



استخراج زمان کاویتاسیون ورق مستطیلی مستقر در زیر آب تحت بار دینامیکی لحظه‌ای

حبیب رمضان نژاد آزاربونی¹، منصور درویشه^{2*}، ابوالفضل درویشه²، رضا انصاری³

1- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

3- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

*رشت، صندوق پستی 41635-3756، darvizeh@guilan.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 27 شهریور 1393

پذیرش: 15 آبان 1393

ارائه در سایت: 20 دی 1393

کلید واژگان:

بارگذاری دینامیکی

ورق مستطیلی

زمان کاویتاسیون

موج ضربه

چکیده

در این مقاله به مطالعه رفتار یک ورق مستطیلی ایزوتروپیک از جنس مس و فولاد با شرط مرزی گیردار تحت بار انفجاری مستقر در زیر آب پرداخته شده است. یکی از پدیده‌هایی که در این فرایند اتفاق می‌افتد بروز پدیده کاویتاسیون است. در زمان کاویتاسیون فشار کل ناشی از انفجار صفر شده و بنابراین معادلات حاکم بر حرکت جسم در زمان قبل و بعد از زمان کاویتاسیون متفاوت خواهند بود. به این علت در بررسی رفتار یک جسم تحت بارگذاری انفجاری زیر آب زمان کاویتاسیون از اهمیت بالایی برخوردار است. برای محاسبه زمان کاویتاسیون ابتدا معادلات حاکم بر حرکت مستطیلی با رویکرد به کارگیری معادلات انرژی و استفاده از اصل هامیلتون استخراج شده است. سپس به حل دقیق ارتعاشات آزاد ورق به منظور استخراج شکل مدهای ورق پرداخته شده و از این شکل مدها برای حل تحلیلی پاسخ اجباری ورق استفاده شده است. در ادامه با به دست آوردن سرعت ورق در زمان کاویتاسیون و محاسبه تنش ایجاد شده و مقایسه آن با تنش تسلیم، امکان تشخیص زمان بروز کاویتاسیون در محدوده الاستیک یا پلاستیک فراهم می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که زمان کاویتاسیون از مرتبه میکروثانیه می‌باشد.

Derivation of cavitation time of underwater rectangular plate subjected to impulsive dynamic loading

Habib Ramezannezhad Azarboni, Mansoor Darvizeh*, Aboolfazl Darvizeh, Reza Ansari

Department of Mechanical Engineering, Guilan University, Rasht, Iran
*P.O.B.41635-3756 Rasht, Iran.darvizeh@guilan.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 18 September 2014
Accepted 06 December 2014
Available Online 10 January 2015

Keywords:
Dynamic loading
Rectangular plate
Cavitation time
Shock wave

ABSTRACT

In this paper, the behavior of copper and steel rectangular plates with clamped boundary conditions subjected to underwater explosion loading is investigated. Cavitation is a phenomenon that occurs in this process. During the cavitation, the total pressure of the explosion becomes zero, so that the governing equations of motion time will be different before and after the cavitation. As a result, in terms of analysis and design, the cavitation time is significant in studying the behavior of a rectangular plate at underwater explosive loading. To calculate the cavitation time, the equations of motion of a rectangular plate underwater explosive loading are derived first, based on Hamilton principle and variation method. Then, in order to obtain the forced response of the rectangular plate, the exact free vibration solution of the rectangular plate is derived for exact mode shapes. Then, the speed and generated stress of plate during cavitation time are calculated and compared with the yield stress of copper and steel rectangular plates. Using this method, one can distinguish the cavitation with in the elastic or plastic regimes. Results show that the cavitation time is on the order of microsecond.

1- مقدمه

غیرخطی و برهمکنش سیال-سازه است. در زمینه‌ی مدل کردن رفتار ورق در برابر بار انفجاری دانشمندان زیادی مطالعات تجربی و عددی انجام داده‌اند [1-18].

هودسن یکی از اولین دانشمندان است که مطالعات نظری در مورد تأثیر بار دینامیکی روی رفتار ورق‌های دایروی با شرط مرزی گیردار صرف‌نظر از تأثیر نرخ کرنش انجام داده است. در سال 1951، هودسون شکل نهایی ورق دایره‌ای را پس از تغییر شکل دینامیکی براثر انفجار درون آب مورد بررسی قرارداد [1].

در ادامه در سال 1970 ویرزبایکی و فلورنس [2] ممان‌های خمشی و

انفجار غیر تماسی زیر آب یکی از منابع اصلی تغییر شکل بوده و بررسی اثرات آن بر روی بدنه سازه‌ها مانند بررسی تغییر شکل و مدهای خرابی آن‌ها همواره مورد توجه دانشمندان بوده است. مکانیسم تغییر شکل ورق‌هایی که تحت بار انفجاری زیر آب قرار دارند همواره مورد چالش علمی دانشمندان است. به همین دلیل نیازسنجی تحلیل ورق‌ها در این نوع بارگذاری احساس شده و تحقیقات تحلیلی و تجربی زیادی در این زمینه توسط محققین انجام شده است. تحلیل سازه‌ها در بارگذاری انفجاری زیر آب بسیار پیچیده و شامل تغییر شکل‌های بزرگ، نرخ‌های کرنش بالا، تحلیل‌های مادی و هندسی

نیروهای غشایی را به طور هم‌زمان در معادلات حرکت ورق‌های دایروی در نظر گرفتند. با توجه به انتخاب مدل ویسکوپلاستیک خطی حساسیت به نرخ کرنش در محدوده‌ای از ایمپالس‌های اعمالی تأثیر داده شدند. مدل ارائه شده سازگاری بسیار خوبی با نتایج تجربی حاصل از شکل‌دهی انفجاری ورق‌های دایروی با شرایط مرزی گیردار دارد. در سال 1971، دویی و همکارش رفتار ورق‌های دایره‌ای را در محدوده‌ای که اثرات نیروهای غشایی و ممان‌های خمشی، هر دو حائز اهمیت هستند، مورد مطالعه قرار داد. در این بررسی از اثر نرخ کرنش صرف‌نظر شد ولی حرکت افقی ورق در تحلیل وارد شد [3]. در سال 1974، لیمپن رفتار ورق را در جریان شکل‌دهی انفجاری شبیه غشا فرض نمود و لذا از اثرات خمش صرف‌نظر و تنها نیروهای غشایی را در معادلات حرکت لحاظ کرد و نیز تغییر ضخامت ورق را در نظر گرفت. نتیجه‌ی تحلیل، منجر به ثابت بودن ضخامت در مرکز ورق شد که کاملاً برخلاف نتایج تجربی بود [4].

در سال 1984، پرون و بهادرا تغییر شکل غشاهای دایره‌ای ویسکوپلاستیک را تحت بارگذاری ایمپالسی مورد تحلیل قرار دادند و با ارائه‌ی یک روش ساده تأثیر حساسیت به نرخ کرنش را که یک پارامتر مهم در تغییر شکل‌های بزرگ است، مطالعه نمودند [5]. در سال 1968، جونز تغییر شکل دینامیکی ورق‌های دایره‌ای را برای اولین بار در محدوده‌ی خیزهایی که نیروهای غشایی و ممان‌های خمشی هم‌زمان بر رفتار ورق حاکم هستند، تحلیل نمود. این تحلیل تغییر شکل‌های نهایی را که توسط فلورنس در سال 1966 ثبت شده بود، به‌طور قابل ملاحظه‌ای بهتر از مدل ونگ پیش‌بینی کرد [6]. نوریک در مدل ارائه شده برای ورق‌های دایروی و مستطیلی جابجایی‌های قائم و جابجایی‌های افقی را باهم در نظر گرفت. با این نگرش نسبت به مدل کردن رفتار ورق‌های دایروی و مستطیلی توزیع کرنش محیطی نیز حاصل شد. این پیش‌بینی‌ها حاکی از به وجود آمدن کرنش‌های بزرگ در قسمت مرکزی و کرنش‌های کوچک در دیگر نواحی است که مطابقت کاملی با داده‌های آزمایشگاهی دارد [7].

