مجله مهندسی مکانیک مدرس، شهریور 1397، دوره 18، شماره 06، صص 230-239

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

شبیه‌سازی سه‌بعدی و غیرهم‌دمای اختلاط در مقیاس مزوسکوپیک در میکروکانال الکترومغناطیس حاوی گاز یونیزه شده

محمدرضا عرب‌یارمحمدی[1*]، احمدرضا رحمتی[2]، حسین خراسانی‌زاده[3]

1- دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، شاهین شهر
2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان
3- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان
* شاهین شهر، صندوق پستی 83145-115، yar440m@mut-es.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 19 بهمن 1396
پذیرش: 04 فروردین 1397
ارائه در سایت: 07 اردیبهشت 1397

کلید واژگان:
روش شبکه بولتزمن
شرط مرزی لغزشی
اختلاط
نیروی الکترومغناطیس
تراکم‌پذیری

چکیده

هدف از کار حاضر ارائه یک مدل در روش شبکه بولتزمن برای شبیه‌سازی سه‌بعدی جریان غیرهم‌دما با سیال عامل رقیق گازی است. مدل مطالعاتی یک میکروکانال با مقطع مربع است که در دو انتهای کانال، اختلاف ولتاژ DC و روی دو دیواره جانبی میکروکانال (روبروی هم)، میدان مغناطیسی توسط آهن‌ربا اعمال شده است. الکترودها روی دو دیواره دیگر تعبیه شده و فرض جریان پایدار و سیال تراکم‌پذیر برقرار و رفتار سیال در محدوده لغزشی ($Kn = 0.1$) و گذرا ($Kn = 0.15$) با هم مقایسه شده است. سیال نیوتنی و رسانای الکتریکی و مغناطیسی است. سرعت لغزشی و پرش دما لحاظ شده و اثر ضخامت لایه دوگانه الکتریکی و عدد هارتمن در دیواره مورد بررسی قرار گرفته است. معادله انرژی به دلیل غیرهم‌دما بودن فرآیند با میدان سرعت و مغناطیس هم‌زمان حل شده و اثرات نیروهای برهم‌کنش لورنتس، الکتریکی و گرمایش الکتریکی به صورت عبارت مجزا در معادله شبکه بولتزمن وارد شده است. نتایج نشان داد که اثر متقابل میدان الکتریکی محوری و میدان مغناطیسی عرضی منجر به ماهیت سه‌بعدی جریان و اختلاط در حین پمپاژ می‌شود. سرعت لغزشی و پرش دما روی دیواره نقش مهمی را در شکل‌گیری گردابه درون جریان سیال ایفا می‌کند و توزیع دما در عرض کانال از حالت متقارن خارج می‌شود. افت دبی ناشی از افزایش رقت سیال و انحراف فشار از حالت خطی در عرض و طول کانال به دلیل تراکم‌پذیری مشاهده شده است.

A 3D simulation of Thermal mixing on mesoscopic scale in an electromagnetic microchannel containing ionized gas

MohammadReza Arabyarmohammadi[1*], AhmadReza Rahmati[2], Hossein Khorasanizadeh[2]

1- Department of Mechanical Engineering, Malekashtar University of Technology, Shahinshahr, Iran.
2- Department of Mechanical Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran
* P.O.B. 87145-115, Shahinshahr, Iran, yar440m@mut-es.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 08 February 2018
Accepted 24 March 2018
Available Online 27 April 2018

Keywords:
Lattice Boltzmann Method
Slip Boundary Condition
Mixing
Electromagnetic Force
Compressibility

ABSTRACT

The purpose of this work is to provide a model in lattice Boltzmann method for 3D simulating thermal rarified gas flows. The study model is a microchannel with a square cross section. The magnetic field flux was created by the magnets on two facing walls. The electrodes are embedded on the walls adjacent to that of the magnets and DC voltage is applied at both ends. Compressible fluid behavior is compared in slip (Kn=0.1) and transient (Kn = 0.15) regimes. There are assumptions of laminar and steady flow. Newtonian fluid is electrically and magnetically conductive. Slip and temperature jump on the microchannel walls are considered and the effects of electric double layer thickness and changes of Hartmann number are studied. Since the ionic process is non-isothermal, energy equation is coupled with that of the velocity and the magnetic field and the effects of interaction forces of Lorentz, electric and electrothermal have been entered into Boltzmann equations in separate terms. The outcomes show the interaction between an axial electric field and a transverse magnetic field results in three-dimensional nature of the flow. Navier-Maxwell second order slip boundary condition imposed on the electromagnetic channel walls plays an important role in the vortices formation and the temperature distribution across the channel goes out of the symmetric state. Mass flow rate loss along the channel, resulting from the fluid rarefaction, and pressure deviation from linearity, across and along the channel axis because of the compressibility, was observed.

1- مقدمه

جریان‌های چندجزئی و چند فازی مانند اختلاط به وسیله جریان‌های ضربانی و تولید گاز هیدروروژن در تانکرهای حمل آب پسماند در بیشتر کاربردهای مهندسی وجود دارد. پیشرفت‌های اخیر در تکنولوژی ساخت میکروتجهیزات منجر به توسعه آزمایشگاه‌های کوچک روی تراشه شده است. اختلاط سریع در سیستم‌های میکروسیالی برای بیشتر کاربردها ضروری است که از آن

جمله می‌توان به آنالیزهای بیوشیمیایی، سنتز اسید نوکلوئیک و فرآیندهای بیولوژیکی تجدیدپذیر اشاره کرد. در این بخش مروری بر کاربردهای شبکه بولتزمن در ایجاد و افزایش اختلاط ارائه می‌شود.

کاندهای و همکاران [1] فرآیند اختلاط در رآکتور مخلوط کن استاتیکی را به صورت سه‌بعدی با استفاده از روش‌های المان محدود و شبکه بولتزمن انجام داده و بایکدیگر مقایسه کردند. ماتنر [2] کاربرد جت مصنوعی برای افزایش اختلاط در بیوسنسورهای رینولدز پایین را با استفاده از شبکه بولتزمن مورد مطالعه قرار داد. محاسبات چیت‌ساز و همکاران نشان می‌دهد که میدان مغناطیسی خارجی ثابت سبب تغییر شکل گردابه‌ها در راستای خطوط میدان می‌شود و با افزایش شدت میدان مغناطیسی این تغییر شکل افزایش می‌یابد [3]. تیان [4] از روش شبکه بولتزمن برای مقایسه پدیده اختلاط و انتقال سیال در میکروجریان‌های سه‌بعدی الکتروهیدرودینامیک با پتانسیل زتا غیریکنواخت روی دیواره‌ها استفاده کرد. روش‌های متعدد افزایش اختلاط در میکروجریان‌های الکتروهیدرودینامیک توسط وانگ و همکاران [5] مورد بررسی قرار گرفته که در آن برای محاسبه منحنی پتانسیل الکتریکی، میدان سرعت و توزیع غلظت یون‌ها در سیال از روش شبکه بولتزمن استفاده شده است. نتایج وانگ و همکاران [6] در جریان‌های الکتروهیدرودینامیک نشان می‌دهد که بیشینه مقدار دبی به‌ازای یک عرض و غلظت یونی بهینه به دست می‌آید. کانگ و همکاران [7] از الکترودهایی با قدرت‌های مختلف و شکل‌های هندسی متفاوت استفاده کردند تا جریان‌های عرضی دوبعدی و سه‌بعدی در میکروکانال‌های الکتروهیدرودینامیک ایجاد کنند. با توجه به مزایای روش شبکه بولتزمن برای جریان‌های ناپایا با مرزهای متحرک، آن و همکاران [8] از این روش برای شبیه‌سازی اختلاط در یک همزن نوسانی و دورانی داخل یک میکروکانال بهره گرفته و توانستند به یک رینولدز و سرعت بهینه برای همزن برسند. بررسی جریان‌های حاوی حباب گاز دی‌اکسیدکربن و میکرومخلوط-کن‌ها که چالشی در تکنیک‌های مبتنی بر ناویر- استوکس هستند توسط موناکو و همکاران [9] با استفاده از روش شبکه بولتزمن انجام گرفته است. وارنیک و همکاران [10] جریان‌های توربولانسی در میکروکانال‌ها را به کمک شبکه بولتزمن مورد مطالعه قرار داده‌اند. پارامترهای در نظر گرفته شده شامل اثرات زبری روی اختلاط در جریان‌های روان‌ساز و تعیین عدد بحرانی برای گذار از حالت آرام به ناپایا بوده است. وانگ و همکاران [11] از توزیع ناهمگن الکترودها با بارهای مخالف برای ایجاد سیرکولاسیون در میکروکانال‌ها استفاده کردند.

