



پاسخ ورق تمام گیردار چندلایه مرکب تحت ضربه سرعت پایین با استفاده از روش گالرکین

رضا پاکنژاد^۱، فرامرز آشنای قاسمی^{۲*}، کرامت ملکزاده فرد^۳

۱- کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران

۲- استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران

۳- دانشیار مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

* تهران، صندوق پستی ۱۵۸۱۱-۱۶۷۸۸، f.a.ghasemi@srttu.edu

چکیده

در این تحقیق، اثرات بار ضربه‌ای با جرم کوچک و سرعت پایین روی یک ورق کامپوزیتی لایه‌ای با تکیه‌گاه تمام گیردار با بهره‌گیری از چند جمله‌ای‌های جبری مناسب و روش تابع وزنی گالرکین مطالعه شده است. از تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی، معادلات حاکم بر ورق کامپوزیتی و روابط مناسب برای میدان جابه‌جایی ورق استفاده گردید. رفتار متقابل بین ضربه‌زننده و ورق کامپوزیتی به کمک یک سیستم دو درجه آزادی جرم- فنر مدلسازی و مورد تحلیل قرار گرفت. نتایج نشان داد پارامترهایی مانند جرم و سرعت ضربه‌زننده در یک مقدار انرژی جنبشی ثابت، جرم ورق کامپوزیتی (هدف)، افزایش طول به عرض ورق و زاویه چیدمان الیاف در لایه‌های ورق کامپوزیتی از عوامل مهم و تأثیرگذار در بررسی پدیده ضربه و طراحی سازه‌ها می‌باشد.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۰۱ تیر ۱۳۹۲

پذیرش: ۱۵ مهر ۱۳۹۲

ارائه در سایت: ۱۶ بهمن ۱۳۹۲

کلید واژگان:

ضربه

ورق کامپوزیتی

روش گالرکین

ورق تمام گیردار

مدل جرم- فنر

Response of fully-clamped composite laminated plate subjected to low-velocity impact using Galerkin method

Reza Paknejada¹, Faramarz Ashenai Ghasemi^{2*}, Keramat Malekzadeh Fard³

1- Department of Mechanical Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University (SRTTU), Tehran, Iran.

2- Department of Mechanical Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University (SRTTU), Tehran, Iran.

3- Department of Mechanical Engineering, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran.

*P.O.B. 16788-15811, Tehran, Iran. f.a.ghasemi@srttu.edu

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 22 June 2013
Accepted 07 October 2013
Available Online 05 February 2014

Keywords:

Impact
Composite Plate
Galerkin Method
Fully-Clamped Plate
Springs-Masses Model

ABSTRACT

Dynamic response of fully-clamped laminated plate subjected to small mass and low-velocity impact studied in this paper by using the suitable Algebraic Polynomials and Galerkin method. The first-order deformation theory as well as the displacement field is used to solve the governing equations of the composite plate analytically. The interaction between the impactor and the target are considered in the impact analysis. This interaction is modeled with the help of a two degrees-of-freedom system, consisting of springs-masses. The results indicated that some of parameters like mass and velocity of the impactor in a constant impact energy level, mass of the plate (target), increasing the length-to-width ratio of the plate (a/b ratio) and orientation of composite fibers of plate are important factors affecting the impact process and the design of structures.

۱- مقدمه

ضربه‌ای در اثر تماس جرم خارجی و نیز بررسی آسیب و کاهش استحکام باقیمانده و مودهای شکست انجام داد. یونگ و همکاران [۴] آنالیز دینامیکی ورق کامپوزیتی گرافیت-اپوکسی^۱ با دو شرط مرزی تکیه‌گاه ساده و تمام گیردار، که تحت ضربه با سه مقدار سرعت مختلف قرار داشت، را بررسی نمودند. از روش المان محدود و روش عددی برای محاسبه توزیع نیروی تماسی هنگام ضربه، جابه‌جایی مرکز ورق، تنش و کرنش در ورق استفاده شد. آن‌ها نشان دادند که سرعت ضربه‌زننده پارامتر مهمی در تحلیل ورق است و با افزایش سرعت، هر کدام از پارامترهای بالا افزایش می‌یابد. همچنین

مواد مرکب، به دلیل سبکی وزن، استحکام کششی بالا، مقاومت مناسب در برابر بسیاری از مواد شیمیایی، صرفه‌جویی در مصرف انرژی و بسیاری از خواص مفید دیگر در صنایع مختلف کاربرد دارند. در این بین پدیده ضربه و بررسی اثرات ناشی از آن بر روی سازه‌های مختلف خصوصاً سازه‌های مرکب لایه‌ای سال‌های زیادی است که مورد توجه و دقت دانشمندان می‌باشد. پاسخ سازه‌های مرکب تحت بار ضربه‌ای یک عامل مهم و اساسی مورد نیاز در طراحی است که باید به آن توجه شده و در نظر گرفته شود. ابریت [۱-۳] مطالعات وسیع و گسترده‌ای را روی پاسخ مواد و سازه‌های کامپوزیتی به بار

1- Graphit-Epoxy

Please cite this article using:

R. Paknejad, F. Ashenai Ghasemi, K. Malekzadeh Fard, Response of fully-clamped composite laminated plate subjected to low-velocity impact using Galerkin method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 1, pp. 45-50, 2014 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

تحلیل ورق کامپوزیتی با تکیه‌گاه‌های گیردار تحت بار ضربه جرم کوچک با سرعت پایین برای اولین بار انجام شده و از نوآوری‌های ویژه مقاله است. یکی از نوآوری‌های فرمولبندی حاضر، به‌کاربردن یک حل جفت‌شده برای حل مسئله ضربه است که در آن نیروی ضربه ورودی در معادلات دینامیکی سیستم، خود وابسته به فرکانس طبیعی پایه سیستم است. در مسئله ضربه با جرم کوچک این تکنیک برای اولین بار در این مقاله به‌کار برده شده است.