پاسخ پلاستیک ورق‌های دایروی از جنس فولاد نرم، مس و آلومینیم تحت بارگذاری ضربه‌ای در سال‌های 2009 و 2012 توسط درویزه و همکارانش مورد بررسی قرار گرفت [8-12]. دو مدل تحت عنوان مدل استاتیکی و دینامیکی ارائه شد. در مدل استاتیکی متغیر نرخ کرنش متوسط به‌عنوان یک پارامتر در نظر گرفته نشده درحالی‌که در مدل دینامیکی این متغیر در نظر گرفته می‌شود. با به‌کارگیری روش تحلیلی در کنار داده‌های آزمایشگاهی منجر به استخراج مدل بی‌بعدی برای تغییر شکل نقطه‌ی میانی ورق شده است.

مطالعات تجربی و عددی توسط وندان در زمینه‌ی ورق‌های مستطیلی تحت بار انفجاری در زیر آب در سال 2004 انجام شده است [13-15]. در این بررسی یک ورق مستطیلی تحت بار انفجاری در زیر آب مورد مطالعه قرار گرفته است. مدهای شکست مختلف تحت شرایط آزمایش متفاوت شناسایی شده و با نتایج المان محدود صحت‌سنجی شده است. در این مقاله از اثرات انعکاس موج انفجار صرف‌نظر شد و روابط ارائه شده تجربی است. در سال 2014 جونز به تحلیل پاسخ دینامیکی غیر الاستیک ورق‌های دایروی، مربعی و مستطیلی شکل تحت برخورد بار دینامیکی پرداخت. نتایج تحلیلی ارائه‌شده برای تغییر شکل عرضی ورق با نتایج تجربی توافق بسیار خوبی داشته است [16,17].

بررسی تجربی رفتار ضربه‌ای ورق آلومینیمی تعمیر شده با وصله‌های

در این مقاله به مطالعه‌ی تحلیلی رفتار یک ورق مستطیلی ایزوتروپیک با شرط مرزی گیردار تحت بار انفجاری مستقر در زیر آب پرداخته شده است. یکی از پدیده‌هایی که در این فرایند اتفاق می‌افتد بروز پدیده‌ی کاویتاسیون است. در زمان کاویتاسیون فشار کل ناشی از انفجار صفر شده و بنابراین معادلات حاکم بر حرکت جسم در زمان قبل و بعد از کاویتاسیون متفاوت خواهد بود. به این علت در بررسی رفتار یک جسم تحت بارگذاری انفجاری زیر آب زمان کاویتاسیون از اهمیت بالایی برخوردار است.

برای محاسبه‌ی زمان کاویتاسیون ابتدا معادلات حاکم بر حرکت مستطیلی استخراج شده سپس به حل دقیق ارتعاشات آزاد ورق به‌منظور استخراج شکل مدهای ورق پرداخته شده و از این شکل مدها برای حل تحلیلی پاسخ اجباری ورق استفاده شده است. در ادامه با بدست آوردن سرعت ورق در زمان کاویتاسیون و محاسبه‌ی تنش ایجاد شده و مقایسه آن با تنش تسلیم، امکان تشخیص زمان بروز کاویتاسیون در محدوده‌ی الاستیک یا پلاستیک فراهم می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که زمان کاویتاسیون تابع مشخصات خرج انفجاری و پارامترهای هندسی ورق است. بررسی تحلیلی بیان‌شده برای نخستین بار انجام شده است.

2- استخراج معادلات حرکت

فرضیات اصلی نظریه‌ی خیز کوچک خمش یا آنچه نظریه‌ی کلاسیک نامیده می‌شود برای ورق نازک، الاستیک، همگن و همسانگرد که مبتنی بر هندسه‌ی تغییرشکل می‌باشد به این صورت است که 1- ضخامت ورق در مقایسه با دیگر ابعاد کوچک است. 2- سطح میانی ورق بعد از تغییر شکل خمشی سطح میانی باقی می‌ماند. این فرض منجر به صرف‌نظر کردن از ϵ_{xz} و ϵ_{yz} بوده که Z جهت ضخامت ورق است. 3- خیز سطح میانی در مقایسه با ضخامت ورق کوچک است. بنابراین شیب سطح خیزدار بسیار کوچک و مقدار مجذور شیب در مقایسه با واحد قابل صرف‌نظر است. 4- کرنش نرمال در جهت ضخامت قابل صرف‌نظر است. بنابراین تنش نرمال σ_{zz} در مقایسه با دیگر اجزای تنش ناچیز است. با توجه به این فرضیات می‌توان چگالی انرژی کرنشی برای ورق را به‌صورت رابطه (1) بیان نمود.

$$U = \frac{1}{2} (\sigma_{xx}\epsilon_{xx} + \sigma_{yy}\epsilon_{yy} + \sigma_{xy}\epsilon_{xy}) \quad (1)$$

این انرژی کرنشی برای یک حجم المانی است. برای محاسبه‌ی انرژی کرنشی برای کل ورق از معادله‌ی (1) در بازه حجم ورق انتگرال‌گیری می‌شود. بر طبق این رویکرد انرژی کرنشی کل به‌صورت رابطه (2) محاسبه می‌شود.

از معادله‌ی (10)، معادله‌ی (9) را می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$\frac{du}{dt} = \frac{[P_1(t) - P_2(t)]}{\rho c} \quad (11)$$

در نتیجه فشار کل مؤثر برابر است با:

$$P(t) = 2P_f \times e^{-\frac{t}{\theta}} - \rho c \frac{du}{dt} \quad (12)$$

معادله‌ی (12) تا هنگامی که $P(t)$ صفر شود معتبر است به عبارت دیگر اعتبار معادله‌ی (12) تا بروز پدیده‌ای موسوم به پدیده‌ی کاویتاسیون می‌باشد. برای تمام زمان‌های بزرگ‌تر از لحظه‌ی آغاز پدیده‌ی کاویتاسیون مقدار $P(t)$ برابر با صفر فرض می‌شود. مطالعات آزمایشگاهی انجام شده نشان می‌دهد که روابط مربوط به فشار ماکزیمم و ثابت زمانی میرایی را با معادلات تجربی (13) و (14) می‌توان نشان داد.

$$P_f = A \left(\frac{W^{\frac{1}{3}}}{R} \right)^\alpha \quad (13)$$

$$\theta = B \left(W^{\frac{1}{3}} \right) \left(\frac{W^{\frac{1}{3}}}{R} \right)^\beta \quad (14)$$

در روابط (13) و (14) W معرف وزن خرج انفجاری و R بیان کننده‌ی فاصله از محل قرارگیری خرج انفجاری است. ثوابت β, α, B, A برای خرج‌های انفجاری مختلف تعیین شده است [15.8].

4- حل معادله‌ی ورق تحت بار انفجاری

با توجه رابطه‌ی (6) و مباحث بیان شده در بخش‌های قبلی معادله‌ی دیفرانسیل حاکم بر حرکت ورق مستطیلی تحت بار انفجاری در حوزه‌ی الاستیک به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\nabla^2 \nabla^2 w + \frac{\rho_p h}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{2P_f}{D} \times e^{-\frac{t}{\theta}} - \frac{\rho_f c}{D} \frac{\partial w}{\partial t} \quad (15)$$

که در رابطه‌ی (15) ρ_f و ρ_p به ترتیب چگالی ورق و چگالی سیال است. برای شروع حل ابتدا باید مد تغییر شکل را برای ورق مستطیلی تحت شرایط مرزی حاکم بر آن به دست آورد.