مطالعه روی افزایش اختلاط در میکروکانال‌های شیاردار حاوی جریان گازی رقیق توسط گزمان و همکاران [12] با روش شبکه بولتزمن انجام شده و خواص لاگرانژی و اویلری این جریان‌ها با عدد نادسن بین 0.01 تا 0.1 مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که در اعداد رینولدز بسیار پایین آشفتگی لاگرانژی منجر به افزایش اختلاط می‌شود. سانهوزا و همکاران [13] نشان دادند که خواص لاگرانژی با افزایش عرض کانال مواج اتفاق خواهد افتاد، هنگامی که افزایش اختلاط در سیال تراکم‌ناپذیر و یا تراکم‌پذیر اتفاق می‌افتد. اختلاط به کمک ذرات جامد در جریان آرام با استفاده از روش دینامیک ملکولی و شبکه بولتزمن توسط درکسن [14] انجام شده است. کانگ و همکاران [15] مطالعه پارامتریک خود را روی فاکتورهای اختلاط در جریان الکتروسینتیک ادامه داده تا به یک مکانیزم بهینه دست یابند. دی [16] از نیروی مغناطیسی برای شتاب دادن به اختلاط در میکروکاویتی‌ها بهره گرفت و نشان داد که می‌توان از قدرت و ضریب انتشار مغناطیسی برای این منظور استفاده کرد. راندمان اختلاط گرمایی در کانال Y شکل همراه با مانع توسط چانگ و همکاران [17] با روش هم‌افزایی میدان و شبکه بولتزمن مورد مطالعه قرار گرفته و نتایج نشان می‌دهد که افزایش اختلاط با برهم‌کنش بردار سرعت و گرادیان دما داخل کانال به وجود می‌آید. اسوریو [18] جابه‌جایی آشفته ناشی از شیارهای میکرومقیاس داخل میکروکانال و ناپایداری ایجاد شده ناشی از شرایط غیرایزوتروپیک را مورد مطالعه قرار داده و ثابت کرد که انتقال حرارت می‌تواند با افزودن جریان ضربانی به این مکانیزم تا 3.9 برابر افزایش پیدا کند. شکل‌گیری ورتکس‌ها و رفتار جریان بین دو صفحه با شکل سینوسی توسط مارکویچ [19] مورد بررسی قرار گرفته است. وانگ و همکاران [20] برای بررسی جنبندگی پرزها در علکرد جذب روده کوچک جریان در یک کاویتی با مرز متحرک را بررسی کرده تا نشان دهند که حرکت نوسانی پرزها منجر به ایجاد یک میکرولایه با خاصیت اختلاط شده و ترکیب آن با جریان ماکرو منجر به افزایش جذب می‌شود. افزایش زمان اختلاط که یکی از معایب اثرات افزایش اختلاط توسط تانگ و همکاران [22,21] بررسی شده است. وانگ و همکاران [23] نشان دادند که مدل پواسون- بولتزمن تا حدی معتبر است که ضخامت لایه دوگانه الکتریکی به عرض کانال نزدیک شود. غلظت و والانس یونی مهم‌ترین پارامترها در تعیین توزیع پتانسیل الکتریکی و انتقال یون‌هاست. گوکالتون و همکاران [24] جریان چندفازی با نسبت چگالی بالا را برای بررسی حرکت گاز در تانکر حمل آب پسماند با استفاده از شبکه بولتزمن شبیه‌سازی کردند. موگلی و همکاران [25] اختلاط در جریان آرام را مدل‌سازی کرده و برهم‌کنش بین لایه‌های سیال را مورد بررسی قرار دادند. کنترل فعال اختلاط با استفاده از اختلاف دمای بین دیواره و سیال توسط علی‌زاده و همکاران [27,26] انجام شده و دریافتند که گردابه‌های متقارن ایجاد شده در طول کانال سبب افزایش اختلاط می‌گردد. مدل گردابه بزرگ شبکه بولتزمن توسط فلینت و واهالا [28] برای جریان‌های مگنتوهیدرودینامیک ارائه شده است. زی و همکاران [29] جابه‌جایی ترمومغناطیسی ناشی از میدان چهار قطبی مغناطیسی را با کمک روش شبکه بولتزمن مدل‌سازی کردند. کار حاضر در ادامه مطالعه دوبعدی روی میکروکانال‌های مگنتوگازدینامیک است [30] که تلاش می‌کرد خطا را در محاسبه انحراف فشار و سرعت لغزشی در دیواره‌ها کاهش دهد.

2- تشریح مسأله

در مسأله میکروکانال الکترومگنتوگازدینامیک سه‌بعدی، شار میدان مغناطیسی با عدد هارتمن 4 و 16 روی مرزهای میکروکانال توسط آهن‌ربا به وجود آمده و در دو سر کانال، اختلاف ولتاژ DC اعمال شده است. سطح مقطع میکروکانال مربع است و با نسبت ابعادی $L/H = 2$ و 250000 نقطه محاسباتی شبیه‌سازی شد. عدد نادسن در انتهای محدوده جریان لغزشی ($Kn = 0.1$) و ابتدای جریان گذرا ($Kn = 0.15$) در نظر گرفته شده است. فرض جریان آرام با توجه به عدد رینولدز 1 در میکروکانال برقرار است. عدد ژول 0.5 و نسبت طول دیبای 5 و 15 انتخاب شده است. در شکل 1 شماتیک میکروکانال الکترومگنتوگازدینامیک سه‌بعدی نشان داده شده است.

شرط مرزی تناوبی در ورودی و خروجی با فرض نامتناهی بودن طول میکروکانال به کار رفته است و در ادامه با هدف مدل‌سازی شرایط واقعی و کنترل توزیع فشار در حجم میکروکانال از اختلاف فشار هیدرودینامیکی نیز در مرزهای خروجی برای شبیه‌سازی فشار مخالف استفاده شده است.

لغزش در دیواره‌ها در صفحه دوبعدی اتفاق می‌افتد و باید اثرات لغزش

برای هر دو مؤلفه سرعت در صفحه در نظر گرفته شوند، در غیر این صورت خطای محاسباتی با توجه به حرکت گردابی جریان در طول میکروکانال وارد مسأله می‌شود که قابل اغماض نیست. برای حل این مسأله معادله پواسون-بولتزمن، میدان سرعت، میدان دما و میدان مغناطیسی برای جریان رقیق هم‌زمان با روش شبکه بولتزمن و استفاده از مدل D3Q19 حل شده است. برای هر یک از مؤلفه‌های میدان مغناطیسی یعنی B_x، B_y و B_z یک معادله جداگانه با مدل D3Q7 به کار رفته است. در مجموع شش معادله در این مسأله هم‌زمان حل می‌شود که انتخاب پارامترهای ورودی را در همگرایی بسیار با اهمیت می‌سازد.

3- معادلات حاکم- مدل گسسته شبکه بولتزمن گرمایی برای جریان الکترومگنتوگازدینامیک

برای استخراج مدل شبکه بولتزمن، معادلات سه‌بعدی گسسته با تقریب خطی بی‌جی‌کی که در رابطه (1-3) نشان داده شده‌اند ارائه می‌شود.

$$\frac{\partial p_i}{\partial \tau}+c_i\cdot\frac{\partial}{\partial R}p_i=-\frac{1}{\lambda_{\mathrm{p}}}(p_i-{p_i}^{eq})+Q_i \quad (1)$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial \tau}+c_i\cdot\frac{\partial}{\partial R}f_i=-\frac{1}{\lambda_{\mathrm{u}}}(f_i-{f_i}^{eq})+F_i \quad (2)$$

$$\frac{\partial g_i}{\partial \tau}+c_i\cdot\frac{\partial}{\partial R}g_i=-\frac{1}{\lambda_{\mathrm{t}}}(g_i-{g_i}^{eq})+S_i \quad (3)$$

که $k/(\mathrm{PrRe})=\rho c_s^2\lambda_{\mathrm{t}}$ و $\mu/\mathrm{Re}=\rho c_s^2\lambda_{\mathrm{u}}$، $\varepsilon_e=\lambda_p c_s^2/D_e$، p_i، f_i و g_i توابع توزیع میدان پتانسیل الکتریکی، چگالی و دما هستند. یک شکل گسسته در زمان و مکان که به دو بخش برخورد و انتشار تقسیم می‌شود برای هر تابع وجود دارد. λ_{p}، λ_{u} و λ_{t} نشان‌دهنده زمان آرامش هستند و توابعی از خواص سیال و جریان هستند. c_{i} بردار سرعت‌های گسسته است. توابع توزیع تعادلی محلی در رابطه (4-6) به وسیله ${p_{\mathrm{i}}}^{\mathrm{eq}}$، ${f_i}^{\mathrm{eq}}$ و ${g_i}^{\mathrm{eq}}$ تعریف شده‌اند [31].

$${p_{\mathrm{i}}}^{\mathrm{eq}}=\omega_{\mathrm{i}}\Phi_{\mathrm{e}} \quad (4)$$

$${f_i}^{\mathrm{eq}}=\omega_i\rho\left[1+\frac{c_i\cdot U}{c_{\mathrm{s}}^2}+\frac{(c_i\cdot U)^2}{2c_{\mathrm{s}}^4}-\frac{U^2}{2c_{\mathrm{s}}^2}\right] \quad (5)$$

$${g_i}^{\mathrm{eq}}=\omega_i\rho\theta\left[1+\frac{c_i\cdot U}{c_{\mathrm{s}}^2}+\frac{(c_i\cdot U)^2}{2c_{\mathrm{s}}^4}-\frac{U^2}{2c_{\mathrm{s}}^2}\right] \quad (6)$$

ضرایب وزنی به صورت $\omega_0=1/3$، $\omega_{\mathrm{i}=1,2,\dots6}=1/18$ و $\omega_{\mathrm{i}=7,8,\dots18}=1/36$ تعریف می‌شوند. در رابطه (7) Q_i نشان‌دهنده چگالی بار الکتریکی (ρ_{e}) بوده و به صورت بی‌بعد بیان می‌شوند [32] که در آن D_{e} پارامتری برای تنظیم مقدار λ_{p} است و S_i نشان‌دهنده گرمایش ژول در رابطه (8) است [32].