۲- معادلات حاکم

معادلات ورق به‌وسیله ویتنی و پاگانو [۱۲] مورد استفاده قرار گرفت. آن‌ها تأثیر تغییر شکل برشی عرضی را با توجه به میدان جابه‌جایی روابط (۱) در نظر گرفتند:

$$\begin{aligned} u &= u^0(x, y, t) + z \psi_x(x, y, t) \\ v &= v^0(x, y, t) + z \psi_y(x, y, t) \\ w &= w^0(x, y, t) \end{aligned} \quad (1)$$

u^0, v^0 و w^0 جابجایی‌های ورق در جهات x, y و z در مرکز صفحه ورق و ψ_x و ψ_y برش‌های دورانی در راستای x و y می‌باشند. برای ورق ارتوتروپیک خاص $(A_{16} = A_{26} = B_{ij} = D_{16} = D_{26} = 0)$ نتایج به‌صورت فرمول (۲) خواهد بود:

$$\begin{aligned} D_{11}\psi_{x,xx} + D_{66}\psi_{x,yy} + (D_{12} + D_{66})\psi_{y,xy} - k_{sh}A_{55}\psi_x \\ - k_{sh}A_{55}w_x = I\dot{\psi}_x \\ (D_{12} + D_{66})\psi_{x,xy} + D_{66}\psi_{y,xx} + D_{22}\psi_{y,yy} - k_{sh}A_{44}\psi_y \\ - k_{sh}A_{44}w_y = I\dot{\psi}_y \end{aligned} \quad (2)$$

k_{sh} ضریب تصحیح برشی است که مقدار آن با اندازه‌گیری میندلاین [۱۳] برابر با $\pi^2/12$ و q نیروی دینامیکی وارد بر ورق بوده و همچنین:

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}^k(1, z, z^2) dz (\rho, I) = \int_{-h/2}^{h/2} \rho_0(1, z^2) dz \quad (3)$$

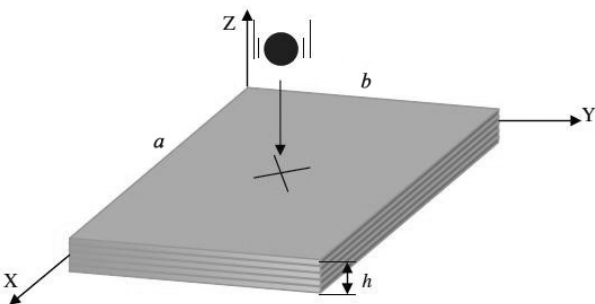
در رابطه (۳)، ρ_0 جرم حجمی هر لایه و ρ جرم حجمی کل ورق، I ممان اینرسی، h ضخامت ورق، A_{ij}, B_{ij}, D_{ij} به ترتیب ماتریس‌های سفتی محوری، خمشی-محوری و خمشی می‌باشند [۱۴].

$(Q_{ij})_k (i, j = 1, 2, 6)$ مؤلفه‌های سفتی کاهش یافته برای حالت تنش غشایی در صفحه $(x$ و $y)$ و $(Q_{ij})_k (i, j = 4, 5)$ مؤلفه‌های سفتی برشی عرضی کاهش یافته می‌باشند [۱۱].

در تحقیق حاضر، یک ورق مستطیلی تمام گیردار با اندازه‌های a و b انتخاب می‌شود. با توجه به اینکه هر چهار طرف ورق کاملاً گیردار بوده، شرایط مرزی با توجه به رابطه (۴) در نظر گرفته می‌شود:

$$w = \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial y} = 0, \psi_x = \psi_y = 0 \quad (4)$$

شکل ۱ نشان‌دهنده یک ورق مرکب چندلایه است که با یک ضربه‌زننده در مرکز آن در تماس است.



شکل ۱ ورق مرکب تمام گیردار با ضربه‌زننده در مرکز

توزیع تنش و کرنش در بین لایه‌ها برای پیش‌بینی آسیب ضربه اهمیت دارد. میشله و همکاران [۵،۶] یک مدل جرم و فنر یک درجه و دو درجه آزادی را برای پیش‌بینی آسیب حاصل از ضربه با سرعت پایین بر روی پائل‌های ساندویچی^۱ ارائه دادند. آن‌ها چندین حالت تکیه‌گاهی مختلف ورق مانند چهار طرف گیردار، چهار طرف لولا، دو طرف گیردار و دو طرف آزاد و ورق روی پایه صلب را بررسی نموده و با مدل جرم و فنر، نیروی برخورد را نیز به صورت ساده و تحلیلی برای شرایط مرزی یاد شده به‌دست آوردند. آسلان و همکاران [۷] تأثیر اعمال ضربه با سرعت پایین بر روی ورق کامپوزیتی شیشه-پوکسی لایه با زاویه الیاف را به‌صورت آزمایش و حل المان محدود بررسی نمودند. تست ضربه با دو ضربه‌زننده به جرم‌های کوچک و بزرگ انجام شد و نتایج کار با نرم‌افزارهای المان محدود مقایسه گردید. از سه ورق با اندازه‌های متفاوت، که از دو سرگیردار و دو سر دیگر آزاد بودند، استفاده شد. تحقیق آن‌ها جهت محاسبه تنش و نیروی تماسی ورق کامپوزیتی در طول زمان اعمال ضربه به‌همراه یک آنالیز شکست برای پیش‌بینی آغاز آسیب ضربه و تورق اولیه به‌انجام رسید. آن‌ها نشان دادند که بر روی یکی از سه ورق در نظر گرفته شده نسبت به دو ورق دیگر نیروی تماسی بالاتر و تورق^۲ گسترده‌تری به‌دست می‌آید.