4-1- حل همگن معادله‌ی ورق مستطیلی

ورق الاستیک، همگن و ایزوتروپیک را با ضخامت h ، مدول یانگ E ، ضریب پواسون ν و چگالی ρ در نظر بگیرید. صفحه xy به عنوان صفحه ورق مستطیلی در نظر گرفته شده و تغییر شکل آن، $w(x, y, t)$ نسبت به ضخامت آن کوچک فرض می‌شود. معادله‌ی دیفرانسیل جزئی حاکم بر حرکت ارتعاشات آزاد ورق به صورت رابطه (16) قابل استخراج است.

$$\nabla^2 \nabla^2 w + \frac{\rho h}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\rho_f c}{D} \frac{dw}{dt} = 0 \quad (16)$$

ماهیت ارتعاشات عمودی یک سیستم الاستیک خطی به صورت هارمونیک بوده و به این علت تغییر شکل در راستای ارتعاشات عمودی ورق نازک را می‌توان به صورت رابطه (17) فرض نمود.

$$w(x, y, t) = W(x, y)T(t) \quad (17)$$

با قرار دادن معادله‌ی (17) در معادله‌ی (16)، معادله دیفرانسیل درجه چهار شامل مد طبیعی $W(x, y)$ به صورت زیر استخراج می‌شود.

$$\nabla^2 \nabla^2 W(x, y) = k^4 W(x, y) \quad (18)$$

معادله‌ی فرکانسی و تابع ویژه‌ی شکل مد ورق مستطیلی گیردار با به کارگیری معادله‌ی (18) به ترتیب به صورت رابطه (19) استخراج می‌شود.

$$U_s = \frac{D}{2} \iint_A \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dA \quad (2)$$

در رابطه‌ی (2) U_s نشان دهنده‌ی انرژی پتانسیل ورق، dV بیان کننده‌ی یک المان کوچک از حجم ورق و D سفتی خمشی ورق است. همچنین هرگاه از اثر اینرسی دورانی صرف نظر کرده و حرکت ورق را فقط به صورت عرضی فرض کنیم، انرژی جنبشی ورق به صورت رابطه (3) قابل بیان است.

$$K_t = \frac{\rho h}{2} \iint_A \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dA \quad (3)$$

با در نظر گرفتن بار عرضی به صورت $f(x, y, t)$ اعمال شده بر ورق، کار غیر پایستار انجام شده روی ورق توسط بار خارجی به صورت رابطه (4) نوشته می‌شود.

$$W_{nc} = \iint_A f(x, y, t) w dA \quad (4)$$

در ادامه با اعمال اصل هامیلتون به صورت زیر،

$$\delta \left(\int_{t_0}^{t_1} (K_t - U_s + W_{nc}) dt \right) = 0 \quad (5)$$

و با قرار دادن انرژی‌های جنبشی، پتانسیل و کار نیروی خارجی، روابط (2) تا (4)، در رابطه‌ی (5) معادله‌ی حرکت ورق به صورت رابطه (6) استخراج می‌شود.

$$\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + D \nabla^2 \nabla^2 w = f(x, y, t) \quad (6)$$

3- تعیین تابع فشار ناشی از انفجار

معادله‌ی فشار $P(t)$ ، ناشی از موج انفجار را می‌توان از دو قسمت مختلف به صورت رابطه (7) تعیین نمود [8.15].

$$P(t) = P_1(t) + P_2(t) \quad (7)$$

در رابطه (7) فشار ناشی از موج انفجار را می‌توان به صورت رابطه (8) معادل کرد.

$$P_1(t) = P_f \times e^{-\frac{t}{\theta}} \quad (8)$$

در معادله‌ی (8) P_f بیانگر فشار ماکزیمم و θ نیز معرف ثابت میرایی است. همچنین فشار $P_2(t)$ در معادله‌ی (8) نتیجه‌ی انعکاس موج عامل انفجار پس از برخورد با ورق در حال انبساط است. موج فشاری پس از برخورد با دیواره‌ی ورق به صورت موج فشاری منعکس می‌شود. موج عامل به ذرات آب در فصل مشترک با دیواره‌ی ورق سرعتی برابر v_1 را القا می‌کند که این سرعت در جهت انتشار موج است. موج منعکس نیز به این ذرات سرعتی برابر با v_2 را القا می‌کند که این سرعت نیز در جهت انتشار موج منعکس و یا به عبارت دیگر در خلاف جهت v_1 است. اگر جابجایی نرمال ورق را با u نشان دهیم، رابطه‌ی پیوستگی یعنی رابطه‌ی بین سرعت ذرات آب در تماس با دیواره‌ی ورق و سرعت ورق به صورت رابطه (9) خواهد شد.

$$\frac{du}{dt} = v_1 - v_2 \quad (9)$$

رابطه‌ی بین سرعت، فشار و امپدانس مکانیکی (ρc) به صورت رابطه (10) بیان می‌شود.

$$v = \frac{P}{\rho c} \quad (10)$$

در معادله‌ی (10) ρ ، چگالی سیال و c سرعت صوت در سیال است. با استفاده

$$\frac{\rho_f c}{\rho_p h} = 2\xi_{mn}\omega_{mn} \quad (29)$$

$$\omega_{mn}^2 = 2\xi_{mn} \frac{D k_{mn}^4}{\rho_p h} \quad (30)$$

$$\xi_{mn} = \frac{\rho_f c}{2\rho_p h \omega_{mn}} = \frac{\rho_p h \omega_{mn}^2}{2D k_{mn}^4} \quad (31)$$

با توجه به پارامترهای ارائه شده در روابط (29) تا (31)، معادله‌ی دیفرانسیل درجه دوم معمولی نسبت به زمان (26) در فرم استاندارد به صورت رابطه (32) بازنویسی می‌شود.

$$\ddot{\Lambda}_{mn} + 2\xi_{mn}\omega_{mn}\dot{\Lambda}_{mn} + \omega_{mn}^2\Lambda_{mn} = \frac{\Gamma_{mn}}{\Pi_{mn}} \quad (32)$$

پاسخ معادله‌ی دیفرانسیل (32) که یک معادله‌ی خطی از مرتبه‌ی دوم است را به روش‌های استاندارد معمول می‌توان به صورت زیر محاسبه نمود.

$$\Lambda_{mn}(t) = C_{mn}e^{-t/\theta} + e^{-\xi_{mn}\omega_{mn}t} [a_{mn}\cosh(\Omega_{mn}t) + b_{mn}\sinh(\Omega_{mn}t)] \quad (33)$$

که

$$\Omega_{mn} = \omega_{mn}\sqrt{\xi_{mn}^2 - 1} \quad (34)$$

$$C_{mn} = \frac{\Gamma_{mn}\theta^2}{\Pi_{mn}[1 - 2\xi_{mn}\omega_{mn}\theta + \omega_{mn}^2\theta^2]} \quad (35)$$

شرایط مرزی ورق مستطیلی به صورت زیر بیان می‌شود که بیان می‌کند ابتدا ورق در حالت سکون قرار دارد.

$$t = 0 \Rightarrow \Lambda_{mn}(t) = 0 \quad (36)$$

$$t = 0 \Rightarrow \dot{\Lambda}_{mn}(t) = 0 \quad (37)$$

با اعمال شرایط اولیه‌ی (36) و (37) رابطه‌ی زیر قابل استخراج است.

