باشد، صحت دارند. به عبارت دیگر، حالت استاتیکی یک ربات را می‌توان برای این نگاشت‌ها بررسی نمود. اما در حالت استاتیکی یا نزدیک موقعیت تعادل، تنها سفتی معنی دارد و به دلیل عدم وجود سرعت و شتاب، می‌توان از ماتریس‌های میرایی و جرم صرف نظر نمود. مثلاً در [8] از این روش نگاشت برای بررسی سفتی سر انگشتان دست انسان و رابطه آن با ماهیچه‌های بازو و ساعد استفاده شده است.

3-2- روش نگاشت سازگار پایستار (CCT)

روش متداول دیگری که برای نگاشت سفتی در جابجایی‌های کوچک مورد استفاده قرار گرفته است، نگاشت سازگار پایستار نام دارد و با CCT نشان داده می‌شود [14]. در این روش، تغییرات ماتریس جاکوبین در حضور نیروی خارجی به کمک تعریف ماتریس K_g در نظر گرفته شده است.

$$K_{\theta} = J^t K_x J + K_g \quad (15)$$

ماتریس K_g بدین صورت تعریف شده است:

$$K_g = \left[\frac{\partial J_{\theta}^t \vec{F}}{\partial \vec{\theta}} \right] \quad (16)$$

که وابستگی این ماتریس به نیروی خارجی اعمال شده به مجری نهایی ربات و همچنین تغییرات ماتریس جاکوبین مشهود است. همان‌طور که مشاهده می‌کنید، در صورتی که نیروی خارجی صفر باشد، یعنی ماتریس K_g حذف شود، رابطه ارائه شده در (15)، مشابه با رابطه (10) خواهد بود. روش یاد شده در حالت کلی، یعنی به صورت 6×6 ، برای یک ربات سری در [25] بیان شده است. همچنین این روش در [26] برای ربات موازی استوارت بررسی شده است. مطالعات بیشتر در مورد روش نگاشت سازگار پایستار نیز در [27-29] ارائه شده است. از آنجایی که برای نگاشت ماتریس‌های میرایی و جرم در این روش صحبتی نشده، فرض می‌شود که نگاشت آن‌ها مانند روش SMM باشد.

3-3- روش نگاشت برای جابجایی‌های بزرگ (LDMM)

طبق توضیحات بیان شده، تمامی روابط قبلی ارائه شده، برای حالت استاتیکی یا همان جابجایی‌های کوچک صحت دارد. اما نحوه نگاشت بین دو فضای مفصل و کارترین برای جابجایی‌های بزرگ یا مسائل دینامیک، موضوعی است که باید در تمام فضای کاری ربات صحت داشته باشد. در ادامه رابطه‌ای مناسب برای جابجایی‌های بزرگ به‌دست خواهد آمد. بدین منظور و برای همخوانی با روابط به‌دست آمده توسط پژوهشگران قبلی، فرض می‌شود مسیر

$$\vec{\theta}_e = \vec{\theta} - \vec{\theta}_d \quad (4)$$

رابطه (3) بیان می‌کند که در صورت حضور گشتاور خارجی، موقعیت زاویه‌ای مفاصل ربات چگونه و با چه نوع رفتار دینامیکی از مقدار مطلوب منحرف خواهد شد. رفتار دینامیک ربات را ماتریس‌های اینرسی، میرایی و سفتی مطلوب بیان می‌کنند.

بررسی مشخصات سفتی دست انسان نمونه‌ای از کاربرد معادلات امپدانس در فضای مفصل است [7]. سفتی عضلات شانه و آرنج در فضای مفصل بیان می‌شود. رابطه آن‌ها با سفتی در سر انگشتان دست انسان در فضای کارترین در [10] مورد بررسی قرار گرفته است. این موضوع در [11] نیز برای بررسی سفتی دست بیماران به‌کار گرفته شده است. در بخش بعدی موضوع نگاشت امپدانس بین دو فضای مفصل و کارترین بررسی خواهد شد.

3- نگاشت امپدانس بین فضای مفصل و کارترین

بیشتر پژوهش‌های محققان در موضوع نگاشت امپدانس به بررسی ماتریس سفتی برمی‌گردد. دو روش مهم در مطالعات انجام شده جلب توجه نمود که به همراه نتایج تعمیم یافته حاصل از آن‌ها، به صورت دقیق مورد بررسی قرار خواهند گرفت. در دو بخش آتی، معادلات حاکم بر این روش‌ها بررسی می‌شود. همچنین در بخش سوم روش پیشنهادی در این مقاله که نگاشت برای جابجایی‌های بزرگ نامیده شده است، ارائه می‌شود.

3-1- روش نگاشت سالیسباری (SMM)

اولین گام برای نگاشت امپدانس بین فضای مفصل و کارترین توسط سالیسباری در سال 1980 برداشته شد [6]. او نگاشت ماتریس سفتی بین فضای مفصل و کارترین را برای استفاده در مبحث کنترل سفتی برای ربات‌های سری بررسی نمود. بدین صورت موضوع نگاشت ماتریس سفتی پایه‌گذاری شد. رابطه (5)، توسعه رابطه یک فنر خطی برای حالت شش درجه آزادی است که جابجایی‌های آن کوچک است. روابط (6) و (7) نیز روابط متداول برای نگاشت نیرو و سرعت بین فضای کارترین و مفصل هستند [23]. با فرض جابجایی کوچک، رابطه (7) به صورت رابطه (8) نوشته خواهد شد.

$$\vec{F} = K_x \vec{\delta X} \quad (5)$$

$$\vec{r} = J^t \vec{F} \quad (6)$$

$$\vec{X} = J \vec{\theta} \quad (7)$$

$$\vec{\delta X} = J \vec{\delta \theta} \quad (8)$$

با ترکیب روابط (5)، (6) و (8)، رابطه (9) به‌دست خواهد آمد. این رابطه در فضای مفصل بیان شده و می‌توان از آن نتیجه گرفت که ماتریس سفتی در فضای مفصل به‌صورت رابطه (10) خواهد شد.

$$\vec{r} = J^t K_x J \vec{\delta \theta} \quad (9)$$

$$K_{\theta} = J^t K_x J \quad (10)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، برای رسیدن به رابطه نهایی، یک فرض مهم در رابطه (8) در نظر گرفته شد. طبق این رابطه، جابجایی مجری نهایی و در نتیجه مفاصل‌های ربات کوچک در نظر گرفته شده است. یعنی حالت استاتیکی بررسی شده چرا که جابجایی‌های کوچک مورد مطالعه قرار گرفته است. نگاشت ماتریس سفتی برای ربات‌های موازی نیز در [24] مورد بررسی قرار گرفته است. رابطه نگاشت نیز بدین صورت به‌دست آمده است:

$$K_{\theta} = J^{-t} K_x J^{-1} \quad (11)$$

که علت اصلی تفاوت رابطه (11) با (10)، به تعریف متفاوت ماتریس J برای ربات‌های موازی برمی‌گردد. زیرا رابطه نگاشت بین سرعت در فضای مفصل و



Fig. 1 The FUM SCARA robot in the Ferdowsi University of Mashhad
 شکل 1 ربات فام اسکرا در دانشگاه فردوسی مشهد

در دو بخش بعدی و با استفاده از ربات فام اسکرا، آزمایشی طراحی می‌شود تا به کمک پیاده‌سازی شبیه‌سازی و عملی، به سادگی بتوان تفاوت بین دو روش قدیمی و روش پیشنهادی را بررسی نمود.