آشنای قاسمی و همکاران [۸،۹] با استفاده از یک روش تحلیلی-عددی به بررسی پدیده ضربه با جرم ضربه‌زننده کوچک و بزرگ بر روی ورق کامپوزیتی و چند لایه‌های الیاف-فلز یک‌سرگیردار و تمام لولا پرداختند. آن‌ها ثابت کردند، پارامترهایی مانند جرم و سرعت ضربه‌زننده، جرم ورق به‌عنوان هدف، زاویه چیدمان الیاف، نسبت طول به عرض ورق و فرکانس طبیعی ورق کامپوزیتی و چند لایه‌های الیاف-فلز در تحلیل ضربه، خیز ورق و تنش‌های ناشی از آنها مؤثر است.

چان و لام [۱۰] پاسخ ورق‌های کامپوزیتی متعامد و زاویه‌دار چهارسر گیردار را، که تحت ضربه با سرعت پایین و جرم کوچک قرار گرفته بود، تحلیل نمودند. آن‌ها با استفاده از روابط انرژی جنبش و پتانسیل، تئوری مرتبه بالای تغییر شکل برشی، قانون ضربه غیرخطی هرتز و جاگذاری در معادلات لاگرانژ روابط خود را استخراج نموده و با اعمال شرایط مرزی برای ورق سه‌لایه مرکب با سه نوع زاویه‌چینی الیاف $(0/90/0)$ و $(30/30/30)$ و $(30/0/30)$ ، تأثیر نیروی تماسی یا نیروی برخورد بر ورق و ضربه‌زننده، جابه‌جایی ورق و ضربه‌زننده و تنش‌های اصلی و برشی را نسبت به زمان بررسی و حل تحلیلی نموده و با هم مقایسه کردند.

احمدی و همکاران [۱۱] مقاومت ورق مرکب چندلایه‌ای الیاف-فلز، که از الیاف شیشه و فلز آلومینیوم با نسبت ضخامت‌های متفاوت تشکیل شده است را تحت ضربه با سرعت بالا با روش آزمایشگاهی و تحلیل عددی بررسی نمودند. آن‌ها ثابت کردند تغییر ضخامت ورق‌های آلومینیوم و لایه‌های کامپوزیت در جذب انرژی ضربه‌ای ورق الیاف-فلز مؤثر است. نسبت ضخامت مؤثر به بیشینه انرژی سوراخ‌کنندگی نیز در بررسی‌های آن‌ها به‌دست آمد.

در این تحقیق پاسخ ورق چندلایه مرکب تمام گیردار تحت ضربه با جرم کوچک و سرعت پایین به‌کمک روش تابع وزنی گالرکین مورد بررسی قرار می‌گیرد. تأثیرات جرم و سرعت ضربه‌زننده در یک مقدار انرژی جنبشی ثابت، نسبت طول به عرض و تغییرات زاویه چیدمان الیاف بر روی نیروی تماسی و خیز ورق مرکب مطالعه می‌شود. معادلات حاکم بر ورق در حالت ضربه دینامیکی به‌صورت مرتبط و کوپله با مدل جرم و فنر حل می‌گردد.

1- Sandwich panels
2- Delamination

۳- پاسخ دینامیکی ورق

۳-۱- تحلیل نیروی تماسی

در این قسمت برای تعیین کردن نیروی ضربه‌ای اعمالی بر ورق مرکب چندلایه از یک سیستم دو درجه آزادی جرم-فنر [۸،۹] استفاده می‌شود (شکل ۲).

$$m_1 \ddot{\Delta}_1 + K_c^* (\Delta_1 - \Delta_2) = 0$$

$$M_{eff}^p \ddot{\Delta}_2 + K_c^* (\Delta_2 - \Delta_1) + K_g \Delta_2 = 0 \quad (5)$$

در رابطه (۵)، m_1 جرم ضربه‌زننده، M_{eff}^p جرم مؤثر ورق، Δ_1 جابه‌جایی ضربه‌زننده و Δ_2 جابه‌جایی ورق در نقطه تماس می‌باشند.

K_c^* سفتی تماسی خطی شده و K_g سفتی معادل ورق می‌باشد. پاسخ معادلات دیفرانسیل (۵) به صورت روابط (۶) می‌باشد.

$$\Delta_1 = A_1 \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\Delta_2 = A_2 \sin(\omega t + \varphi) \quad (6)$$

حرکت عمومی سیستم در لحظه زمانی t با توجه به جواب‌های عمومی معادلات (۵) در رابطه (۷) تعریف می‌شود.

$$\begin{cases} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{cases} = c_1 \bar{\varphi}^{(1)} \sin(\omega_{n1} t + \psi_1) + \bar{\varphi}^{(2)} \sin(\omega_{n2} t + \psi_2) \quad (7)$$

در رابطه (۷)، ω_{n1} و ω_{n2} فرکانس‌های طبیعی و $\bar{\varphi}^{(1)}$ و $\bar{\varphi}^{(2)}$ شکل مودهای اول و دوم ورق می‌باشند. ضرایب مجهول C_1 و C_2 و ψ_1 و ψ_2 را با اعمال شرایط اولیه (۸) می‌توان به دست آورد:

$$\begin{cases} \Delta_1(t=0) = 0 \\ \Delta_2(t=0) = 0 \end{cases}, \begin{cases} \dot{\Delta}_1(t=0) = v_0 \\ \dot{\Delta}_2(t=0) = 0 \end{cases} \quad (8)$$

$$F(t) = K_c^* (\Delta_1 - \Delta_2) \quad (9)$$

در رابطه (۹)، $F(t)$ نیروی تماسی و δ جابه‌جایی بین ورق هدف و ضربه‌زننده می‌باشد. در معادلات (۵) و (۹)، K_c^* عبارت است از مجموعه‌ای از توابع گاما $\Gamma()$ که در رابطه (۱۱) تعریف می‌گردد [۱۵]:

$$K_c^* = \sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{p+1}{2}\right) \frac{2\Gamma\left(\frac{p}{2}+1\right) + \sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{p+1}{2}\right)}{2\Gamma^2\left(\frac{p}{2}+1\right) + \pi \Gamma^2\left(\frac{p+1}{2}\right)} \delta_m^{p+1} K_C \quad (11)$$

