



## بررسی رفتار پسماند عملگر آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی با استفاده از مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته و اعتبارسنجی تجربی آن

اسوه جدی‌نیا<sup>1</sup>، محمدرضا زاکرزاده<sup>2\*</sup>، محمد محبوب<sup>3</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکترونیک، پردیس بین الملل کیش دانشگاه تهران، کیش

2- استادیار، مهندسی مکانیک، پردیس دانشکده های فنی، دانشگاه تهران، تهران

3- استاد، مهندسی مکانیک، پردیس دانشکده های فنی، دانشگاه تهران، تهران

\* تهران، صندوق پستی 11155-4563، zakerzadeh@ut.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 09 مرداد 1394

پذیرش: 25 شهریور 1394

ارائه در سایت: 10 آبان 1394

کلید واژگان:

مدل پرنتل-ایشلینسکی

آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی

رفتار پسماند

### چکیده

امروزه نیاز روز افزون به اعمال تغییرات و جابه‌جایی‌های سریع، دقیق و حرکات کوچک در بسیاری از زمینه‌های مهندسی، اهمیت و کارایی مواد هوشمند را بیشتر نشان می‌دهد. آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی، یکی از جدیدترین مواد هوشمند است که اثر حافظه‌دار بودن و خاصیت مغناطیسی را به‌طور همزمان دارا می‌باشد. این ماده، در دمای اتاق توسط القای میدان مغناطیسی، کرنشی بسیار بزرگتر از مگنتواسترکتیو، پیزوسرامیک یا ماده الکترواسترکتیو دارد و فرکانس پاسخگویی آن بالاتر از آلیاژ حافظه‌دار گرمایی است ولی پسماند نامتقارن خصیصه‌ای محدودکننده برای عملکرد آن به‌شمار می‌آید. مدل پرنتل-ایشلینسکی یکی از مدل‌های پدیده‌شناسانه قدرتمند برای شبیه‌سازی پسماند نامتقارن و غیرخطی است که به‌منظور شبیه‌سازی رفتار مواد هوشمند از آن استفاده می‌شود. در این مقاله با نگرشی جدید با استفاده از مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم‌یافته، به مسأله شبیه‌سازی رفتار پسماندی عملگر آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی پرداخته شده است. پس از شناسایی پارامترهای مدل، خروجی پیش‌بینی شده با نتایج تجربی مقایسه شده است. برای تعیین اعتبار، با استفاده از داده‌های متفاوت، صحت مدل بررسی گردیده و خطای پیش‌بینی نشان داده شده است. نتایج تجربی بر توانایی مدل در پیش‌بینی رفتار عملگر آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی صحنه می‌گذارد. به دلیل قابلیت معکوس‌پذیری و سادگی مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم‌یافته، از این معکوس می‌توان به‌عنوان کنترل‌کننده پیشرو برای جبران رفتار پسماند غیرخطی آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی استفاده کرد. تمامی نتایج به‌صورت تجربی با استفاده از دستگاه تست تجربی ساخته شده براساس عملگر آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی به دست آمده است.

## Hysteresis behavior investigation of magnetic shape memory alloy actuator using Generalized Prandtl-Ishlinskii Model and its experimental validation

Osve Jeddinia<sup>1</sup>, Mohammad Reza Zakerzadeh<sup>2\*</sup>, Mohammad Mahjoob<sup>2</sup>

1- Mechatronic Engineering, Kish International Campus, University of Tehran, Kish, Iran

2- School of Mechanical Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

\* P.O.B. 11155-4563 Tehran, Iran, zakerzadeh@ut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 31 July 2015  
Accepted 16 September 2015  
Available Online 01 November 2015

#### Keywords:

Prandtl-Ishlinskii Model  
Magnetic Shape Memory Alloy  
Hysteresis Behavior

### ABSTRACT

Today, due to ever-increasing demand for fast and precise movements and changes, along with small-scale actuations in many engineering fields, the use and efficiency of smart materials has increased in importance. Magnetic Shape Memory Alloy (MSMA) is one of the latest smart materials having both shape memory and magnetic properties. As a matter of fact, in normal room temperatures it has magnetic field-induced strains far more than any other smart materials such as magnetostrictive, piezoelectric or electrostrictive materials and its frequency response is greater than thermal shape memory alloy. However, on the downside, asymmetric hysteresis is a property that constrains its widespread applications. Prandtl-Ishlinskii model is one of the powerful phenomenological models for simulating asymmetric, non-linear hysteresis used to simulate smart material behavior. In the present study, MSMA hysteresis behavior simulation has been investigated through a new approach using generalized Prandtl-Ishlinskii model. After identifying the model parameters, the study compares the predicted output with the experimental results. To validate the model, using different data, model accuracy has been checked and prediction error has been shown. The experimental results have proved the capability of the model in predicting the hysteresis behavior. Thanks to invertible and simplistic potential of the generalized Prandtl-Ishlinskii model, the inverse of the model can be applied as a feedforward controller for compensating the hysteresis behavior. It should also be noted that all the experimental results have been yielded through using experimental set-up.

Please cite this article using:

O. Jeddinia, M. R. Zakerzadeh, M. Mahjoob, Hysteresis behavior investigation of magnetic shape memory alloy actuator using Generalized Prandtl-Ishlinskii and experimental validation, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 11, pp. 303-310, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

## 1- مقدمه

در بین مواد هوشمند، پدیده پسماند<sup>1</sup> یکی از عوامل مشترک برای محدودسازی قدرت عملکرد آنهاست. پسماند غیرخطی، درجایی که رابطه دینامیکی ورودی-خروجی اثرات حافظه‌دار بودن را از خود نشان می‌دهد، اتفاق می‌افتد. پسماند، مکانیزم طبیعی مواد برای اعمال نیرو در مقابل تحرک و پراکندگی انرژی است و در واقع مربوط به پدیده اتلاف درونی یک ساختار یا ماده می‌باشد. بسیاری از مواد هوشمند و سیستم‌هایی که بر مبنای مواد هوشمند ساخته شده‌اند، بین متغیر ورودی آنها، مثل میدان الکتریکی برای پیزوسرامیک‌ها<sup>2</sup> یا میدان مغناطیسی برای مواد مگنتواسترکتیو<sup>3</sup>، و متغیر خروجی آنها، مانند جابجایی، رفتار پسماندی وجود دارد. در این میان عملگر<sup>4</sup> آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی<sup>5</sup> یکی از مواد هوشمند جدید می‌باشد که به دلیل فرکانس پاسخ‌گویی سریع، دقت کنترل و نرخ تغییرپذیری بالا، در سال‌های اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته است [2,1]. اما رفتار پسماندی بین ورودی (میدان مغناطیسی) و خروجی ( کرنش<sup>6</sup>) این ماده مانع بزرگی است که دقت کنترلی و عملکرد دقیق این ماده را با محدودیت مواجه کرده است. بنابراین برای بهبود عملکرد کنترل جابه‌جایی، یافتن راهی برای مدل‌سازی رفتار پسماندی این عملگر از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. یک روش برای مقابله با رفتار پسماندی، کاهش محدوده کاری سیستم است به‌طوری‌که در رژیم شبه‌خطی کار کند (در این حالت می‌توان غیرخطی بودن را نادیده گرفت). ولی کاهش دامنه کاری باعث از بین رفتن خصیصه ایجاد کرنش بزرگ در آلیاژهای حافظه‌دار مغناطیسی می‌شود. بنابراین این روش برای سیستم‌های دارای آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی قابل استفاده نیست [3]. از آنجایی که نمی‌توان از پدیده پسماند صرف‌نظر کرد، نیاز به توسعه روش‌های مدل‌سازی پسماند است.

