



تحلیل عددی انتقال حرارت جابجایی هوای متلاطم در لوله بیضی شکل متناوب

حسن نجفی خبوشان¹، حمیدرضا نظیف^{2*}

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه بین المللی امام خمینی^(ع)، قزوین
2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه بین المللی امام خمینی^(ع)، قزوین
* قزوین، صندوق پستی 3414896818، nazif@eng.ikiu.ac.ir

چکیده

جریان متلاطم و انتقال حرارت سیال هوا در لوله بیضی شکل متناوب محوری، به صورت عددی تحلیل شده است. برای کاهش حجم محاسبات، شرایط مرزی دوره‌ای با حل هندسه‌ای متناوب از لوله در نظر گرفته شده است. جریان هوا به ازای 11 عدد رینولدز در محدوده 5,000 تا 20,000 بررسی گردیده است. در این شبیه‌سازی‌ها، مدل تلاطم تصحیح شده $k-\epsilon$ و تلاطم نزدیک دیوار به صورت بهبود یافته، به کار گرفته شده است. نتایج حل عددی نشان می‌دهد که لوله بیضی شکل متناوب محوری در مقایسه با لوله دایره‌ای شکل به دلیل وجود گردابه‌های طولی، دارای افت فشار بیشتر اما انتقال حرارت بهتری است. همچنین در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی موجود، ضریب اصطکاک به دست آمده در محدوده اعداد رینولدز مورد نظر، دقت مناسبی دارند.

کلید واژگان: لوله بیضی شکل متناوب محوری، جریان متلاطم، مدل تصحیح شده $k-\epsilon$ ، عدد ناسلت، ضریب اصطکاک داری

Numerical analysis on convective turbulent air in an alternating elliptical tube

Hasan Najafi Khaboshan, Hamid Reza Nazif*

Department of Mechanical Engineering, Imam Khomeini International University, Qazvin, Iran
*P.O.B. 3414896818, Qazvin, Iran, nazif@eng.ikiu.ac.ir

ABSTRACT

Turbulent flow and heat transfer of air are numerically studied for an alternating elliptical axis tube. To reduce computational effort, periodic boundary condition and alternating geometry of tube are considered. Air flow is analysed for 11 different Reynolds numbers in the range of 5,000 to 20,000. In these simulations, the realizable $k-\epsilon$ turbulence model is used. For handling near wall phenomena, enhanced wall treatment that solves equations to the wall is also applied. The results of simulations show that by appearing axial vortices in alternating elliptical axis tubes, the heat transfer rate is improved, however, pressure drop increases. In addition, good agreement is seen between obtained data and ready experimental results for friction coefficient.

Keywords: Alternating elliptical axis tube, Turbulent flow, Realizable $k-\epsilon$ model, Nusselt number, Darcy friction coefficient

بررسی کرده‌اند. آن‌ها مشاهده کردند که جریان از حالت آرام به متلاطم خیلی زودتر از لوله معمولی، در حدود عدد رینولدز 1,000 رخ خواهد داد. از مقایسه نتایج خود با روابط تحلیلی لوله دایره‌ای، مشاهده کردند که انتقال حرارت این نوع لوله بیشتر از لوله دایره‌ای شکل است. در این تحقیق به منظور کاهش حجم محاسبات، با استفاده از شرایط مرزی دوره‌ای⁵ به بررسی افت فشار و انتقال حرارت جریان متلاطم⁶ در لوله بیضی شکل متناوب محوری پرداخته شده است.