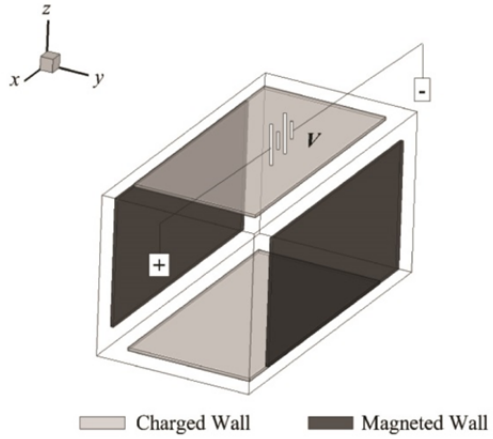

Fig. 1 Study model of electromagnetogasdynamic microchannel

شکل 1 مدل مطالعاتی میکروکانال الکترومگنتوگازدینامیک

$$Q_i=D_{\mathrm{e}}\omega_i\beta\sinh\left(\frac{\alpha\Phi_{\mathrm{e}}}{1+\theta}\right) \quad (7)$$

$$S_i=\omega_i\frac{\mathrm{J}\sigma_e}{\mathrm{PrRe}}\left(1+\frac{c_i\cdot U}{c_{\mathrm{s}}^2}\right)+\frac{\omega_i\theta\beta}{\mathrm{Re}}\sinh\left(\frac{\alpha\Phi_{\mathrm{e}}}{1+\theta}\right)\frac{c_i\cdot E_{\mathrm{ext}}}{c_{\mathrm{s}}^2E} \quad (8)$$

F_i برابر با نیروهای حجمی الکتریکی و مغناطیسی است که در رابطه (9) تعریف شده است [33,32].

$$F_i=\frac{\omega_i\beta}{\mathrm{Re}}\sinh\left(\frac{\alpha\Phi_{\mathrm{e}}}{1+\theta}\right)\frac{E_{\mathrm{ext}}}{E}\cdot\left(\frac{c_i-U}{c_{\mathrm{s}}^2}+\frac{c_i\cdot U}{c_{\mathrm{s}}^4}c\right)+\omega_i\frac{\sigma_{\mathrm{e}}c_i\cdot[(E+U\times B)\times B]}{c_{\mathrm{s}}^2} \quad (9)$$

متغیرهای ماکروسکوپیک پتانسیل الکتریکی، چگالی، سرعت و دما از روابط (10-13) محاسبه می‌شوند. $U\ (U_x,U_y,U_z)$ از ممان مرتبه اول در رابطه (13) به دست آمده است.

$$\Phi_{\mathrm{e}}=\sum_{i=0}^{18}p_i \quad (10)$$

$$\rho=\sum_{i=0}^{18}f_i \quad (11)$$

$$\rho\theta=\sum_{i=0}^{18}g_i \quad (12)$$

$$\rho U=\sum_{i=0}^{18}f_ic_i \quad (13)$$

تفاوت مهم در روش مدل‌سازی تابع توزیع میدان القای مغناطیسی نسبت به تابع ممنتوم وجود دارد. معادله میدان القای مغناطیسی دارای دیورژانس غیرمتقارن ($uB-Bu$) بوده در حالی که معادله ممنتوم دارای دیورژانس متقارن ($\rho uu+p\bar{I}+B^2\bar{I}/(2\mu_0)-BB/\mu_0$) است. دلار [33] پیشنهاد کرد که هر یک از مؤلفه‌های میدان مغناطیسی به صورت جداگانه حل شوند. رابطه (15) مناسب‌ترین تابع توزیع تعادلی که می‌تواند رابطه (14) را در بازیابی معادله القای مغناطیسی کمک کند [33].

$$\frac{\partial {h_i}_a}{\partial \tau}+c_i\cdot\frac{\partial}{\partial R}{h_i}_a=-\frac{1}{\lambda_h}\left({h_i}_a-{{h_i}_a}^{\mathrm{eq}}\right) \quad (14)$$

$${{h_i}_a}^{\mathrm{eq}}=\omega_i\left[B_a+\frac{1}{c_s^2}(u_bB_a-B_bu_a)\right],(a,b=x,y,z) \quad (15)$$

رابطه بین ضریب انتشار مغناطیسی و زمان آرامش میدان مغناطیسی در رابطه (16) معرفی شده است [33].

$$\frac{1}{\sigma_{\mathrm{e}}}=(\lambda_{\mathrm{h}}-0.5)c_{\mathrm{s}}^2 \quad (16)$$

از آن‌جا که میدان مغناطیسی با تابع توزیع برداری تعریف می‌گردد، ساختار شبکه برای تابع توزیع احتمال میدان مغناطیسی متفاوت از میدان جریان است. استفاده از توابع برداری بدین معنی است که توابع توزیع احتمال میدان مغناطیسی حامل اطلاعات کمتری است؛ بنابراین برای رسیدن به دقت قابل قبول برای هر بردار به ساختاری با پیچیدگی کمتر نیاز است. مدل D3Q7 در حالت سه‌بعدی ساختاری که نسبت به موارد دیگر از ارجحیت برخوردار است که در آن $\omega_0=1/4$، $\omega_{1,\dots6}=1/8$ ضرایب وزنی در حالت سه‌بعدی هستند. مقادیر میدان مغناطیسی با جمع توابع توزیع احتمال روی هر گره از ساختار شبکه از رابطه (17) به‌دست می‌آید [33].

$B\ (B_x, B_y, B_z)$ از ممان مرتبه صفر در معادله (17) به دست آمده است.

$$B_a = \sum_{i=0}^{7} h_{ai}, a = x, y, z \tag{17}$$

4- شرایط مرزی

در روش شبکه بولتزمن، روابط شرایط مرزی در دو و سه بعدی تفاوت قابل ملاحظه‌ای ندارند و فقط تعداد متغیرهای نامعلوم افزایش می‌یابد. شرط مرزی هیدرودینامیکی که در روابط (18-22) ارائه شده تنها موردی است که روابط آن در سه بعد فرق می‌کند [35].

$$f_{\mathrm{E}} = f_{\mathrm{W}} + \frac{\rho u_x}{3} \tag{18}$$

$$f_{\mathrm{NE}} = f_{\mathrm{SW}} + \frac{\rho u_x}{6} - \frac{1}{2}(f_{\mathrm{BN}} + f_{\mathrm{N}} + f_{\mathrm{TN}} - f_{\mathrm{BS}} - f_{\mathrm{S}} - f_{\mathrm{TS}}) + \frac{\rho u_y}{2} \tag{19}$$

$$f_{\mathrm{SE}} = f_{\mathrm{NW}} + \frac{\rho u_x}{6} + \frac{1}{2}(f_{\mathrm{BN}} + f_{\mathrm{N}} + f_{\mathrm{TN}} - f_{\mathrm{BS}} - f_{\mathrm{S}} - f_{\mathrm{TS}}) - \frac{\rho u_y}{2} \tag{20}$$

$$f_{\mathrm{TE}} = f_{\mathrm{BW}} + \frac{\rho u_x}{6} - \frac{1}{2}(f_{\mathrm{TS}} + f_{\mathrm{T}} + f_{\mathrm{TN}} - f_{\mathrm{BS}} - f_{\mathrm{B}} - f_{\mathrm{BN}}) + \frac{\rho u_z}{2} \tag{21}$$

$$f_{\mathrm{BE}} = f_{\mathrm{TW}} + \frac{\rho u_x}{6} + \frac{1}{2}(f_{\mathrm{TS}} + f_{\mathrm{T}} + f_{\mathrm{TN}} - f_{\mathrm{BS}} - f_{\mathrm{B}} - f_{\mathrm{BN}}) - \frac{\rho u_z}{2} \tag{22}$$

شکل 2 پارامترهای هر یک از این روابط را معرفی می‌کند. منظور از 'inlet' در شکل 2، هر یک از صفحات $x=0$، $y=0$ و یا $z=0$ باشد و این بستگی دارد که در کدام جهت باید مقادیر نامعلوم تعیین شوند.

سرعت لغزشی دوبعدی روی دیواره‌ها با استفاده از روابط (24,23) محاسبه می‌شوند [36]. u_{slip} نشان‌دهنده هر یک از مؤلفه‌های سرعت غیرصفر روی مرزهاست؛ به عبارت دیگر u_x و u_y در صفحات z=0,1 و همچنین u_x و u_z در صفحات y=0,m است.

$$u_{a\,\mathrm{slip}} = 1.26\ \mathrm{Kn}\left(\frac{\partial u_a}{\partial z}\right)_{\mathrm{wall}} + 0.17\ \mathrm{Kn}^2\left(\frac{\partial^2 u_a}{\partial z^2}\right)_{\mathrm{wall}}, a = x, y \tag{23}$$

$$u_{b\,\mathrm{slip}} = 1.26\ \mathrm{Kn}\left(\frac{\partial u_b}{\partial y}\right)_{\mathrm{wall}} + 0.17\ \mathrm{Kn}^2\left(\frac{\partial^2 u_b}{\partial y^2}\right)_{\mathrm{wall}}, b = x, z \tag{24}$$

مدل گسسته D3Q7 برای هر یک از مؤلفه‌های میدان مغناطیسی (B_x, B_y, B_z) باعث می‌شود که تعداد مقادیر مجهول روی هر مرز فقط یکی باشد [33] که از رابطه (25) محاسبه می‌شود.

$$h_{y_4} = B_0 - \left(h_{y_0} + h_{y_1} + h_{y_2} + h_{y_3} + h_{y_5} + h_{y_6}\right) \tag{25}$$