5- بررسی و مقایسه روش‌های نگاشت بین فضای مفصل و کارترین به کمک شبیه‌سازی

در این بخش آزمایشی طراحی می‌شود تا بتوان طی یک شبیه‌سازی، تفاوت‌های روش پیشنهادی را با روش‌های قدیمی بررسی نمود. بدین منظور فرض می‌شود نیروی خارجی در یک راستا و موازی با یکی از محورهای مختصات به مجری نهایی ربات وارد شود. ربات در مقابل نیروی خارجی به صورت یک سیستم جرم-میراگر-فنر عمل خواهد نمود. موقعیت ایجاد شده ناشی از معادله امپدانس به عنوان ورودی به کنترلگر ربات وارد خواهد شد. به دلیل مستقل بودن معادلات امپدانس، انتظار می‌رود تا مجری نهایی نیز فقط در یک راستا حرکت کند. بنابراین برای صحت سنجی روش نگاشت ماتریس‌ها، نیروی وارد شده را به فضای مفصل نگاشت کرده و از معادله امپدانس در فضای مفصل استفاده خواهد شد. در صورتی که نتیجه غیر از حرکت در راستای نیروی اعمالی باشد، روش استفاده شده، صحیح نیست. برای مقایسه روشن و ساده، نتایج به‌دست آمده از همه روش‌ها، که شامل روش‌های SMM، CCT و LDMM است، با نتایج به‌دست آمده از معادلات نوشته شده در فضای کارترین، مقایسه خواهد شد. لازم به ذکر است که حل این معادلات در محیط سیمولینک به روش ode3 و با گام زمانی ثابت 10^{-4} ثانیه انجام شده است. از مدل سیم‌مکانیک ربات هم به عنوان مدل استفاده شده است. همچنین پارامترهای کنترل امپدانس استفاده شده در این شبیه‌سازی، در جدول 1 آورده شده است. مقادیر این پارامترها به صورت دلخواه و بر اساس سعی و خطا تعیین می‌شوند [20].

معادلات استفاده شده در شبیه‌سازی برای این سه روش، در ادامه آورده شده است. ابتدا معادله روش SMM را مشاهده می‌کنید که در آن، سفتی، میرایی و جرم، مانند هم نگاشت شده‌اند.

$$\ddot{\theta} = (J^t M_x J)^{-1} [\ddot{\tau}_e - J^t D_x \dot{\theta} - J^t K_x \theta] \quad (26)$$

معادله روش CCT نیز با تفاوت در عبارت سفتی نسبت به روش SMM طبق معادله (27) پیاده‌سازی می‌شود.

$$\ddot{\theta} = (J^t M_x J)^{-1} [\ddot{\tau}_e - J^t D_x \dot{\theta} - (J^t K_x J + K_g) \theta] \quad (27)$$

معادله پیشنهادی، یعنی روش LDMM، که به صورت (21) به‌دست آمد، به صورت معادله (28) بازنویسی می‌شود.

$$\ddot{\theta} = (J^t M_x J)^{-1} [\ddot{\tau}_e - J^t M_x \dot{\theta} - J^t D_x \dot{\theta} - J^t K_x \ddot{X}] \quad (28)$$

مطلوب ربات صفر است. یعنی باید در موقعیت اولیه خود بماند. حال در صورتی که به مجری نهایی ربات نیروی خارجی اعمال شود، ربات مانند یک سیستم جرم-میراگر-فنر از خود واکنش نشان خواهد داد و از موقعیت اولیه خود منحرف خواهد شد. البته در صورتی که نیروی اعمالی حذف شود، ربات به موقعیت اولیه خود باز خواهد گشت. با این فرض، یعنی $\ddot{X}_d = 0$ رابطه (1) بدین صورت بازنویسی خواهد شد.

$$\ddot{F}_e = M_x \ddot{X} + D_x \dot{X} + K_x X \quad (17)$$

به دلیل نوشته شدن (17)، در فضای کارترین، این معادله CIC نامیده شده است. با ضرب طرفین این معادله در J^t :

$$J^t \ddot{F}_e = J^t M_x \ddot{X} + J^t D_x \dot{X} + J^t K_x X \quad (18)$$

و با استفاده از رابطه (6)، این معادله بازنویسی می‌شود.

$$\ddot{\tau}_e = J^t M_x \ddot{X} + J^t D_x \dot{X} + J^t K_x X \quad (19)$$

حال با استفاده از رابطه (7) و مشتق گرفتن از آن، رابطه‌ای برای \ddot{X} به‌دست خواهد آمد.

$$\ddot{X} = J \ddot{\theta} + \dot{J} \dot{\theta} \quad (20)$$

در ادامه و با استفاده از روابط (19) و (20)

$$\ddot{\tau}_e = J^t M_x (J \ddot{\theta} + \dot{J} \dot{\theta}) + J^t D_x (J \dot{\theta}) + J^t K_x X \quad (21)$$

که این رابطه، معادله امپدانس را فضای مفصل بیان می‌کند. حال ماتریس‌های نگاشت داده شده به فضای مفصل به تفکیک به صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$M_\theta = J^t M_x J \quad (22)$$

$$D_\theta = J^t D_x J + J^t M_x \dot{J} \quad (23)$$

$$K'_\theta = J^t K_x \quad (24)$$

که با بررسی و مقایسه آن‌ها با روابط قبلی، اختلاف بین نتایج به‌دست آمده برای ماتریس‌های سفتی و میرایی قابل مشاهده است. اما ماتریس جرم در تمامی روش‌های نگاشت بدون تفاوت است. ماتریس جرم در ماتریس میرایی اثر گذاشته و منجر به ایجاد عبارتی اضافی نسبت به رابطه (13) شده است. ماتریس سفتی به‌دست آمده در (24) نیز با (10) و (15) متفاوت است. همانطور که مشاهده می‌شود، ماتریس سفتی جدید به‌دست آمده، از نظر ابعادی با ماتریس‌های سفتی قبلی که در فضای مفصل به‌دست آمده‌اند، متفاوت است. زیرا موقعیت مجری نهایی ربات، یعنی X ، از سینماتیک مستقیم به‌دست آمده و تابعی از موقعیت زاویه‌ای مفاصل ربات است. به عبارت دیگر می‌توان معادلات سینماتیک ربات را بدین صورت نشان داد:

$$\ddot{X} = f(\ddot{\theta}) \quad (25)$$

که بسته به نوع ربات، تابع f متفاوت بوده و به کمک آن می‌توان موقعیت مجری نهایی را به‌دست آورد. بنابراین ماتریس یاد شده، شبه سفتی نامیده شده و با (K'_θ) نشان داده می‌شود. توجه داشته باشید که این بار فرض جایجایی کوچک، یعنی رابطه (8) در معادلات اعمال نگردیده است. در بخش بعدی، رباتی که برای در این پژوهش استفاده شده است، معرفی خواهد شد.

4- ربات فام اسکرا

ربات فام اسکرا، نوعی ربات سری 4 درجه آزادی است که در دانشگاه فردوسی مشهد طراحی، ساخته و کنترل شده است (شکل 1). برای کنترل موقعیت این ربات، 4 کنترلگر صنعتی به ازای 4 درجه آزادی آن به‌کار گرفته شده است. نیروی محرک مفاصل نیز به کمک موتورهای سرو تأمین می‌شود. جهت آشنایی بیشتر با ربات فام اسکرا و به‌دست آوردن اطلاعات فنی نظیر فضای کاری، معادلات سینماتیک، مشخصات مفاصل طراحی شده، تکرارپذیری و غیره، به [30-32] مراجعه شود.

جدول 1 پارامترهای کنترل امپدانس در شبیه‌سازی

| Table 1 Impedance control parameters for simulation | | | |
|---|--|--|---------|
| M_x (Nm ⁻¹ s) | B_x (Nm ⁻¹ s) | K_x (Nm ⁻¹) | پارامتر |
| $\begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$ | مقدار |

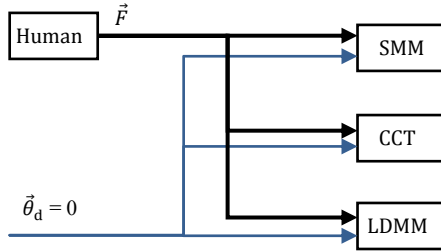


Fig. 2 Designed test for simulation

شکل 2 آزمایش طراحی شده برای شبیه‌سازی

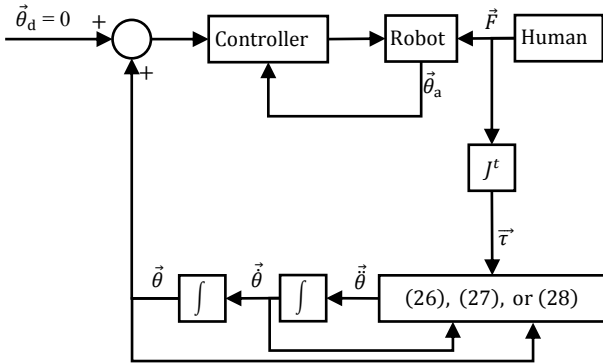


Fig. 3 Applied block-diagram for simulation

شکل 3 بلوک-دیاگرام شبیه‌سازی انجام شده

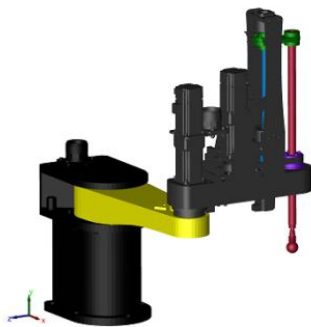


Fig. 4 The FUM SCARA robot, modeled and simulated in the MATLAB, SimMechanics

شکل 4 ربات فام اسکرا شبیه‌سازی شده در محیط سیم‌مکانیک، در نرم‌افزار متلب [33]