2- هندسه لوله

هندسه و ابعاد لوله بیضی شکل متناوب محوری در "شکل 1" نشان داده شده است [2]. با توجه به نیاز مقایسه نتایج تحلیل عددی با نتایج آزمایشگاهی لی و همکارانش، از هندسه مورد بررسی آن‌ها در این تحقیق استفاده شده است. هندسه تحلیل شده به گونه‌ای است که لوله، با سطح مقطع بیضی شکل، در فاصله مشخص از یکدیگر، با تغییر محور کانونی سطح مقطع به اندازه 90 درجه به صورت متناوب ادامه می‌یابد و تشکیل یک لوله

1- مقدمه

مبدل‌های حرارتی در بسیاری از صنایع مختلف کاربرد دارند. بنابراین افزایش میزان انتقال حرارت آن‌ها از جمله مواردی است که در طراحی مورد توجه قرار می‌گیرد. استفاده از لوله‌های فین‌دار، بیضی شکل و لوله‌های دارای نوار مارپیچ¹، از جمله لوله‌هایی هستند که سبب افزایش انتقال حرارت می‌گردد. لوله بیضی شکل متناوب محوری²، از دیگر نمونه لوله‌های بررسی شده در چند سال اخیر می‌باشد که در این تحقیق به بررسی آن پرداخته شده است. منگ³ و همکارانش [1]، جریان درون لوله بیضی شکل متناوب محوری را برای سیال آب یون زوده شده و روغن روان کاری #22 به صورت آزمایشگاهی و عددی مورد مطالعه قرار داده‌اند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که انتقال حرارت لوله بیضی شکل متناوب محوری از لوله دایره‌ای شکل بیشتر است. همچنین نشان دادند که در اعداد رینولدز کمتر از 5×10^4 انتقال حرارت این نوع لوله از لوله دارای نوار مارپیچ بیشتر است. لی⁴ و همکارانش [2]، جریان در این نوع لوله را برای سیال هوا به صورت آزمایشگاهی و عددی

¹ Twisted Tape Tubes

² Alternating Elliptical Axis Tube (AEAT)

³ Meng

⁴ Li

⁵ Periodic

⁶ Turbulent

Please cite this article using:

H.Najafi Khaboshan, H.R.Nazif, Numerical analysis on convective turbulent air in an alternating elliptical tube, *Modares Mechanical Engineering, Proceedings of the Second International Conference on Air-Conditioning, Heating and Cooling Installations*, Vol. 16, No. 13, pp. 5-8, 2016 (in Persian فارسی)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

$$\phi = \frac{1}{3} \cos^{-1}(\sqrt{6}W), \quad W = \frac{S_{ij}S_{jk}S_{ki}}{\bar{S}^3}, \quad \bar{S} = \sqrt{S_{ij}S_{ij}}$$

$$U^* = \sqrt{S_{ij}S_{ij} + \bar{\Omega}_{ij}\bar{\Omega}_{ij}}, \quad \bar{\Omega}_{ij} = \Omega_{ij} - 2\varepsilon_{ijk}\omega_k$$

$$\Omega_{ij} = \bar{\Omega}_{ij} - \varepsilon_{ijk}\omega_k \quad (6)$$

که در روابط (6) عبارت دورانی $2\varepsilon_{ijk}\omega_k$ برای رابطه $\bar{\Omega}_{ij}$ در محاسبات وارد شده است (این عبارت به صورت پیش فرض در محاسبات شبیه سازی وارد نمی شود) [3].

