مجله مهندسی مکانیک مدرس، اسفند 1394، دوره 15، شماره 12، ص‌ص 95-106

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

بازیابی تعادل یک ربات چهارپا با تنظیم بهینه نیروهای قیدی و شتاب‌های بدنه

سید علی اکبر موسویان[1*]، مهدی خرم[2]

1- استاد، مهندسی مکانیک، قطب رباتیک و کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

2- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک طراحی کاربردی، قطب رباتیک و کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

* تهران، صندوق پستی 1999-19395، moosavian@kntu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 02 مرداد 1394
پذیرش: 31 شهریور 1394
ارائه در سایت: 20 آبان 1394

کلید واژگان:
ربات چهارپا
بازیابی تعادل
بهینه‌سازی
پایداری
عدم لغزش

چکیده

حفظ و بازیابی تعادل در هنگام اعمال نیروهای خارجی یک موضوع بسیار مهم برای ربات‌های چهارپا می‌باشد. اهمیت این موضوع به این دلیل است که ربات‌های چهارپا باید در محیط‌های ناهموار حرکت کرده و این نیروها جزء لاینفک این سطوح می‌باشند. بنابراین در این مقاله به بررسی بازیابی تعادل یک ربات چهارپا پس از اعمال یک نیروی خارجی بر آن پرداخته می‌شود. بدین منظور، ابتدا مدل دینامیکی کامل یک ربات چهارپا استخراج شده و سپس یک روش حذف قیود برای به‌دست آوردن معادلات بدون قیود ارائه می‌شود. با بهره‌گیری از مبانی عملکردی کنترل تناسبی-مشتقی، شتاب‌های مطلوب جهت حفظ و بازیابی تعادل محاسبه می‌شوند. از آن‌جا که این شتاب‌ها ممکن است سبب لغزش پاهای ربات و همچنین از بین رفتن پایداری ربات گردند، یک مسئله بهینه‌سازی برای محاسبه همزمان نیروهای قیدی کف پا و شتاب‌های بدنه ارائه خواهد شد. بهینه کردن نیروهای قیدی همزمان با محاسبه شتاب‌های بدنه به منظور توزیع مناسب نیروهای قیدی برای جلوگیری از لغزش پاها صورت می‌پذیرد. از آن‌جا که در مسئله بهینه‌سازی شروط پایداری و عدم لغزش به عنوان قیود خطی فرمول‌بندی می‌شوند، روش فوق به‌آسانی به یک مسئله خطی و مقید حداقل مربعات خطا تبدیل شده که سبب می‌شود مسئله به صورت برخط قابل پیاده‌سازی باشد. در انتها عملکرد الگوریتم ارائه شده بر روی یک ربات چهارپا در شبیه‌سازی مورد بررسی قرار می‌گیرد. شبیه‌سازی در فازهای ایستادن بر روی چهار پا و راه رفتن صورت می‌پذیرد و نتایج به‌دست آمده بحث خواهند شد.

Balance recovery of a quadruped robot by optimal regulation of contact forces and body accelerations

Seyed Ali Akbar Moosavian, Mahdi Khorram

Department of Mechanical Engineering, Khajeh Nasir Toosi University of Technology, Tehran, Iran
* P.O.B. 19395-1999, Tehran, Iran, moosavian@kntu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 24 July 2015
Accepted 22 September 2015
Available Online 11 November 2015

Keywords:
Quadruped robots
Balance recovery
Optimization
Stability
Slippage avoidance

ABSTRACT

Maintaining and restoring robot balance in the presence of external disturbances is an important issue for a quadruped robot. This is due the fact that these robots move over uneven terrains which may be the sources of the disturbances. In this article, the balance recovery problem of a quadruped robot after an external disturbance will be investigated. To this end, in the first step, the equations of motion of a whole-body model of a robot and also a constraint elimination method will be proposed. In order to recover robot balance, the desired accelerations will be computed based on the concepts of a PD controller and by using the desired velocities and the positions of the main body. However, these accelerations may lead to slipping the stance feet or losing robot stability. Therefore, an optimization problem will be defined to calculate the admissible accelerations and the contact forces simultaneously. The optimal regulation of the contact forces will be done to distribute the contact forces among all stance legs to avoid feet slippage. Since the stability and the slippage avoidance conditions are formulated as linear constraints, the optimization can be solved as a linear constrained least squares problem. To evaluate the effectiveness of the proposed algorithm, it will be examined on a quadruped robot in the simulation in two different case studies: in standing situation and walking gait. Finally, obtained results will be discussed.

1- مقدمه

ربات‌های چهارپا در هنگام حرکت در طبیعت در معرض نیروهای خارجی ناشناخته می‌باشند. این نیروهای خارجی ممکن از یک عامل خارجی مانند برخورد یک شیء خارجی بر بدنه ربات و یا از ناهمواری‌های سطوحی که ربات بر روی آن حرکت می‌کنند، ناشی گردند. برای ارتقای قابلیت‌های حرکتی ربات‌های چهارپا، آن‌ها باید توانایی ارائه عکس‌العمل مناسب در برابر این عوامل خارجی را دارا باشند. بنابراین، زمانی که نیروهای خارجی بر ربات اعمال می‌شوند، ربات باید این توانایی را دارا باشد که به‌سرعت از اعمال این نیروها آگاه شده و سپس عکس‌العمل مناسب را در مقابله با این نیروها و بازیابی تعادل خود انجام دهد. در حالت کلی سه راه‌کار کلی در هنگام اعمال

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

S. A. A. Moosavian, M. Khorram, Balance recovery of a quadruped robot by optimal regulation of contact forces and body accelerations, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 12, pp. 95-106, 2015 (in Persian)