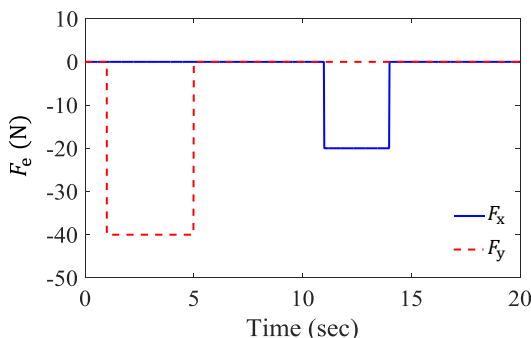


Fig. 5 External force applied to the robot end-effector along coordinate axis

شکل 5 نیروی خارجی وارد شده به مجری نهایی ربات در راستای محورهای مختصات

توجه شود که در شبیه‌سازی به دلیل عدم وجود محدودیت، سه مدل سیم‌مکانیک به صورت هم‌زمان اجرا می‌شوند تا روش‌های مختلف در شرایط یکسان مطالعه و بررسی شوند (شکل 2). یعنی نیروی خارجی وارد شده به مجری نهایی هر سه مدل یکسان است، بنابراین نتایج شبیه‌سازی برای مقایسه بسیار مناسب هستند.

با استفاده از معادلات به‌دست آمده، موقعیت زاویه‌ای مفصل در اثر نیروی خارجی اعمال شده به مجری نهایی ربات که به کمک ماتریس جاکوبین به گشتاور خارجی تبدیل شده است، به‌دست خواهد آمد. این موقعیت زاویه‌ای با موقعیت زاویه‌ای مطلوب جمع خواهد شد. موقعیت زاویه‌ای مطلوب، صفر در نظر گرفته شده است تا ربات فقط در اثر نیروی خارجی حرکت کند. این توضیحات به صورت بلوک-دیاگرام در "شکل 3" نشان داده شده‌اند. یعنی برای هر روش، که در "شکل 2" در یک بلوک نشان داده شده، بلوک-دیاگرامی مانند "شکل 3" قرار دارد. طبق توضیحات داده شده، انتظار می‌رود وقتی به یک سیستم جرم-میراگر-فنر نیرو وارد شود، فقط در راستای اعمال نیرو حرکت کند. مدل شبیه‌سازی شده در نرم‌افزار متلب و در محیط سیم‌مکانیک، در "شکل 4" نشان داده شده است.

نکته مهم دیگری که نباید از آن غافل شد، در نظر گرفتن موقعیت اولیه ربات در معادلات امپدانس است. به عنوان مثال، در آزمایش پیشنهادی، لینک دوم ربات فام اسکرا نسبت به لینک اول و در حالت اولیه خود، $+90^\circ$ درجه انحراف دارد. از آنجایی که ربات به صورت یک سیستم جرم-میراگر-فنر عمل می‌کند، عبارت سفتی سعی در برگرداندن ربات به موقعیتی می‌کند که فنر موجود در معادله امپدانس، هیچ فشردگی یا کشیدگی نداشته باشد. بنابراین باید ورودی عبارت \vec{X} و $\vec{\theta}$ در معادله امپدانس را صفر در نظر گرفت تا این معادله به صورت اشتباه، انحراف از موقعیت اولیه در نظر نگیرد. بدین منظور، قبل از محاسبه معادله امپدانس در (26)، (27) و (28)، \vec{X} و $\vec{\theta}$ به صورت (29) و (30) اصلاح می‌شوند. تأثیر طول لینک اول و دوم ربات فام اسکرا که به ترتیب 0.4 و 0.3 متر است و همچنین زاویه اولیه لینک دوم، بوضوح در محاسبه (29) و (30) مشهود است.

$$\vec{X} = \begin{bmatrix} x - 0.4 \\ y - 0.3 \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$\vec{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 - \frac{\pi}{2} \end{bmatrix} \quad (30)$$

نیروی وارد شده به مجری نهایی ربات که منجر به حرکت آن خواهد شد، در "شکل 5" رسم شده است. این نیرو، به صورت مستقل در دو راستا اعمال شده و همچنین فرصت کافی به ربات داده شده است تا به موقعیت اولیه خود بازگردد. این بازگشت به موقعیت اولیه (یا همان موقعیت تعادل)، به دلیل وجود خاصیت فنری در معادلات امپدانس است. اعمال نیرو در دو راستای محورهای مختصات، به دلیل بررسی کامل‌تر و جامع‌تر روش‌های SMM، CCT و LDMM در حضور نیروی خارجی است. پس از شبیه‌سازی، موقعیت مجری نهایی در فضای کاری ربات برای روش‌های گوناگون به‌دست آمده و در "شکل 6" رسم شده است. طبق این شکل، با وجود اعمال نیرو در راستای محورهای مختصات، موقعیت مجری نهایی ربات در روش‌های SMM و CCT، موازی با محورهای مختصات تغییر نکرده است.

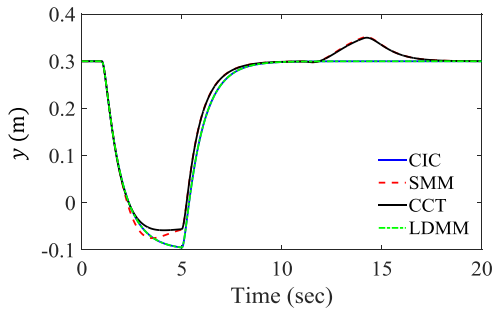


Fig. 8 Time history of the robot end-effector position in the y direction, using all methods

شکل 8 موقعیت مجری نهایی ربات برحسب زمان در راستای محور y به‌دست آمده با تمامی روش‌ها

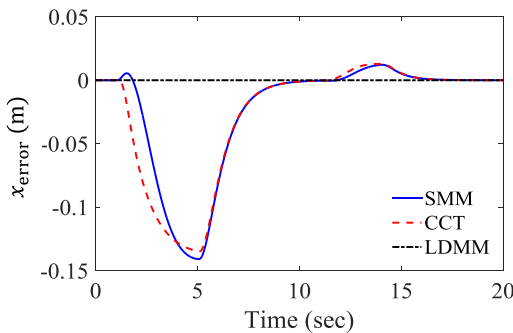


Fig. 9 Time history of the position error in the x direction

شکل 9 خطای موقعیت در راستای محور x

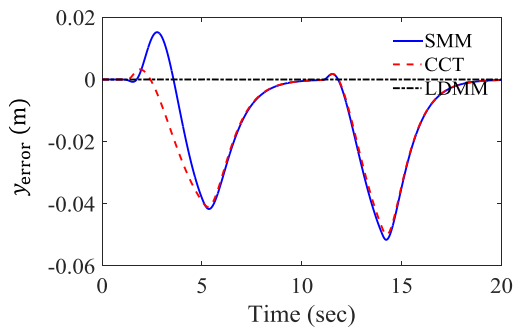


Fig. 10 Time history of the position error in the y direction

شکل 10 خطای موقعیت در راستای محور y

دلیل اصلی ایجاد خطا به نحوه نگاشت ضرایب امیدانس بین دو فضای مفصل و کارترین برمی‌گردد. این موضوع در بخش‌های بعدی به تفکیک برای تمام درایه‌های ضرایب امیدانس مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