2-3- گسسته سازی معادلات و روش حل

در این تحلیل، الگوریتم سیمپل سی³ برای ارتباط بین سرعت و فشار انتخاب شده است. روش پرستو⁴ برای گسسته سازی فشار و برای سایر معادلات گسسته سازی شده، برای بهبود همگرایی ابتدا به اندازه 100 مرتبه تکرار، روش بالا دست مرتبه اول⁵ استفاده گردید. سپس از روش بالا دست مرتبه دوم⁶ برای ادامه حل تا زمانی که باقیمانده ها به مقدار کمتر از 5×10^{-6} برسند استفاده شد. مدل استفاده شده در کنار دیوار، روش بهبود یافته⁷ می باشد که در این روش نیاز به داشتن Y^+ کوچکتر از یک در اولین شبکه نزدیک دیوار است. در این تحقیق برای تمامی اعداد رینولدز، این موضوع رعایت شده است. با توجه به نسبت منطقی⁸ شبکه در نزدیکی دیوار و هندسه لوله مورد نظر، دقت مضاعف⁹ برای ذخیره سازی اطلاعات در نظر گرفته شده است. برای همگرایی بهتر حل، ضریب مادون تخفیف¹⁰ برای معادله گسسته انرژی و لزجت گردابه ای به ترتیب 0.6 و 0.8 فرض شده است. با توجه به شرایط مرزی دوره ای ابتدا میدان سرعت را بدون در نظر گرفتن میدان دما حل می کنیم، سپس میدان سرعت را بدون حرکت کرده و میدان دما را به تنهایی حل می کنیم [4].

3-3- شرایط مرزی

شرایط دوره ای این تحلیل با مشخص بودن دبی حجمی ورودی در نظر گرفته شده است. دما دیوار در امتداد لوله ثابت و برابر با 350 درجه کلوین و درجه حرارت ورودی تعیین شده در شرایط دوره ای برابر 298 درجه کلوین فرض شده است. برای شرایط دوره ای تحلیل، ضریب تخفیف¹¹ را 0.5 فرض کرده ایم و تعداد تکرار لازم برای اصلاح β در معادله گرادیان فشار، 2 بار در نظر گرفته شده است. رابطه (7) گرادیان فشار در شرایط دوره ای را نشان می دهد. روابط (8) تا (10) به ترتیب فرضیاتی هستند که در شرایط دوره ای برای سرعت، فشار و دما، در نظر گرفته می شود. رابطه (11) نحوه محاسبه دمای بدون بعد در رابطه (10) را ارائه می دهد [4,3].

$$\nabla P(\vec{r}) = \beta \frac{\vec{L}}{|\vec{L}|} + \nabla \bar{P}(\vec{r}) \quad (7)$$

$$u_i(\vec{r}) = u_i(\vec{r} + \vec{L}) = u_i(\vec{r} + 2\vec{L}) = \dots \quad (8)$$

$$\Delta P = P(\vec{r}) - P(\vec{r} + \vec{L}) = P(\vec{r} + \vec{L}) - P(\vec{r} + 2\vec{L}) = \dots \quad (9)$$

$$\theta(\vec{r}) = \theta(\vec{r} + \vec{L}) = \theta(\vec{r} + 2\vec{L}) = \dots \quad (10)$$

$$\theta = \frac{T(\vec{r}) - T_w}{T_{m,i} - T_w} \quad (11)$$

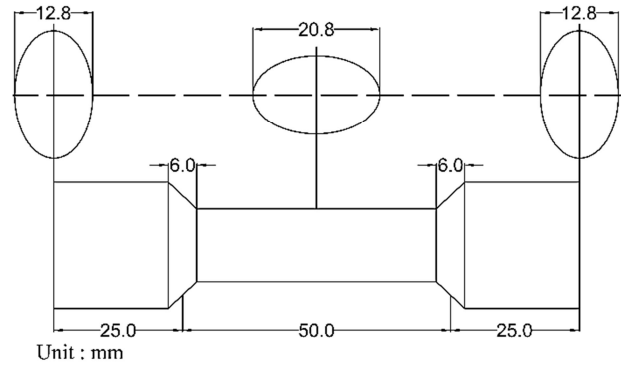


Fig. 1 Geometry and dimension of AEAT

شکل 1 هندسه و ابعاد لوله بیضی شکل متناوب محوری

بیضی شکل متناوب محوری را می دهد. برای تحلیل عددی، بخش متناوب لوله را مطابق "شکل 1"، با دقت بسیار بالایی با استفاده از نرم افزارهای طراحی تشکیل داده ایم.