از آنجا که پسماند مدل نشده در مواد هوشمند باعث عدم دقت در ارزیابی و پیش‌بینی رفتار آنها شده و عملکرد سیستم کنترلی را تضعیف می‌کند، مدل‌سازی دقیق رفتار پسماندی برای شناسایی و ارزیابی عملکرد و طراحی کنترل‌کننده لزوماً مورد نیاز می‌باشد [4]. بنابراین نیاز است مدل پسماندی ارائه شود که نه تنها شناسایی متغیرهای مدل، برای تطبیق مدل به پسماند موجود، به آسانی و با دقت قابل انجام باشد بلکه برای طراحی سیستم کنترل زمان واقعی و جبران‌سازی پسماند نیز مناسب به نظر آید.

جواب دادن به این سؤال که "کدام مدل پسماندی در مدل‌سازی عملگرهای آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی دقیق‌تر می‌باشد" از دو جنبه لازم است پاسخ داده شود: جنبه مدل‌سازی و جنبه طراحی جبران‌ساز. مدل دقیق‌تر به نتایج بهتری در پیش‌بینی رفتار پسماندی این عملگرها منجر شده و علاوه بر آن لزوم استفاده از کنترل‌کننده مدار بسته به موازات مدل معکوس را کاهش می‌دهد.

در طی دهه‌های گذشته مدل‌های زیادی برای مدل‌سازی خصوصیات پسماندی عملگرهای هوشمند ارائه شده که می‌توان آن‌ها را به مدل‌های پسماندی بر پایه فیزیک مدل و مدل‌های پسماندی پدیده‌شناسانه<sup>7</sup> تقسیم کرد [5]. مدل‌های فیزیکی، از فیزیک پسماند سیستم گرفته شده و با فاکتورهای تجربی برای توصیف خصوصیات مشاهده شده ترکیب می‌شود

[6,7]. با این وجود این مدل‌ها کاربرد وسیعی ندارند که این به دلیل آن است که اساس فیزیکی بسیاری از خصوصیات پسماندی هنوز قابل فهم نمی‌باشد [8]. علاوه بر آن، تلاش بسیار زیادی برای شناسایی و تنظیم پارامترها باید انجام شود تا به توان دقیقاً رفتار غیرخطی پسماندی را توصیف کرد. ضعف عمده دیگر مدل‌های فیزیکی این است که آن‌ها فقط برای یک سیستم خاص قابل کاربرد بوده و از این رو تکنیک‌های طراحی کنترل‌کننده مجزا برای هر سیستم مورد نیاز می‌باشد.

از اوایل دهه 70 میلادی، تحلیل ریاضی پسماند به عنوان یک رفتار غیرخطی کلی از دید پدیده‌شناسانه خالص، انجام شده است. مدل‌های پدیده-شناسانه بر اساس طبیعت پدیده بوده و به صورت ریاضی پدیده مورد مشاهده را بدون دخالت دید فیزیکی داخل مسأله، توصیف می‌کند. مهمترین مدل‌های پسماندی پدیده‌شناسانه شامل مدل‌های پسماندی بر پایه اپراتور و مدل‌های پسماندی بر پایه معادله دیفرانسیل می‌باشد. مدل پریساج [9]، مدل کراسنوسلسکی-پوکروفسکی [10] و مدل پرنتل-ایشلینسکی [11] از مهمترین مدل‌های پسماندی بر پایه اپراتور می‌باشند. در حالی که مدل دوهم<sup>8</sup>، مدل بوک-ون<sup>9</sup> و مدل جیلز-آدرتون [12] از مهمترین مدل‌های بر پایه معادله دیفرانسیل می‌باشند.

مدل بوک-ون بیشتر برای شبیه‌سازی ساختارهای مکانیکی با رفتارهای پسماندی به کار می‌رود. ویژگی مدل بوک-ون اینست که به متغیرهای اندکی وابسته بوده و فقط با یک معادله دیفرانسیل غیرخطی بیان می‌شود، درحالی-که عیب این مدل این است که معکوس‌پذیر نمی‌باشد. در مرجع [13] معادلات ریاضی این مدل بیان شده است و در مرجع [14] به بیان مسأله معکوس‌پذیری این مدل پرداخته شده است.

مدل پریساج یکی از مهمترین مدل‌های پدیده‌شناسانه می‌باشد که بر اساس فرضیه‌های فیزیک مغناطیسی ارائه شده است. این مدل در ابتدا در حوزه مغناطیس مورد استفاده قرار گرفت. در این مدل، پسماند به‌عنوان یک اثر تجمیع‌کننده، تمامی عناصر تاخیری را به کمک متغیر آستانه<sup>10</sup> مدل کرده است [15]. در دهه 90 میلادی ریاضیدانان روسی کراسنوسلسکی و پوکروفسکی با کار بر روی مدل پریساج به این نتیجه رسیدند که این مدل حاوی ایده ریاضی جدید می‌باشد. آن‌ها مدل پریساج را از حالت فیزیکی محض در آورده و آن را به شکل ریاضی تغییر دادند.

در روش مدل‌سازی پریساج، کل سیستم با رفتار پسماندی به وسیله اتصال موازی رله‌های غیرواقعی که اپراتورهای اصلی پریساج نامیده می‌شوند، مدل می‌شود. خروجی این اپراتورهای پریساج می‌تواند فقط  $+1$  و  $-1$  (صفر در بعضی مدل‌ها) باشد. هر اپراتور اصلی به عنوان یک اپراتور غیرخطی شامل دو متغیر می‌باشد، یکی مقدار سوئیچ بالایی ورودی و دیگری مقدار سوئیچ پایینی ورودی است. علاوه بر مجموعه اپراتورهای پریساج یک تابع وزن با عنوان تابع چگالی<sup>11</sup> پریساج وجود دارد که به عنوان تاثیر محلی هر اپراتور روی خروجی مدل پسماندی عمل می‌کند. از آن جایی که پیوستگی نسبت به زمان یک اپراتور از دید ملاحظات فیزیکی اهمیت داشته و پیوستگی نسبت به متغیرهای آن برای روش‌های شناسایی مهم می‌باشد، این خصوصیات باید برای هر سیستم پسماندی مورد ملاحظه قرار گیرد [16]. ولی اپراتور پریساج نه در فضای زمان و نه در فضای متغیری پیوسته نمی‌باشد. برای حل این معضل، کراسنوسلسکی و پوکروفسکی [15] اجازه داده‌اند که اپراتور پریساج

1- Hysteresis  
2- Piezoceramics  
3- Magnetostrictive  
4- Actuator  
5- Magnetic Shape Memory Alloy  
6- Strain  
7- Phenomenological

8- Duhem  
9- Bouc-Wen  
10- Threshold  
11- Density Function

مدل‌سازی در فرکانس‌های بسیار پایین انجام شده است. با توجه به این نکته که یکی از وجوه تمایز آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی در مقابل سایر مواد هوشمند بخصوص آلیاژ حافظه‌دار گرمایی، فرکانس کاری بالای آن است، نیاز به مدل‌سازی و تصدیق مدل در فرکانس بالا احساس می‌شود. علاوه بر این، به دلیل وابستگی شدید رفتار هیستریزیسی آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی به دما، نحوه طراحی عملگر و ثابت نگه‌داشتن دما، از عوامل مهم در طراحی دستگاه تست است و این مقوله به خوبی در ساخت بستر آزمایش مورد استفاده در این مقاله مورد ملاحظه قرار گرفته است.