یک نیروی خارجی بر روی ربات وجود دارد. هنگامی که نیروی خارجی اعمال شده کوچک باشد، تنها با تنظیم مقدار حرکت بدنه و همچنین پاهای ربات نیروی خارجی مدیریت شده و پایداری ربات بازگردانده می‌شود، [2,1]. در ربات‌های دوپا، الگوریتم دوران حول مفصل زانو و دوران حول مفصل ران در این دسته قرار می‌گیرند [3]. در استراتژی دوم، که در مواقعی استفاده می‌شود که نیروی اعمال شده به قدری زیاد باشد به‌طوری که ربات تنها با تغییر بدنه خود نتواند آن را مدیریت کند، ربات برای حفظ تعادل خود و یافتن یک ناحیه پایدار که بتواند پایداری خود را بازیابی نماید، باید حتما گام‌برداری انجام دهد که این سبب تغییر چند ضلعی تکیه‌گاهی جهت یافتن یک ناحیه پایدار برای حفظ تعادل ربات می‌شود [4]. در این حالت ناحیه پایدار ربات در ناحیه چند ضلعی تکیه‌گاهی ربات متشکل از جاپاهای کنونی ربات قرار ندارد. اما با انجام گام‌برداری یک ناحیه پایدار که فصل مشترک با چند ضلعی تکیه‌گاهی می‌باشد، یافت می‌شود که ربات می‌تواند با قرارگیری درآن پایداری خود را حفظ نماید. در برخی موارد نیز انرژی افزوده شده به ربات در اثر اعمال نیروی خارجی، توسط ضربه پا با زمین در الگوریتم گام‌برداری از بین می‌رود [5]. این گام‌برداری می‌تواند شامل یک گام یا چند گام باشد. همچنین زمان و نحوه گام‌برداری در این حالت بسیار پراهمیت می‌باشد [6-8]. دیدگاه آخری که در این زمینه وجود دارد، کنترل سقوط ربات می‌باشد به‌گونه‌ای که به ربات کمترین خسارت ممکن وارد شود [9, 10]. در زمینه مسئله بازیابی تعادل برای ربات‌های دوپا مطالعات گسترده‌ای در سال‌های اخیر صورت پذیرفته است [11]. اما تعداد کمی از پژوهش‌ها به بررسی این موضوع بر روی ربات‌های چهارپا پرداخته‌اند [12-16]. شاید یکی از بهترین عملکردها در این زمینه برای ربات بیگ داگ[1]، [17]، می‌باشد که در ویدئوهای منتشر شده عملکرد ربات فوق برای مدیریت نیروهای خارجی به‌وضوح قابل مشاهده می‌باشد، اما جزئیاتی از نحوه عملکرد آنها و الگوریتم‌های مورد استفاده در دسترس نیست. در این مقاله به بررسی دیدگاه اول یعنی استفاده از قابلیت‌های حرکتی ربات در بازیابی تعادل برای یک ربات چهارپا پرداخته می‌شود و فرض می‌شود که ربات بدون گام‌برداری می‌تواند تعادل خود را بازیابی نماید.

دو دیدگاه کلی در مطالعه بازیابی تعادل برای ربات‌ها وجود دارد. در دیدگاه اول، پیشنهاد شده است که به جای استفاده از مدل کامل یک ربات که پیچیدگی‌های بسیاری دارد یک مدل ساده به‌عنوان مثال مدل پاندول معکوس خطی[2] استفاده شود. این مدل یک آشنایی کلی درباره رفتار ربات هنگام بازیابی تعادل در اختیار قرار می‌دهد، [18]. براساس این مدل با استفاده از یک کنترل پیش بین یک الگوریتم برای حفظ تعادل ربات طراحی شده است، [19]. پاندول دو درجه آزادی [20]، و پاندول عکس‌العملی [21]، مدل‌های دیگری هستند که برای مطالعه این موضوع ارائه شده‌اند. این مدل‌ها اگرچه ویژگی‌های منحصر به فردی دارند، اما یک عیب اصلی در این مدل‌ها وجود دارد که در موضوع بازیابی تعادل پراهمیت می‌باشد. همان‌طور که در حیوانات مشاهده می‌شود، در هنگام اعمال نیروهای خارجی، آن‌ها از تمامی ظرفیت‌های خود برای بازگرداندن تعادل استفاده می‌کنند. این ظرفیت‌ها حتی شامل حرکت دم و سر ربات نیز می‌شوند. اما در مدل‌های ساده از این قابلیت مهم صرف‌نظر شده است.

دیدگاه دوم، استفاده از مدل کامل ربات و بهره‌برداری از تمامی ظرفیت‌های حرکتی ربات برای حفظ تعادل می‌باشد [22]. بدین منظور از مدل‌های با درجات آزادی بالا استفاده می‌شود. در این‌جا پایدارسازی هم از طریق تنظیم نیروهای قیدی کف پا و هم از طریق تنظیم شتاب‌های بدنه انجام می‌پذیرد. در یک روش ارائه شده با محاسبه نیروهای قیدی مطلوب برای بازیابی تعادل از طریق تعریف یک کنترلر تناسبی- مشتقی بر اساس متغیرهای مطلوب ربات، نیروهای قیدی مجاز با بهره‌گیری از یک مسئله بهینه‌سازی با درنظر گرفتن پایداری و عدم لغزش محاسبه می‌گردند، [23, 24]. روش دوم بر تنظیم شتاب‌های بدنه استوار است. در این حالت شتاب‌های مطلوب برای بازیابی تعادل با بهره‌گیری از یک کنترلگر مناسب بر روی بدنه ربات محاسبه شده و شتاب‌های مطلوب برای بازگشتن به وضعیت مطلوب با در نظر گرفتن شرایط پایداری و عدم لغزش محاسبه می‌شوند، [25, 26]. در مقاله حاضر نیز از روش تنظیم شتاب‌های بدنه استفاده می‌شود ولی همزمان با آن نیروهای قیدی نیز به‌طور بهینه محاسبه خواهند شد.

در دیدگاه دیگری که در حوزه بازگرداندن تعادل مورد بررسی قرار گرفته است، دیدگاه ممنتوم- محور می‌باشد. در این‌جا تاکید اصلی بر روی تنظیم ممنتوم خطی و دورانی برای حفظ پایداری ربات می‌باشد [27]. محاسبه شتاب‌های خطی برای تنظیم ممنتوم خطی و دورانی ربات با لحاظ کردن شرایط پایداری و عدم لغزش یکی از پژوهش‌هایی است که در این حوزه انجام پذیرفته است [29,28]. از جمله کارهای اخیر در این حوزه، طراحی کنترل‌کننده پایدارساز براساس دیدگاه ممنتوم- محور برای حالتی است که ربات بر روی سطوح ناصاف قرار دارد [30].