3- تحلیل عددی

1-3- معادلات حاکم

تحلیل عددی این تحقیق به روش حجم محدود¹ انجام شده است. معادلات پیوستگی، اندازه حرکت و انرژی برای جریان توسعه یافته متلاطم، حل شده است که به ترتیب طبق روابط (1) قابل ارائه می باشند. معادلات در حالت پایدار و با فرض تراکم ناپذیری سیال، حل شده اند.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0$$

$$\rho \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \rho \bar{u}_i \bar{u}_j' \right)$$

$$\rho C_p \bar{u}_j \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(K \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} - \rho C_p \bar{u}_j T' \right) \quad (1)$$

جریان متلاطم با استفاده از مدل تصحیح شده $k-\varepsilon^2$ که در روابط (2) آمده اند، شبیه سازی شده است.

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho k u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - \rho \varepsilon$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \varepsilon u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \rho C_1 S \varepsilon - \rho C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} \quad (2)$$

در رابطه های (2) عبارت μ_t لزجت اغتشاشی و G_k نماینده تولید انرژی اغتشاشی است که به ترتیب برابر با روابط (3) و (4) می باشند. عبارت های σ_k , σ_ε , C_2 ثابت بوده و به ترتیب برابر 1, 1.2 و 1.9 می باشند. عبارت C_1 نیز با توجه به رابطه (5) محاسبه می گردد.

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3)$$

$$G_k = -\rho \bar{u}_i \bar{u}_j' \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (4)$$

$$C_1 = \max \left[0.43, \frac{\eta}{\eta + 5} \right], \quad \eta = S \frac{k}{\varepsilon}, \quad S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad (5)$$

در مدل متلاطم تصحیح شده، پارامتر C_μ برخلاف دو مدل استاندارد و RNG، دارای مقدار ثابتی نبوده و نحوه محاسبه آن در روابط (6) ارائه داده شده است.

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{kU}{\varepsilon}}, \quad A_0 = 4.04, \quad A_s = \sqrt{6} \cos \phi$$

¹ Finite Volume

² Realizable

³ Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations Corrected (SIMPLEC)

⁴ PRESTO

⁵ First Order Upwind

⁶ Second Order Upwind

⁷ Enhanced Wall Treatment

⁸ Aspect Ratio

⁹ Double Precision

¹⁰ Under-Relaxation

¹¹ Relaxation Factor

4-3- بررسی استقلال از شبکه

کاملاً واضح است که اختلاف نتایج عددی این تحقیق کمتر از نتایج عددی لی و همکارانش می‌باشد (سجادی و همکارانش نیز اختلاف کمتر از 21 درصد را به‌دست آورده بودند [5]). در این تحقیق، دلیل کاهش اختلاف ضریب اصطکاک با نتایج آزمایشگاهی، آرایش متفاوت شبکه و تنظیمات انجام شده که در بخش‌های قبل به آن اشاره شد، می‌باشد. ضریب اصطکاک داری محاسبه شده در این تحقیق با استفاده از رابطه (12) به‌دست آمده است.

$$f = -\frac{(dp/dz) D_h}{\frac{1}{2} \rho u_{avg}^2} \quad (12)$$

که در آن dp/dz گرادیان فشار در راستای جریان توسعه یافته می‌باشد [2].