با توجه به تجربیات عددی به دست آمده در کار حاضر میدان دما دارای بیشترین ناپایداری در همگرایی است و استفاده از شرط مرزی باز و دمای توسعه یافته در داخل کانال، معمولاً باعث بروز مشکل در همگرایی می‌شود؛ بنابراین به کارگیری 1- شرط برابری توابع توزیع غیرتعادلی هم‌راستا در رابطه (26) و 2- مقادیر دمای نزدیک خروجی به عنوان مقدار دمای خروجی و نیز 3- رابطه $T_{\mathrm{wall}} + k_{\mathrm{TJ}} Kn \nabla T_{\mathrm{wall}}$ روی مرزهای صلب به عنوان دمای پرش یافته دیواره [37] مناسب‌ترین راه حل برای مقادیر مرزی میدان دماست.

$$g_{i+2} = g_{i+2}^{\mathrm{eq}} - \left(g_i - g_i^{\mathrm{eq}}\right) \tag{26}$$

از آن‌جا که مقدار پتانسیل بی‌بعد روی مرزهای میکروکانال برابر یک است ($\Phi_{\mathrm{e}} = 1.0$)، تابع توزیع غیرتعادلی روی دیواره کانال برای پتانسیل الکتریکی در رابطه (27) تابعی از ضرایب وزنی D3Q7 می‌شود.

$$p_{i+2} = \omega_{i+2} - (p_i - \omega_i) \tag{27}$$

5- معادلات بازیابی شده در مقیاس ماکروسکوپیک

روابط (1-3) با بسط چاپمن- انزکوگ معادلات حاکم در مقیاس ماکروسکوپیک را برای پواسون-بولتزمن در رابطه (28)، برای بقای جرم و ناویر- استوکس در رابطه (33,32) و برای انرژی در رابطه (34) بازیابی می‌کنند [31]. برای کانالی که با یک محلول الکترولیت پر شده است، توزیع یون‌ها در محلول منجر به ایجاد لایه دوگانه الکتریکی نزدیک دیواره شده که ناشی از بارهای الکتریکی روی مرز جامد است. در یک حجم، چگالی بار و پتانسیل الکتریکی از طریق معادله پواسون $\left(\varepsilon_{\mathrm{e}} \nabla^2 \varphi_{\mathrm{e}}(r) = -\rho_{\mathrm{e}}(r)\right)$ به هم مرتبط می‌شوند. رابطه دیفرانسیلی پواسون بولتزمن در رابطه (28) [38] از رابطه (1) بازیابی شده است.

$$\varepsilon_{\mathrm{e}} \nabla^2 \varphi_{\mathrm{e}}(r) = 2zec_0 \sinh\left[\frac{ze}{k_{\mathrm{B}} T_0} \varphi_{\mathrm{e}}(r)\right] \tag{28}$$

در این میکروکانال به غیر از فشار هیدرودینامیکی اعمال شده، دو نیروی مهم لورنتس و الکتریکی (همراه با اثرات الکتروترمال ناشی از گرمایش ژول) وجود دارند. برخلاف جریان‌های گازی الکترومغناطیسی قبلی که در آن میدان الکتریکی به صورت عرضی اعمال می‌شده در میکروکانال الکترومغناطیسی کار حاضر، قدرت میدان الکتریکی در امتداد محور طولی کانال است که یون‌های جمع شده در اطراف دیواره را حرکت داده و منجر به جریان سیال می‌شود. وقتی که شار میدان مغناطیسی عمود بر دیواره کانال در سیال نفوذ پیدا می‌کند، مؤلفه‌های سرعت ناشی از عبارت‌های نیرویی $B_y E_x$ و $B_z E_x$ در جریان الکترومغناطیس به وجود می‌آیند که باعث ایجاد گردابه در کانال شده و ماهیت جریان را از دو به سه بعد تغییر می‌دهد (این دو مؤلفه عرضی در کانال‌های رایج EMGD، برابر صفر هستند). در نتیجه این برهم‌کنش یک

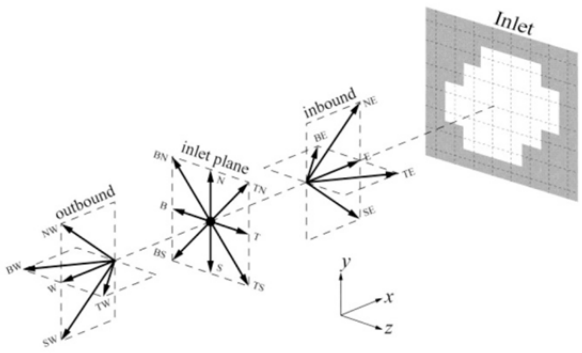

Fig. 2 Variable declaration of 3D hydrodynamic boundary conditions [35]

شکل 2 تعریف متغیرهای شرط مرزی هیدرودینامیکی سه بعدی [35]

حرکت گردابی روبه جلو خواهد بود که ترکیبی از پمپاژ و اختلاط را به وجود آورده است. نیروهای اعمال شده به سیال (E_{ext} ،B ،$\rho_e E$ و $U\cdot B\cdot B$) توسط معادلات (29-31) تعریف می‌شوند که شکل گسسته عبارت $(E_{\text{ext}}+U\cdot B)\cdot B$ در رابطه (9) هستند و برای این‌که در مقیاس شبکه مورد ارزیابی قرار گیرند در عبارت $\omega_i\, c_i/c_s^2$ ضرب می‌شوند [34].

$$F_x=+\sigma_e\left(-B_z(u_xB_z-u_zB_x)-B_y\left(u_xB_y-u_yB_x\right)\right)+\rho_eE_x \quad (29)$$

$$F_y=-\sigma_e\left(+B_z\left(u_yB_z-u_zB_y\right)-B_x\left(u_xB_y-u_yB_x\right)\right)-\sigma_eB_zE_x \quad (30)$$

$$F_z=+\sigma_e\left(+B_y\left(u_yB_z-u_zB_y\right)+B_x(u_xB_z-u_zB_x)\right)+\sigma_eB_yE_x \quad (31)$$

معادلات الکترومگنتوگازدینامیک گرمایی که به‌ترتیب از روابط (14,3,2) بازیابی می‌شوند به صورت روابط (32-36)-(33) نوشته می‌شوند [40,39]. عبارت مربوط به کار تراکمی و اتلاف ویسکوز در معادله انرژی در نظر گرفته نشده‌اند، زیرا در شبیه‌سازی‌های مقیاس نانو اهمیت پیدا می‌کنند [32].

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho u)=0 \quad (32)$$

$$\frac{\partial\rho u}{\partial t}+u\cdot\nabla\rho u=\mu\nabla^2u-\nabla p-\nabla\left(\frac{B^2}{2\mu_0}\right)+\frac{1}{\mu_0}(B\cdot\nabla)B+\rho_eE \quad (33)$$

$$\frac{\partial\rho c_pT}{\partial t}+u.\nabla\rho c_pT=k\nabla^2T+\sigma_eE^2 \quad (34)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t}+u\cdot\nabla B=\frac{\eta}{\mu_0}\nabla^2B+B\cdot\nabla u \quad (35)$$

$$\nabla\cdot B=0 \quad (36)$$

6- اعتبارسنجی

استقلال مش برای کانال الکتروهیدرودینامیک سه‌بعدی انجام گرفته است. نسبت ابعادی ثابت بوده و سه حالت 50·50·500، 100·100·500 و 200·200·500 در شکل 3 مورد بررسی قرار گرفته‌اند. معیار هم‌گرایی در محاسبات به صورت تعداد تکرارها و روابط (37-39) معرفی شده‌اند.

$$\sqrt{\sum_{k=0}^{l}\sum_{j=0}^{m}\sum_{i=0}^{n}\frac{(u_{x_{t+\Delta t}}-u_{x_t})^2_{i,j,k}+(u_{y_{t+\Delta t}}-u_{y_t})^2_{i,j,k}+(u_{z_{t+\Delta t}}-u_{z_t})^2_{i,j,k}}{mnl}}<1\times10^{-7} \quad (37)$$

$$\sqrt{\sum_{k=0}^{l}\sum_{j=0}^{m}\sum_{i=0}^{n}\frac{(B_{x_{t+\Delta t}}-B_{x_t})^2_{i,j,k}+(B_{y_{t+\Delta t}}-B_{y_t})^2_{i,j,k}+(B_{z_{t+\Delta t}}-B_{z_t})^2_{i,j,k}}{mnl}}<1\times10^{-7} \quad (38)$$

$$\sqrt{\sum_{k=0}^{l}\sum_{j=0}^{m}\sum_{i=0}^{n}\frac{(T_{t+\Delta t}-T_t)^2_{i,j,k}}{mnl}}<1\times10^{-7} \quad (39)$$

اعتبارسنجی برای میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی با روابط تحلیلی به صورت مجزا در یک میکروکانال با سطح مقطع مستطیل، 50 گره محاسباتی در عرض میکروکانال و نسبت ابعادی 4 انجام شده است. عدد رینولدز و عدد ژول در میکروکانال الکتروهیدرودینامیک، به‌ترتیب برابر با 1 و 0.5 در نظر گرفته شده‌اند و پارامتر انرژی یونی 0.01 و عدد β برابر با $1/6\cdot10^5$ هستند. میکروکانال مگنتوهیدرودینامیک از لحاظ هندسی مشابه کانال الکتروهیدرودینامیک و در عدد هارتمن 20 شبیه‌سازی شده است. شکل‌های 4-6 به مقایسه نتایج میکروکانال الکتروهیدرودینامیک با روابط تحلیلی در مرجع [31] و مقایسه میکروکانال مگنتوهیدرودینامیک با رابطه تحلیلی در مرجع [41] می‌پردازد.