$$\Lambda_{mn}(t) = C_{mn} \left[-e^{-\xi_{mn}\omega_{mn}t} \cosh(\Omega_{mn}t) e^{-t/\theta} + \frac{1}{\Omega_{mn}} \left[\frac{1}{\theta} - \xi_{mn}\omega_{mn} \right] \times e^{-\xi_{mn}\omega_{mn}t} \sinh(\Omega_{mn}t) \right] \quad (38)$$

همچنین پاسخ کامل نیز به صورت زیر حاصل می‌شود.

$$w(x, y, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} C_{mn} \left[-e^{-\xi_{mn}\omega_{mn}t} \cosh(\Omega_{mn}t) e^{-t/\theta} + \frac{1}{\Omega_{mn}} \left[\frac{1}{\theta} - \xi_{mn}\omega_{mn} \right] \times e^{-\xi_{mn}\omega_{mn}t} \sinh(\Omega_{mn}t) \right] \times \left[-\cos \beta_1 x + \frac{\beta_2}{\beta_1} k_2 \sin \beta_1 x + \cosh \beta_2 x - k_2 \sinh \beta_2 x \right] \times \left[-\cos \alpha_1 y + \frac{\alpha_2}{\alpha_1} k_1 \sin \alpha_1 y + \cosh \alpha_2 y - k_1 \sinh \alpha_2 y \right] \quad (39)$$

با مشتق‌گیری زمانی از رابطه‌ی (39)، سرعت ورق در هر نقطه از آن قابل استخراج است.

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} C_{mn} \left[-\frac{1}{\theta} e^{-t/\theta} - e^{-\xi_{mn}\omega_{mn}t} \sinh(\Omega_{mn}t) \right] \times \left\{ \Omega_{mn} + \frac{\xi_{mn}\omega_{mn}(1 - \xi_{mn}\omega_{mn}\theta)}{\theta \Omega_{mn}} \right\} + e^{-\xi_{mn}\omega_{mn}t} \times \cosh(\Omega_{mn}t) \times \left\{ \xi_{mn}\omega_{mn} + \frac{1}{\theta} (1 - \xi_{mn}\omega_{mn}\theta) \right\} \times \left[-\cos \beta_1 x + \frac{\beta_2}{\beta_1} k_2 \sin \beta_1 x + \cosh \beta_2 x - k_2 \sinh \beta_2 x \right] \times \left[-\cos \alpha_1 y + \frac{\alpha_2}{\alpha_1} k_1 \sin \alpha_1 y + \cosh \alpha_2 y - k_1 \sinh \alpha_2 y \right] \quad (40)$$

$$\frac{1 - \cos \beta_1 a \cosh \beta_2 a}{\sin \beta_1 a \sinh \beta_2 a} = \frac{\beta_1^2 - \beta_2^2}{2\beta_1\beta_2} \quad (19)$$

$$\frac{1 - \cos \alpha_1 b \cosh \alpha_2 b}{\sin \alpha_1 b \sinh \alpha_2 b} = \frac{\alpha_1^2 - \alpha_2^2}{2\alpha_1\alpha_2}$$

$$W(x, y) = \left\{ -\cos \beta_1 x + \frac{\beta_2}{\beta_1} k_2 \sin \beta_1 x + \cosh \beta_2 x - k_2 \sinh \beta_2 x \right\} \times \left\{ -\cos \alpha_1 y + \frac{\alpha_2}{\alpha_1} k_1 \sin \alpha_1 y + \cosh \alpha_2 y - k_1 \sinh \alpha_2 y \right\} \quad (20)$$

5- حل ناهمگن ورق مستطیلی

به منظور حل معادله‌ی ناهمگن ورق مستطیلی تحت بار انفجاری که در رابطه‌ی (15) بیان شده است حلی به صورت زیر در نظر می‌شود.

$$w(x, y, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \Lambda_{mn}(t) \times W_{mn}(x, y) \quad (21)$$

که در رابطه‌ی (21) $W(x, y)$ توابع یا مدهای تغییر شکل ورق مستطیلی با شرایط تکیه‌گاهی گیردار است که در بخش قبلی از حل همگن معادله‌ی (15) بدست آمد. با جای‌گذاری رابطه‌ی (20) در معادله‌ی غیرهمگن (15) معادله‌ی (22) استخراج می‌شود.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \Lambda_{mn} \times \nabla^2 \nabla^2 W_{mn} + \frac{\rho_f c}{D} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \dot{\Lambda}_{mn} \times W_{mn} + \frac{\rho_p h}{D} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \ddot{\Lambda}_{mn} \times W_{mn} = \frac{2P_f}{D} \times e^{-\frac{t}{\theta}} \quad (22)$$

که در معادله‌ی (22) پارامترهای $\Lambda_{mn}(t)$ و $\dot{\Lambda}_{mn}(t)$ به صورت رابطه (23) و (24) تعریف می‌شوند.

$$\dot{\Lambda}_{mn}(t) = \frac{d\Lambda_{mn}(t)}{dt} \quad (23)$$

$$\ddot{\Lambda}_{mn}(t) = \frac{d^2\Lambda_{mn}(t)}{dt^2} \quad (24)$$

با جای‌گذاری $\nabla^2 \nabla^2 W_{mn}(x, y) = k_{mn}^4 W_{mn}(x, y)$ در معادله‌ی (21) معادله‌ی (25) قابل دست‌یابی است.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \Lambda_{mn} \times k_{mn}^4 W_{mn} + \frac{\rho_f c}{D} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \dot{\Lambda}_{mn} \times W_{mn} + \frac{\rho_p h}{D} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \ddot{\Lambda}_{mn} \times W_{mn} = \frac{2P_f}{D} \times e^{-\frac{t}{\theta}} \quad (25)$$

با توجه به تعامد مدها، هرگاه طرفین معادله دیفرانسیل معمولی نسبت به زمان (25) را در $W_{rs}(x, y)$ ضرب و روی حوزه‌ی ورق مستطیلی انتگرال‌گیری شود، نتیجه‌ی زیر حاصل می‌شود.

$$\Pi_{mn} \ddot{\Lambda}_{mn} + \frac{\rho_f c}{\rho_p h} \Pi_{mn} \dot{\Lambda}_{mn} + \frac{D k_{mn}^4}{\rho_p h} \Pi_{mn} \Lambda_{mn} = \Gamma_{mn} \quad (26)$$

که

$$\Pi_{mn} = \int_0^b \int_0^a W_{mn}^2 dx dy \quad (27)$$

$$\Gamma_{mn}(t) = \int_0^b \int_0^a \frac{2P_f}{\rho_p h} \times e^{-\frac{t}{\theta}} \cdot W_{mn} dx dy = \frac{2P_f}{\rho_p h} e^{-\frac{t}{\theta}} \Gamma_{mn} \quad (28)$$

هرگاه معادله‌ی دیفرانسیل درجه دوم نسبت به زمان، رابطه‌ی (26) با پارامترهای بیان شده در روابط (27) و (28) به فرم استاندارد معادلات ارتعاشی نوشته شود، پارامترهای فرم استاندارد به صورت زیر تعریف می‌شوند.

6- حل عددی ورق تحت بار انفجاری

برای شروع ابتدا هشت فرکانس بی‌بعد اول به شرح جدول 1 استخراج شد. ماده‌ی منفجره مورد استفاده در این بررسی پنتولیت بوده که مشخصات انفجاری آن شامل پارامترهای β, α, B, A در جدول 2 آورده شده است.