4- بحث و نتیجه‌گیری

4-1- بررسی ضریب اصطکاک در جریان توسعه یافته

به‌دلیل ساختار هندسی لوله، گردابه‌های طولی¹ در امتداد لوله به‌وجود می‌آید. این گردابه‌ها ناشی از چرخش 90 درجه‌ای سطح مقطع لوله می‌باشند که باعث می‌شود جریان سیال به دیواره‌ی لوله برخورد کند و باعث افزایش ضریب اصطکاک گردد. "شکل 4" بردارهای سرعت در سطح مقطع وسط لوله را نشان می‌دهد، که جریان در رینولدز 10,000 قرار گرفته شده است. همان‌طور که کاملاً در شکل مشخص است هشت گردابه در سطح مقطع لوله مشاهده می‌شود که این گردابه‌ها در امتداد طول لوله وجود دارند. با توجه به "شکل 3" ضریب اصطکاک با افزایش عدد رینولدز کاهش می‌یابد. برای محاسبه‌ی ضریب اصطکاک داری لوله دایره‌ای در جریان متلاطم، از رابطه تجربی بلازیوس² که در رابطه (13) ارائه شده است، استفاده می‌شود. این رابطه در محدوده رینولدز $4,000 < Re_D < 10^5$ صادق است [6]. مقایسه با لوله دایره‌ای شکل، لوله بیضی شکل متناوب محوری ضریب اصطکاک بالاتری دارد. استفاده از این نوع لوله در مقایسه با لوله دایره‌ای، 103.7-109.5 درصد افزایش در ضریب اصطکاک را به همراه داشته است.

$$f = 0.316 Re_D^{-1/4} \quad (13)$$

4-2- بررسی انتقال حرارت در جریان توسعه یافته

گردابه‌های طولی در مقایسه با گردابه‌های عرضی، تأثیر بیشتری بر روی انتقال حرارت دارند. این گردابه‌ها جریان سیال را به سمت دیواره‌ها هدایت می‌کنند و تأثیر بسیاری بر روی میدان دما می‌گذارند. بنابراین ضرب داخلی بردار سرعت و گرادیان دما افزایش می‌یابد [1]. "شکل 5"، میدان دما در رینولدز 10,000 را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که میدان دما تحت تأثیر گردابه‌های طولی قرار گرفته است که سبب افزایش انتقال حرارت می‌گردد. "شکل 6" عدد ناسلت در رینولدزهای مختلف از جریان را نشان می‌دهد. برای مقایسه با لوله دایره‌ای شکل از رابطه جنیلینسکی³ استفاده شده که در رابطه (14) ارائه داده شده است. این رابطه برای $0.5 \leq Pr \leq 2,000$ و $3,000 \leq Re_D \leq 5 \times 10^6$ صادق است [7]. با افزایش رینولدز جریان، عدد ناسلت افزایش می‌یابد که در لوله بیضی شکل متناوب، 209-92 درصد بیشتر از لوله دایره‌ای شکل است.

$$Nu = \frac{(f/8) (Re_D - 1000) Pr}{1 + 12.7(f/8)^{1/2} (Pr^{2/3} - 1)} \quad (14)$$

¹ Longitudinal Vortex

² Blasius

³ Gnielinski

5-3- اعتبارسنجی تحلیل عددی

لی و همکارانش، بررسی آزمایشگاهی ضریب اصطکاک و تحلیل عددی جریان و انتقال حرارت توسعه یافته با شرایط مرزی دوره‌ای را در لوله بیضی شکل متناوب محوری بررسی کرده‌اند. "شکل 3" ضریب اصطکاک داری در اعداد رینولدز مختلف از جریان را نشان می‌دهد. اختلاف ضریب اصطکاک بدست آمده در این تحلیل با نتایج آزمایشگاهی لی و همکارانش کمتر از 14 درصد می‌باشد.

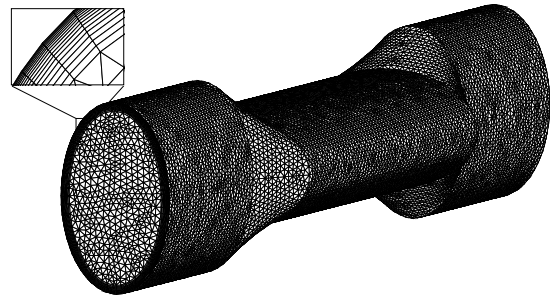


Fig. 2 Grid arrangement used in this study

شکل 2 آرایش شبکه استفاده شده در این تحقیق

جدول 1 تعداد گره پنج شبکه مختلف

Table 1 Node number of five different mesh

ردیف	تعداد گره	dp/dz	$\delta dp/dz$	Nu	δNu
1	58015	230.8241	-	41.8131	-
2	90065	226.9142	3.9099	41.9501	0.1370
3	160307	226.1636	0.7506	42.4846	0.5345
4	239218	223.8546	2.3090	42.5359	0.0513
5	311886	223.8523	0.0023	42.5313	0.0046