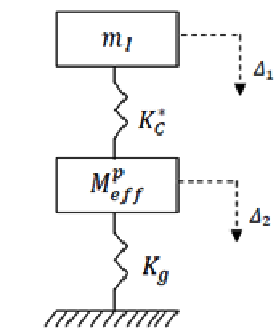
$$p = 1.5, K_g = M_p \omega_{11}^2, K_c = \frac{4}{3} ER \frac{1}{2} \quad (12)$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \frac{1}{E} = \frac{1-v_2^2}{E_2} + \frac{1-v_1^2}{E_1} \quad (13)$$

R شعاع ضربه‌زننده، v ضریب پواسن و E مدول الاستیسیته بوده و اندیس‌های ۱ و ۲ به ترتیب مربوط به ضربه‌زننده و ورق هدف است. در رابطه (۱۳) برای ورق کامپوزیت چندلایه مقادیر $v_2 = v_{12}$ و $E_2 = E_{22}$ در نظر گرفته می‌شوند. ω_{11} فرکانس طبیعی اولین مود ارتعاشی ورق است، M_p جرم کل ورق بوده، که با رابطه (۱۴) محاسبه می‌گردد:

$$M_i = \int_{V_i} \rho_i(Z) dV_i = ab \int_{-\frac{h_i}{2}}^{\frac{h_i}{2}} \rho_i(Z) dz, i = 1, 2 \quad (14)$$

که ρ و t به ترتیب نشان‌دهنده جرم حجمی ماده سازنده و تعداد لایه‌ها می‌باشند.



شکل ۲ مدل دو درجه آزادی جرم-فنر

۳-۲- تحلیل ارتعاش آزاد ورق

برای محاسبه نیروی تماسی حاصل از برخورد باید اولین فرکانس طبیعی ورق یا به عبارت دیگر کوچک‌ترین فرکانس طبیعی ورق طبق رابطه (۱۲) در نظر گرفته شود. به منظور تحلیل ارتعاش آزاد، مقدار نیروی q را در معادلات حرکت ورق (معادلات ۲) صفر قرار داده و توابع مناسبی برای جابه‌جایی ورق با توجه به شرایط مرزی در نظر گرفته شده اختیار می‌شود.

تابع جابه‌جایی برای ورق‌های مستطیلی به صورت رابطه (۱۵) حدس زده می‌شود [۱۶]:

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N W_{mn}(t) X_m(x) Y_n(y) \quad (15)$$

در رابطه (۱۵)، X_m و Y_n را می‌توان به صورت تابعی از چند جمله‌ای‌های جبری، چند جمله‌ای‌های ویژه و سری‌های فوریه، که شرایط مرزی هندسی مسأله را ارضا می‌کنند، تعریف نمود. برای ورق با شرایط مرزی تمام گیردار، توابع X_m و Y_n به صورت چند جمله‌ای‌های جبری (۱۶) تعریف می‌گردند [۱۶]:

$$X_m(x) = \left(\frac{x}{a}\right)^{m+1} - 2\left(\frac{x}{a}\right)^{m+2} + \left(\frac{x}{a}\right)^{m+3}$$

$$Y_n(y) = \left(\frac{y}{b}\right)^{n+1} - 2\left(\frac{y}{b}\right)^{n+2} + \left(\frac{y}{b}\right)^{n+3}$$

$$m, n = 1, 2, 3, \dots \quad (16)$$

m تعداد نیم موج‌ها در جهت x و n تعداد نیم موج‌ها در جهت y می‌باشند. با توجه به روابط (۱۵) و (۱۶) میدان جابه‌جایی به فرم (۱۷) تعریف می‌گردد:

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N W_{mn}(t) X_m(x) Y_n(y)$$

$$\psi_x(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N A_{mn}(t) \left(\frac{\partial}{\partial x} X_m(x)\right) Y_n(y)$$

$$\psi_y(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N B_{mn}(t) X_m(x) \left(\frac{\partial}{\partial y} Y_n(y)\right) \quad (17)$$

که در آن‌ها ضرایب $A_{mn}(t)$ ، $B_{mn}(t)$ و $W_{mn}(t)$ وابسته به زمان بوده، که به صورت روابط (۱۸) در نظر گرفته می‌شوند:

$$A_{mn} = A_{mn}^0 e^{i\omega t}, B_{mn} = B_{mn}^0 e^{i\omega t}, W_{mn} = W_{mn}^0 e^{i\omega t} \quad (18)$$

A_{mn}^0 ، B_{mn}^0 و W_{mn}^0 ثوابت شکل مودهای طبیعی و ω فرکانس طبیعی بوده که محاسبه می‌گردند.

$$\begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{cases} A_{mn}^0 \frac{\partial X_m(x)}{\partial x} Y_n(y) \\ B_{mn}^0 X_m(x) \frac{\partial Y_n(y)}{\partial y} \\ W_{mn}^0 X_m(x) Y_n(y) \end{cases} e^{i\omega t} = \{0\} \quad (19)$$

L_{ij} عملگرهای دیفرانسیلی هستند. برای حل معادلات دیفرانسیل ورق می‌توان از روش باقیمانده وزنی به شیوه توابع وزنی گالرکین به صورت رابطه (۲۰) استفاده کرد [۱۶، ۱۷]:

$$\int_0^a \int_0^b ([L_{ij}]\{\phi\} e^{i\omega t}) \{\psi\} dy dx = \{0\} \quad (20)$$

در رابطه (۲۰)، عبارت $\{\phi\}$ بردار شکل مودهای طبیعی و $\{\psi\}$ بردار توابع وزنی بوده که به صورت (۲۱) تعریف می‌گردند:

$$\phi = \begin{cases} A_{mn}^0 \frac{\partial X_m(x)}{\partial x} Y_n(y) \\ B_{mn}^0 X_m(x) \frac{\partial Y_n(y)}{\partial y} \\ W_{mn}^0 X_m(x) Y_n(y) \end{cases}, \psi = \begin{cases} \frac{\partial X_p(x)}{\partial x} Y_q(y) \\ X_p(x) \frac{\partial Y_q(y)}{\partial y} \\ X_p(x) Y_q(y) \end{cases} \quad (21)$$