7- نتایج و بحث

7-1- تعیین اثرات رقت سیال و ضخامت لایه دوگانه الکتریکی

با توجه به این‌که دو دیواره کانال دارای بار الکتریکی هستند و یون‌های با بار مخالف در مجاورت این مرزها تجمع می‌کنند؛ بنابراین اثر نیروی مولد حرکت

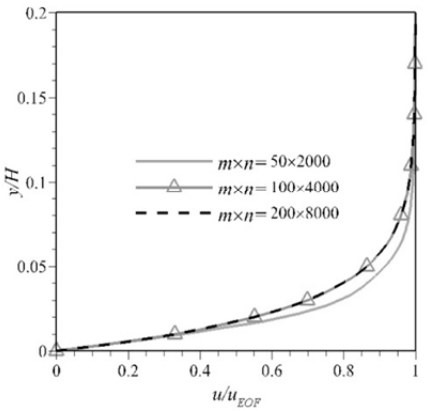

Fig. 3 mesh dependency evaluation by increasing sectional division across the microchannel

شکل 3 ارزیابی استقلال مش با افزایش تعداد تقسیمات در مقطع عرضی کانال

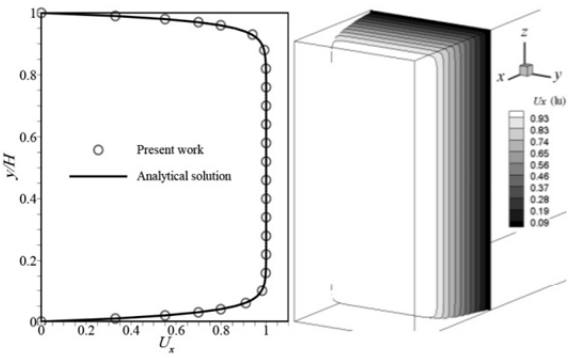

Fig. 4 Comparing EOF velocity with analytical solution

شکل 4 مقایسه توزیع سرعت با نتایج تحلیلی در میکروکانال الکتروهیدرودینامیک

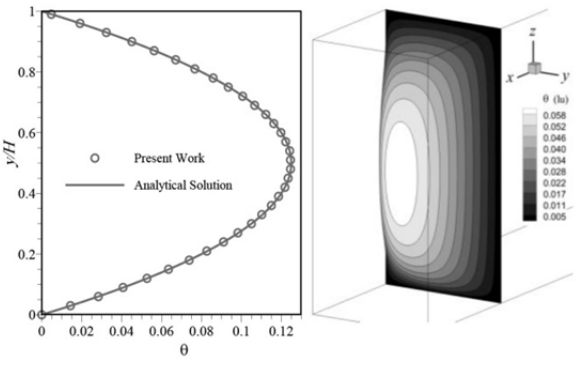

Fig. 5 Comparing EOF temperature with analytical solution

شکل 5 مقایسه توزیع دما با نتایج تحلیلی در میکروکانال الکتروهیدرودینامیک

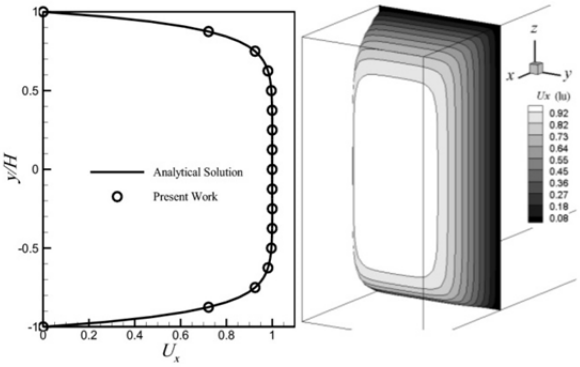

Fig. 6 Comparing MHD velocity with analytical solution

شکل 6 مقایسه توزیع سرعت با نتایج تحلیلی میکروکانال مگنتوهیدرودینامیک

سیال در محیط سطح مقطع کانال یکنواخت نیست و لغزش در مرزهای مجاور با دیواره‌های باردار کاهش دارد؛ مگر این‌که توزیع چگالی یونی، با زیاد شدن ضخامت لایه دوگانه الکتریکی، محل اثر نیروی حاصل از میدان الکتریکی را به سمت ناحیه مرکزی جابه‌جا کند تا اثرگذاری بر مرزها مانند یک جریان فشاری به حالت متقارن نزدیک شود.

در شکل‌های 7 و 8 اثر عدد نادسن در ضخامت مشخص از لایه دوگانه الکتریکی نشان داده شده است. دلیل استفاده از اعداد 5 و 15 این است که جریان برای نسبت بیش از 10 به سمت توزیع سهموی پیش می‌رود و برای کمتر از 10، شبیه درپوش می‌شود. دلیل M شکل شدن توزیع سرعت، مقدار کم پارامتر انرژی یونی به عنوان نماینده پتانسیل زتا در دیواره است. با افزایش عدد نادسن و کاهش موضعی فشار در جریان، دبی جرمی کاهش می‌یابد. این رفتار در اعداد نادسن کمتر از عدد نادسن کمینه (0.8) صدق می‌کند. اگر طول دیبای تغییر کند میزان کاهش دبی جرمی ثابت می‌ماند، زیرا قدرت میدان الکتریکی تغییر نکرده است. در جدول 1 مقایسه سرعت لغزشی بی‌بعد بیشینه در راستای محور x نشان داده شده است. سرعت لغزشی با افزایش رقت بالا می‌رود و هر چه طول دیبای بزرگ‌تر باشد کاهش می‌یابد.

7-2- آنالیز اثر ضخامت لایه دوگانه الکتریکی در حضور میدان مغناطیسی

چیدمان میدان الکتریکی و مغناطیسی در کار حاضر علاوه بر پمپاژ منجر به چرخش جریان نیز می‌شود که به دلیل تفاوت بین جریان

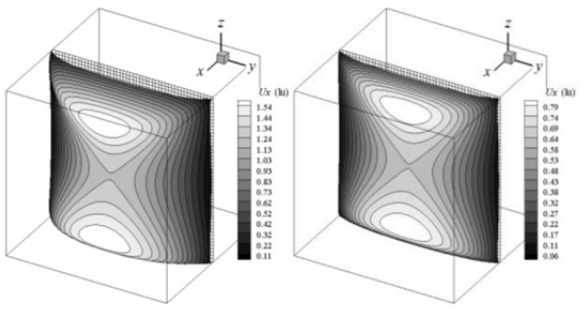

Fig. 7 Electrohydrodynamic x-velocity for $H/H_D = 15$ at Kn=0.1 (Left) and Kn=0.15 (Right)

شکل 7 مؤلفه افقی سرعت در مقطع میکروکانال الکتروهیدرودینامیک با نسبت طول دیبای 15 در عدد نادسن 0.1 (چپ) و عدد نادسن 0.15 (راست)

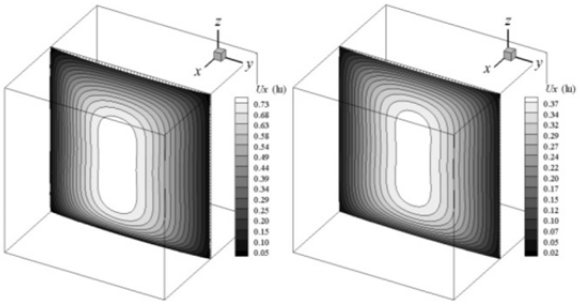

Fig. 8 Electrohydrodynamic x-velocity for $H/H_D = 5$ at Kn=0.1 (Left) and Kn=0.15 (Right)

شکل 8 مؤلفه افقی سرعت در مقطع میکروکانال الکتروهیدرودینامیک با نسبت طول دیبای 5 در عدد نادسن 0.1 (چپ) و عدد نادسن 0.15 (راست)

جدول 1 مقایسه سرعت لغزشی بی‌بعد بیشینه در راستای محور x

Table 1 variation of dimensionless slip x-velocity with debye length

نسبت عرض میکروکانال به طول دیبای	تغییرات سرعت لغزشی	سرعت لغزشی	عدد نادسن
$H/H_D = 15$	27.4%	0.514 0.655	Kn = 0.1 Kn = 0.15
$H/H_D = 5$	34.2%	0.295 0.396	Kn = 0.1 Kn = 0.15

الکتروهیدرودینامیک و فشاری، حول محور طولی و مرکزی کانال اتفاق نمی‌افتد. شکل‌های 9 و 10 بردار سرعت و مؤلفه القایی میدان مغناطیسی را در راستای محور Z در مقطع میکروکانال الکترومغناطیسی با عدد نادسن 0.1 و عدد هارتمن 16 در نسبت طول دیبای 5 و 15 نشان می‌دهند. سطح مقطع میکروکانال به دو قسمت تقسیم شده است که در هر یک گردابه جداگانه‌ای مشاهده می‌شود.