5-1- سفتی

همان‌طور که در ادامه خواهید دید، دلیل اصلی ایجاد تفاوت بین روش‌های مورد بررسی، به ماتریس سفتی برمی‌گردد. همه درایه‌های این ماتریس در "شکل 11" تا "شکل 14" برای کل زمان حرکت مجری نهایی در حین شبیه‌سازی رسم شده است. برای مقایسه راحت‌تر روابط به‌دست آمده برای این ماتریس از سه روش، دوباره در (31) تا (33) روابط ماتریس سفتی به ترتیب برای SMM، CCT و LDMM، به صورت یک‌جا آورده شده است.

$$K_{\theta} = J^t K_x J \quad (31)$$

$$K_{\theta} = J^t K_x J + K_g \quad (32)$$

$$K'_{\theta} = J^t K_x \quad (33)$$

همان‌طور که پیش از این بیان شد، توجه به این نکته ضروری است که

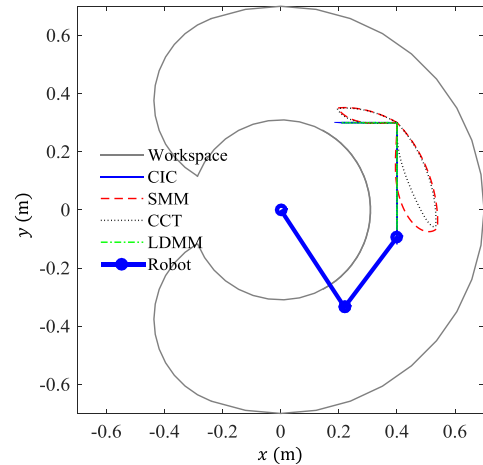


Fig. 6 The end-effector position in FUM SCARA robot workspace

شکل 6 موقعیت مجری نهایی ربات در فضای ربات فام اسکرا

براساس شکل رسم شده، فقط روش LDMM است که نتایج آن کاملاً مطابق با نتایج حاصل از معادله کنترل امیدانس نوشته شده در فضای کارترین (که با CIC نشان داده شده است) می‌باشد. مشاهده می‌شود که با اعمال نیرو به مجری نهایی ربات و دور شدن آن از موقعیت اولیه، انحراف نتایج به‌دست آمده از معادلات SMM و CCT، بیشتر و بیشتر خواهد شد. این موضوع به این دلیل است که معادلات ارائه شده در روش‌های مذکور، فقط برای حالت استاتیک و در جایجایی‌های کوچک به‌وجود آمده در نزدیکی موقعیت تعادل اعتبار دارند.

در ادامه، موقعیت ایجاد شده به سه روش در دو راستای x و y به ترتیب در "شکل 7" و "شکل 8" رسم شده است. همچنین خطای این روش‌ها با در نظر گرفتن روش CIC به‌عنوان مبنا، در راستای دو محور رسم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌کنید، طبق "شکل 9" و "شکل 10" خطای روش پیشنهادی صفر است، اما برای روش‌های CCT و SMM، با دور شدن از مختصات اولیه (موقعیت تعادل)، خطای بیشتر و بیشتری ایجاد می‌شود. 10 ثانیه ابتدایی "شکل 8" را در نظر بگیرید، نیروی خارجی فقط در راستای محور y اعمال شده است. به وضوح دیده می‌شود که با افزایش فاصله از موقعیت تعادل، تفاوت بین روش‌ها بیشتر می‌شود. همچنین طبق "شکل 7"، با توجه به عدم وجود نیروی خارجی در راستای محور x و در 10 ثانیه ابتدایی، موقعیت از حالت تعادل منحرف شده است. این موضوع برای 10 ثانیه بعدی به صورت عکس رخ می‌دهد.

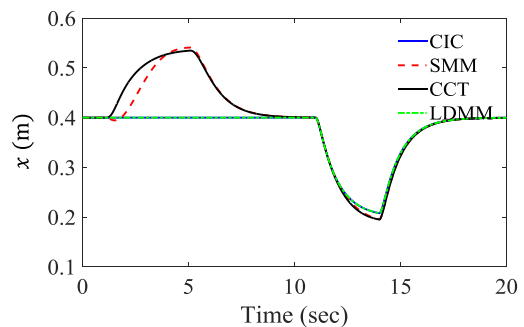


Fig. 7 Time history of the robot end-effector position in the x direction, using all methods

شکل 7 موقعیت مجری نهایی ربات برحسب زمان در راستای محور x به‌دست آمده با تمامی روش‌ها

2-5- میرایی

تغییرات ماتریس میرایی نیز باید مانند ماتریس سفتی برای سه روش و به صورت درایه به درایه مورد بررسی قرار بگیرد. روابط ماتریس میرایی به‌دست آمده از این سه روش، که طبق روابط (34) و (35) بیان شده‌اند، دوباره برای مقایسه راحت‌تر یکجا آورده شده‌اند. همان‌طور که پیش از این نشان داده شد، رابطه (34) در دو روش SMM و CCT مشترک است. همچنین توجه شود که در این بخش، دو ماتریس مؤثر در بحث میرایی به روش LDMM طبق (35) با هم جمع شده‌اند. بنابراین انتظار می‌رود کلیت رفتار این ماتریس برای روش‌های SMM و CCT یکسان باشد.

$$D_{\theta} = J^t D_x J \tag{34}$$

$$D_{\theta} = J^t M_x J + J^t D_x J \tag{35}$$

بررسی دقیق‌تر "شکل 15 تا شکل 18" نشان می‌دهد که با وجود فرمول یکسان در دو روش SMM و CCT، یعنی (12)، تغییرات رفتار درایه‌های ماتریس میرایی متفاوت است. دلیل این موضوع تفاوت داشتن مقدار ماتریس است، چرا که موقعیت مجری نهایی و در نتیجه زاویه‌ای مفاصل ربات در دو آزمایش جداگانه محاسبه شده و قاعدتاً یکسان نیست. همچنین عدم تغییر در درایه (2,2) ماتریس میرایی، مانند رفتار درایه (2,2) ماتریس سفتی در روش SMM است. این موضوع به دلیل یکسان بودن روش نگاشت در روش SMM برای ماتریس‌های سفتی و میرایی است. انتظار می‌رود این نوع تغییر برای ماتریس اینرسی هم رخ بدهد. نکته دیگری که با مقایسه "شکل 16 و شکل 17" به‌دست می‌آید، تقارن ماتریس میرایی در روش‌های SMM و CCT است. اما این ویژگی برای روش LDMM مشاهده نمی‌شود که دلیل آن اضافه شدن عبارت ناشی از اینرسی در رابطه (35) می‌باشد.

3-5- اینرسی

با وجود روابط یکسان برای ماتریس اینرسی به‌دست آمده از روش‌های مختلف که در (36) نشان داده شده است، رفتار متفاوت قابل پیش‌بینی است. زیرا طبق "شکل 7"، موقعیت مجری نهایی و در نتیجه موقعیت زاویه‌ای مفاصل ربات متفاوت است. بنابراین ماتریس جاکوبین به‌دست آمده نیز متفاوت خواهد بود. در "شکل 19 تا شکل 21" نتایج نگاشت برای درایه‌های این ماتریس آورده شده است. مانند درایه (2,2) از ماتریس میرایی، مقدار درایه (2,2) از ماتریس اینرسی نیز پس از نگاشت ثابت مانده است. همچنین با دقت بیشتر در "شکل 20" مشاهده می‌شود که ماتریس اینرسی پس از نگاشت در هر سه روش متقارن می‌باشد. این موضوع به دلیل یکسان بودن رابطه نگاشت برای هر سه روش، رخ داده است.

$$M_{\theta} = J^t M_x J \tag{36}$$

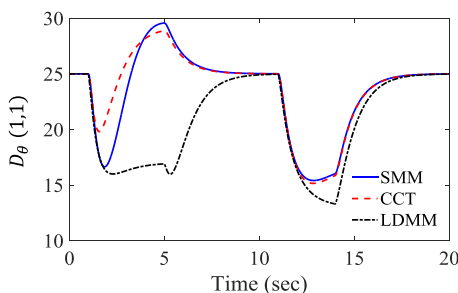


Fig. 15 Time history of damping matrix, array (1,1)
شکل 15 تغییرات درایه (1,1) از ماتریس میرایی در طول شبیه‌سازی

ماتریس سفتی به‌دست آمده از روش پیشنهادی، از جنس سفتی نیست. زیرا ابعاد آن متناسب با ماتریس سفتی نیست. اما به دلیل ضرب شدن در مقدار موقعیت، ماتریس سفتی نامیده شده و تغییرات آن در شکل‌ها رسم شده است. نکته قابل ملاحظه دیگر، عدم تغییر مقدار مؤلفه (2,2) ماتریس سفتی در روش SMM است. در حالی که این مؤلفه در روش CCT دارای تغییراتی است که به دلیل وجود نیروی خارجی است.