یکی از موارد بسیار مهم در بررسی رفتار تغییرشکل ورق تحت بار انفجاری چگونگی تغییرات رفتار فشار ناشی از پارامترهای خرج انفجاری مورد استفاده است. برای حل عددی، ویژگی‌های مکانیکی ورق مربعی به ابعاد $E = 210 \text{ GPa}$ از جنس فولاد به صورت $0.3 \text{ m} \times 0.3 \text{ m} \times 0.003 \text{ m}$ ، $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ و $\nu = 0.3$ و از جنس مس به صورت $E = 130 \text{ GPa}$ ، $\rho = 8960 \text{ kg/m}^3$ و $\nu = 0.34$ در نظر گرفته شده است.

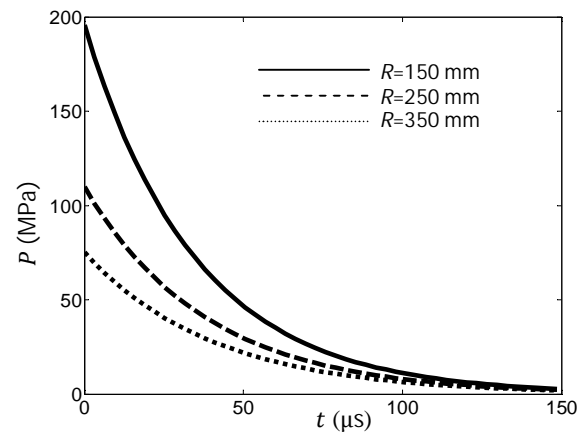
با توجه به روابط (13) و (14) که روابط تجربی فشار ماکزیمم و ثابت زمانی میرایی می‌باشند، می‌توان دریافت که این دو پارامتر علاوه بر مشخصات ماده منفجره به مقدار آن و فاصله‌ی آن تا ورق نیز بستگی دارند. تحلیل و بررسی این دو عامل بر تابع فشار از مراحل اصلی انتخاب مقادیر آن‌ها برای تغییر شکل مطلوب سازه‌ی مورد آزمایش می‌باشند به همین دلیل در ابتدا تأثیر این دو پارامتر اصلی ماده منفجره بر تابع فشار انفجاری مورد بررسی قرار گرفته است. شکل‌های 1 و 2 اثرات خرج انفجاری و فاصله‌ی محل استقرار ماده‌ی منفجره را بر فشار ناشی از انفجار برحسب زمان نشان می‌دهند. شکل 1 تغییرات فشار برحسب زمان را به ازای مقادیر 20، 50 و 80 گرم از خرج انفجاری برای محل استقرار 250 میلی‌متر نشان می‌دهد با افزایش این مقدار فشار ناشی از خرج انفجاری بیشتر شده و با پیروی از تابع نمای در زمان حدود 150 میکروثانیه مقدار فشار به صفر می‌رسد. شکل 2 نیز تغییرات فشار برحسب زمان را به ازای مقادیر 150، 250 و 350 از فاصله استقرار خرج انفجاری با مقدار 50 گرم نشان می‌دهد. همانند روند بالا با کاهش محل استقرار ماده منفجره از نمونه‌ی آزمایش سطح تابع فشار افزایش یافته و با پیروی از تابع نمایی در زمان حدود 150 میکروثانیه اثر آن صفر می‌شود.

جدول 1 هشت عدد بی‌بعد فرکانس طبیعی ورق

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|------|------|-------|-------|-------|-------|-----|-----------|
| 5/99 | 8/56 | 10/40 | 11/46 | 11/49 | 12/83 | 8/7 | $k\alpha$ |

جدول 2 پارامترهای معادلات موج انفجاری پنتولیت

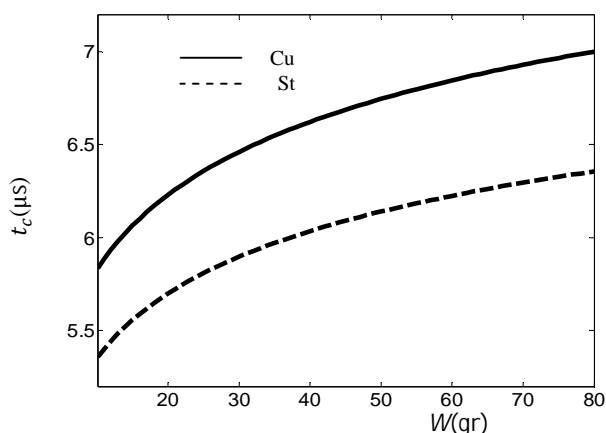
| ماده منفجره | A | B | α | β |
|-------------|-----------------------|--------------------|----------|---------|
| پنتولیت | $2/25 \times 10^{-4}$ | 6×10^{-5} | 1/13 | -0/18 |



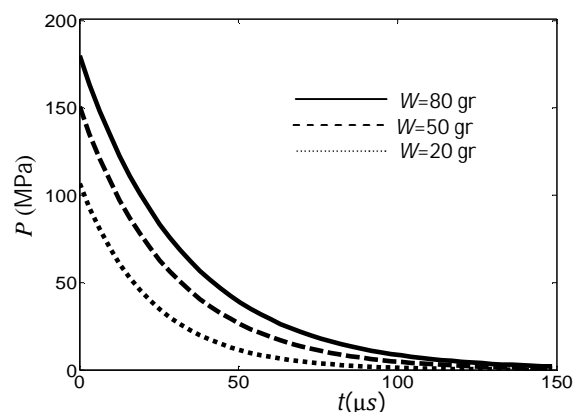
شکل 2 منحنی تغییرات فشار موج انفجار برحسب زمان به ازای محل‌های استقرار مختلف

پس از بررسی منحنی فشار ناشی از تغییرات پارامترهای خرج انفجاری به استخراج زمان کاویتاسیون پرداخته شده است. برای این منظور با محاسبه سرعت ورق مطابق رابطه (40) و بررسی شرایط ایجاد کاویتاسیون که در مقدمه توضیح داده شد زمان کاویتاسیون محاسبه شده است. این بررسی‌ها بر روی دو جنس مختلف ورق شامل ورق از جنس مس و ورق از جنس فولاد انجام صورت گرفته است. جرم خرج انفجاری در بازه 20 تا 80 گرم مورد بررسی قرار گرفت. که با توجه به شکل 3 می‌توان مشاهده نمود که با افزایش این پارامتر زمان کاویتاسیون یعنی زمانی که فشار کل انفجاری صفر می‌شود، افزایش می‌یابد همچنین در شرایط آزمایش یکسان زمان کاویتاسیون برای ورق فولادی زودتر از ورق مسی اتفاق می‌افتد. شکل‌های 4 و 5 نیز به ترتیب سرعت و جابجایی مرکز ورق را در زمان وقوع کاویتاسیون برحسب تغییرات جرم خرج انفجاری نشان می‌دهند. مشاهده می‌شود که با افزایش مقدار جرم خرج انفجاری سرعت و جابجایی مرکز ورق روند صعودی داشته که این رفتار ناشی از افزایش سطح منحنی فشار می‌باشد. همچنین با توجه به افزایش زمان کاویتاسیون با افزایش جرم خرج انفجاری و روند صعودی سرعت مرکز ورق در این زمان می‌توان با در نظر گرفتن معادله‌ی (16) نتیجه گرفت که نرخ افزایش سطح منحنی فشار از نرخ افزایش سرعت ورق بیشتر است.