با جایگذاری رابطه (۲۱) در (۲۰) و انتگرال‌گیری از آن معادله مقادیر ویژه به فرم رابطه (۲۲) حاصل می‌شود:

$$([K] - \omega^2 [M])\{d\} = \{0\} \quad (22)$$

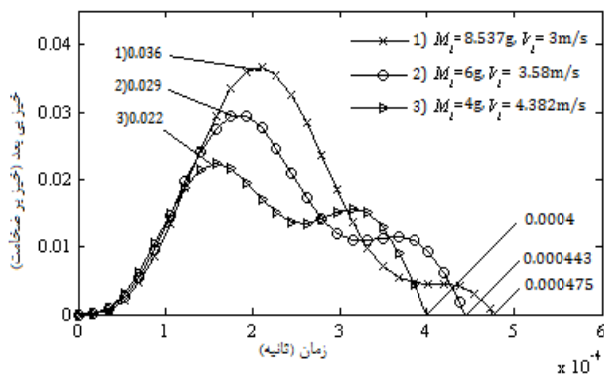
کوچک‌ترین فرکانس طبیعی به دست آمده براساس روش حل ارائه شده در این تحقیق و مقایسه آن با نرم افزار المان محدود آباکوس^۱ به جهت صحت روابط بخش ۳-۲ در جدول ۲ نشان داده شده است.

برای اثبات درستی روابط به دست آمده برای نیروی تماسی ورق در قسمت ۳-۱، مقایسه با نتایج حاصل از یک روش حل مستقیم [۱۹] و یک روش تحلیلی [۲۰]، صورت گرفته است. شکل ۳ نمایشگر انطباق خوب تحقیق حاضر با نتایج محققین پیشین است. برای نشان دادن این مقایسه، یک ورق کامپوزیتی ۲۴ لایه با لایه چینی_۳ [۴۵/۹۰/-۴۵/۰] در نظر گرفته شده است، که با ضربه‌زننده جرم بزرگ ۶/۱۵ کیلوگرم (جرم بزرگ به معنی اینکه نسبت جرم ضربه‌زننده به جرم ورق بیشتر از ۲ است) و سرعت ۱/۷۶ متر بر ثانیه بر ورق هدف اصابت می‌کند.

در این تحقیق، برای نخستین بار با استفاده از توابع وزنی گالرکین به بررسی و تحلیل پدیده ضربه بر روی ورق کامپوزیتی تمام گیردار پرداخته می‌شود و تأثیر جرم و سرعت ضربه‌زننده در یک مقدار انرژی جنبشی ثابت، افزایش نسبت طول به عرض ورق و زاویه چیدمان الیاف بر ضربه وارده مطالعه می‌شود. ورق کامپوزیتی مورد استفاده در این بررسی به عنوان هدف، متعامد و متقارن بوده و ضربه‌زننده به شکل کره و با جرم‌های کوچک در نظر گرفته می‌شود.

۴-۱- تأثیر جرم و سرعت ضربه‌زننده در یک مقدار انرژی جنبشی ثابت
تأثیر جرم‌ها و سرعت‌های متفاوت ضربه‌زننده در یک مقدار انرژی جنبشی ثابت در این بخش مطالعه می‌شوند. جرم و سرعت ضربه‌زننده، با توجه به جدول شماره ۳، انتخاب می‌شود. شکل ۴ نشان می‌دهد که افزایش سرعت ضربه‌زننده در مقابل کاهش جرم آن، که انرژی جنبشی ثابتی را برای تحلیل مسأله در پی دارد، نیروی تماسی برای ورق تمام گیردار مرکب را افزایش و در مقابل آن زمان تماس را کاهش می‌دهد.

این افزوده شدن نیروی تماسی، کم شدن ۵۳/۱۴ درصدی جرم و افزودگی ۳۱/۵۴ درصدی سرعت ضربه‌زننده را نتیجه می‌دهد. این مقادیر، نیروی تماسی را از ۴۸۵/۷ نیوتن به ۵۱۳ نیوتن بالا می‌برد که افزایش ۵/۳۲ درصدی است. این مقدار برای ضربه‌زننده جرم کوچک قابل ملاحظه است. در این بین تاریخچه زمان به اندازه ۵۳ میکروثانیه کاهش می‌یابد. شکل ۵ خیز بی‌بعد برای ورق تمام گیردار (بی‌بعدسازی نسبت جابه‌جایی ورق به ضخامت آن است) را نشان می‌دهد. با بالا بردن سرعت ضربه‌زننده و کم کردن جرم آن، خیز ورق به اندازه ۳۹ درصد و تاریخچه زمان به اندازه ۱۵/۸ درصد کاهش می‌یابد.



شکل ۵ تأثیر اختلاف جرم و سرعت ضربه‌زننده در مقدار انرژی ثابت روی خیز بی‌بعد ورق

جدول ۱ مشخصات ورق و ضربه‌زننده [۱۸]

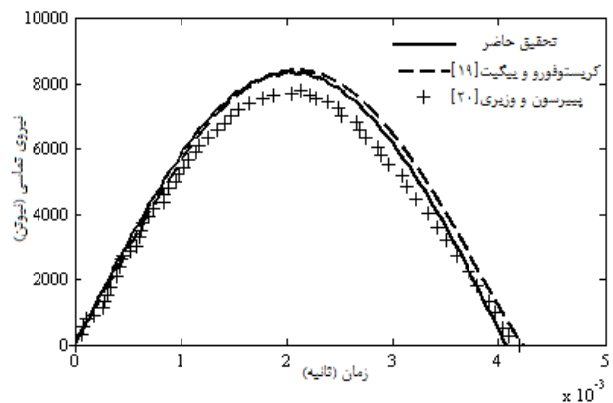
مشخصات ورق کامپوزیتی	
$E_{11}=120\text{GPa}, E_{22}=7.9\text{GPa}$	
$G_{12}=G_{13}=G_{23}=5.5\text{GPa}, \nu_{23}=0.3$	
$\nu_{12}=0.3, \rho=1580\text{kg/m}^3$	
مشخصات ضربه‌زننده	
$D=12.7\text{mm}$ کروی, $\rho=7960\text{kg/m}^3$	
$m_i=8.537\text{gr}, v_0=3\text{m/s}$	
$E=207\text{GPa}, \nu=0.3$	