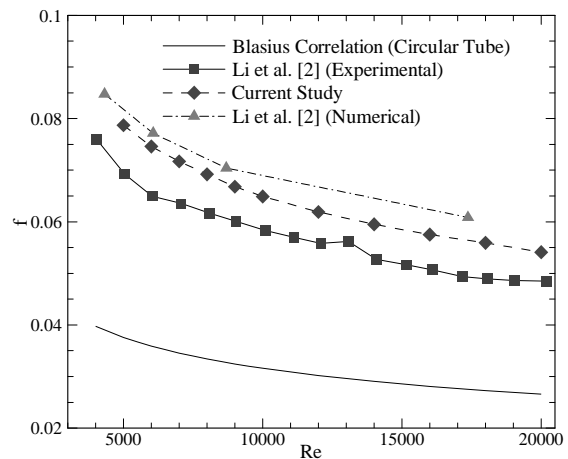


Fig. 3 Darcy friction factor for different Reynolds numbers

شکل 3 ضریب اصطکاک داری برای اعداد رینولدز مختلف

\bar{L}	بردار طول هندسه تکرار شونده (m)
Nu	عدد ناسلت (بدون بعد)
P	فشار ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$)
\bar{P}	فشار متوسط ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$)
Pr	عدد پرانتل (بدون بعد)
Re	عدد رینولدز (بدون بعد)
\vec{r}	بردار موقعیت سیال (m)
S_{ij}	متوسط نرخ تانسور کرنش (s^{-1})
T'	دمای نوسانی (K)
\bar{T}	دمای متوسط (K)
T_m	درجه حرارتی حجمی (K)
u'_i	سرعت نوسانی (ms^{-1})
\bar{u}_i	سرعت متوسط (ms^{-1})
x, y, z	مختصات محور دکارتی (m)
Y^+	فاصله از دیوار (بدون بعد)

علایم یونانی

β	جزء خطی-مختلف فشار ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$)
ε	نرخ پراکندگی اغتشاشی (m^2s^{-3})
θ	دمای بدون بعد
μ	لزجت دینامیکی ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$)
ν	لزجت سینماتیکی (m^2s^{-1})
ρ	چگالی (kgm^{-3})
σ_ε	عدد پرانتل نرخ پراکندگی اغتشاشی (بدون بعد)
σ_k	عدد پرانتل انرژی جنبشی اغتشاشی (بدون بعد)
$\bar{\Omega}_{ij}$	متوسط نرخ تانسور چرخش (s^{-1})
ω_k	نرخ پراکندگی مخصوص (s^{-1})

زیر نویسها

avg	مقدار متوسط
D	قطر لوله دایره‌ای شکل (m)
i	ورودی
w	دیوار

6- مراجع

[1] J. A. Meng, X. G. Liang, Z. J. Chen, Z. X. Li, Experimental study on convective heat transfer in alternating elliptical axis tubes, *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 29, No. 4, pp. 457-465, 2005.

[2] B. Li, B. Feng, Y. L. He, W. Q. Tao, Experimental study on friction factor and numerical simulation on flow and heat transfer in an alternating elliptical axis tube, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 26, No. 17-18, pp. 2336-2344, 2006.

[3] ANSYS FLUENT Theory Guide, Release 14.0, ANSYS Inc, 2011.

[4] ANSYS FLUENT User's Guide, Release 14.0, ANSYS Inc, 2011.