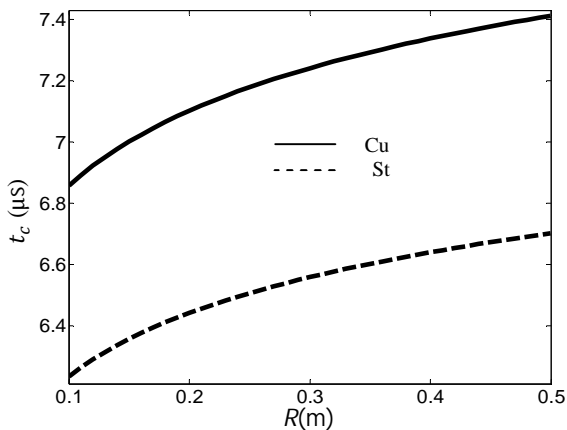
پارامتر بعدی مورد بررسی فاصله‌ی محل استقرار خرج انفجاری تا نمونه‌ی آزمایش است. این پارامتر در بازه‌ی 0/1 تا 0/5 متر متغیر بوده و شکل 6 رفتار منحنی زمان کاویتاسیون را برحسب فاصله‌ی محل استقرار خرج انفجاری نشان می‌دهد. با توجه به این نمودار با زیاد کردن فاصله‌ی محل



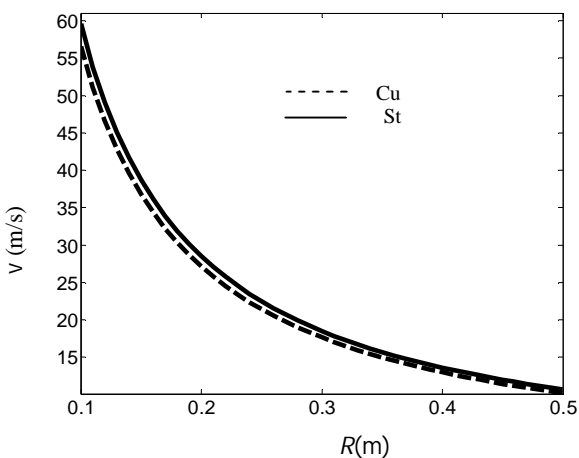
شکل 3 زمان کاویتاسیون برحسب جرم ماده‌ی منفجره



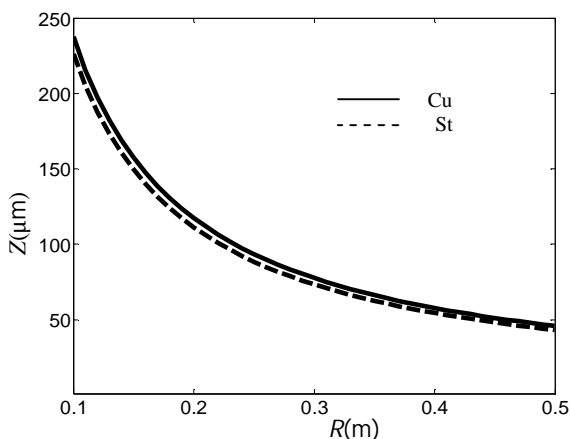
شکل 1 منحنی تغییرات فشار موج انفجار برحسب زمان به ازای جرم منفجره‌ی مختلف



شکل 6 زمان کاویتاسیون برحسب محل استقرار ماده‌ی منفجره

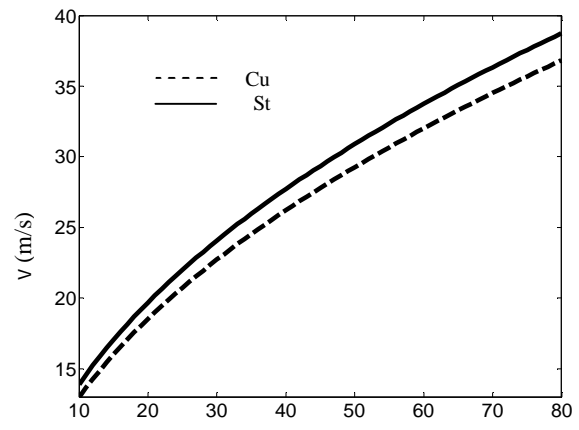


شکل 7 سرعت مرکز ورق برحسب محل استقرار ماده‌ی منفجره در زمان کاویتاسیون

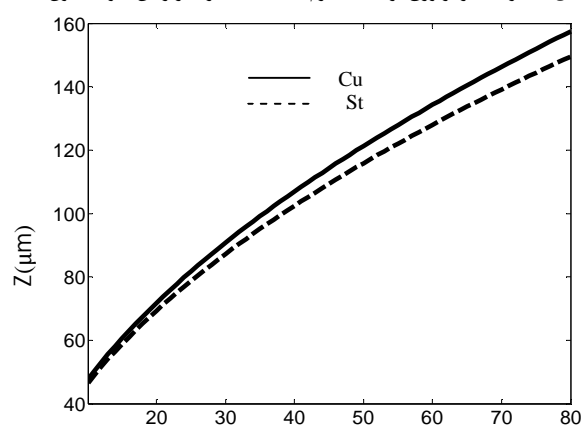


شکل 8 جابجایی مرکز ورق برحسب محل استقرار ماده‌ی منفجره در زمان کاویتاسیون

در زمان کاویتاسیون نشان می‌دهند، با توجه به این شکل‌ها می‌توان روند افزایشی سرعت و کاهش جابجایی ورق را با افزایش این دو پارامتر مشاهده کرد. با افزایش طول و ضخامت ورق اثرات شرط مرزی در مرکز ورق کاهش یافته و سرعت و جابجایی آن نیز با افزایش این دو پارامتر و کاهش اثرات شرط مرزی کاهش می‌یابد. با توجه به نمودارهای نشان داده شده در شکل‌های 11 تا 14 به ازای تمامی مقادیر از طول و ضخامت ورق سرعت ورق فولادی نسبت به ورق مسی بیش تر می‌باشد.



شکل 4 سرعت مرکز ورق برحسب جرم ماده‌ی منفجره در زمان کاویتاسیون

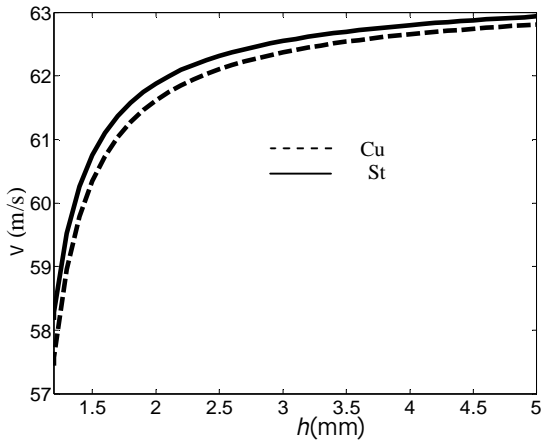


شکل 5 جابجایی مرکز ورق برحسب جرم ماده‌ی منفجره در زمان کاویتاسیون

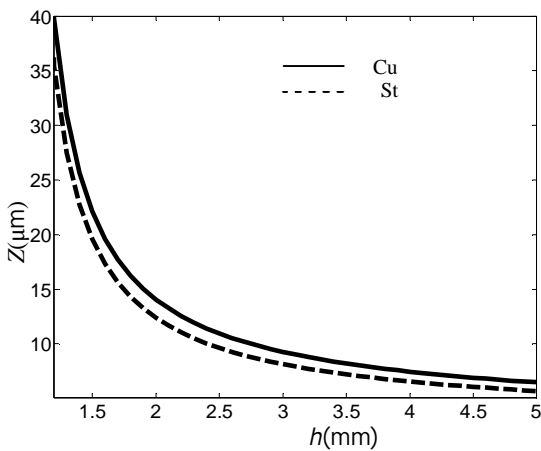
استقرار ماده منفجره از نمونه‌ی مورد آزمایش زمان کاویتاسیون افزایش می‌یابد. این روند برای هر دو ماده ورق از جنس‌های مس و فولاد صادق است با این تفاوت که برای تمامی مقادیر فاصله‌ی محل استقرار ماده‌ی منفجره زمان کاویتاسیون ورق مسی بالاتر از ورق فولادی است. شکل‌های 7 و 8 روند تغییرات سرعت و جابجایی مرکز ورق در زمان کاویتاسیون برحسب مکان استقرار ماده منفجره نشان داده شده است.