شکل گرفتن گردابه‌ها به دلیل رفتار نوسانی مؤلفه‌های میدان مغناطیسی B_z و B_y است که در محیط سطح مقطع دارای مقادیر مثبت و منفی هستند. وقتی مؤلفه‌های میدان مغناطیسی در میدان الکتریکی (E_x) ضرب می‌شوند، نیروهای قابل ملاحظه‌ای به وجود می‌آیند که جریان را مجبور به چرخش می‌کنند. همان‌طور که مشاهده می‌شود با زیاد شدن ضخامت لایه دوگانه الکتریکی، سرعت عمودی سیال و درنتیجه قدرت گردابه‌ها کاهش یافته است، به عبارت دیگر قدرت اختلاط جریان در میکروکانال افت می‌کند. آن‌چه که مانع از بین رفتن گردابه‌ها می‌شود، مؤلفه محوری نیروی لونتز در طول کانال است که اجازه افزایش قابل توجه ممنتوم در ناحیه وسط کانال را نمی‌دهد. وجود گردابه‌ها در عرض میکروکانال الکترومگنتوگازدینامیک نشان‌دهنده سرعت لغزشی در جهات مختلف روی صفحات دیواره است که لزوم اعمال شرط مرزی لغزشی روی هر دو مؤلفه سرعت در هر صفحه را ایجاب می‌کند.

7-3- اعمال میدان مغناطیسی در رژیم گذرا

شکل 11 مؤلفه افقی سرعت را در مقطع میکروکانال الکترومغناطیس با نسبت طول دیبای 15 و عدد هارتمن 16 در اعداد نادسن 0.1 و 0.15 نشان داده است. ویژگی جریان الکتروهیدرودینامیک در ابتدای محدوده گذرا، توزیع یکنواخت‌تر سرعت در سطح مقطع کانال است. در مقایسه با شکل 7 اثر اعمال میدان مغناطیسی در محدوده گذرا (نادسن 0.15) کمتر از محدوده

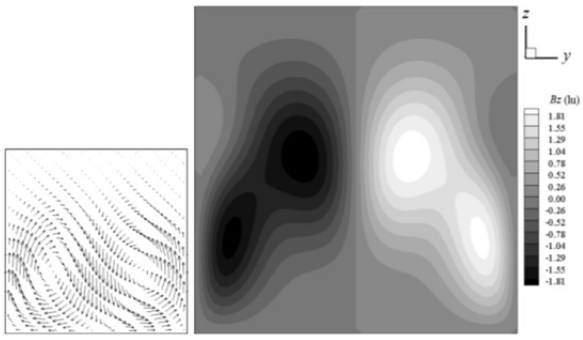

Fig. 9 Velocity vector and B_z across electromagnetic microchannel with Kn=0.1, Ha=16 and $H/H_D = 15$

شکل 9 بردار سرعت (چپ) و مؤلفه القایی میدان مغناطیسی در امتداد محور z (راست) در مقطع میکروکانال الکترومغناطیسی با عدد نادسن 0.1 و عدد هارتمن 16 در نسبت طول دیبای 15

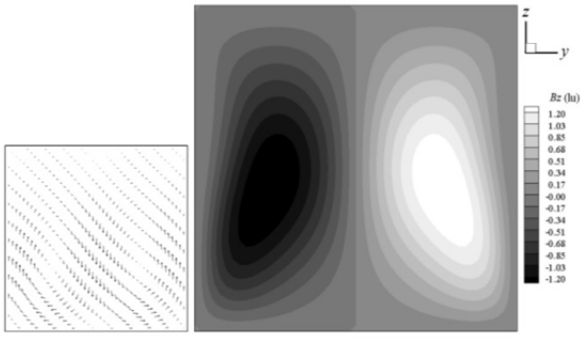

Fig. 10 Velocity vector and B_z across electromagnetic microchannel for Kn=0.1, Ha=16 and $H/H_D = 5$

شکل 10 بردار سرعت (چپ) و مؤلفه القایی میدان مغناطیسی در امتداد محور z (راست) در مقطع میکروکانال الکترومغناطیسی با عدد نادسن 0.1 و عدد هارتمن 16 در نسبت طول دیبای 5

لغزشی (نادسن 0.1) است. اختلاف بین بیشینه سرعت در لایه دوگانه الکتریکی و سرعت در مرکز کانال افزایش یافته، ولی این افزایش در مقایسه با جریان لغزشی کمتر است.

7-4- محاسبه تغییر دما ناشی از گرمایش ژول

عاملی که توزیع دما را از حالت متقارن خارج کرده است، افزوده شدن نقش مؤلفه‌های عمودی سرعت در گرمایش ژول است. محل بیشینه دما از مرکز به ناحیه بین دو گردابه منتقل می‌شود که جریان دارای بیشینه سرعت عرضی

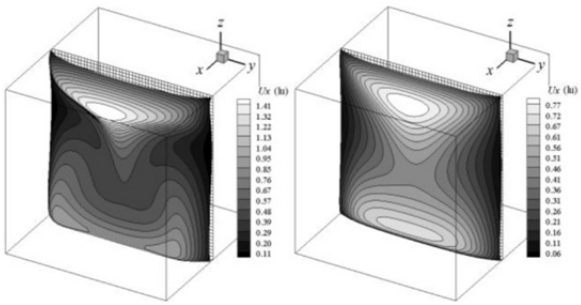

Fig. 11 Electromagnetic x-velocity for $H/H_D = 15$ and Ha=16 at Kn=0.1 (Left) and Kn=0.15 (Right)

شکل 11 مؤلفه افقی سرعت در مقطع میکروکانال الکترومغناطیسی با نسبت طول دیبای 15 و عدد هارتمن 16 در عدد نادسن 0.1 (چپ) و عدد نادسن 0.15 (راست)

است. نکته قابل توجه عدم تغییر مقدار بیشینه گرمایش ژول ناشی از اعمال میدان مغناطیسی است. به بیان دیگر میدان مغناطیسی توزیع ممنتوم سیال را تغییر داده است، ولی نقشی در تعیین مقدار ماکزیمم گرمایش ژول ندارد. شکل 12 تاثیر میدان مغناطیسی را روی توزیع دما در مقطع میکروکانال الکترومغناطیسی با عدد ژول 0.5، عدد نادسن 0.15 و نسبت طول دیبای 15 نشان می‌دهد. از بین سه مؤلفه سرعت، مؤلفه‌های عرضی در نزدیک دیواره‌های میکروکانال اهمیت پیدا کرده‌اند و گرمایش ناشی از حرکت محیطی سیال بر گرمای ناشی از مؤلفه محوری سرعت غلبه کرده است.

7-5- اثر فشار هیدرودینامیکی معکوس

یکی از پدیده‌های قابل توجه در میکروجریان‌هایی با مولد حرکت فشاری، تغییر فشار غیرخطی در طول کانال است. در جریان‌های الکتروهیدرودینامیک نمی‌توان انتظار چنین رفتاری را برای توزیع فشار در سیال داشت، زیرا نیروی فشاری به‌عنوان محرک جریان از دو انتهای کانال حذف شده و نیروی الکترواسموتیک از طریق مرزهای جانبی به صورت یکنواخت به جریان سیال در طول میکروکانال اثر می‌گذارد. در شکل 13 توزیع انحراف فشار در دو نوع جریان الکترومغناطیسی و مگنتوگازدینامیک ارائه شده است. در جریان مگنتوگازدینامیک، توزیع فشار غیرخطی را می‌توان مشاهده کرد، ولی در راستای عرضی عاملی برای ایجاد گرادیان فشار وجود ندارد. در جریان الکترومغناطیسی به سبب وجود مولفه عرضی سرعت که از برهم‌کنش میدان مغناطیسی و الکتریکی به وجود آمده است، اختلاف فشار عرضی اجتناب‌ناپذیر است. مطابق شکل 13- چپ انحراف فشار دارای رفتار نوسانی است که برای تشریح این موضوع باید به شکل‌های 9 و 10 مراجعه شود. جریان در سطح مقطع میکروکانال از صفحه z=H به z=0 است؛ در ناحیه نزدیک به دیواره بالایی، که محل برخورد جریان‌های گردابی است، تراکم فشاری به وجود می‌آید و افت فشار در راستای جریان عرضی کمتر از مقدار پیش‌بینی به دست می‌آید. افت فشار با رسیدن به گردابه‌ها و افزایش مؤلفه عمودی سرعت، بسیار بیشتر از مقدار مطلوب است؛ بنابراین در ناحیه دیوار بالایی، انحراف مثبت و در ناحیه گردابه‌ها، انحراف منفی به وجود می‌آید. جریان الکترومغناطیسی با نیروی فشاری معکوس، ترکیب دو جریان بیان شده است با این تفاوت که اختلاف فشار در خلاف جهت جریان الکتروهیدرودینامیک است؛ بنابراین ترکیبی از دو رفتار غیرخطی در شکل 13-راست و شکل 13-چپ را می‌توان انتظار داشت.