[5] A.R. Sajadi, S. Yamani Douzi Sorkhabi, D. Ashtiani, F. Kowsari, Experimental and numerical study on heat transfer and flow resistance of oil flow in alternating elliptical axis tubes, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 77, No. 6, pp. 124-130, 2014.

[6] F. M. White, *Viscous Fluid Flow*, Second Edition, pp. 422-424, Singapore: McGraw-Hill, 1991.

[7] F. P. Incropera, D. P. Dewitt, *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*, Seventh Edition, pp. 545, Hoboken: Wiley, 2011.

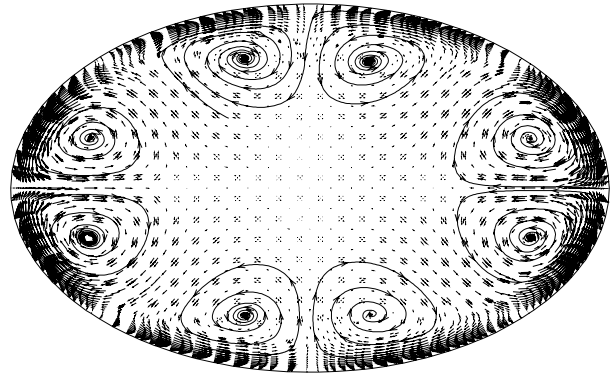


Fig. 4 Velocity vectors in the cross-section of the middle AEAT

شکل 4 بردارهای سرعت در سطح مقطع وسط لوله بیضی شکل متناوب محوری

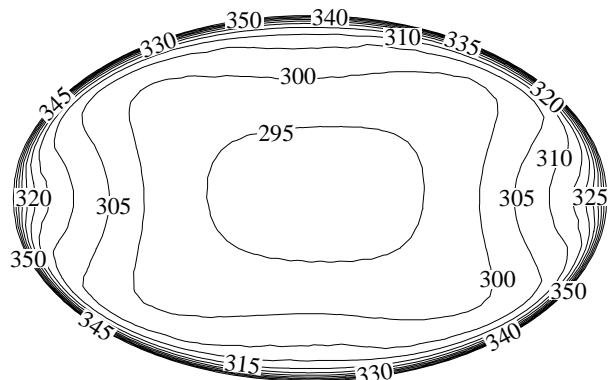


Fig. 5 Temperature field in the cross-section of the middle AEAT

شکل 5 میدان دما در سطح مقطع وسط لوله بیضی شکل متناوب محوری

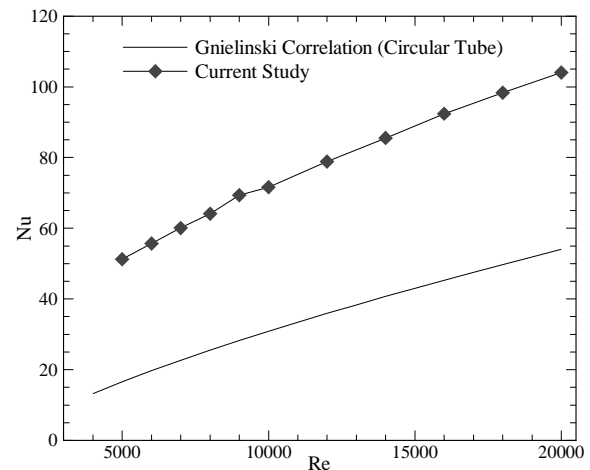


Fig. 6 Nusselt number for different Reynolds numbers

شکل 6 عدد ناسلت برای اعداد رینولدز مختلف

5- فهرست علایم

C_p	ظرفیت گرمایی ویژه ($\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$)
D_h	قطر هیدرولیکی (m)
f	ضریب اصطکاک دارسی (بدون بعد)
K	ضریب انتقال حرارت هدایتی ($\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$)
k	انرژی جنبشی اغتشاشی (m^2s^{-2})