در این مقاله سعی شده است با استفاده از فرضیه مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم‌یافته به مسأله مدل‌سازی رفتار آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی پرداخته شود. داده‌های تجربی از طریق ثبت اطلاعات جابه‌جایی عملگر آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی به دست آمده است. برای بیان دقت کار و صحت مدل تنها به ارایه داده‌هایی مشخص بسنده نشده و اعتبار مدل، با ورودی متفاوت، نیز تصدیق شده است. در طراحی عملگر، مسأله تاثیر دما مدنظر قرار گرفته و دما به خوبی در حین آزمایش‌ها ثابت نگه داشته شده است.

## 2- مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم‌یافته

### 2-1- مقدمه

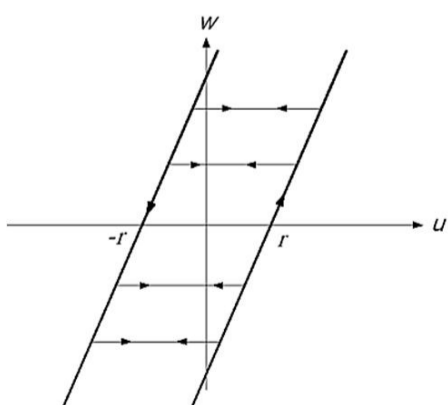
مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم‌یافته برپایه اپراتور بازی عمل می‌کند [4]. در شکل 1 اپراتور بازی کلاسیک را مشاهده می‌کنید که با کاهش و افزایش ورودی، خروجی متقارن و نامحدود را در بر می‌گیرد. این اپراتور که با ورودی  $u$  و آستانه  $r$  (تعیین‌کننده عرض اپراتور پسماندی) توصیف می‌شود، یک اپراتور پیوسته مستقل از نرخ بوده که جزئیات بیشتر در مورد آن در مرجع [11] موجود است. فرض کنید فضای توابع یکنوا  $C_m[0, T]$  قطعه قطعه پیوسته بوده و ورودی  $u(t) \in C_m[0, T]$  روی هر یک از بازه‌های  $[t_i, t_{i+1}]$  یکنوا باشد. آنگاه خروجی مدل پرنتل-ایشلینسکی کلاسیک با عنوان  $y_{classical}$  به صورت رابطه (1) بدست می‌آید [4]:

$$y_{classical}(t) = qu(t) + \int_0^R p(r)F_r[u](t)dr \quad (1)$$

که در این معادله  $q$  یک ثابت مثبت،  $p(r)$  یک تابع چگالی مثبت انتگرال-پذیر،  $r$  آستانه مثبت با شرط  $0 = r_0 < r_1 < \dots < r_i < r_{i+1} < \dots < r_N = R$  و  $F_r[u]$  اپراتور پسماندی بازی کلاسیک بوده و به صورت تحلیلی برای  $t_i < t \leq t_{i+1} (i = 0, 1, \dots, N - 1)$  به صورت معادله (2) بیان می‌شود [20]:

$$\begin{cases} F_r[u](t) = f_r(u(0), 0) = w(0) \\ F_r[u](t) = f_r(u(t), F_r[u](t_i)) \end{cases} \quad (2)$$

که  $f_r(u, w) = \max\{u - r, \min(u + r, w)\}$  می‌باشد.



شکل 1 اپراتور بازی کلاسیک [21]

هر تابع معقولی باشد. اپراتور نوع کراسنوسلسکی-پوکروفسکی، که یک حالت خاص از اپراتور عمومی بازی<sup>1</sup> می‌باشد، یک اپراتور پسماندی است که در مقابل ناپیوستگی موجود در اپراتور پریساج، دارای شاخه‌های پیوسته می‌باشد. بانکز و همکاران [17] اثبات کردند که اپراتور کراسنوسلسکی-پوکروفسکی هم در حوزه زمان و هم در حوزه متغیری پیوسته می‌باشد. آن‌ها همچنین خصوصیات فیزیکی و ریاضی اپراتور کراسنوسلسکی-پوکروفسکی را با اپراتور پریساج مقایسه کردند.

مدل پرنتل-ایشلینسکی یکی دیگر از مدل‌های پسماندی نوع اپراتوری می‌باشد که برای مدل‌سازی رفتار غیرخطی پسماندی پیچیده موجود در پیروسرامیک‌ها، پیزوالکتریک‌ها، مگنتواسترکتیوها و آلیاژهای حافظه‌دار گرمایی به کار می‌رود. خصوصیت جذاب و منحصر به فرد مدل پرنتل-ایشلینسکی این است که برخلاف مدل پریساج و کراسنوسلسکی-پوکروفسکی که معکوس آن‌ها عددی بدست می‌آید، این مدل به صورت تحلیلی معکوس-پذیر بوده و از این رو به سادگی می‌تواند به عنوان کنترل‌کننده پیشرو برای جبران‌سازی رفتار پسماندی به کار رود [18]. به بیان دیگر، معکوس دقیق این مدل موجود بوده و این به نوبه خود جذابیت زیادی برای کاربردهای کنترلی مواد هوشمند ایجاد می‌کند. مدل پرنتل-ایشلینسکی همانند مدل پریساج، به صورت ترکیب اپراتورهای بازی یا توقف<sup>2</sup> با یک تابع چگالی که شکل پسماند را تعیین می‌کند، تعریف می‌شود. اپراتور پسماندی بازی کلاسیک، یک طبیعت متقارن بیکران دارد و از این رو مدل کلاسیک پرنتل-ایشلینسکی که بر پایه این اپراتور طراحی شده است، نمی‌تواند رفتار سیستم‌های با خروجی اشباع و حلقه‌های نامتقارن ورودی-خروجی را توصیف کند [18]. در مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم‌یافته این ضعف جبران شده است. در مرجع [18] الگنیده و همکارانش در مدل پرنتل-ایشلینسکی کلاسیک با استفاده از ترکیب تابع چگالی با اپراتور بازی تعمیم‌یافته، توانستند رفتار پسماند نامتقارن در عملگرهای هوشمند را مدل‌سازی کنند. برعکس اپراتورهای منطقه مرده<sup>3</sup> مدل اصلاح‌شده کوهن [19]، که همراه با اپراتورهای کلاسیک اعمال می‌شوند، اپراتور تعمیم‌یافته فرض شده بطور مستقیم در مدل پسماند پرنتل-ایشلینسکی بکار برده شده است. این مدل، خواص پسماند نامتقارن در عملگر آلیاژ حافظه‌دار گرمایی را به خوبی پسماند متقارن بیان می‌کند [4].

در کارهای تحقیقاتی انجام شده تاکنون، از مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم‌یافته تنها برای توصیف رفتار پسماند عملگرهای آلیاژ حافظه‌دار گرمایی، پیزوالکتریک و مگنتواسترکتیو استفاده شده است. ریکاردی [3] با استفاده از روش پرنتل-ایشلینسکی بهبودیافته رفتار هیستریزیسی آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی را مدل کرده است. زو و همکارانش [20] توانستند رفتار هیستریزیسی آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی را با استفاده از مدل کراسنوسلسکی-پوکروفسکی شبیه‌سازی کنند. آن‌ها با کار بر روی متغیرهای مدل کراسنوسلسکی-پوکروفسکی به خطای حداکثری 0/001 میلی‌متر، در فرکانس 0/1 هرتز رسیدند. به دلیل نوبا بودن کار بر روی آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی، متأسفانه در هیچ‌کدام از تحقیقات صورت گرفته در این زمینه، از مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم‌یافته برای توصیف رفتار هیستریزیسی آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی استفاده نشده است. همچنین در تمامی این پژوهش‌ها، داده‌هایی متفاوت از داده‌های آموزش برای اعتبارسنجی مدل استفاده نشده و

1- Play Operator  
2- Stop operator  
3- Dead Zone Operator

تجربی بدست می‌آید. مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته برای داده‌های گسسته به صورت معادله (6) بیان می‌شود [21]:

$$y_{\text{generalized}}(t) = qu(t) + \sum_{i=0}^N p_i F_{r_i}^y[u](t) \Delta t \quad (6)$$

همان‌طور که از معادلات (1)، (2)، (4) و (6) مشاهده می‌شود، مدل پرنتل-ایشلینسکی کلاسیک زمانی که  $\gamma_r(u) = \gamma_r(u) = u$  برقرار باشد، یک حالت خاص از مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم‌یافته محسوب می‌شود. از آنجا که خروجی مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم‌یافته به شدت وابسته به شکل توابع پوش و چگالی می‌باشد، این توابع باید با توجه به رفتار پسماندی ماده انتخاب شوند. در حالتی که با افزایش و کاهش ورودی، اشباع خروجی دیده شود (مانند عملگر آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی و آلیاژ حافظه‌دار گرمایی)، تابع تانژانت هایپربولیک<sup>2</sup> بهترین گزینه می‌باشد [21].