جدول ۲ مقایسه فرکانس طبیعی اول محاسبه شده از جدول ۱

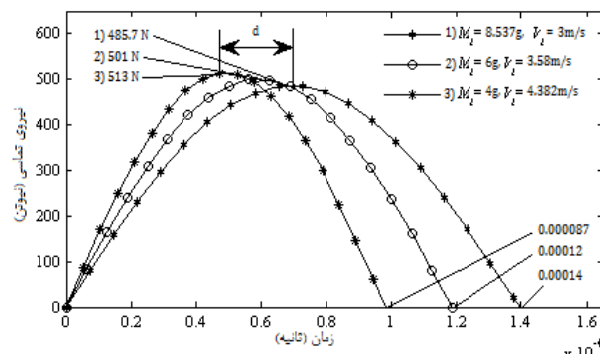
فرکانس طبیعی (رادیان بر ثانیه)	تحقیق حاضر	آباکوس	اختلاف (درصد)
اول	۴۰۲۷/۲	۴۰۱۵/۹	٪۰/۲۸
دوم	۷۴۹۴/۵	۷۴۴۴/۱	٪۰/۶۷
سوم	۹۰۰۴/۳	۸۹۷۹/۷	٪۰/۲۷
چهارم	۱۱۳۵۳	۱۱۲۵۴/۱	٪۰/۸۷
پنجم	۱۶۱۵۷/۹	۱۶۱۰۱/۴	٪۰/۳۴

جدول ۳ سرعت و جرم ضربه‌زننده در یک مقدار انرژی جنبشی ثابت (۰/۳۸۴)

سرعت ضربه‌زننده (m/s)	جرم ضربه‌زننده (gr)
۳	۸/۵۳۷
۳/۵۸	۶
۴/۳۸۲	۴



شکل ۳ مقایسه نیروی تماسی از مدل ارائه شده در این تحقیق با نتایج بررسی‌های قبل



شکل ۴ تأثیر اختلاف جرم و سرعت ضربه‌زننده در مقدار انرژی ثابت روی نیروی تماسی ورق

K_{ij} ضرایب ماتریس سختی، M_{ij} ضرایب ماتریس جرمی و $\{d\}$ بردار ثوابت شکل مود هستند. بدین ترتیب فرکانس‌های طبیعی ω قابل محاسبه خواهد بود.

۴- نتایج و تشریح

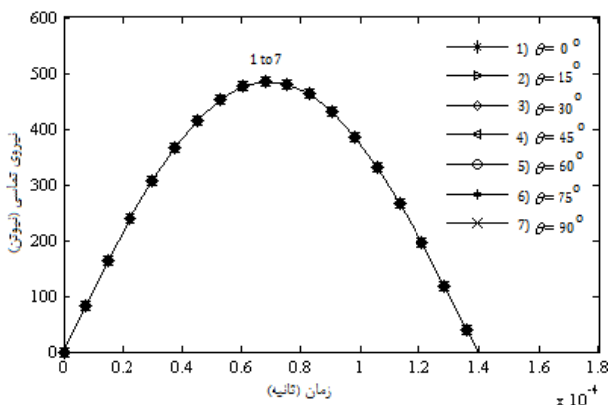
در این تحقیق ورق مربعی با اندازه‌های طول و عرض ۰/۲ متر و ۱۰ لایه با چیدمان [۰/۹۰/۰/۹۰/۰/۹۰/۰/۹۰]، که دارای ضخامت ۲/۶۹ میلی‌متر است [۱۸]، با مشخصات جدول ۱ در نظر گرفته شد.

۳-۴- تأثیر تغییر زاویه الیاف

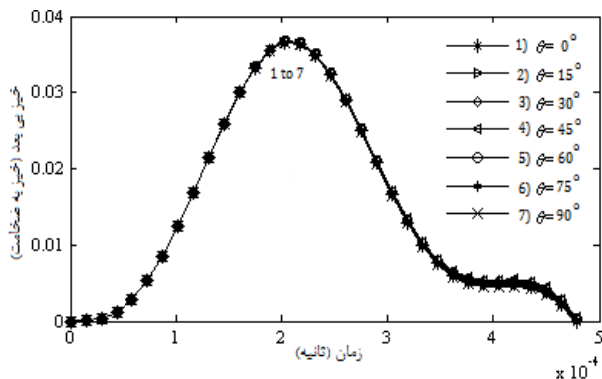
نمودارهای شکل ۸ و شکل ۹ میزان تأثیر زاویه الیاف را روی نیروی تماسی و خیز برای زوایای ۰°، ۱۵°، ۳۰°، ۴۵°، ۶۰°، ۷۵° و ۹۰°، که دارای لایه چینی $s_{\theta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ است، برای ورق مرکب دارای چهار سر گیردار نشان می‌دهند. با توجه به نمودارها و از آنجایی که با تغییر زوایای الیاف اختلاف قابل ملاحظه‌ای در فرکانس طبیعی ورق ایجاد نمی‌شود، در نمودارهای شکل‌های ۸ و ۹ تفاوتی در نیروی تماسی و خیز به‌زای تغییر زاویه الیاف مشاهده نمی‌گردد. با توجه به جدول ۴، فرکانس طبیعی ورق، با تغییراتی که در محاسبه سفتی خمشی ورق مرکب (D_{ij}) در اثر تفاوت در زاویه چیدمان الیاف رخ می‌دهد، دچار کاهش و افزایش می‌گردد. این کاهش فرکانس طبیعی از زاویه ۰° تا ۴۵° بوده و از ۴۵° تا ۹۰° فرکانس طبیعی افزایش می‌یابد. از آنجایی که ورق مرکب تحت ضربه با جرم کوچک و سرعت پایین قرار گرفته است، میزان نیروی تماسی و خیز ورق با توجه به تغییر زوایای چیدمان الیاف قابل ملاحظه نیست. البته برای جرم ضربه‌زننده بزرگ خیز ورق در اثر تغییر زوایای چیدمان الیاف قابل اغماض نبوده و باید در طراحی سازه‌ها مورد توجه قرار گیرد [۸، ۹].