با دقت در این شکل‌ها مشخص می‌شود که با نگاشت ماتریس سفتی از فضای کارترین به مفصل، مقدار بعضی از مؤلفه‌های این ماتریس در فضای مفصل، منفی نیز شده است. این موضوع در روش LDMM نسبت به روش‌های SMM و CCT بیشتر مشاهده می‌شود و دلیل آن به توضیحات بیان شده در مورد جنس این ماتریس برمی‌گردد که در حقیقت یک ماتریس شبه سفتی است.

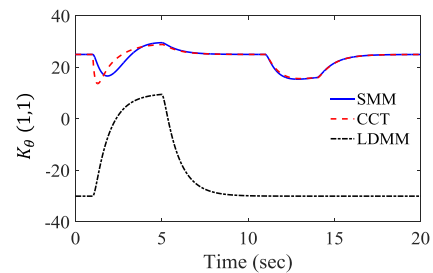


Fig. 11 Time history of stiffness matrix, array (1,1)
شکل 11 تغییرات درایه (1,1) از ماتریس سفتی در طول شبیه‌سازی

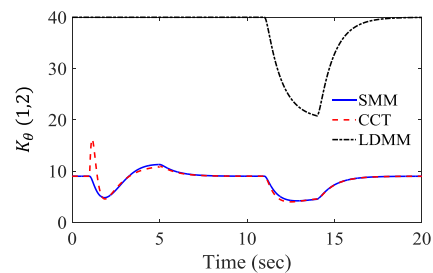


Fig. 12 Time history of stiffness matrix, array (1,2)
شکل 12 تغییرات درایه (1,2) از ماتریس سفتی در طول شبیه‌سازی

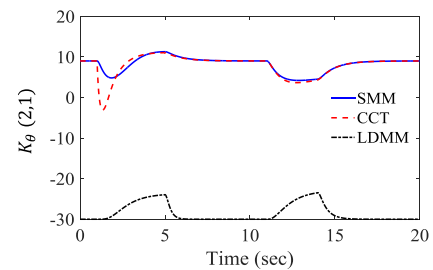


Fig. 13 Time history of stiffness matrix, array (2,1)
شکل 13 تغییرات درایه (2,1) از ماتریس سفتی در طول شبیه‌سازی

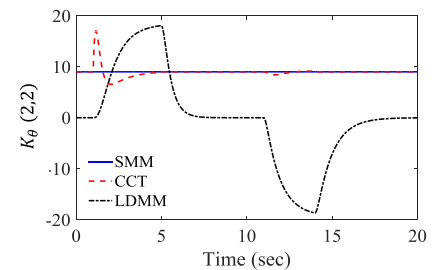


Fig. 14 Time history of stiffness matrix, array (2,2)
شکل 14 تغییرات درایه (2,2) از ماتریس سفتی در طول شبیه‌سازی

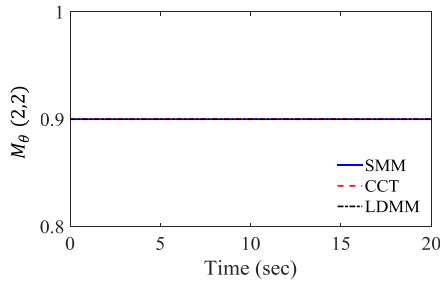


Fig. 21 Time history of inertia matrix, array (2,2)

شکل 21 تغییرات درایه (2,2) از ماتریس اینرسی در طول شبیه‌سازی

6- بررسی و مقایسه روش‌های نگاشت بین فضای مفصل و کارترین

به کمک پیاده‌سازی عملی

در این بخش معادلات ارائه شده در روش‌های SMM، CCT و LDMM به صورت عملی مورد بررسی قرار می‌گیرند. بدین صورت که یک آزمایش سه مرتبه با معادلات گوناگون انجام می‌شود. واضح است که نیروی وارد شده به مجری نهایی ربات در آزمایش‌ها متفاوت باشد. مانند "شکل 22" کاربر وارد فضای کاری شده و به سنسور نصب شده در مجری نهایی ربات، نیرو وارد می‌کند. کاربر در حین آزمایش، احساس خواهد کرد که به جای ربات با یک سیستم جرم-میراگر-فنر در تعامل است.

مقادیر ضرایب امیدانس در آزمایش‌های عملی در جدول 2 آورده شده است. پس از حذف نیروی کاربر، مجری نهایی به موقعیت اولیه خود باز خواهد گشت. لازم به ذکر است برای کاهش خطا، در هر لحظه از آزمایش، اطلاعات سنسور فقط در راستایی که به آن نیرو اعمال می‌شود خوانده خواهد شد. یعنی اگر قرار است کاربر، مجری نهایی ربات را در راستای محور y حرکت دهد، نیروی خوانده شده در راستای محور x با یک ضریب صفر می‌شود. بدین صورت فقط نیروی خالصی در راستای یک محور، یعنی y ، توسط سنسور اندازه‌گیری شده و در معادلات مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

نحوه مقایسه در بخش پیاده‌سازی عملی با شبیه‌سازی متفاوت خواهد بود، زیرا نیروی کاربر در هر آزمایش متفاوت است. در این بخش نتایج برای هر روش به صورت مجزا مقایسه خواهند شد. ابتدا روش SMM، سپس روش CCT و در نهایت روش LDMM پیاده‌سازی می‌شوند. در ادامه، موقعیت مجری نهایی و تغییرات ضرایب امیدانس در فضای مفصل، شامل ماتریس سفتی، میرایی و اینرسی در این سه روش بررسی خواهند شد.



Fig. 22 Operator is forcing the FUM SCARA robot end-effector along a coordinate axis

شکل 22 کاربر در حال اعمال نیرو به مجری نهایی ربات فام اسکرا در راستای یکی از محور مختصات

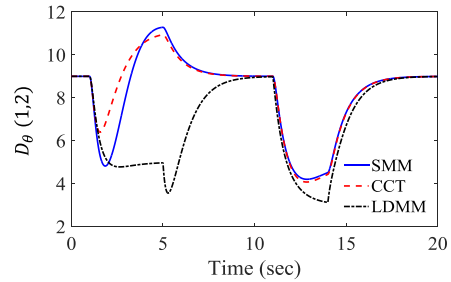


Fig. 16 Time history of damping matrix, array (1,2)

شکل 16 تغییرات درایه (1,2) از ماتریس میرایی در طول شبیه‌سازی

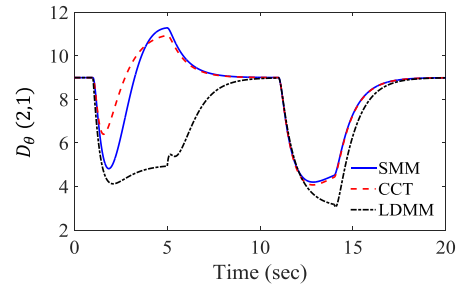


Fig. 17 Time history of damping matrix, array (2,1)

شکل 17 تغییرات درایه (2,1) از ماتریس میرایی در طول شبیه‌سازی

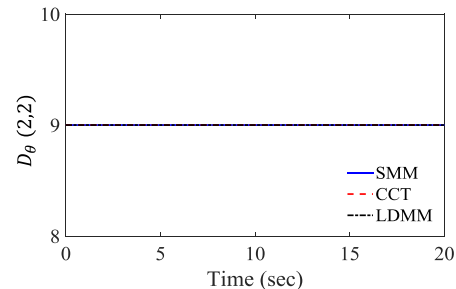


Fig. 18 Time history of damping matrix, array (2,2)