در حوزه ربات‌های چهارپا، پژوهش‌های محدودی انجام شده است. یکی از بهترین عملکردها برای این‌گونه ربات‌ها را می‌توان به ربات‌های بیگ داگ و اسپات اشاره نمود که در ویدئوهای منتشر شده عملکرد منحصر به فرد آنها در بازیابی تعادل قابل مشاهده است. اما متاسفانه اطلاعاتی درباره الگوریتم‌های مورد استفاده برای این ربات‌ها وجود ندارد. هاوتیس و همکاران با طراحی یک کنترلر امپدانسی به بررسی بازیابی تعادل برای یک ربات چهارپا در الگوی حرکتی یورتمه رفتن پرداخت [13]. لئو و همکاران با استفاده از یک الگوریتم بهینه‌سازی جدید یک الگوریتم برای بازیابی تعادل ربات چهارپا ارائه داده است [14]. تیان و همکاران الگوریتم‌های شناسایی نیروهای خارجی وارد شده بر یک ربات چهارپا را مورد بررسی قرار داد [15]. چانگ و همکاران با استفاده از یک مدل ساده از ربات چهارپا به پایدارسازی حرکت در هنگام اعمال نیروی خارجی بر آن پرداخته است [12].

در این مقاله، به طراحی یک الگوریتم پایدارساز جهت بازیابی تعادل یک ربات چهارپا پرداخته می‌شود. بدین منظور ابتدا معادلات دینامیکی صریح ربات و همچنین یک روش حذف قیود برای تعریف یک کنترل دینامیک معکوس جهت اعمال گشتاورهای مطلوب برای ایجاد حرکت مورد نظر ارائه خواهد شد. سپس با بهره‌گیری از مبانی کنترل تناسبی- مشتقی شتاب‌های مورد نیاز جهت بازیابی تعادل محاسبه خواهند شد. از آن‌جا که در یک ربات چهارپا، حفظ تعادل و عدم لغزش پاهای در تماس با زمین در حین حرکت بسیار پراهمیت می‌باشند، در برخی اوقات شتاب‌های مطلوب قابلیت پیاده‌سازی بر روی ربات را نداشته و شرایط فوق را نقض خواهند کرد. بدین منظور یک مسئله بهینه‌سازی برای محاسبه شتاب‌های مطلوب ارائه خواهد شد. از آن‌جا که در یک ربات چهارپا با توجه به ساختار آن نیروهای قیدی به طور منحصر به فرد قابل تعیین نمی‌باشند، توزیع یکنواخت نیروهای قیدی میان پاهای در تماس با زمین مطلوب نمی‌باشد و عملکرد الگوریتم بازیابی تعادل را تحت تاثیر قرار می‌دهد. بدین منظور نیروهای قیدی نیز در

1- Big Dog
2- Linear inverted pendulum model (LIPM)

بهینه‌سازی وارد شده و همزمان نیروهای قیدی کف پا و شتاب‌های بدنه محاسبه خواهند شد. در انتها برای بررسی عملکرد الگوریتم پایدارساز طراحی شده، الگوریتم بر روی یک ربات چهارپا در دو وضعیت متفاوت مورد آزمایش قرار می‌گیرد و نتایج به‌دست آمده تحلیل خواهند شد.

2- مدل‌سازی دینامیکی

در گام نخست مدل دینامیکی صریح ربات استخراج خواهد شد. برای محاسبه معادلات دینامیکی ربات از روش دینامیک صریح استفاده خواهد شد. یک ربات چهارپا را، که هر پای آن دارای سه درجه آزادی می‌باشد در نظر بگیرید. این ربات در شکل 1 نشان داده شده است. براساس ساختار نشان داده شده در شکل، پیکربندی ربات به‌صورت رابطه (1) تعریف می‌شود:

$$q = [x_{\mathrm{b}}{}^{\mathrm{T}} \quad q_{\mathrm{L}}{}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \tag{1}$$

که در رابطه بالا، $x_{\mathrm{b}} \in \mathbb{R}^{6\times1}$ موقعیت خطی و دورانی بدنه ربات را مشخص می‌کند. همچنین $q_{\mathrm{L}} \in \mathbb{R}^{12\times1}$ زوایای مفاصل تمامی پاها را مشخص می‌کند که به‌صورت رابطه (2) تعریف می‌شود:

$$q_{\mathrm{L}} = [q_{\mathrm{L},1}{}^{\mathrm{T}} \quad q_{\mathrm{L},2}{}^{\mathrm{T}} \quad q_{\mathrm{L},3}{}^{\mathrm{T}} \quad q_{\mathrm{L},4}{}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \tag{2}$$

همان‌طور که در شکل 1 قابل مشاهده است، دو درجه آزادی برای ران و یک درجه آزادی برای زانوی ربات در نظر گرفته می‌شود. انتخاب تعداد درجات آزادی و همچنین راستاهای حرکت مفاصل به منظور افزایش فضای کاری پای ربات جهت حرکت آزادانه در فضای سه‌بعدی انجام می‌شوند. بنابراین بردار موقعیت مفاصل برای یک پا به طور جداگانه به عنوان مثال برای پای 1 به‌صورت رابطه (3) تعریف می‌شود:

$$q_{\mathrm{L},1} = [q_{\mathrm{L},11} \quad q_{\mathrm{L},12} \quad q_{\mathrm{L},13}]^{\mathrm{T}} \tag{3}$$

حال می‌توان با توجه به بردارهای تعریف شده برای موقعیت ربات، معادلات دینامیکی را به‌دست آورد. معادلات دینامیکی را بعد از انجام محاسبات سینماتیکی و به‌دست آوردن سرعت‌های مراکز جرم به صورت رابطه (4) می‌توان بیان نمود:

$$M(q)\ddot{q} + V(q,\dot{q}) + G(q) = [\mathrm{O}_{1\times6} \quad \tau]^{\mathrm{T}} + J^{\mathrm{T}}F_{\mathrm{Leg}} \tag{4}$$