### 2-3- فرمولاسیون توابع پوش، چگالی و آستانه

همان‌طور که پیشتر گفته شد و باتوجه به معادلات (4) و (6)، خروجی مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم‌یافته بستگی به شکل توابع چگالی، پوش و آستانه دارد. معمولاً شکل این توابع براساس حلقه پسماندی ماده نمونه و داشتن یا نداشتن حلقه‌های پسماندی نامتقارن با خروجی اشباع، انتخاب می‌شود.

به خاطر خصوصیت پیوستگی، کراندار بودن و معکوس پذیری توابع تانژانت هایپربولیک، انتخاب این تابع به عنوان تابع پوش برای عملگر آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی بهترین گزینه به نظر می‌آید. علاوه بر این، استفاده از این توابع، توصیف اشباع خروجی موجود در عملگرهای آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی را آسان می‌کند. اگر حلقه‌های هیستریزس عملگر نامتقارن باشد، با توجه به معادله (4)، توابع پوش متفاوتی برای حالت ورودی در حال افزایش و کاهش باید انتخاب شود (یعنی  $\gamma_r(u) \neq \gamma_r(u)$ ). از این رو در این مقاله توابع (7) و (8) برای تابع پوش اپراتور تعمیم‌یافته انتخاب شده است [21]:

$$\gamma_r(u) = a_0 \tanh(a_1 u + a_2) + a_3 \quad (7)$$

$$\gamma_l(u) = b_0 \tanh(b_1 u + b_2) + b_3 \quad (8)$$

همچنین روابط (9) و (10) برای توابع آستانه و چگالی انتخاب شده است: [22]

$$p(r) = a e^{-\tau r} \quad (9)$$

$$r_i = \beta j \quad (10)$$

در اینجا  $\alpha, \beta, \tau, a_0, a_1, a_2, a_3, b_0, b_1, b_2, b_3$  و  $q$  پارامترهایی هستند که از طریق کمینه‌سازی تابع مجموع مربعات خطا با فرمولاسیون (11) بدست می‌آیند:

$$J = \sum_{i=1}^N (y_{\text{generalized}}(i) - y_m(i))^2 \quad (11)$$

به طوری که  $y_m$  جابه‌جایی اندازه‌گیری شده به صورت تجربی،  $y_{\text{generalized}}$  خروجی مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم‌یافته و  $J$  خطای تابع پیش‌بینی است. در این مقاله، این کار توسط جعبه‌ابزار بهینه‌سازی متلب انجام شده است به نحوی که خروجی مدل نسبت به داده‌های تجربی، کمترین خطا را داشته باشد.

### 3- کار تجربی

همانگونه که در شکل 3 مشاهده می‌شود در این تحقیق برای به دست آوردن

از آنجایی که در کاربردهای عملی برای مدل‌سازی رفتار پسماندی، تعداد محدودی اپراتور بازی پسماندی استفاده می‌شود، خروجی مدل پرنتل-ایشلینسکی کلاسیک را به صورت رابطه (3) می‌توان نوشت:

$$y_{\text{classical}}(t) = qu(t) + \sum_{i=0}^N p(r_i) F_{r_i}^y[u](t) \Delta r \quad (3)$$

که  $\Delta r = (r_i - r_{i-1})$  یک ثابت مثبت می‌باشد. در کاربردهای عملی مقادیر  $q$  و تابع چگالی  $p(r_i)$  از داده‌های تجربی عملگر خاص مدنظر (با حل مسأله بهینه‌سازی برای تطبیق داده‌های تجربی به پاسخ مدل پرنتل-ایشلینسکی) به دست می‌آیند.

### 2-2- رابطه ورودی-خروجی مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم‌یافته

از آنجا که اپراتور پسماندی کلاسیک یک طبیعت متقارن بی‌کران دارد، مدل کلاسیک پرنتل-ایشلینسکی نمی‌تواند رفتار سیستم‌های با خروجی اشباع و حلقه‌های نامتقارن ورودی-خروجی را توصیف کند. برای حذف چنین وضعی، بروکیت و اسپرکلز [11] و ویسیتین [12] یک اپراتور بازی تعمیم یافته که یک اپراتور غیرخطی می‌باشد، پیشنهاد کردند (شکل 2). اپراتور بازی پرنتل-ایشلینسکی تعمیم‌یافته، همانگونه که در شکل 2 مشاهده می‌کنید، برای بیان رفتار ورودی-خروجی پسماند آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی به کار می‌رود. در این اپراتور در هنگام افزایش و کاهش ورودی، خروجی اپراتور به ترتیب در راستای منحنی‌های پوش<sup>1</sup>  $\gamma_1$  و  $\gamma_r$  با قید  $\gamma_1 \leq \gamma_r$ ، که این منحنی‌ها توابع پیوسته‌ای روی دامنه ورودی می‌باشند، بیان می‌شود.

با توجه به معادله (2)، خروجی اپراتور پسماندی تعمیم‌یافته به صورت تحلیلی برای  $t_i < t \leq t_{i+1}$  ( $i = 0, 1, \dots, N$ )، به صورت (4) بیان می‌شود [21]:

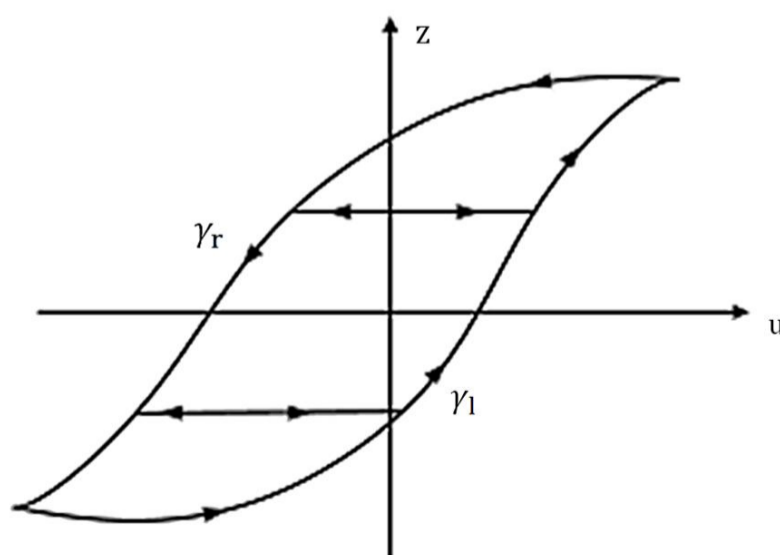
$$\left\{ \begin{aligned} S_r[u](t) &= g_r(u(0), 0) = z(0) \\ S_l[u](t) &= g_l(u(t), S_r[u](t_i)) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

که  $f_r(u, z) = \max\{\gamma_1(u) - r, \min\{\gamma_r(u) + r, z\}\}$  می‌باشد و  $r$  آستانه مثبت با  $0 = r_0 < r_1 < \dots < r_i < r_{i+1} < \dots < r_N = R$  است.