جدول ۴ فرکانس طبیعی اول براساس تغییر زاویه الیاف

تغییر زاویه الیاف (θ°)	فرکانس طبیعی اول (ω_1) (رادیان بر ثانیه)
۰	۴۰۱۵/۳
۱۵	۴۰۰۷/۱
۳۰	۳۹۹۱/۱
۴۵	۳۹۸۵/۳
۶۰	۳۹۹۷/۲
۷۵	۴۰۱۷/۵
۹۰	۴۰۲۷/۲



شکل ۸ تأثیر تغییر زاویه الیاف روی نیروی تماسی ورق مرکب

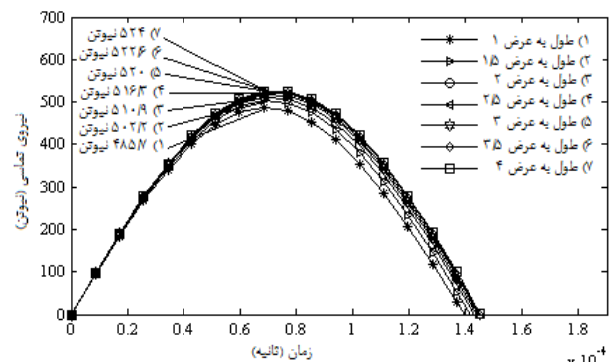


شکل ۹ تأثیر تغییر زاویه الیاف روی خیز بی‌بعد ورق مرکب

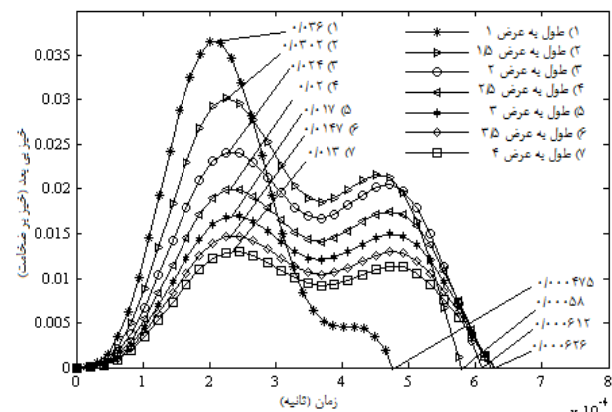
اما با افزایش سرعت ضربه‌زننده، با توجه به نمودارهای شکل ۵، ورق دچار خیزهای پی در پی می‌گردد. به عبارت دیگر سرعت ضربه‌زننده نسبت به جرم آن در نیروی تماسی و خیز ورق دارای اهمیت بیشتری می‌باشد.

۴-۲- تأثیر نسبت طول به عرض ورق

در این قسمت به تأثیر افزایش نسبت طول به عرض ورق مرکب، که تحت برخورد با جرم ضربه‌زننده ۸/۵۳۷ گرم و سرعت ۳ متر بر ثانیه قرار می‌گیرد، روی نیروی تماسی و خیز پرداخته می‌شود. با افزایش طول ورق نسبت به عرض آن، فرکانس طبیعی کاهش می‌یابد. اما این کاهش فرکانس در اثر افزایش نسبت طول به عرض ورق، که منتج به بالا رفتن جرم ورق مرکب به‌عنوان هدف مورد برخورد و سوق دادن ورق به سمت باریکه می‌شود، از اهمیت کمتری برخوردار است. زیرا با تبدیل ورق به باریکه سفتی آن افزایش می‌یابد و این اثر، بر اثر افزایش جرم چیره می‌شود. افزایش سفتی هدف با توجه به روابط ارائه شده در بخش ۲، باعث بالا رفتن نیروی تماسی ورق می‌گردد (شکل ۶). این افزایش نسبت طول به عرض ۱ تا نسبت طول به عرض ۴، مقدار نیروی تماسی را از ۴۸۵/۷ نیوتن تا ۵۲۴ نیوتن بالا می‌برد. در شکل ۷، خیز بی‌بعد ورق نسبت به زمان تماس در اثر افزایش نسبت طول به عرض ورق از ۱ تا ۴ نشان داده شده است. هرچه میزان نسبت طول به عرض ورق افزایش یابد، خیز ورق در اثر اعمال ضربه جرم کوچک و سرعت پایین کاهش می‌یابد. این کاهش خیز مقدار ۰/۰۳۶ برای طول به عرض ۱ را به مقدار ۰/۰۱۳ برای طول به عرض ۴ نتیجه می‌دهد که میزان ۶۴ درصدی کم شدن خیز را در پی دارد. همان‌طور که در شکل ۷ دیده می‌شود، چون ورق در اثر افزایش طول به سمت باریکه‌شدن پیش می‌رود. در اثر ضربه که بر مرکز آن وارد می‌گردد، باریکه ورق در نقاط دیگری از مرکز نیز دچار خیز می‌گردد.