که در رابطه بالا، $M(q) \in \mathrm{R}^{18\times18}$ ماتریس جرمی، $V(q,\dot{q}) \in \mathrm{R}^{18\times1}$ یک بردار که اعضای آن را نیروهای گریز از مرکز و کوریولیس تشکیل می‌دهند. $G(q) \in \mathrm{R}^{18\times1}$ یک بردار شامل نیروهای گرانش می‌باشد. $\tau \in \mathrm{R}^{12\times1}$ گشتاورهای اعمال شده به مفاصل ربات می‌باشد. از آنجا که تنها به مفاصل ربات می‌توان گشتاور اعمال کرد، گشتاورهای اعمال شده به بدنه ربات صفر درنظر گرفته می‌شوند. $F_{\mathrm{Leg}} \in \mathrm{R}^{3\mathrm{p}\times1}$ نیروهای قیدی است که در نقاطی که تماس پا با زمین وجود دارد، بر ربات اعمال می‌شود. p نیز تعداد پاهایی است که با زمین در تماس است. $J \in \mathrm{R}^{3\mathrm{p}\times18}$ ماتریس ژاکوبین مربوط به نقاط تماس با زمین می‌باشد. ترم آخر در معادله دینامیکی به دلیل وجود تماس بین پای ثابت و زمین اضافه شده است. تمامی ترم‌های معادلات دینامیکی از روش ارائه شده در [31] محاسبه می‌شوند. معادلات به‌دست آمده به صورت عددی با مدل نرم‌افزاری ربات صحه گذاری می‌شوند.

2-1- روش حذف قیود

همان‌طور که توضیح داده شد، در معادلات دینامیکی استخراج شده برای ربات چهارپا یک ترم به علت وجود تماس ربات با محیط ظاهر شده است. بنابراین اگر بخواهیم گشتاور مورد نیاز برای ایجاد یک حرکت (دینامیک معکوس) و همچنین مقدار حرکت ایجاد شده در اثر اعمال یک گشتاور (دینامیک مستقیم) را به‌دست آوریم، باید مقادیر نیروهای قیدی مشخص باشند. دو راه‌حل کلی برای این موضوع وجود دارد: راه‌حل اول، استفاده از سنسورهای نیرو در کف پا و اندازه‌گیری برخط این نیروها می‌باشد. این روش یک عیب اصلی دارد زیرا که خروجی سنسورهای سنجش نیرو، یک سیگنال بسیار نویزی بوده و بنابراین به‌دست آوردن مقادیر دقیق نیروهای قیدی از این سیگنال کار آسانی نخواهد بود. راه‌حل دوم حذف قیود از معادلات دینامیکی و به‌دست آوردن یک معادله دینامیکی بدون قیود می‌باشد. استفاده از روش جداسازی بردارهای متعامد برای حذف قیود از معادلات دینامیکی ارائه شده است [32]. همچنین استفاده از یک اپراتور که معادلات مستقل از قیود را نتیجه می‌دهد، نیز برای حذف قیود از معادلات دینامیکی ارائه گردیده است [33]. در ادامه یک دیدگاه جدید برای حذف قیود از معادلات ارائه خواهد شد.به علت تماس پا با زمین و یا به عبارت دقیق‌تر به علت عدم لغزش پاهای در تماس با زمین، قیودی بر سیستم دینامیکی اعمال می‌گردند. این قیود را می‌توان به صورت اینکه سرعت پاهای در تماس با زمین صفر است در نظر گرفت. این قیود سینماتیکی به‌صورت رابطه (5) تعریف می‌شوند:

$$P_{\mathrm{st,tip},i} = C, V_{\mathrm{st,tip},i} = O_{3\times1} \tag{5}$$

از آن‌جا که سرعت‌های نقاط تماس پا با زمین صفر می‌باشند، شرط فوق را می‌توان برحسب ژاکوبین نقاط تماس به صورت رابطه (6) بیان نمود:

$$V_{\mathrm{st,tip},i} = O_{3\times1} \Longrightarrow J_{3\mathrm{p}\times18}\dot{q} = O_{3\mathrm{p}\times1} \tag{6}$$

از آن‌جا که اضافه شدن هر قید یک درجه آزادی از سیستم کم می‌کند، بنابراین یک فضای مستقل از کل درجات آزادی ربات با توجه به قیود اعمال شده بر روی سیستم تعریف می‌شود. اهمیت این فضا از آن جهت می‌باشد که برای یک سیستم مقید، از آن‌جا که وابستگی بین برخی از متغیرهای مفصلی ربات از طریق قیود فراهم می‌شود، برای کنترل کل سیستم تنها کنترل این درجات آزادی با شرط برقراری قیود کفایت می‌کند. به‌عبارت دقیق‌تر، این موضوع تا زمانی صادق است که پاها بر روی زمین ثابت باقی بمانند. این فضا با توجه به ساختار ربات چهارپا از موقعیت دورانی و خطی بدنه ربات و موقعیت مفصلی پاهای در حال حرکت تشکیل می‌شود. این فضا به صورت رابطه (7) تعریف می‌شود:

$$q_{\mathrm{ind}} = [x_{\mathrm{b}}{}^{\mathrm{T}} \quad q_{\mathrm{sl}}{}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \tag{7}$$

حال باید معادلات دینامیکی را برحسب متغیر مستقل بازنویسی نمود. ابتدا یک رابطه بین سرعت‌های فضای مستقل و سرعت‌های تمامی درجات آزادی به صورت رابطه (8) تعریف می‌شود:

$$\dot{q} = \chi\dot{q}_{\mathrm{ind}} \tag{8}$$

که در رابطه بالا χ یک ماتریس برای نگاشت از فضای مستقل به فضای

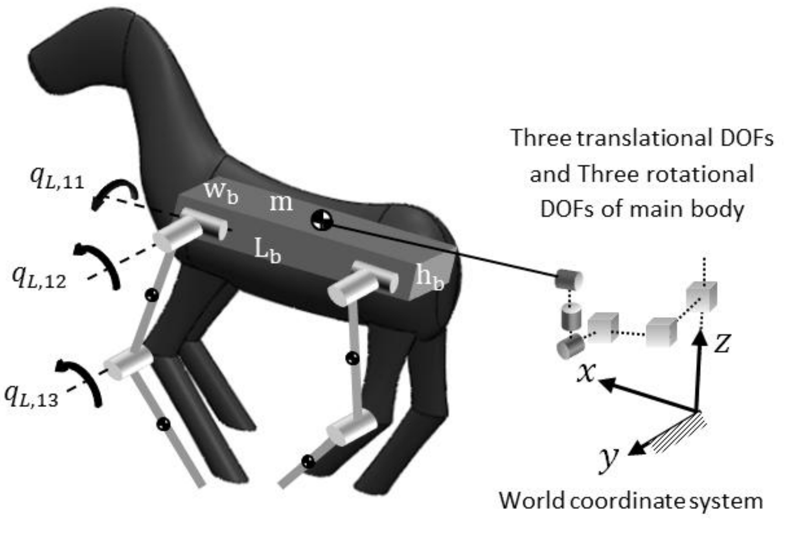

Fig. 1 the model of quadruped robot

شکل 1 مدل ربات چهارپا

کلیه مفاصل ربات می‌باشد. این ماتریس را می‌توان با توجه به قیود سینماتیکی حاصل از تماس پا با زمین به صورت رابطه (9) تعریف کرد:

$$\chi = \begin{bmatrix} I_{6\times6} & O_{6\times3} & O_{6\times3} & O_{6\times3} & O_{6\times3} \\ F_{1,1} & F_{2,1} & O_{3\times3} & O_{3\times3} & O_{3\times3} \\ F_{1,2} & O_{3\times3} & F_{2,2} & O_{3\times3} & O_{3\times3} \\ F_{1,3} & O_{3\times3} & O_{3\times3} & F_{2,3} & O_{3\times3} \\ F_{1,4} & O_{3\times3} & O_{3\times3} & O_{3\times3} & F_{2,3} \end{bmatrix} \tag{9}$$

در معادله بالا، $F_{1,j}$ و $F_{2,j}$ برای هر پا با توجه به ثابت بودن و یا متحرک بودن آن از رابطه (10) به‌دست می‌آید:

$$F_{1,j} = \begin{cases} -J_{\mathrm{L},j}^{-1} J_{\mathrm{b},j} & \text{هنگامی که پای } j \text{ ام بر روی زمین قرار دارد} \\ O_{3\times6} & \text{هنگامی که پای } j \text{ ام در حرکت است} \end{cases}$$
$$F_{2,j} = \begin{cases} O_{3\times3} & \text{هنگامی که پای } j \text{ ام بر روی زمین قرار دارد} \\ I_{3\times3} & \text{هنگامی که پای } j \text{ ام در حرکت است} \end{cases} \tag{10}$$

انتخاب پارامترهای بالا برای به‌دست آوردن ماتریس χ به این صورت انجام می‌شود که هنگامی که پا در حرکت می‌باشد درجات آزادی پای فوق به عنوان پارامترهای مستقل انتخاب می‌شود. اما هنگامی که پای ربات بر روی زمین قرار دارد، درجات آزادی پای فوق دیگر پارامترهای مستقل نیستند و متغیرهای مفصلی آن برحسب متغیرهای بدنه ربات بیان می‌شوند که رابطه فوق از قیود سینماتیکی پای ثابت حاصل می‌گردد. بنابراین $J_{\mathrm{b},j}$ و $J_{\mathrm{L},j}$ ماتریس‌های ژاکوبین برای بدنه و پا برای پای j^{th} می‌باشند که از رابطه (11) حاصل می‌شوند:

$$J_{\mathrm{b},j} = \frac{\partial P_{\mathrm{tip},j}}{\partial x_{\mathrm{b}}}$$
$$J_{\mathrm{L},j} = \frac{\partial P_{\mathrm{tip},j}}{\partial q_{\mathrm{L},j}} \tag{11}$$

در رابطه بالا، $P_{\mathrm{tip},j}$ بردار موقعیت نوک پای j^{th} در دستگاه زمین می‌باشد. ویژگی مهمی که ربات‌های چهارپا دارا می‌باشند این است که این ربات‌ها کمبود عملگر[1] می‌باشند. به عبارت دقیق‌تر، تعداد عملگرهای ربات به تعداد کل درجات آزادی ربات نیست زیرا که عملگری بر روی بدنه ربات قرار ندارد و حرکت آن توسط عملگرهای پای ربات تنظیم می‌گردد. بدین منظور، کل درجات آزادی ربات به دو دسته کلی عملگری و غیر عملگری تقسیم می‌شود. بر این اساس، معادله (8) به صورت رابطه (12) بازنویسی می‌شود:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_{\mathrm{ua}} \\ \dot{q}_{\mathrm{a}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \chi_{\mathrm{ua}} \\ \chi_{\mathrm{a}} \end{bmatrix} \dot{q}_{\mathrm{ind}} \tag{12}$$

در رابطه بالا زیرنویس ua مربوط به عبارت‌های غیرعملگری و زیرنویس a مربوط به عبارت‌های عملگری می‌باشد. حال با مشتق‌گیری از معادله (12) داریم:

$$\ddot{q}_{\mathrm{ua}} = \dot{\chi}_{\mathrm{ua}} \dot{q}_{\mathrm{ind}} + \chi_{\mathrm{ua}} \ddot{q}_{\mathrm{ind}}$$
$$\ddot{q}_{\mathrm{a}} = \dot{\chi}_{\mathrm{a}} \dot{q}_{\mathrm{ind}} + \chi_{\mathrm{a}} \ddot{q}_{\mathrm{ind}} \tag{13}$$

حال برای به‌دست آوردن معادلات مستقل از قیود، معادلات دینامیکی ربات (4) براساس عملگری و یا غیر عملگری بودن آن به صورت رابطه (14) تفکیک می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} M_{1,\mathrm{ua}} & M_{1,\mathrm{a}} \\ M_{2,\mathrm{ua}} & M_{2,\mathrm{a}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_{\mathrm{ua}} \\ \ddot{q}_{\mathrm{a}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{\mathrm{ua}} \\ V_{\mathrm{a}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_{\mathrm{ua}} \\ G_{\mathrm{a}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O_{6\times1} \\ \tau \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {J_{\mathrm{ua}}}^{\mathrm{T}} \\ {J_{\mathrm{a}}}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} F_{\mathrm{Leg}} \tag{14}$$