خروجی مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم‌یافته، با عنوان  $y_{\text{generalized}}$ ، به صورت معادله (5) بدست می‌آید [21]:

$$y_{\text{generalized}}(t) = qu(t) + \int_0^R p(r) F_{r_i}^y[u](t) dr \quad (5)$$

که در این معادله  $p(r)$  یک تابع چگالی مثبت انتگرال‌پذیر است به طوری که برای  $p(r) = 0$   $r > R$  است و معمولاً این تابع از تطبیق مدل با داده‌های



شکل 2 رابطه ورودی-خروجی اپراتور بازی تعمیم یافته [21]

2- Hyperbolic Tangent Function

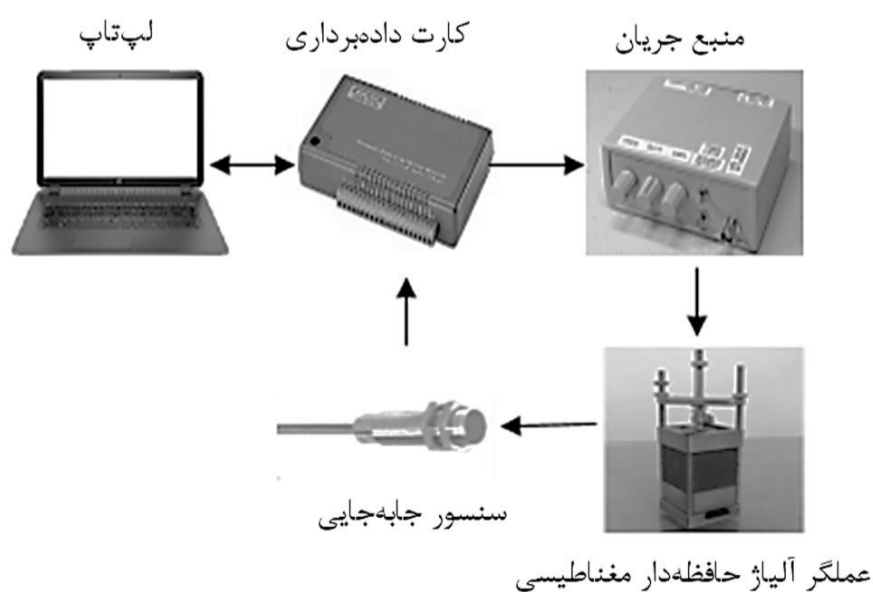
1- Envelope Curve

مشخصه	مقدار
اندازه عنصر (mm)	1 × 2/5 × 20
حداکثر کشش (mm)	0/9
کشش/کشیدگی نسبی	%6
حداکثر نیروی خروجی (N)	5
مدت کارایی (میلیون دوره)	بیشتر از 200
زمان جهش پاسخ پله (ms)	1
اندازه عملگر (mm)	25 × 25 × 66

شکل 4 شماتیک مربوط به دستگاه تست را نمایش می‌دهد. برای ثبت اطلاعات جابه‌جایی، سنسور غیرتماسی آنالوگ<sup>2</sup> مدل DCAL12/4609 ساخت شرکت بی‌دی‌سی الکترونیک<sup>3</sup> قرار داده شده است. این سنسور با دقت میکرومتری و پهنای باند 250 هرتز، به‌خوبی پاسخ‌گوی جابه‌جایی عملگر است. کارت داده‌برداری نیز یواس‌پی 4704 شرکت ادونتک<sup>4</sup> می‌باشد. عملگر برای تحریک آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی جریان لازم را از طریق منبع جریان قابل برنامه‌ریزی 10 آمپر ساخت ادپتامت تامین می‌کند. رابط کاربری نیز نرم‌افزار لب‌ویو 2014 (64 بیت)<sup>5</sup> است. به دلیل حساسیت این عملگر به تغییرات دمای محیط [23]، با استفاده از فن اینتل 4 سیمه<sup>6</sup> دمای عملگر در طول مدت داده‌برداری ثابت نگه داشته شده است. ورودی تحریک عملگر آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی از طریق نرم‌افزار لب‌ویو توسط کامپیوتر به کارت داده‌برداری ارسال شده و خروجی کارت، ولتاژ لازم را به منبع جریان اعمال می‌کند. میزان جابه‌جایی خروجی عملگر توسط سنسور غیرتماسی دریافت و به کارت داده‌برداری منتقل می‌گردد. اطلاعات همزمان به کامپیوتر منتقل شده و در نرم‌افزار لب‌ویو ثبت می‌شوند. با استفاده از میزان جابه‌جایی عملگر (خروجی سیستم) و داده‌های ولتاژ اعمالی به منبع تغذیه (ورودی سیستم) که از طریق کارت داده‌برداری ثبت شده‌اند، می‌توان متغیرهای مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم‌یافته را بدست آورد.

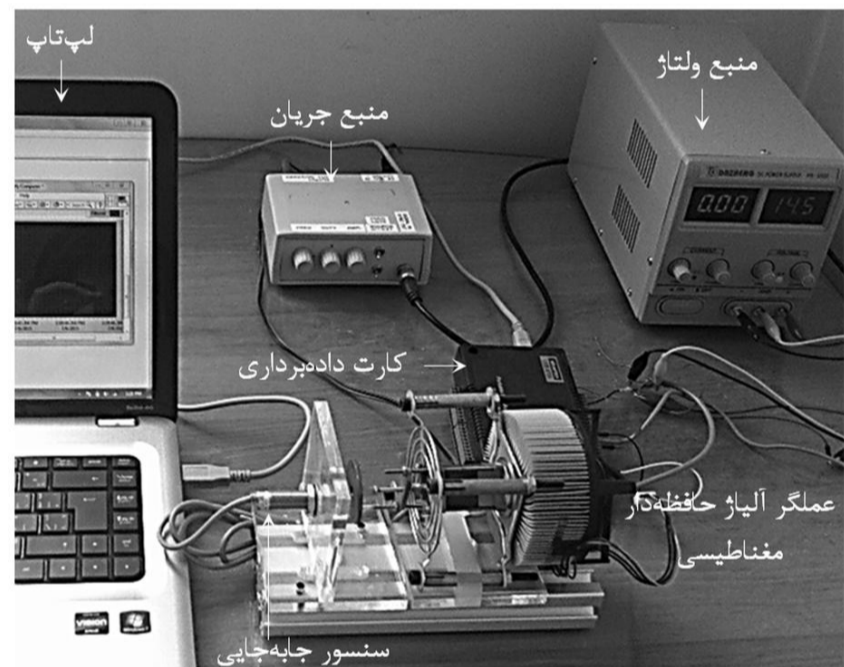
#### 4- فرایند شناسایی متغیرهای مدل و اعتبارسنجی آن

جهت تحریک عملگر آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی و بدست‌آوردن پارامترهای مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم‌یافته، یک موج سینوسی با دامنه افزایشنده در فرکانس 1 هرتز مطابق شکل 5 به منبع جریان اعمال شده است و جابه‌جایی