شکل 18 تغییرات درایه (2,2) از ماتریس میرایی در طول شبیه‌سازی

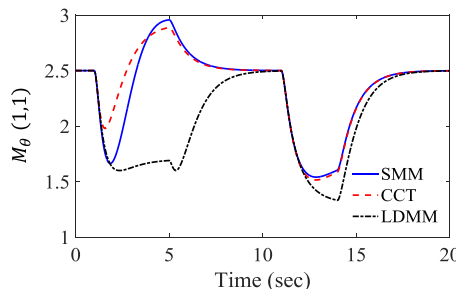


Fig. 19 Time history of inertia matrix, array (1,1)

شکل 19 تغییرات درایه (1,1) از ماتریس اینرسی در طول شبیه‌سازی

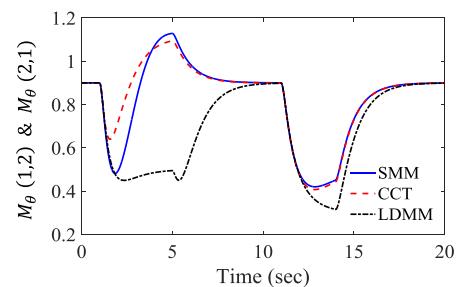


Fig. 20 Time history of inertia matrix, array (1,2) and (2,1)

شکل 20 تغییرات درایه‌های (1,2) و (2,1) از ماتریس اینرسی در طول شبیه‌سازی

1-6 روش SMM

نگاشت ماتریس‌های سفتی، میرایی و اینرسی در این روش مانند یکدیگر است. بنابراین انتظار می‌رود نتایج ماتریس‌های نگاشت یافته، رفتاری شبیه به یکدیگر داشته باشند.

طبق توضیحات داده شده، نیرویی به صورت آنچه در "شکل 23" نشان داده شده است، به مجری نهایی ربات وارد خواهد شد. این نیرو باید منجر به حرکت مجری نهایی فقط در جهت منفی محور y شود. اما طبق "شکل 24" با وجود اعمال نیرو در راستای محور x ، انحراف مجری نهایی در راستای محور x مشاهده می‌شود. مقدار انحراف مجری نهایی و خطای ایجاد شده به قدری است که هنگام آزمایش نیز کاملاً مشهود بود. این امر پس از رسم "شکل 24" به صورت صریح قابل تشخیص است.

نتایج این آزمایش به راحتی عدم صحت نگاشت به روش SMM را مشخص می‌کنند. طبق "شکل 24"، با دور شدن از موقعیت اولیه، انحرافات نیز بیشتر خواهد شد. یعنی با بزرگتر شدن جابجایی‌ها، خطای بوجود آمده نیز بیشتر می‌شود. جزئیات رفتار مشابه ماتریس‌های سفتی، میرایی و اینرسی، در "شکل 25" تا "شکل 27" مشاهده می‌شود.

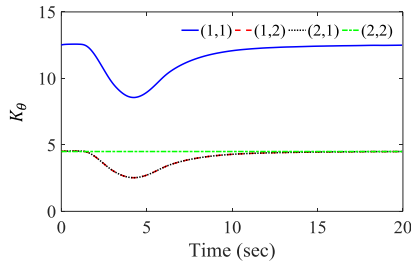


Fig. 25 Time history of the stiffness matrix variation

شکل 25 تغییرات درایه‌های ماتریس سفتی

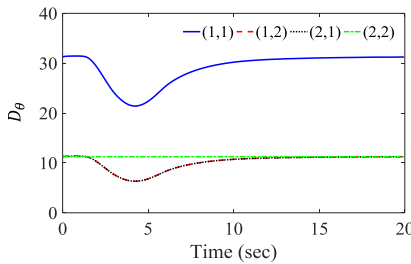


Fig. 26 Time history of the damping matrix variation

شکل 26 تغییرات درایه‌های ماتریس میرایی

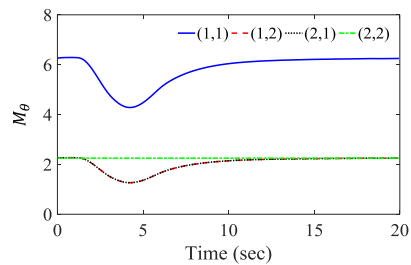


Fig. 27 Time history of the inertia matrix variation

شکل 27 تغییرات درایه‌های ماتریس اینرسی

تقریباً پس از صفر شدن نیروی خارجی، موقعیت مجری نهایی و ضرایب امپدانس به دست آمده در فضای مفصل، سریعاً به حالت اولیه خود برمی‌گردند.

2-6 روش CCT

طبق این روش، نیروی خارجی اعمال شده به ربات، تأثیر مستقیم در تعیین مقدار ماتریس سفتی خواهد داشت. مشابه آزمایش قبل و طبق "شکل 23"، نیرو به مجری نهایی وارد شده و باید منجر به حرکت در راستای همین محور گردد. اما همان‌طور که در "شکل 24" مشاهده می‌شود، با اعمال نیرو، مجری نهایی از راستای محور y منحرف می‌شود. این موضوع نشان می‌دهد نحوه نگاشت ماتریس‌های سفتی، میرایی و اینرسی در این روش صحیح نمی‌باشد. در واقع طبق شکل یاد شده، با دور شدن از موقعیت اولیه و بزرگتر شدن جابجایی‌ها، انحرافات نیز بیشتر و بیشتر خواهد شد.

تغییرات تمامی درایه‌های این ماتریس‌ها در "شکل 28" تا "شکل 30" نشان داده شده است. با مقایسه "شکل 25" و "شکل 28"، تفاوت اصلی روش CCT با روش SMM، در نحوه نگاشت ماتریس سفتی به وضوح مشاهده می‌شود. با این حال طبق "شکل 24"، نتیجه با انحرافات زیادی نسبت به خط مستقیم همراه است. ضمناً وجود نویز و عدم تقارن نتایج ماتریس سفتی در "شکل 28"، ناشی از اعمال شدن نیروی خارجی در محاسبات این ماتریس است.

جدول 2 پارامترهای کنترل امپدانس در آزمایش عملی

Table 2 Impedance control parameters in practical experiment

| پارامتر | M_x (Nm ⁻¹ s) | B_x (Nm ⁻¹ s) | K_x (Nm ⁻¹) |
|---------|--|--|--|
| مقدار | $\begin{bmatrix} 25 & 0 \\ 0 & 25 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 125 & 0 \\ 0 & 125 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 50 \end{bmatrix}$ |