حال معادلات فوق را می‌توان به صورت دو معادله مستقل مطابق رابطه (15) بیان نمود:

$$M_{1,\mathrm{ua}} \ddot{q}_{\mathrm{ua}} + M_{1,\mathrm{a}} \ddot{q}_{\mathrm{a}} + V_{\mathrm{ua}} + G_{\mathrm{ua}} = {J_{\mathrm{ua}}}^{\mathrm{T}} F_{\mathrm{Leg}}$$
$$M_{2,\mathrm{ua}} \ddot{q}_{\mathrm{ua}} + M_{2,\mathrm{a}} \ddot{q}_{\mathrm{a}} + V_{\mathrm{a}} + G_{\mathrm{a}} = \tau + {J_{\mathrm{a}}}^{\mathrm{T}} F_{\mathrm{Leg}} \tag{15}$$

با ضرب معادله اول (15) در ${\chi_{\mathrm{ua}}}^{\mathrm{T}}$ و همچنین ضرب معادله دوم (15) در ${\chi_{\mathrm{a}}}^{\mathrm{T}}$ و در نهایت جمع معادلات به‌دست آمده، داریم:

$$M_{\mathrm{ua}} \ddot{q}_{\mathrm{ua}} + M_{\mathrm{a}} \ddot{q}_{\mathrm{a}} + {\chi_{\mathrm{ua}}}^{\mathrm{T}} V_{\mathrm{ua}} + {\chi_{\mathrm{a}}}^{\mathrm{T}} V_{\mathrm{a}} + {\chi_{\mathrm{ua}}}^{\mathrm{T}} G_{\mathrm{ua}}$$
$$+ {\chi_{\mathrm{a}}}^{\mathrm{T}} G_{\mathrm{a}} = \left({\chi_{\mathrm{ua}}}^{\mathrm{T}} {J_{\mathrm{ua}}}^{\mathrm{T}} + {\chi_{\mathrm{a}}}^{\mathrm{T}} {J_{\mathrm{a}}}^{\mathrm{T}} \right) F_{\mathrm{Leg}} + {\chi_{\mathrm{a}}}^{\mathrm{T}} \tau \tag{16}$$

در حالی که داریم:

$$M_{\mathrm{ua}} = {\chi_{\mathrm{ua}}}^{\mathrm{T}} M_{1,\mathrm{ua}} + {\chi_{\mathrm{a}}}^{\mathrm{T}} M_{2,\mathrm{ua}}$$
$$M_{\mathrm{a}} = {\chi_{\mathrm{ua}}}^{\mathrm{T}} M_{1,\mathrm{a}} + {\chi_{\mathrm{a}}}^{\mathrm{T}} M_{2,\mathrm{a}} \tag{17}$$

با توجه به تعریف ماتریس انتقال به فضای مستقل χ به آسانی اثبات خواهد شد که ${\chi_{\mathrm{ua}}}^{\mathrm{T}} {J_{\mathrm{ua}}}^{\mathrm{T}} + {\chi_{\mathrm{a}}}^{\mathrm{T}} {J_{\mathrm{a}}}^{\mathrm{T}} = 0$. بنابراین نیروهای قیدی از معادلات دینامیکی حذف خواهند شد. اما معادلات به‌دست آمده برحسب متغیرهای مفصلی ربات می‌باشند در حالی که قیود اعمال شده، درجات آزادی سیستم را کاهش داده و از تعداد درجات آزادی مستقل ربات کاسته خواهد شد. بنابراین معادلات به‌دست آمده می‌تواند در فضای مستقل بیان شوند. بدین منظور با جایگذاری معادلات (13) در (16) خواهیم داشت:

$$M_{\mathrm{ind}} \ddot{q}_{\mathrm{ind}} + V_{\mathrm{ind}} + G_{\mathrm{ind}} = {\chi_{\mathrm{a}}}^{\mathrm{T}} \tau \tag{18}$$

در حالی که داریم:

$$M_{\mathrm{ind}} = M_{\mathrm{ua}} \chi_{\mathrm{ua}} + M_{\mathrm{a}} \chi_{\mathrm{a}}$$
$$V_{\mathrm{ind}} = {\chi_{\mathrm{ua}}}^{\mathrm{T}} V_{\mathrm{ua}} + {\chi_{\mathrm{a}}}^{\mathrm{T}} V_{\mathrm{a}} + M_{\mathrm{ua}} \dot{\chi}_{\mathrm{ua}} \dot{q}_{\mathrm{ind}} + M_{\mathrm{a}} \dot{\chi}_{\mathrm{a}} \dot{q}_{\mathrm{ind}}$$
$$G_{\mathrm{ind}} = {\chi_{\mathrm{ua}}}^{\mathrm{T}} G_{\mathrm{ua}} + {\chi_{\mathrm{a}}}^{\mathrm{T}} G_{\mathrm{a}} \tag{19}$$

معادلات به‌دست آمده دارای ویژگی‌های مهمی می‌باشند. اول، معادله فوق یک معادله مستقل از قیود می‌باشد. همچنین معادله فوق در فضای درجات آزادی مستقل ربات بیان می‌شود. با توجه به ساختار ربات‌های چهارپا، معادلات دینامیکی به‌صورتی بیان می‌شوند که نیروهای قیدی به طور منحصر به فردی قابل تعیین نیستند. برای محاسبه نیروهای قیدی از معادله اول (15) داریم:

$$F_{\mathrm{Leg}} = \left({J_{\mathrm{ua}}}^{\mathrm{T}} \right)^{\#} \left(M_{1,\mathrm{ua}} \ddot{q}_{\mathrm{ua}} + M_{1,\mathrm{a}} \ddot{q}_{\mathrm{a}} + V_{\mathrm{ua}} + G_{\mathrm{ua}} \right) \tag{20}$$