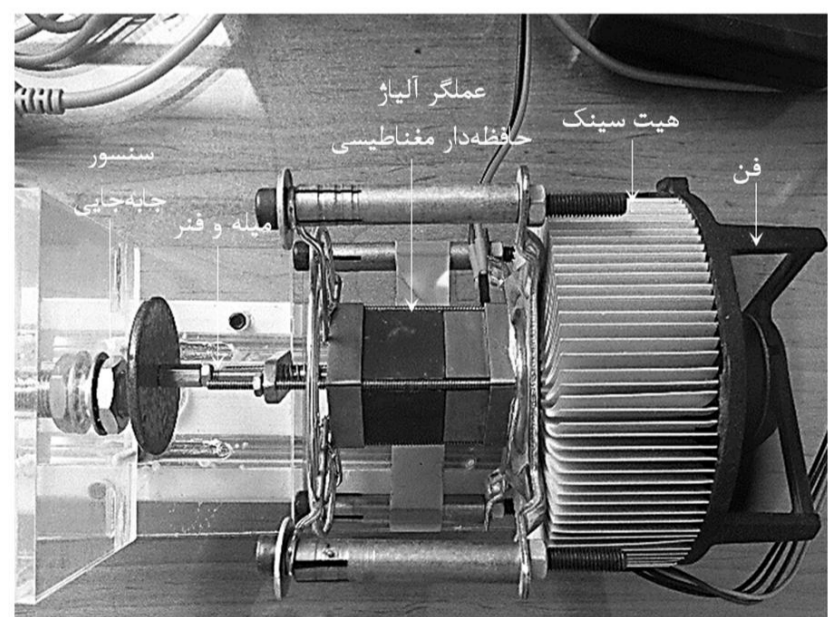


شکل 4 شماتیک دستگاه تست و داده‌برداری از عملگر آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی

داده‌های تجربی از عملگر آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی، ساخت شرکت ادپتامت<sup>1</sup> فنلاند، استفاده شده است. عملگر به کار رفته در این کار شامل سیم‌پیچی است که قادر به تولید 1/2 تسلا میدان مغناطیسی است. میدان مغناطیسی لازم برای تحریک آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی توسط دو سیم‌پیچ که به صورت سری و در اطراف آلیاژ پیچیده شده است، تأمین می‌گردد. سیم‌پیچ‌ها داخل محفظه قرار داده شده و میدان مغناطیسی توسط جریان عبوری از آن‌ها تولید می‌شود. آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی در حالت انقباض، توسط میدان مغناطیسی کشیده می‌شود و این کشیدگی باعث ایجاد حرکت در میله عملگر می‌شود. تغییر شکل آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی نیز مستقیماً به میله منتقل می‌گردد. میله در واقع رابط مکانیکی عملگر با بار خارجی است که باعث حرکت آن می‌شود. میله و فنر در بیرون محفظه قابل مشاهده بوده و فنر براحتی قابل تعویض است. بنابراین می‌توان نیروی متفاوتی برای غلبه بر تنش دوقلو اعمال کرد. شرکت ادپتامت بطور خاص برای مقابله با تولید جریان گردابی در طول راه‌اندازی سیم‌پیچ‌ها، این عملگر را بهینه‌سازی کرده است. مشخصات اصلی آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی در جدول 1 ذکر شده است. با توجه به مشخصه‌های ذکر شده در جدول 1، می‌توان نتیجه گرفت که این آلیاژ به دلیل سرعت پاسخگویی بالا و کرنش زیاد نسبت به سایر مواد هوشمند، برای استفاده به عنوان عملگر جابه‌جایی گزینه مناسبی به شمار می‌رود.



شکل 3- الف چیدمان مجموعه تست



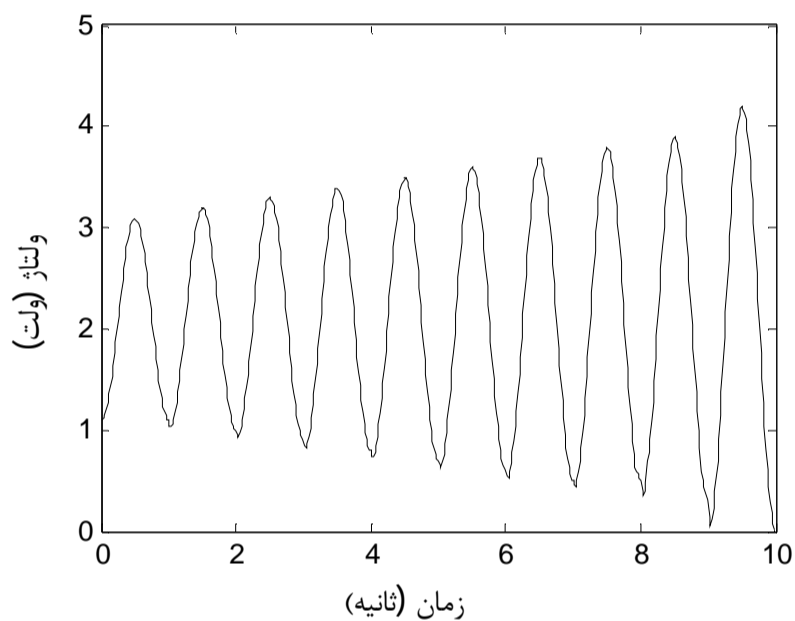
شکل 3- ب دستگاه تست تجربی

2- Analog Proximity Sensor  
3- BDC Electronic  
4- Advantech 4704 usb  
5- Labview 2014 (64-bit)  
6- Intel DTC-AAA05 4-wire

1- Adaptamat

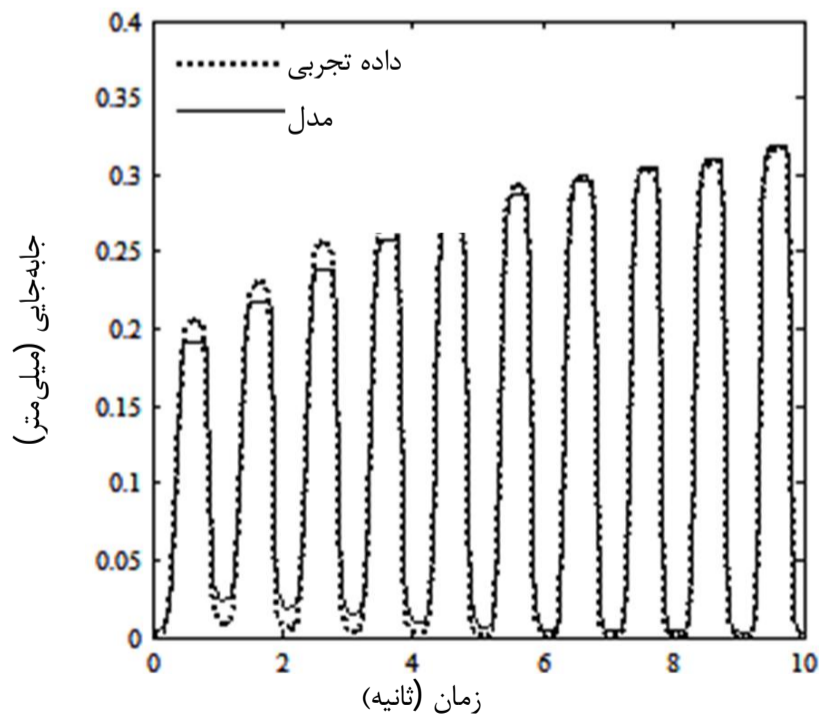
جدول 2 پارامترهای شناسایی شده مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته با استفاده از

داده‌های تجربی	
متغیرها	مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته
$\alpha$	2/333
$\beta$	3/069
$\tau$	-4/597
$a_0$	2/362
$a_1$	2/425
$a_2$	1/619
$a_3$	-4/851
$b_0$	2/457
$b_1$	1/295
$b_2$	0/066
$b_3$	3/031
$q$	1/028