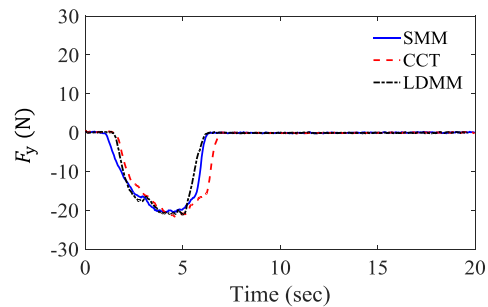


Fig. 23 Time history of external force applied to the end-effector

شکل 23 نیروی خارجی اعمال شده به مجری نهایی

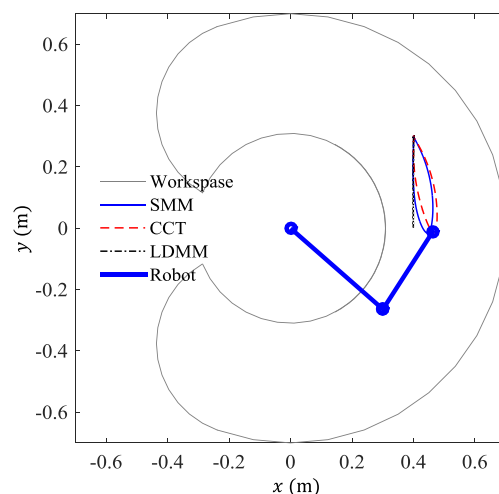


Fig. 24 The end-effector position in the robot workspace

شکل 24 موقعیت مجری نهایی در فضای کاری ربات

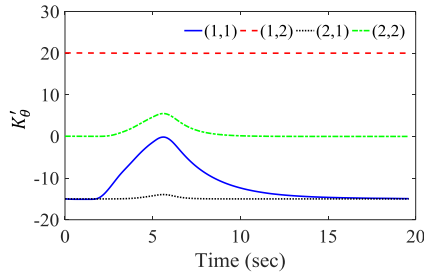


Fig. 31 Time history of the quasi stiffness matrix variation

شکل 31 تغییرات درایه‌های ماتریس شبه سفتی

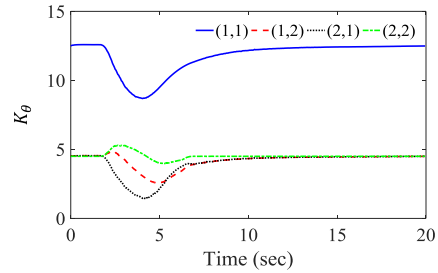


Fig. 28 Time history of the stiffness matrix variation

شکل 28 تغییرات درایه‌های ماتریس سفتی

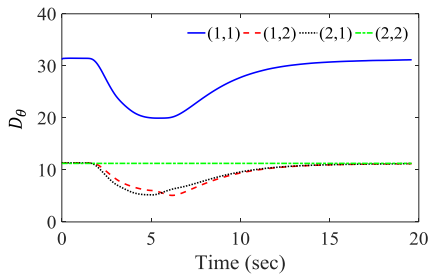


Fig. 32 Time history of the damping matrix variation

شکل 32 تغییرات درایه‌های ماتریس میرایی

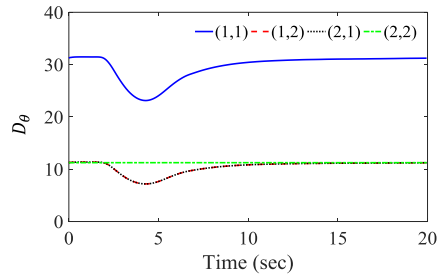


Fig. 29 Time history of the damping matrix variation

شکل 29 تغییرات درایه‌های ماتریس میرایی

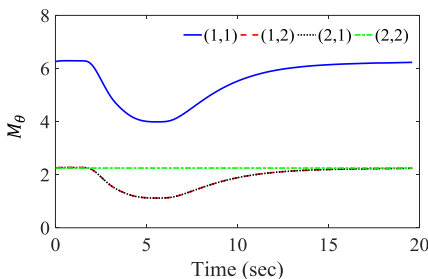


Fig. 33 Time history of the inertia matrix variation

شکل 33 تغییرات درایه‌های ماتریس اینرسی

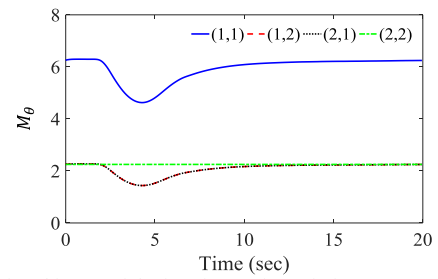


Fig. 30 Time history of the inertia matrix variation

شکل 30 تغییرات درایه‌های ماتریس اینرسی

از آن جایی که مقایسه موقعیت مجری نهایی به روش‌های مختلف در بخش آزمایشات عملی به دلیل عدم وجود نیروی خارجی یکسان بی‌معنی است، بنابراین فقط به بررسی خطای روش‌های SMM، CCT و LDMM در مقایسه با روش CIC متناظر به هر روش بسنده می‌شود. طبق "شکل 34" و "شکل 35" خطای روش LDMM نسبت به دو روش دیگر کمتر است. این موضوع بخصوص در مورد خطای به وجود آمده در راستای محور x به وضوح دیده می‌شود. علی‌رغم اعمال نیرو در راستای محور y انحرافات زیادی در راستای محور x برای مجری نهایی ربات رخ می‌دهد. در حقیقت تفاوت اصلی روش LDMM با دو روش دیگر در "شکل 34" به خوبی مشاهده می‌شود.

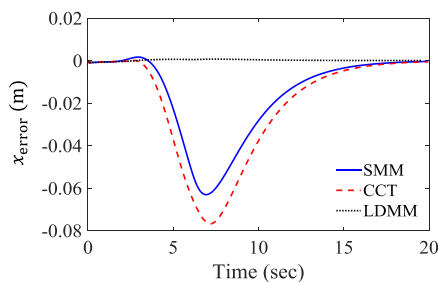


Fig. 34 Position error along x axis

شکل 34 خطای موقعیت در راستای محور x

3-6 روش LDMM

نیروی خارجی اعمال شده به مجری نهایی و موقعیت مجری نهایی را به ترتیب در "شکل 23" و "شکل 24" مشاهده می‌کنید. طبق نتایج به دست آمده، مجری نهایی فقط در یک راستا، یعنی همان راستای نیروی خارجی اعمال شده، حرکت کرده است. لذا همان‌طور که در "شکل 24" مشاهده می‌شود، موقعیت مجری نهایی، به دست آمده از روش LDMM کاملاً در راستای محور y بوده که این نتایج، با نتایج شبیه‌سازی مطابقت دارد. روش LDMM، روشی است که نحوه نگاشت ماتریس سفتی در آن تفاوت بسیاری با روش‌های SMM و CCT دارد. علاوه بر ماتریس سفتی، در محاسبات ماتریس میرایی نیز یک عبارت اضافی در مقایسه با روش‌های قبلی مشاهده شد. همان‌طور که پیش از این بیان شد، به دلیل بعد ماتریس سفتی به دست آمده در این روش، این ماتریس، ماتریس شبه سفتی نام گرفته است که تغییرات آن در "شکل 31" نشان داده شده است. همچنین در این روش ماتریس میرایی رفتار متقارنی ندارد، چرا که درایه‌های (1,2) و (2,1) از این ماتریس، به دلیل اضافه شدن عبارتی ناشی از ماتریس اینرسی، که در رابطه (34) نشان داده شد، متفاوت از یکدیگر تغییر می‌کنند (شکل 32). تغییرات ماتریس اینرسی نیز که با روش‌های قبلی مشابه است در "شکل 33" نشان داده شده است.

محیط شبیه‌سازی و عملی به‌دست آمده است. نتایج به‌دست آمده از هر دو بخش شبیه‌سازی و عملی، به‌وضوح حکایت از تأیید روش پیشنهادی دارند.

8- مراجع

- [1] E. G. Kaigom, J. Roßmann, Physics-based simulation for manual robot guidance—An eRobotics approach, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2015.
- [2] M. Ruggiu, On the lagrangian and cartesian stiffness matrices of parallel mechanisms with elastic joints, *Advanced Robotics*, Vol. 26, No. 1-2, pp. 137-153, 2012.
- [3] M. Ruggiu, Cartesian stiffness matrix mapping of a translational parallel mechanism with elastic joints, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Vol. 195, No. 9, 2012.
- [4] C. Dumas, S. Caro, M. Cherif, S. Garnier, B. Furet, Joint stiffness identification of industrial serial robots, *Robotica*, Vol. 30, No. 04, pp. 649-659, 2012.
- [5] C. Dumas, S. Caro, S. Garnier, B. Furet, Joint stiffness identification of six-revolute industrial serial robots, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 27, No. 4, pp. 881-888, 2011.
- [6] J. K. Salisbury, Active stiffness control of a manipulator in Cartesian coordinates, *Symposium on 19th IEEE Conference on Decision and Control including the Adaptive Processes*, pp. 95-100, 1980.
- [7] F. A. Mussa-Ivaldi, N. Hogan, E. Bizzi, Neural, mechanical, and geometric factors subserving arm posture in humans, *The Journal of neuroscience*, Vol. 5, No. 10, pp. 2732-2743, 1985.
- [8] J. M. Dolan, M. B. Friedman, M. L. Nagurka, Dynamic and loaded impedance components in the maintenance of human arm posture, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. 23, No. 3, pp. 698-709, 1993.
- [9] H. Gomi, M. Kawato, Human arm stiffness and equilibrium-point trajectory during multi-joint movement, *Biological cybernetics*, Vol. 76, No. 3, pp. 163-171, 1997.
- [10] D. W. Franklin, T. E. Milner, Adaptive control of stiffness to stabilize hand position with large loads, *Experimental Brain Research*, Vol. 152, No. 2, pp. 211-220, 2003.
- [11] T. L. Gibo, A. J. Bastian, A. M. Okamura, Cerebellar ataxia impairs modulation of arm stiffness during postural maintenance, *Journal of neurophysiology*, Vol. 110, No. 7, pp. 1611-1620, 2013.
- [12] A. Klimchik, D. Chablat, A. Pashkevich, Stiffness modeling for perfect and non-perfect parallel manipulators under internal and external loadings, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 79, No. 5, pp. 1-28, 2014.
- [13] G. Wang, H. Dong, Y. Guo, Y. Ke, Dynamic cutting force modeling and experimental study of industrial robotic boring, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, pp. 1-12, 2015.
- [14] S.-F. Chen, I. Kao, Conservative congruence transformation for joint and Cartesian stiffness matrices of robotic hands and fingers, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 19, No. 9, pp. 835-847, 2000.
- [15] D. Prattichizzo, M. Malvezzi, M. Gabiccini, A. Bicchi, On the manipulability ellipsoids of underactuated robotic hands with compliance, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 60, No. 3, pp. 337-346, 2012.
- [16] G. Wu, S. Guo, S. Bai, *Compliance Modeling and Error Compensation of a 3-Parallelogram Lightweight Robotic Arm*, *Recent Advances in Mechanism Design for Robotics*, pp. 325-336, Switzerland: Springer International Publishing, 2015.
- [17] A. Ajoudani, C. Fang, N. G. Tsagarakis, A. Bicchi, A reduced-complexity description of arm endpoint stiffness with applications to teleimpedance control, *International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), IEEE/RSJ*, pp. 1017-1023, 2015.
- [18] X. Zhou, S.-k. Jun, V. Krovvi, *Planar cable robot with variable stiffness*, *Experimental Robotics*, pp. 391-403, Switzerland: Springer International Publishing, 2016.
- [19] C. Ott, A. Albu-Schaffer, A. Kugi, G. Hirzinger, On the passivity-based impedance control of flexible joint robots, *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 24, No. 2, pp. 416-429, 2008.
- [20] A. Mousavi Mohammadi, A. Akbarzadeh, A novel real-time singularity avoidance approach for manual guidance of industrial