جایی که $(.)^{\#}$ معکوس مور-پنروس[2] می‌باشد. حال با جای‌گذاری معادله (13) در (20)، می‌توان نیروهای قیدی را برحسب متغیرهای فضای مستقل به صورت رابطه (21) به‌دست آورد:

$$F_{\mathrm{Leg}} = \left({J_{\mathrm{ua}}}^{\mathrm{T}} \right)^{\#} \Big(M_{1,\mathrm{ua}} \chi_{\mathrm{ua}} \ddot{q}_{\mathrm{ind}} + M_{1,\mathrm{ua}} \dot{\chi}_{\mathrm{ua}} \dot{q}_{\mathrm{ind}}$$
$$+ M_{1,\mathrm{a}} \chi_{\mathrm{a}} \ddot{q}_{\mathrm{ind}} + M_{1,\mathrm{a}} \dot{\chi}_{\mathrm{a}} \dot{q}_{\mathrm{ind}} + V_{\mathrm{ua}}$$
$$+ G_{\mathrm{ua}} \Big) \tag{21}$$

نیروهای قیدی به‌دست آمده از رابطه (21) به‌صورت یکنواخت بین پاهای ربات تقسیم می‌شوند. این تقسیم نیروها بدون در نظر گرفتن شرایط دیگر صورت می‌پذیرد. به عبارت دقیق‌تر، هیچ‌گونه توزیع نیرو بین پاهای در تماس با زمین صورت نمی‌پذیرد. این موضوع در طراحی الگوریتم بازیابی تعادل بسیار پراهمیت می‌باشد. زیرا هنگامی که یک نیروی خارجی بر ربات اعمال می‌شود سبب ایجاد شتاب و در نتیجه افزایش نیروهای قیدی کف پا می‌شود. اگر این نیروهای قیدی به صورت مناسب میان پاها در تماس با زمین توزیع نشود، سبب لغزش و در نتیجه سبب از بین رفتن تعادل ربات می‌گردد. بدین منظور، در این مقاله هر لحظه یک الگوریتم بهینه‌سازی اجرا شده تا شتاب‌ها و همچنین نیروهای قیدی مناسب را برای بازیابی تعادل محاسبه نماید.

3- کنترل‌کننده بازیابی تعادل

در این قسمت به معرفی کنترل‌کننده بازیابی تعادل پرداخته می‌شود. هنگامی

1- Underactuated

2- Moore–Penrose

که یک نیروی خارجی بر ربات اعمال می‌گردد، ربات باید به‌سرعت آن را شناسایی کرده و عکس العمل مناسب را از خود بروز دهد. در این جا فرض می‌گردد که نیروی اعمال شده بر ربات خیلی بزرگ نباشد که نیاز به گام‌برداری جهت حفظ تعادل باشد. به عبارت دقیق‌تر، ربات تنها با تنظیم حرکت بدنه خود نیروی خارجی را مدیریت کرده و به موقعیت اولیه خود باز می‌گردد. همچنین در ادامه فرض می‌شود که هنگام اعمال نیروی خارجی، ربات در فاز ایستادن کامل قرار داشته باشد. این فرض ساده‌کننده آسیبی به کلیت الگوریتم وارد نمی‌کند و الگوریتم فوق می‌تواند بر روی ربات در حین حرکت با اصلاحاتی جزیی به بازیابی تعادل بپردازد.

الگوریتم‌های بازیابی تعادل به‌طور کلی براساس تنظیم شتاب‌های بدنه ربات، [25, 26]، تنظیم بهینه نیروهای قیدی وارد شده به کف پاهای ثابت ربات، [23]، همچنین تنظیم ممنتوم خطی و زاویه‌ای بدنه ربات، [30] می‌باشند. الگوریتم بازیابی تعادل در این مقاله بر اساس محاسبه شتاب‌های مورد نیاز جهت بازیابی تعادل عمل می‌کند. به‌عبارت دیگر، در هر لحظه شتاب‌های مورد نیاز بدنه ربات برای بازگشت به موقعیت مطلوب محاسبه می‌شوند. برای محاسبه شتاب‌های مورد نیاز، از یک کنترل‌کننده تناسبی-مشتقی استفاده شده و شتاب‌های مورد نیاز بدنه ربات به صورت رابطه (22) محاسبه می‌گردند:

$$\ddot{q}_{\text{ind}}^{\text{d}} = K_{\text{v}}\left(\dot{q}_{\text{ind}}^{\text{d}} - \dot{q}_{\text{ind}}\right) + K_{\text{p}}\left(q_{\text{ind}}^{\text{d}} - q_{\text{ind}}\right) \quad (22)$$

در عمل، برای حفظ تعادل، یک فنر و دمپر برای هر متغیر فضای مستقل در نظر گرفته شده است و نیروی هر یک از فنر و دمپرها به عنوان مقیاسی از شتاب مورد نیاز برای بازیابی تعادل در نظر گرفته می‌شود. برای یک سیستم بدون قیود برای اعمال این شتاب‌ها هیچ محدودیتی وجود ندارد اما برای یک سیستم با قیود پیچیده مانند ربات‌های چهارپا اعمال هر شتابی امکان‌پذیر نیست و به‌همین دلیل این الگوریتم توانایی مدیریت مقدار محدودی از نیروهای خارجی را دارد. از طرف دیگر یک الگوریتم در هنگام اعمال خارجی برای این‌که قابلیت خوبی داشته باشد و بتواند خیلی سریع ربات را به موقعیت اولیه پایدار خود بازگرداند، نیاز به شتاب‌های خیلی زیاد دارد که معادل این است که از فنر و دمپرهای با سختی و ضریب میرایی بالا استفاده شود. اما این شتاب‌ها یا توسط گشتاورها قابل دسترس نیستند و یا ممکن است سبب لغزش پا و از دست رفتن تعادل ربات گردد. بدین منظور باید بیشترین شتاب‌های ممکن متغیرهای مستقل ربات جهت بازیابی تعادل محاسبه گردد. این بیشترین مقادیر با در نظر گرفتن شرایط پایداری و لغزش پاها محاسبه می‌شوند. بدین منظور یک مسئله بهینه‌سازی تعریف می‌شود که قیود این مسئله شرایط ذکر شده می‌باشند. نکته دیگری که در اینجا باید مورد توجه قرار گیرد این است که در هنگام حرکت باید توزیع مناسب نیروهای قیدی کف پا به‌گونه‌ای مناسب صورت پذیرد تا لغزش پاهای ثابت صورت نپذیرد. بدین منظور نیروهای کف پا نیز به عنوان یک متغیر بهینه‌سازی در نظر گرفته می‌شود. از طرف دیگر، ربات چهارپا در وضعیت‌های ایستادن و حرکت دارای تعداد نیروهای قیدی بیشتر از معادلات حرکت است و نیروهای قیدی را نمی‌توان به‌صورت منحصربه‌فرد از حل معادلات حرکت به‌دست آورد. نکته مهم دیگری که در اینجا باید به آن اشاره نمود رسیدن به یک رابطه مناسب یعنی یک رابطه خطی برای قیود می‌باشد. این موضوع از آن جهت دارای اهمیت است که قیود اگر برحسب متغیرهای بهینه‌سازی به صورت خطی بیان شود زمان حل مسئله بهینه سازی را کاهش داده و می‌توان به عنوان یک الگوریتم برخط مورد استفاده قرار گیرد.