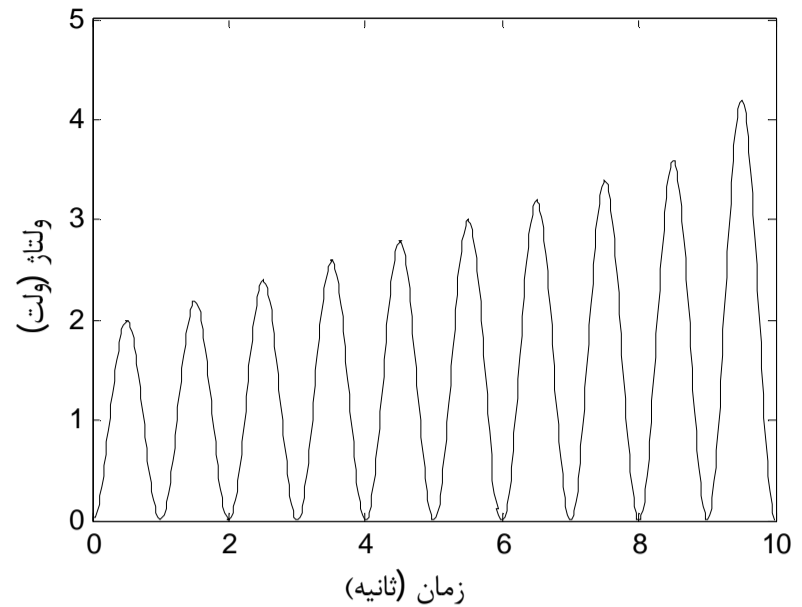


شکل 7 سیگنال ورودی اعمالی به منبع جریان عملگر آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی برای اعتبارسنجی مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته

(جذر میانگین مربعات خطای پیش‌بینی 2/6 درصد ماکزیمم جابجایی عملگر است)، خروجی را پیش‌بینی کند. نمودار خطای جابجایی مطلق در شکل 9 نشان داده شده است. برای بیان دقیق‌تر کارایی مدل پیش‌بینی پسماند، جدول 3 میانگین خطای مطلق، حداکثر خطای مطلق و جذر میانگین مربعات خطای پیش‌بینی را نشان می‌دهد.



شکل 8 مقایسه جابجایی اندازه‌گیری شده از عملگر آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی و پیش‌بینی مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته

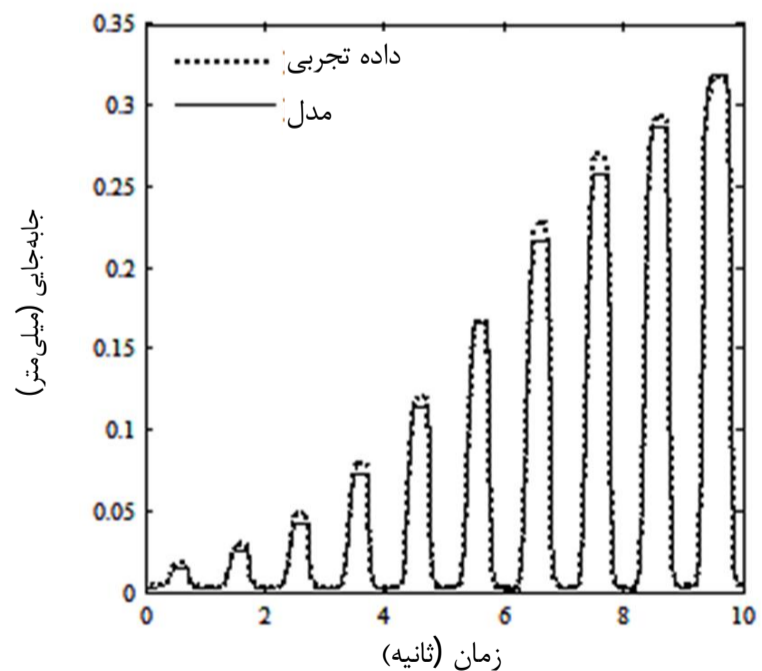


شکل 5 سیگنال ورودی اعمال شده به منبع جریان عملگر آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی برای شناسایی متغیرها

عملگر به عنوان خروجی مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته برای یافتن پارامترهای مدل ثبت شده است. برای یافتن پارامترهای مدل، از جعبه ابزار بهینه‌سازی متلب استفاده شده است. در این کار با استفاده از روش الگوریتم ژنتیک خطای پیش‌بینی کمینه‌سازی شده است. شکل 6 جابجایی خروجی عملگر و خروجی پیش‌بینی شده توسط مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته را نمایش می‌دهد. پارامترهای بدست آمده در جدول 2 مشخص شده‌اند.

جذر میانگین مربعات خطای<sup>1</sup> پیش‌بینی برابر با 0/0046 میلی‌متر بوده که این مقدار کمتر از 1/5 درصد ماکزیمم جابجایی عملگر می‌باشد. شکل 6 نشان می‌دهد که مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته برای پیش‌بینی رفتار عملگر آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی، در فرکانس ثابت، می‌تواند به خوبی عمل کند. برای اثبات این ادعا و تعیین اعتبار مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته با استفاده از پارامترهای شناسایی شده، سیگنال سینوسی متفاوتی به عملگر اعمال شده است. سیگنال اعمالی در پروسه اعتبارسنجی در شکل 7 مشخص شده است.

داده‌های حاصل از نتایج خروجی اندازه‌گیری شده از عملگر و خروجی پیش‌بینی شده توسط مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته، در شکل 8 مقایسه شده است. همان‌گونه که از شکل 8 مشاهده می‌شود، مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته شبیه ساز پسماند، توانسته با دقت خوبی

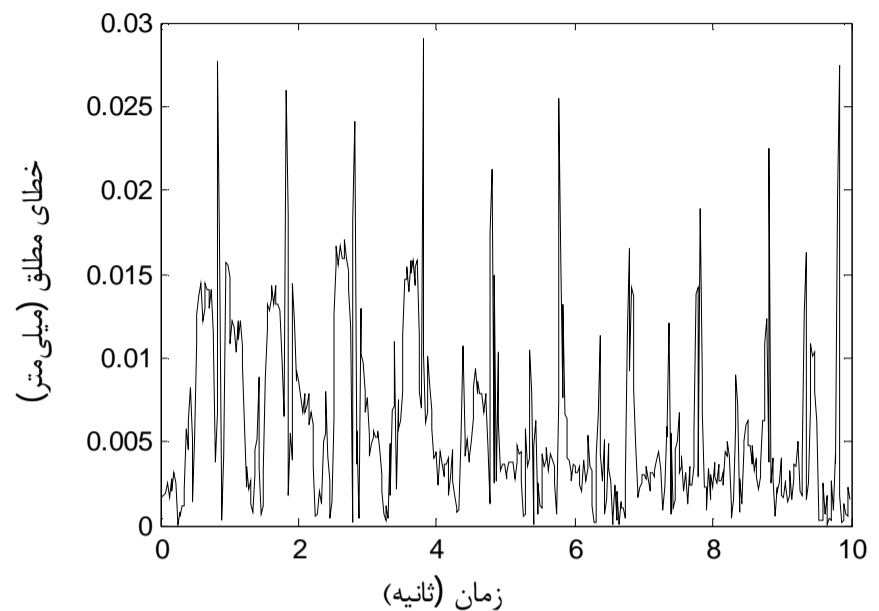


شکل 6 مقایسه جابجایی خروجی عملگر و پیش‌بینی مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته بر حسب زمان

1- Root Mean Squared Error (RMSE)