با توجه به این نمودارها می‌توان روند نزولی منحنی سرعت و جابجایی مرکز ورق با افزایش فاصله‌ی استقرار ماده‌ی منفجره از نمونه مورد آزمایش را در زمان کاویتاسیون مشاهده کرد. همچنین سرعت و جابجایی ورق مسی در این حالت تخمین کمتری را نسبت به ورق فولادی به ازای تمامی مقادیر محل استقرار ماده منفجره از خود نشان می‌دهد. علاوه بر این با توجه به شکل‌های 6 تا 8 می‌توان پایین تر بودن نرخ کاهش سطح فشار را نسبت به سرعت ورق استنتاج نمود. علت این روند در افزایش زمان کاویتاسیون با افزایش فاصله‌ی محل استقرار خرج انفجاری است. که با افزایش فاصله‌ی استقرار خرج انفجاری زمان کاویتاسیون یعنی زمانی صفر شدن فشار کل ناشی از انفجار افزایش می‌یابد.

شکل‌های 9 و 10 تغییرات زمان کاویتاسیون را برحسب طول و ضخامت ورق نشان می‌دهند. با افزایش طول و ضخامت ورق زمان صفر شدن فشار کل بر ورق کاهش می‌یابد. با توجه به بررسی انجام شده می‌توان نتیجه گرفت که زمان کاویتاسیون برای ورق مسی بالاتر از ورق فولادی هست. شکل‌های 11 تا 14 تغییرات سرعت و جابجایی مرکز ورق را برحسب طول و ضخامت ورق

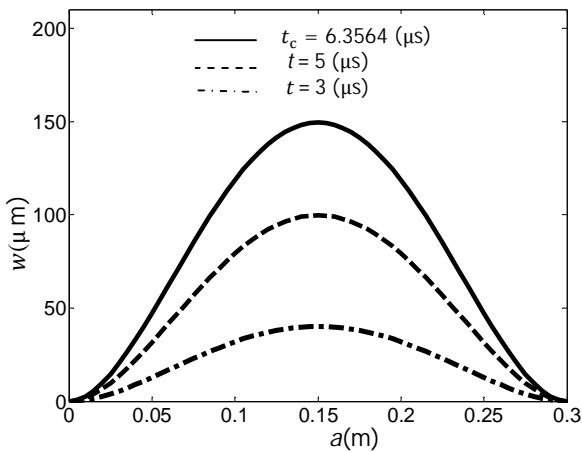


شکل 13 سرعت مرکز ورق برحسب ضخامت ورق در زمان کاویتاسیون

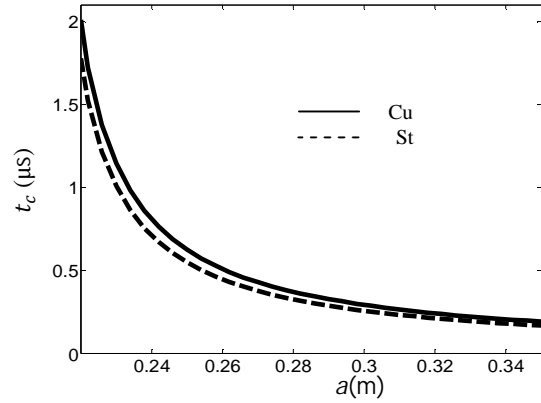


شکل 14 جابجایی مرکز ورق برحسب ضخامت ورق در زمان کاویتاسیون

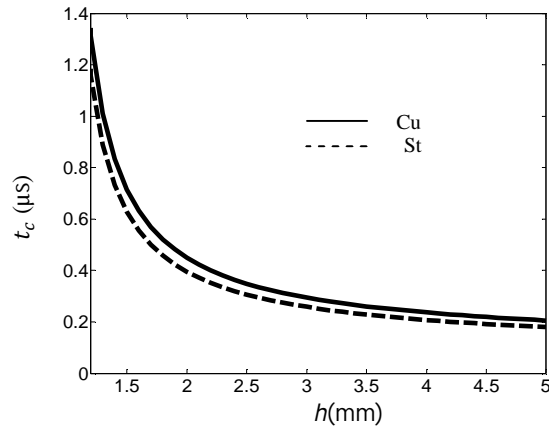
نمودارهای 15 و 16 تغییر شکل و سرعت نقاط میانی ورق در راستای عرضی آن به ازای $y = a/2$ در زمان‌های قبل از کاویتاسیون تا زمان کاویتاسیون نشان می‌دهد. مقدار ماده منفجره 80 گرم و فاصله‌ی استقرار آن 150 میلی‌متر در نظر گرفته شده است. با افزایش زمان منحنی تغییر شکل و سرعت سطوح بالاتری داشته تا در زمان کاویتاسیون به بالاترین سطح خود می‌رسد.



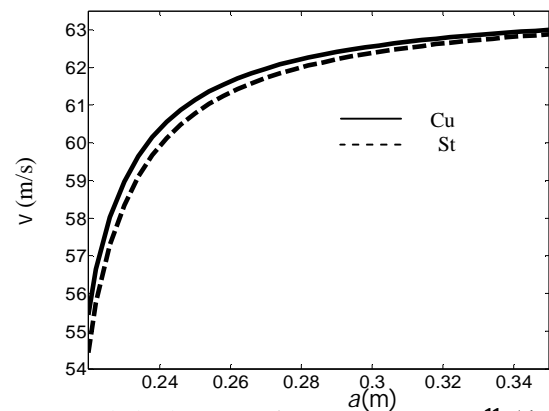
شکل 15 تغییر شکل نقاط میانی ورق در زمان‌های مختلف