شکل ۶ تأثیر افزایش نسبت طول به عرض ورق روی نیروی تماسی



شکل ۷ تأثیر افزایش نسبت طول به عرض ورق روی خیز بی‌بعد ورق

۵- نتیجه گیری

در این تحقیق پاسخ ورق چهارسرگیردار مرکب، که با جرم ضربه‌زننده کوچک و سرعت پایین تحت برخورد قرار می‌گیرد، با استفاده از روش تابع وزنی گالرکین و سیستم دو درجه آزادی جرم و فنر مورد بررسی قرار گرفت. نتایج به صورت تحلیلی و اندازه‌گیری دقیق بیشینه نیروی تماسی، خیز بی‌بعد ورق و زمان‌های به‌دست‌آمده در هر آنالیز در روی نمودارها نمایش داده شد. ثابت شد که روش تابع وزنی گالرکین یک روش دقیق و مطمئن برای حل تحلیلی مباحث مربوط به ارتعاش آزاد و ضربه می‌باشد. همچنین نشان داده شد که سرعت ضربه‌زننده نسبت به جرم آن در نیروی تماسی، کاهش خیز ورق و زمان اعمال ضربه مؤثرتر است. افزایش نسبت طول به عرض ورق ابتدا باعث کاهش فرکانس طبیعی و افزایش جرم ورق می‌شود. این افزایش جرم ورق و سوق گرفتن ورق به سمت باریکه‌شدن باعث افزایش سفتی، نیروی تماسی و کاهش خیز ورق می‌شود. اما، به دلیل اینکه طول ورق نسبت به عرض آن در حال افزایش است، حداکثر خیز ورق در نقاط دیگری از مرکز آن دیده می‌شود. نیز نشان داده شد که در ضربه‌زننده جرم پایین با تغییر زوایای چیدمان الیاف، تغییر چندانی در نیروی تماسی و خیز ایجاد نمی‌گردد، در حالی که برای ضربه‌زننده جرم بزرگ، اختلاف در مقدار خیز قابل ملاحظه است. آنچه مسلم است رفتار متمایز ورق اطراف گیردار نسبت به ورق اطراف لولا می‌باشد.

۶- مراجع

- [7] S. Michelle, H. Fatt, K. S. Park, Dynamic models for low-velocity impact damage of composite sandwich panel-Part B: Damage Initiation, *Journal of Composite Structures*, Vol. 52, pp. 353-364, 2001.
- [8] Z. Aslan, R. Karakuzu, B. Okutan, The response of laminated composite plates under low-velocity impact loading, *Composite Structures*, Vol. 59, No. 1, pp. 119-127, 2003.
- [9] F. Ashenai Ghasemi, K. Malekzadeh Fard, R. Paknejad, Response of cantilever fiber metal laminate (FML) plates using an Analytical-Numerical method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 3, pp. 57-67, 2013. (in Persian)
- [10] F. Ashenai Ghasemi, R. Paknejad, K. Malekzadeh Fard, N. Banimostafa Arab, Impact response of cantilever fiber metal laminate (FML) plates using a coupled Analytical-Numerical method, *Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*, Vol. 5, No. 21, pp. 5112-5118, 2013.
- [11] L. Chun, K. Y. Lam, Dynamic response of fully-clamped laminated composite plates subjected low-velocity impact of a Mass method, *International Journal of Solid Structures*, Vol. 35, No. 11, pp. 963-979, 1998.
- [12] H. Ahmadi, H. Sabouri, G. H. Liaghat, E. Bidkhour, Experimental and numerical investigation on the high velocity impact response of GLARE with different thickness ratio, *Procedia Engineering*, Vol. 10, pp. 869-874, 2011.
- [13] J. M. Withney, N. J. Pagano, Shear deformation in heterogeneous anisotropic plates, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 37, No. 4, pp. 1031-1036, 1970.
- [14] R. D. Mindlin, Influence of rotary inertia and shear on flexural motions of isotropic elastic plates, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 18, pp. 31-38, 1951.
- [15] G. H. Payeganeh, F. Ashenai Ghasemi, K. Malekzadeh, Dynamic response of fiber-metal laminates (FMLs) subjected to low-velocity impact, *Thin-Walled Structures*, Vol. 47, pp. 62-70, 2010.
- [16] S. W. Gong, S. L. Toh, P. W. Shim, The elastic response of orthotropic laminated cylindrical shell to low-velocity impact, *Journal of Composite Engineering*, Vol. 4, No. 2, pp. 247-266, 1994.
- [17] J. N. Reddy, *Theory and analysis of elastic plate and shells*, Second Ed., Taylor & Francis, pp. 547, 2007.
- [18] J. N. Reddy, *Mechanics of laminated composite plates and shells*, Second Ed., United States of America, CRC Press, 2004.
- [19] A. P. Christoforou, A. S. Yigit, Characterization of impact in composite plates, *Composite structures*, Vol. 43, pp. 15-24, 1998.
- [20] A. P. Christoforou, A. S. Yigit, Effect of flexibility on low velocity impact response, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 217, No. 3, pp. 563-578, 1998.
- [21] M. O. Pierson, R. Vaziri, Analytical solution for low-velocity impact response of composite plates, *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 8, pp. 1633-1640, 1996.
- [1] S. Abrate, Impact on laminated composites, *Applied Mechanics Review*, Vol. 44, No. 4, pp. 155-190, 1991.
- [2] S. Abrate, Impact on laminated composites: recent advance, *Applied Mechanics Review*, Vol. 47, No. 11, pp. 517-544, 1994.
- [3] S. Abrate, Modeling of impacts on composite structures, *Composite Structures*, Vol. 51, No. 2, pp. 129-138, 2001.
- [4] S. Abrate, Modeling of impacts on composite structures, *Composite Structures*, Vol. 51, No. 2, pp. 129-138, 2001.
- [5] H. Yung, T. Wu, F. Chung, Transient dynamic analysis of laminated composite plates subjected to transverse impact, *Computer & Structures*, Vol. 31, No. 3, pp. 453-466, 1989.
- [6] S. Michelle, H. Fatt, K. S. Park, Dynamic models for low-velocity impact damage of Composite sandwich panel- Part A: Deformation, *Journal of Composite Structures*, Vol. 52, No. 3-4, pp. 335-351, 2001.