8- نتیجه‌گیری

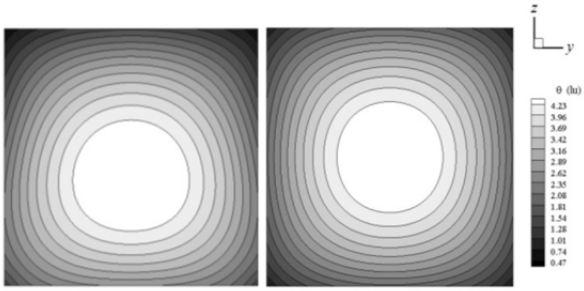

Fig. 12 Electromagnetic temperature for $H/H_D = 15$, Kn=0.15 and J=0.5 at Ha=4 (Left) and Ha=0 (Right)

شکل 12 دما در میکروکانال الکترومغناطیسی با عدد ژول 0.5، عدد نادسن 0.15 و نسبت طول دیبای 15؛ با عدد هارتمن 4 (چپ) و بدون میدان مغناطیسی (راست)

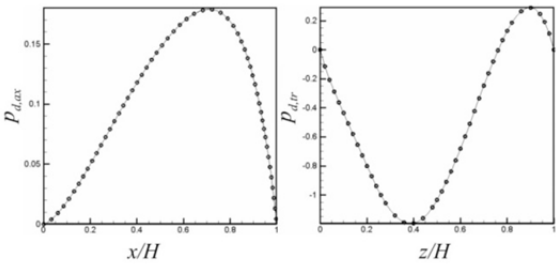

Fig. 13 Averaged pressure deviation along longitudinal axis (Left) and across (Right) electromagnetic microchannel at Kn=0.1 and Ha=4

شکل 13 انحراف فشار میانگین (راست) در امتداد طولی میکروکانال مگنتوگازدینامیک (چپ) و در امتداد عرضی میکروکانال الکترومغناطیسی در عدد نادسن 0.1 و عدد هارتمن 4

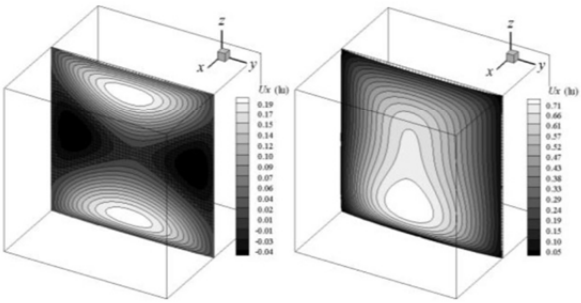

Fig. 14 Electromagnetic x-velocity with reverse pressure (Left) and without reverse pressure (Right) for $H/H_D = 5$, Kn=0.1 and Ha=4

شکل 14 مولفه افقی سرعت در مقطع میکروکانال الکترومغناطیسی با فشار معکوس (چپ) و بدون فشار معکوس (راست) در نسبت طول دیبای 5 با عدد نادسن 0.1 و عدد هارتمن 4

شبیه‌سازی سه‌بعدی میکروجریان الکترومگنتوهیدرودینامیک با روش شبکه بولتزمن در کار حاضر انجام شده است. کار حاضر نشان داد که امکان دستیابی به یک حلگر سه‌بعدی شبکه بولتزمن و توسعه کاربرد این روش برای بررسی برهم‌کنش جریان‌های رقیق با وجود میدان الکتریکی و مغناطیسی وجود دارد. از آن‌جا که فرآیند برهم‌کنش یون‌ها با میدان الکتریکی غیرهم‌دماست و گرمایش ژول مخصوصاً در مقیاس میکرو و عدد رینولدز پایین از اهمیت خاصی برخوردار است؛ بنابراین معادله انرژی هم‌زمان با میدان سرعت و میدان مغناطیسی حل می‌شود که نشان‌گر نقش دما و گرمایش حاصل در تغییر مؤلفه‌های سرعت است. تغییرات دمایی و تأثیر متقابل نیروهای الکتریکی و لورنتس به صورت عبارت‌های نیرو در معادله شبکه بولتزمن وارد شده است. تغییرات دمایی به واسطه برهم‌کنش یون‌ها و میدان الکتریکی بوده است و تأثیر متقابل نیروهای الکتریکی و لورنتس منجر به ماهیت سه‌بعدی جریان شده‌اند. اعمال شرط مرزی لغزشی روی مؤلفه‌های سرعت در دیواره‌های کانال الکتروهیدرودینامیک نقش مهمی در شکل‌گیری گردابه‌ها درون جریان سیال ایفا می‌کند، زیرا جریان‌های عرضی در نزدیکی دیواره‌ها اتفاق می‌افتد و توزیع غیرمتقارن دما در سطح مقطع کانال را به دنبال دارد. تغییرات رقت سیال و تراکم‌پذیری برای نخستین بار با روش شبکه بولتزمن در میکروجریان الکتروهیدرودینامیک تحت تأثیر میدان مغناطیسی و فشار هیدرودینامیکی معکوس در مرزها مورد مطالعه قرار گرفته است و افت دبی همراه با انحراف فشار از حالت خطی در عرض و طول کانال مشاهده شد. از آن‌جا که شار پتانسیل الکتریکی تنها روی مرزهای بالا و پایین میکروکانال اعمال شده است و طول دیبای در مقایسه با عرض کانال کوچک است. سرعت محوری در مرکز کانال به اندازه سرعت در ناحیه دیواره رشد نمی‌کند. با افزایش ضخامت لایه دوگانه الکتریکی قابلیت اختلاط در جریان کاهش یافته است و لغزش بیشتری در محدوده گذرا اتفاق می‌افتد؛ بنابراین نیروی مغناطیس اثر کمتری در این محدوده دارد. برآیند نیروهای الکتریکی، مغناطیسی و گرمایی وارد شده به سیال منجر به پمپاژ و در عین حال فرآیند اختلاط می‌شود و جریان را از حالت یکنواخت خارج می‌کند.

9- فهرست علایم

B	بردار میدان مغناطیسی $(\mathrm{N/A \cdot m})$
B_a	بردار میدان مغناطیسی در مقیاس شبکه
c_0	غلظت یونی (mol/litre)
$\boldsymbol{c_i}$	بردار سرعت ذره در جهت $\mathrm{i_{th}}$ در مقیاس شبکه
c_p	ظرفیت گرمایی ویژه $(\mathrm{J/kg \cdot ^\circ C})$
c_s	سرعت صوت در مقیاس شبکه
D_e	پارامتر تنظیم ضریب تخفیف
e	بار الکترون (C)
E	قدرت میدان الکتریکی خارجی (V/m)
E_ext	بردار میدان الکتریکی خارجی (V/m)
f_i	تابع توزیع چگالی در جهت $\mathrm{i_{th}}$
f_i^{eq}	تابع توزیع تعادلی چگالی در جهت $\mathrm{i_{th}}$ شبکه
F_i	بردار نیروی خارجی در جهت $\mathrm{i_{th}}$ شبکه
g_i	تابع توزیع دما در جهت $\mathrm{i_{th}}$ شبکه
g_i^{eq}	تابع توزیع تعادلی دما در جهت $\mathrm{i_{th}}$ شبکه
H	طول مشخصه سیستم (عرض کانال) (m)
H_D	طول دیبای (m)
h_{i_a}	تابع توزیع میدان مغناطیسی در جهت $\mathrm{i_{th}}$ شبکه و راستای a محور مختصات
$h_{i_a}^{\mathrm{eq}}$	تابع توزیع تعادلی میدان مغناطیسی در جهت $\mathrm{i_{th}}$ شبکه و راستای a محور مختصات
$\overline{I}$	ماتریس همانی
J	عدد ژول
k_B	ثابت بولتزمن $(\mathrm{m^2 \cdot kg/s^2 \cdot K})$
Kn	عدد نادسن
$k_{\mathrm{T}\mathrm{l}}$	ضریب پرش دما
L	طول کانال (m)
l, m, n	تقسیمات در سطح مقطع و راستای طولی کانال
lu	واحد شبکه (Lattice Unit)
p	فشار (Pa)
p_i^{eq}	تابع توزیع تعادلی پتانسیل الکتریکی در جهت $\mathrm{i_{th}}$
p_i	تابع توزیع پتانسیل الکتریکی در جهت $\mathrm{i_{th}}$
Pr	عدد پرانتل
$P_{d.ax}$	انحراف فشار میانگین در راستای طولی میکروکانال
$P_{d.tr}$	انحراف فشار میانگین در راستای عرضی میکروکانال
Q_i	عبارت افزوده (چگالی بار الکتریکی) در مدل پتانسیل الکتریکی شبکه بولتزمن
R	بردار موقعیت ذره در مقیاس شبکه
Re	عدد رینولدز

S_i	عبارت افزوده (گرمایش ژول) در مدل دما شبکه بولتزمن
t	زمان (s)
T	دما در مقیاس ماکروسکوپیک (K)
u	بردار سرعت در مقیاس ماکروسکوپیک (m/s)
$U\ (U_x, U_y, U_z)$	بردار سرعت در مقیاس شبکه
z	والانس یونی

علایم یونانی

Φ_e	پتانسیل الکتریکی در مقیاس شبکه
φ_e	پتانسیل الکتریکی (V)
ω_i	ضرایب وزنی در مدل شبکه بولتزمن
α	پارامتر انرژی یونی
β	$(H/H_D)^2/\alpha =$
ε_e	نفوذپذیری الکتریکی (F/m)
θ	دما بی‌بعد
λ_t	ضریب تخفیف میدان دما در مقیاس شبکه
λ_u	ضریب تخفیف میدان سرعت (چگالی) در مقیاس شبکه
λ_p	ضریب تخفیف میدان پتانسیل الکتریکی در مقیاس شبکه
μ	لزجت ($Pa \cdot s$)
μ_0	نفوذپذیری میدان مغناطیسی (N/A^2)
ρ	چگالی سیال (kg/m^3)
ρ_e	چگالی بار الکتریکی (C/m^3)
σ_e	هدایت الکتریکی (S/m)
τ	زمان در مقیاس شبکه

بالانویس‌ها

eq	عبارت تعادلی
ext	کمیت خارجی

زیرنویس‌ها

wall	کمیت در دیواره
slip	کمیت لغزشی
i	شمارنده جهت‌ها در مدل شبکه بولتزمن

10- مراجع

[1] D. Kandhai, D. Vidal, A. Hoekstra, H. Hoefsloot, P. Iedema, P. Sloot, Lattice - Boltzmann and finite element simulations of fluid flow in a SMRX Static Mixer Reactor, *Numerical Methods in Fluids*, Vol. 31, No. 6, pp. 1019-1033, 1999.