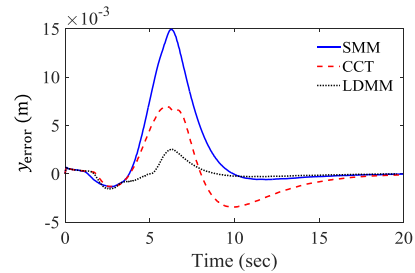


Fig. 35 Position error along y axis

شکل 35 خطای موقعیت در راستای محور y

با مقایسه نتایج شبیه‌سازی و آزمایشات عملی، وجود خطای بیشتر در نتایج عملی در روش LDMM نسبت به شبیه‌سازی مشاهده می‌شود که این موضوع به دلیل وجود خطا در کنترلگر ربات است. در حقیقت این کنترلگر مانند همه کنترلگرهای دیگر به صورت اجتناب ناپذیر خطا داشته که این موضوع امری عادی بوده و منجر به ایجاد انحراف از حالت ایده‌آل می‌شود. منظور از حالت ایده‌آل آن چیزی است که در بخش شبیه‌سازی مشاهده شد، که خطای روش LDMM در آن صفر به‌دست آمده بود.

7- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، دو روش شاخص قدیمی برای نگاشت پارامترهای کنترل امپدانس مورد مطالعه قرار گرفت، همچنین یک روش پیشنهادی توسط نویسندگان ارائه شد. تفاوت این روش‌ها به کمک شبیه‌سازی و آزمایشات عملی برای جابجایی‌های بزرگ و مسائل دینامیک مورد بررسی قرار گرفت. همان‌طور که مشاهده شد، فقط روش پیشنهادی قادر است تا به صورت صحیح امپدانس را بین دو فضای مفصل و کارترین نگاشت دهد. تفاوت شاخصی بین نگاشت ماتریس سفتی و میرایی بین روش‌های مورد بررسی مشاهده شد. البته ماتریس سفتی در روش پیشنهادی به دلیل بعد متفاوت، شبه سفتی نامیده شده است. تفاوت ماتریس شبه سفتی و میرایی در مقایسه با روش‌های قدیمی، به صورت روابط ریاضی نشان داده شد. به‌علاوه نتایج به‌دست آمده از شبیه‌سازی و آزمایشات عملی به صراحت مؤید این تفاوت‌هاست. به دلیل آسان‌تر شدن مقایسه بین روش‌های بررسی شده، در ادامه به صورت موردی به مقایسه این روش‌ها پرداخته خواهد شد.

1- SMM: اولین روش ارائه شده در زمینه نگاشت ماتریس سفتی است. برای جابجایی‌های کوچک و در نزدیکی موقعیت تعادل معتبر است. این روش توسط محققان برای ماتریس‌های میرایی و اینرسی نیز بسط داده شد.

2- CCT: دومین روش شاخص در نگاشت ماتریس سفتی است. برای جابجایی‌های کوچک و در نزدیکی موقعیت تعادل معتبر است. همچنین تغییرات هندسه ربات در اثر اعمال نیروی خارجی در نگاشت سفتی ربات لحاظ شده است.

3- LDMM: این روش برای جابجایی‌های بزرگ و دور از موقعیت تعادل نیز معتبر بوده، بنابراین قابل استفاده در مسائل دینامیک می‌باشد. تفاوت اصلی آن با روش‌های قدیمی، در نگاشت ماتریس سفتی و میرایی است. نگاشت ماتریس سفتی بدون فرض جابجایی کوچک به‌دست آمده و ماتریس اینرسی در محاسبه ماتریس میرایی اثر گذاشته است.

در مجموع می‌توان نتیجه گرفت که روش پیشنهادی مناسب برای جابجایی‌های بزرگ بوده و می‌تواند ماتریس‌های سفتی، میرایی و اینرسی را نگاشت دهد. همچنین صحت این روش به کمک پیاده‌سازی یک آزمایش در

- spaces, *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 1283-1288, 2000.
- [28] Y. Li, S.-F. Chen, I. Kao, Stiffness control and transformation for robotic systems with coordinate and non-coordinate bases, *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 550-555, 2002.
- [29] S.-F. Chen, I. Kao, Geometrical approach to the conservative congruence transformation (CCT) for robotic stiffness control, *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 544-549, 2002.
- [30] M. Shariatee, A. Akbarzadeh, A. Mousavi, S. Alimardani, Design of an economical SCARA robot for industrial applications, *The Second International Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM)*, pp. 534-539, Tehran, 2014.
- [31] A. Mousavi, A. Akbarzadeh, M. Shariatee, S. Alimardani, Repeatability analysis of a SCARA robot with planetary gearbox, *The Third International Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM)*, pp. 640-644, Tehran, 2015.
- [32] A. Mousavi, A. Akbarzadeh, M. Shariatee, S. Alimardani, Design and construction of a linear-rotary joint for robotics applications, *The Third International Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM)*, pp. 229-233, Tehran, 2015.
- [33] A. M. Mohammadi, A. Akbarzadeh, E. Adel, Trajectory generation for industrial robots using impedance control, *The 24th Annual International Conference on Mechanical Engineering (ISME2016)*, 2016 (in Persian فارسی).
- robots, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 9, pp. 403-413, 2016 (in Persian فارسی).
- [21] M. Vukobratovic, D. Surdilovic, Y. Ekalo, D. Katic, *Dynamics and Robust Control of Robot-Environment Interaction*, Vol. 2, pp. 1-28, Singapore: World Scientific, 2009.
- [22] V. Khoshdel, A. Akbarzadeh, Robust impedance control for rehabilitation robot, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 8, pp. 429-437, 2015 (in Persian فارسی).
- [23] J. J. Craig, *Introduction to Robotics: Mechanics and Control*, Third Edition, pp. 135-164, United States of America: Pearson Prentice Hall Upper Saddle River, 2005.
- [24] A. Rezaei, A. Akbarzadeh, M.-R. Akbarzadeh-T, An investigation on stiffness of a 3-PSP spatial parallel mechanism with flexible moving platform using invariant form, *Mechanism and machine theory*, Vol. 51, No. 1, pp. 195-216, 2012.
- [25] S.-F. Chen, The 6×6 stiffness formulation and transformation of serial manipulators via the CCT theory, *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Vol. 3, pp. 4042-4047, 2003.
- [26] C. Huang, W.-H. Hung, I. Kao, New conservative stiffness mapping for the Stewart-Gough platform, *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 823-828, 2002.
- [27] S.-F. Chen, I. Kao, Simulation of conservative congruence transformation. Conservative properties in the joint and Cartesian