جدول 3 خطای مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته در فرآیند اعتبارسنجی

میانگین خطای مطلق (mm)	حداکثر خطای مطلق (mm)	جذر میانگین مربعات خطا (mm)
0/0059	0/0291	0/0078



شکل 9 خطای مطلق مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته در فرآیند اعتبارسنجی بر حسب زمان

### 5- نتیجه گیری

در این مقاله رفتار پسماند عملگر آلیاژ حافظه دار مغناطیسی توسط مدل شبیه ساز پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته مدل سازی شده است. با استفاده از داده های تجربی ورودی-خروجی عملگر آلیاژ حافظه دار مغناطیسی ابتدا 12 پارامتر مدل شبیه سازی پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته شناسایی شده است. سپس با تغییر در ورودی اعمالی به عملگر و استفاده از مدل حاصله، خطای پیش بینی به دست آمده است. این خطا، عملکرد مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته را کاملاً تصدیق می کند. جذر میانگین مربعات خطای 0/0078 میلی متری نشان می دهد که در شرایط دمایی ثابت، مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته می تواند به خوبی رفتار پسماند نامتقارن عملگر آلیاژ حافظه دار مغناطیسی را پیش بینی کند. بنابراین در شرایط دمایی ثابت، برای جبران رفتار پسماند و کنترل عملگر، مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته می تواند گزینه ای مناسب محسوب گردد.

### 6- فهرست علائم

$a$	ضریب وزنی تابع پوشان در جهت افزایش، پارامتر مدل
$b$	ضریب وزنی تابع پوشان در جهت کاهش، پارامتر مدل
$F$	اپراتور پسماند بازی
$J$	مجموع مربعات خطا
$p$	تابع چگالی
$r$	تابع آستانه
$t$	زمان (s)
$u$	ورودی مدل (v)
$y_{classical}$	خروجی مدل پرنتل-ایشلینسکی کلاسیک (mm)
$y_{generalized}$	خروجی مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته (mm)
$y_m$	خروجی اندازه گیری شده توسط دستگاه تست تجربی (mm)

### علائم یونانی

$\alpha$	ضریب تابع چگالی، پارامتر مدل
$\beta$	ضریب تابع آستانه، پارامتر مدل

$\tau$	ثابت زمانی، پارامتر مدل
$\gamma$	تابع پوش (kgm <sup>-3</sup> )

زیر نویس ها

classical مدل پرنتل-ایشلینسکی کلاسیک  
generalized مدل پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته

$l$	جهت افزایش
$m$	اندازه گیری شده توسط دستگاه تست تجربی
$n$	تعداد داده ها
$r$	جهت کاهش

### 7- مراجع

- [1] T. Krenke, S. Aksoy, and E. Duman, Hysteresis effects in the magnetic field induced reverse martensitic transition in magnetic shape memory alloys, *Journal of Applied Physics*, Vol. 108, No. 4, 2010.
- [2] C. Visone, D. Davino, and A. Adly, Vector Preisach modeling of magnetic shape memory materials oriented to power harvesting applications, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 46, No. 6, pp. 1848–1851, 2010.
- [3] L. Riccardi, *Position control with magnetic shape memory actuators*, PHD Thesis, Saarland University, Saarbruecken, Germany, 2012.
- [4] H. Sayyaadi, M. R. Zakerzadeh, and M. A. V. Zanjani, Accuracy evaluation of generalized Prandtl-Ishlinskii model in characterizing asymmetric saturated hysteresis nonlinearity behavior of shape memory alloy actuators, *International Journal of Research and Reviews in Mechatronic Design and Simulation*, Vol. 1, No. 3, pp. 59–68, 2011.
- [5] R. V. Iyer and X. Tan, Control of hysteretic systems through inverse compensation, *IEEE Control System*, Vol. 29, No. 1, pp. 83–99, 2009.
- [6] V. Basso, P.S. Carlo, L. B. Martino, Thermodynamic aspects of first order phase transformations with hysteresis in magnetic materials, *Magn Mater*, Vol. 316, No. 2, pp. 262–268, 2007.
- [7] S. Cao, B. Wang, R. Yan, W. Huang, and Q. Yang, Optimization of hysteresis parameters for the Jiles-Atherton model using a genetic algorithm, *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, Vol. 14, No. 2, pp. 1157–1160, 2004.
- [8] K. K. Ahn and N. B. Kha, Modeling and control of shape memory alloy actuators using Preisach model, genetic algorithm and fuzzy logic, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 20, No. 5, pp. 634–642, 2008.
- [9] F. Preisach, Über die magnetische Nachwirkung, *Zeitschrift für Physik*, Vol. 94, No. 5-6, pp. 277–302, 1935.
- [10] M. A. Krasnoselskii and A. V. Pokrovskii, *Systems with Hysteresis*, Springer, Berlin, Germany, 1983.
- [11] M. Brokate, J. Sprekels, *Hysteresis and Phase Transitions*, Applied Mathematical Science, vol. 121, Springer-Verlag, New York, 1996.
- [12] A. Visintin, *Differential Models of Hysteresis*, Springer, Berlin-Heidelberg, 1994.
- [13] F. Ikhrouane and J. Rodellar, *Systems with Hysteresis Analysis, Identification and Control Using the Bouc-Wen Model*, Wiley InterScience, Newyork, 2009.
- [14] J. Song and A. D. Kiureghian, Generalized Bouc-Wen model for highly asymmetric hysteresis, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 132, No. 6, pp. 610, 2006.
- [15] I. Mayergoyz, Mathematical Models of Hysteresis, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 22, No. 5, pp. 603, 1986.
- [16] J. Koutny, M. Kruzik, A. J. Kurdila, and T. Roubicek, Identification Of Preisach-Type Hysteresis Operators, *Numerical Functional Analysis and Optimization*, Vol. 29, No. 1, pp. 48, 2008.
- [17] H. T. Banks, A. J. Kurdila and G. Webb, Identification of Hysteretic Control Influence Operators Representing Smart Actuators Part I: Formulation, *Mathematical Problems in Engineering*, Vol 3, pp. 287-328, 1997.
- [18] M. Al Janaideh, S. Rakheja, and C. Y. Su, A generalized Prandtl-Ishlinskii model for characterizing rate dependent hysteresis, *Proceedings of the IEEE International Conference on Control Applications*, pp. 343–348, Singapore, 2007.
- [19] K. Kuhnen, Modeling, Identification and Compensation of Complex Hysteretic Nonlinearities: A Modified Prandtl-Ishlinskii Approach, *European Journal of Control*, Vol. 9, No. 4, pp. 407–418, 2003.
- [20] M. Zhou, S. Wang, W. Gao, Hysteresis Modeling of Magnetic Shape Memory Alloy Actuator Based on Krasnosel'skii-Pokrovskii Model, *The Scientific World Journal*, Vol. 2013, 2013.
- [21] M. R. Zakerzadeh, H. Sayyadi, Experimental comparison of some phenomenological hysteresis models in characterizing hysteresis behavior of shape memory alloy actuators, *Journal of Intelligent material systems and structures*, Vol. 23, No. 12, pp. 1287-1309, 2012.
- [22] M. Al Janaideh, C. Y. Su, and S. Rakheja, Compensation of symmetric and asymmetric hysteresis nonlinearities in smart actuators with a

[23] K. Schlüter, L. Riccardi, and A. Raatz, An Open-Loop Control Approach for Magnetic Shape Memory Actuators Considering Temperature Variations, *Advances in Science and Technology*, Vol. 78, pp. 119–124, Sep. 2012.

generalized Prandtl-Ishlinskii presentation, *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, AIM*, Vol. 1, pp. 890–895, Montreal, Canada, 2010.