[2] T. S. Mautner, Application of synthetic jets to low Reynolds number biosensor microfluidic flows for enhanced mixing: A numerical study using the lattice Boltzmann method, *Biosensors and Bioelectronics*, Vol. 19, No. 11, pp. 1409-1419, 2004.

[3] M. Chitsaz, M. Fathali, The effect of external magnetic field on mixing characteristics of two-dimensional isotropic MHD, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 12, pp. 319-327, 2018. (in Persian فارسی)

[4] F. Tian, B. Li, D. Y. Kwok, Tradeoff between mixing and transport for electroosmotic flow in heterogeneous microchannels with nonuniform surface potentials, *Langmuir*, Vol. 21, No. 3, pp. 1126-1131, 2005.

[5] J. Wang, M. Wang, Z. Li, Lattice Boltzmann simulations of mixing enhancement by the electro-osmotic flow in microchannels, *Modern Physics Letters B*, Vol. 19, No. 28n29, pp. 1515-1518, 2005.

[6] J. Wang, M. Wang, Z. Li, Lattice Poisson–Boltzmann simulations of electro-osmotic flows in microchannels, *Colloid and Interface Science*, Vol. 296, No. 2, pp. 729-736, 2006.

[7] J. Kang, Y. K. Suh, H. S. Heo, Z. Li, Numerical simulation of fluids mixing enhancement by effect of heterogeneous distributed zeta-potential in microchannel, *Proceedings of the Fourth National Congress on Fluids Engineering*, Kyungju, Korea, August 23–25, 2006.

[8] S. J. An, Y. D. Kim, J. S. Maeng, A study on mixing enhancement by rotating and oscillating stirrers in the micro channel, *Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers B*, Vol. 30, No. 5, pp. 430-437, 2006.

[9] E. Monaco, K. Luo, R. Qin, Lattice Boltzmann simulations for microfluidics and mesoscale phenomena, *New Trends in Fluid Mechanics Research*, pp. 654-657: Springer, 2007.

[10] F. Varnik, D. Raabe, Chaotic flows in microchannels: A lattice Boltzmann study, *Molecular Simulation*, Vol. 33, No. 7, pp. 583-587, 2007.

[11] D. Wang, J. Summers, P. Gaskell, Modeling of electrokinetically driven flow mixing enhancement in microchannels with patterned heterogeneous surface and blocks, *Nanoscale and Microscale Thermophysical Engineering*, Vol. 11, No. 1-2, pp. 1-13, 2007.

[12] A. M. Guzmán, L. E. Sanhueza, A. J. Díaz, R. A. Escobar, Stretching fields and flow mixing enhancement of rarefied gases in micro-grooved channels by the lattice-Boltzmann method, *Proceedings of FEDSM2008, 2008 ASME Fluids Engineering Conference*, Jacksonville, Florida, USA, August 10–14, 2008.

[13] L. E. Sanhueza, A. M. Guzman, Future and past stretching and flow mixing enhancement in wavy channels by the lattice-Boltzmann method, *Proceedings of IMECE2008, 2008 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, Boston, Massachusetts, USA, October 31–November 6, 2008.

[14] J. Derksen, Mixing by solid particles, *Chemical Engineering Research and Design*, Vol. 86, No. 12, pp. 1363-1368, 2008.

[15] J. Kang, H. S. Heo, Y. K. Suh, LBM simulation on mixing enhancement by the effect of heterogeneous zeta-potential in a microchannel, *Mechanical Science and Technology*, Vol. 22, No. 6, pp. 1181-1191, 2008.

[16] A. K. De, *Numerical modeling of microscale mixing using lattice Boltzmann method*, PhD Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, 2008.

[17] C. C. Chang, Y. T. Yang, T. H. Yen, C. O. K. Chen, Numerical investigation into thermal mixing efficiency in Y-shaped channel using Lattice Boltzmann method and field synergy principle, *Thermal Sciences*, Vol. 48, No. 11, pp. 2092-2099, 2009.

[18] A. Osorio Nesme, *High performance computations of transient transport in microchannels using lattice Boltzmann methods*, PhD Thesis, Technischen Fakult¨at der Universit¨at Erlangen-N¨urnberg, 2010.

[19] J. Đ. Marković, N. L. Lukić, D. Z. Jovičević, Application of lattice-Boltzmann method and analysis of fluid flow between two sinusoidal plates, *Acta Periodica Technologica*, Vol. 41, pp. 121-129, 2010.

[20] Y. Wang, J. G. Brasseur, G. G. Banco, A. G. Webb, A. C. Ailiani, T. Neuberger, A multiscale lattice Boltzmann model of macro- to micro-scale transport, with applications to gut function, *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Vol. 368, No. 1921, pp. 2863-2880, 2010.

[21] G. Tang, Y. He, W. Tao, Numerical analysis of mixing enhancement for micro-electroosmotic flow, *Applied Physics*, Vol. 107, No. 10, pp. 104906, 2010.

[22] G. Tang, F. Wang, W. Tao, Lattice Boltzmann simulation of electroosmotic micromixing by heterogeneous surface charge, *Modern Physics C*, Vol. 21, No. 02, pp. 261-274, 2010.

[23] M. Wang, Q. Kang, Modeling electrokinetic flows in microchannels using coupled lattice Boltzmann methods, *Computational Physics*, Vol. 229, No. 3, pp. 728-744, 2010.

[24] S. Gokaltun, D. McDaniel, D. Roelant, Three dimensional simulations of multiphase flows using a lattice Boltzmann method suitable for high density ratios, *Waste Management 2012 Conference on Improving the Future in Waste Management*, Phoenix, AZ (United States), 26 Feb-1 Mar, 2012.

[25] F. Muggli, L. Chatagny, J. Latt, Lattice Boltzmann method for the simulation of laminar mixers, *14th European Conference on Mixing*, Warszawa, 10-13 September, 2012.

[26] A. Alizadeh, J. Wang, S. Pooyan, S. Mirbozorgi, M. Wang, Numerical study of active control of mixing in electro-osmotic flows by temperature difference using lattice Boltzmann methods, *Colloid and Interface Science*, Vol. 407, pp. 546-555, 2013.

[27] A. Alizadeh, L. Zhang, M. Wang, Mixing enhancement of low-Reynolds electro-osmotic flows in microchannels with temperature-patterned walls, *Colloid and Interface Science*, Vol. 431, pp. 50-63, 2014.

[28] C. Flint, G. Vahala, Lattice Boltzmann large eddy simulation model of MHD, *Radiation Effects and Defects in Solids*, Vol. 172, No. 2, pp. 12-22, 2017.

[29] N. Xie, C. W. Jiang, Y. H. He M. Yao, Lattice Boltzmann method for thermomagnetic convection of paramagnetic fluid in square cavity under a magnetic quadrupole field, *Central South University*, Vol. 24, No. 5, pp.1174-1182, 2017.

[30] A. R. Rahmati, H. Khorasanizadeh, M. R. Arabyarmohammadi, Application of lattice Boltzmann method for simulating MGD in a microchannel under magnetic field effects, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No 7, pp 229-240, 2016. (in Persian فارسی)

[31] Y. Shi, T. Zhao, Z. Guo, Simplified model and lattice Boltzmann algorithm for microscale electro-osmotic flows and heat transfer, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 51, No. 3, pp. 586-596, 2008.

[32] Y. Shi, T. Zhao, Z. Guo, Lattice Boltzmann simulation of thermal electro-osmotic flows in micro/nanochannels, *Computational and Theoretical*

Nanoscience, Vol. 5, No. 2, pp. 236-246, 2008.
[33] P. J. Dellar, Moment-based boundary conditions for lattice Boltzmann magnetohydrodynamics, *Proceedings of the 9th European Conference on Numerical Mathematics and Advanced Applications*, Leicester, September 2011.
[34] A. Mohamad A. Kuzmin, A critical evaluation of force term in lattice Boltzmann method, natural convection problem, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, No. 5, pp. 990-996, 2010.
[35] K. Mattila, *Implementation Techniques for the Lattice Boltzmann Method*, PhD Thesis, University of Jyväskylä, 2010.
[36] A. Agrawal, A comprehensive review on gas flow in microchannels, *MicroNano Scale Transport*, Vol. 2, No. 1, pp. 1–40, 2011.
[37] R. Agarwal, Lattice Boltzmann simulation of magnetohydrodynamic slip flow in microchannels, *Bulletin of the American Physical Society*, Vol. 48, No. 10, pp. 93-98, 2003.
[38] L. Ribetto, Microfabricated *All-Around-Electrode AC Electro-osmotic Micropump*, PhD Thesis, École Polytechnique Fédérale De Lausanne, 2012.
[39] P. J. Dellar, Lattice kinetic schemes for magnetohydrodynamics, *Computational Physics*, Vol. 179, No. 1, pp. 95-126, 2002.
[40] R.K. Agarwal, L. Chusak, Oscillatory magnetogasdynamic slip flow in a microchannel, *Engineering Mathematics*, Vol. 84, No. 1, pp. 135-146, 2014.
[41] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, *Course of Theoretical Physics. T. 8: Electrodynamics of Continuous Media*, Second Impression, pp. 224-238, New York: Pergamon Press Ltd, 1963.