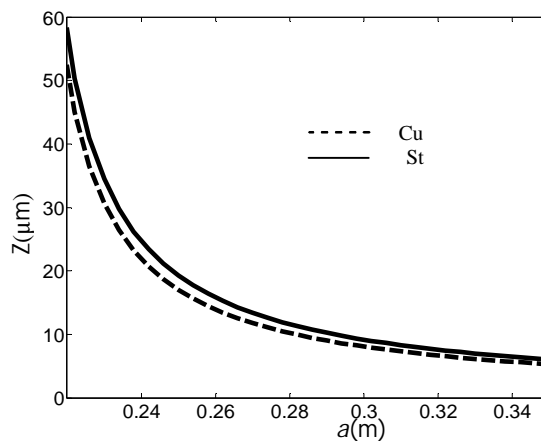
شکل 9 زمان کاویتاسیون برحسب طول ورق



شکل 10 زمان کاویتاسیون برحسب ضخامت ورق

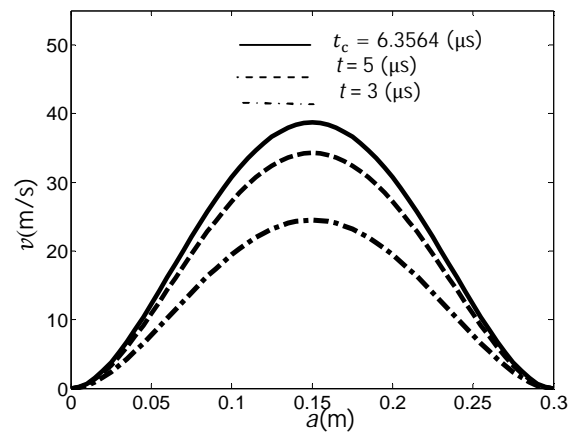


شکل 11 سرعت مرکز ورق برحسب طول ورق در زمان کاویتاسیون



شکل 12 جابجایی مرکز ورق برحسب طول ورق در زمان کاویتاسیون

- [2] T. Wierzbicki, A.L. Florence, A theoretical and experimental investigation of impulsively loaded clamped circular viscoplastic plates, *International Journal of Solids Structure*, Vol. 6, No. 5, pp. 550-580, 1970.
- [3] R.C. Batra, R.N. Dubey, Impulsively loaded circular plates, *International Journal of Solids Structure*, Vol. 7, No. 8, pp. 965-978, 1971.
- [4] H. Lippman, Kinetics of the axisymmetric rigid-plastic membrane supplied to initial impact, *International Journal of Mechanical Science*, Vol. 16, No. 5, pp. 297-303, 1974.
- [5] N. Perrone, P. Bhadra, Simplified large deflection mode solutions for impulsively loaded viscoplastic circular membranes, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 51, No.3, pp. 505-509, 1984.
- [6] N. Jones, T. Uran, S.A. Tekin, The dynamic plastic behavior of fully clamped rectangular plates, *International Journal of Solids Structure*, Vol. 6, No. 12, pp. 1499-1512, 1970.
- [7] G. N. Nurick, J. B. Martin, Deformation of thin plates subjected to impulsive loading a review part I, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 8, No. 2, pp. 159-170, 1989.
- [8] H. Gharababaei, A. Darvizeh, N. Nariman-zadeh, Investigation into the response of steel, copper and aluminum plates subjected to shock loading, *Journal of Engineering Manufacture*, Vol. 39, No. 4, pp.507-526, 2010.
- [9] H. Gharababaei, A. Darvizeh, Experimental and analytical investigation of large deformation of thin circular plates subjected to localized and uniform loading, *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, Vol. 38, No. 2, pp. 171-189, 2010.
- [10] H. Gharababaei, A. Darvizeh, N. Nariman-zadeh, A simple modeling method for deflection of circular plates under impulsive loading using dimensionless analysis and singular value decomposition, *Journal of Mechanics*, Vol. 26, No. 3, pp.355-361, 2010.
- [11] H. Gharababaei, A. Darvizeh, M. Darvizeh, Analytical and experimental studies for deformation of circular plates subjected to blast loading, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 24, No. 9, pp. 1855-1864, 2010.
- [12] H. Gharababaei, A. Darvizeh, Analytical study of plastic deformation of clamped circular plates subjected to impulsive loading, *International Journal of Mechanics of Materials and Structures*, Vol. 7, No. 4, pp. 309-322, 2012.
- [13] K. Ramajeyathilagam, C.P. vendhan, R.V. Bhujanga, Nonlinear transient dynamic response of rectangular plates under shock loading, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 24, No.10, pp. 999-1015, 2001.
- [14] K. Ramajeyathilagam, C.P. vendhan, R.V. Bhujanga, Experimental and numerical investigations of deformation of cylindrical shell and panels to underwater explosion, *Journal of Shock Vibration*, Vol. 8, No. 5, pp. 253-270, 2001.
- [15] K. Ramajeyathilagam, C.P. vendhan, Deformation and rupture of thin rectangular plates subjected to underwater shock, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 30, No. 6, pp. 699-719, 2004.
- [16] N. Jones, Dynamic inelastic response of strain rate sensitive ductile plate due to large impact, dynamic pressure and explosive loading, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 74, pp. 3-15, 2014.
- [17] N. Jones, Pseudo-shakedown phenomenon for the mass impact loading of plating, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 65, pp. 33-39, 2014.
- [18] F. Ashenai Ghasemi, E. Aligholizadeh Firozjaei, A. Pourkamal Anaraki, An experimental study of temperature effect on low-velocity impact response of notched aluminum plates repaired by FML composite patches, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 9, pp. 175-182, 2014. (In Persian)
- [19] M.R. Bagheri, H. Mahdigholi, M.S Seif, An analysis of hydrodynamics and noise behavior for submerged propeller in various conditions by experimental and numerical methods, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 5, pp. 15-25, 2014. (In Persian)
- [20] A. Daramizadeh, M.R. Ansari, 2-D numerical simulation of underwater explosion near free surface of shallow water, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 5, pp. 39-48, 2013. (In Persian)



شکل 16 سرعت نقاط میانی ورق در زمان‌های مختلف

با توجه به مباحث بیان شده با انتخاب پارامترهای انفجاری و هندسی به صورت $h = 2 \text{ mm}$ و $a = 0.3 \text{ m}$, $R = 0.15 \text{ m}$, $W = 80 \text{ gr}$ سرعت، جابجایی و زمان کاویتاسیون محاسبه شده که با این مقادیر کاویتاسیون در $t_c = 6.36 \mu\text{s}$ رخ خواهد داد. همچنین با توجه به روابط پایه‌ای بین میدان جابجایی و کرنش و میدان کرنش و تنش و در نظر گرفتن مقادیر بالا برای پارامترهای انفجاری و هندسی ورق، مقدار تنش ایجاد شده در ورق فولادی $\sigma_c = 153 \text{ MPa}$ می‌باشد که $\sigma_c < \sigma_y = 300 \text{ MPa}$ است. مقدار تنش کاویتاسیون از مقدار تنش تسلیم فولاد پایین‌تر بود و این مقایسه نشان می‌دهد که کاویتاسیون در محدوده‌ی الاستیک رخ می‌دهد.

7- نتیجه‌گیری

با توجه به نتایج به دست آمده، منحنی‌های سرعت و جابجایی مرکز ورق در زمان کاویتاسیون نشان می‌دهد که با افزایش جرم خرج انفجاری، سرعت و جابجایی مرکز ورق در زمان کاویتاسیون افزایش می‌یابد که این روند ناشی از رابطه‌ی افزایشی بین مقدار خرج انفجاری و فشار ناشی از خرج انفجاری است. ولی با افزایش فاصله‌ی محل استقرار خرج انفجاری سرعت و جابجایی مرکز ورق روندی نزولی را پیدا می‌کند این حالت به عکس حالت قبلی ناشی از وجود رابطه‌ی کاهشی بین فشار ناشی از انفجار و فاصله‌ی استقرار خرج انفجاری است. همچنین با منحنی سرعت و جابجایی مرکز ورق با افزایش طول و ضخامت ورق به ترتیب روند صعودی و نزولی را داشته که این حالت نیز به خاطر کاهش اثرات شرط مرزی با افزایش طول و ضخامت ورق است. علاوه بر این با مطالعه‌ی این رفتار بر روی دو ورق از جنس‌های مس و فولاد نشان داد که زمان کاویتاسیون ورق مسی با افزایش پارامترهای انفجاری و هندسی ورق نسبت به ورق فولادی سطح بالاتری را به خود اختصاص می‌دهد. سرعت و جابجایی مرکز ورق از جنس مس در همه موارد پارامتری بررسی شده، نسبت به ورق فولادی به ترتیب سطوح پایین‌تر و بالاتری را دارد.

8- مراجع

- [1] E. Hudson, A theory of the dynamic plastic deformation of a thin diaphragm, *Journal of Applied Physics*, Vol. 22, No. 1, pp. 1-11, 1951.