در ادامه ابتدا به معرفی هر یک از شرایط مورد نظر برای حرکت پرداخته می‌شود و سپس الگوریتم بهینه سازی ارائه خواهد شد.

3-1- شرط پایداری

یکی از موضوعات کلیدی در هنگام حرکت، حفظ تعادل یا پایداری ربات می‌باشد. روش‌های گوناگونی برای بررسی تعادل ربات ارائه شده است. از مهمترین و گسترده ترین روش‌های پایداری روش نقطه گشتاور صفر [34-36]، و همچنین نقطه مرکز فشار، [37]، می‌باشد. روش نقطه گشتاور صفر بیشتر بر نیروهای اینرسی و گرانش بر پایداری تاکید دارد درحالی که نقطه مرکز فشار از نیروهای قیدی برای پایداری ربات بهره می‌برد. در اینجا از دیدگاه نقطه مرکز فشار استفاده می‌شود. بر اساس این دیدگاه یک ربات زمانی پایدار خواهد بود که نقطه مرکز فشار حاصل از نیروهای قیدی در داخل چند ضلعی تکیه‌گاهی قرار گیرد. بدین منظور با در نظر گرفتن مدل ربات و همچنین فرض قرارگیری تمامی پاها بر روی زمین، نقطه مرکز فشار به صورت رابطه (23) بیان می‌شود:

$$P_{\text{cop}}^{\text{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{4} P_{\text{tip},i}^{\text{x}} F_{\text{tip},i}^{\text{Z}}}{\sum_{i=1}^{4} F_{\text{tip},i}^{\text{Z}}}$$
$$P_{\text{cop}}^{\text{y}} = \frac{\sum_{i=1}^{4} P_{\text{tip},i}^{\text{y}} F_{\text{tip},i}^{\text{Z}}}{\sum_{i=1}^{4} F_{\text{tip},i}^{\text{z}}} \quad (23)$$

همان‌طور که توضیح داده شد، برای پایداری ربات باید نقطه مرکز فشار داخل چند ضلعی تکیه‌گاهی قرار گیرد. بنابراین می‌توان شرط پایداری را به‌صورت رابطه (24) تعریف کرد:

$$a_i P_{\text{cop}}^{\text{x}} + b_i P_{\text{cop}}^{\text{y}} + c_i \leq 0, i = 1, \dots, 4 \quad (24)$$

جایی که a_i ، b_i و c_i ضرایب معادله خط اضلاع چند ضلعی تکیه‌گاهی ربات می‌باشند. حال با جایگذاری معادله (23) در (24) شرط پایداری ربات برحسب نیروهای قیدی کف پا به‌صورت رابطه (25) محاسبه خواهد شد:

$$\begin{bmatrix} \mathcal{A}_1^{\text{stab}} \\ \mathcal{A}_2^{\text{stab}} \\ \mathcal{A}_3^{\text{stab}} \\ \mathcal{A}_4^{\text{stab}} \end{bmatrix} F_{\text{leg}} \leq O_{4\times1} \quad (25)$$

جایی که

$$\mathcal{A}_i^{\text{stab}} = \begin{bmatrix} O_{2\times1} \\ a_i P_{\text{tip},1}^{\text{x}} + b_i P_{\text{tip},1}^{\text{y}} + c_i \\ O_{2\times1} \\ a_i P_{\text{tip},2}^{\text{x}} + b_i P_{\text{tip},2}^{\text{y}} + c_i \\ O_{2\times1} \\ a_i P_{\text{tip},3}^{\text{x}} + b_i P_{\text{tip},3}^{\text{y}} + c_i \\ O_{2\times1} \\ a_i P_{\text{tip},4}^{\text{x}} + b_i P_{\text{tip},4}^{\text{y}} + c_i \end{bmatrix}^{\text{T}} \quad (26)$$

حال می‌توان شرط پایداری را برحسب متغیرهای بهینه‌سازی یعنی نیروهای قیدی کف پا و شتاب‌های بدنه به‌صورت رابطه (27) بیان نمود:

$$\mathcal{A}^{\text{stab}} \mathcal{T} \leq \mathcal{B}^{\text{stab}}$$
$$\mathcal{A}^{\text{stab}} = \begin{bmatrix} O_{4\times6} & \begin{matrix} \mathcal{A}_1^{\text{stab}} \\ \mathcal{A}_2^{\text{stab}} \\ \mathcal{A}_3^{\text{stab}} \\ \mathcal{A}_4^{\text{stab}} \end{matrix} \end{bmatrix}, \mathcal{B}^{\text{stab}} = O_{4\times1}$$
$$\mathcal{T} = \left[\ddot{q}_{\text{ind}}{}^{\text{T}} \quad F_{\text{leg}}{}^{\text{T}}\right]^{\text{T}} \quad (27)$$

همان‌طور که می‌دانیم از طریق معادلات دینامیکی بین نیروهای قیدی کف پا و شتاب‌های بدنه ربات ارتباط وجود دارد و این به‌خاطر معادلات دینامیکی حاکم بر ربات می‌باشد. به‌عبارت دقیق‌تر، با افزایش شتاب‌های بدنه

نیروهای کف پا نیز افزایش می‌یابد. این موضوع سبب می‌شود که شرط پایداری هم به نیروهای قیدی کف پا و هم به شتاب‌های بدنه ربات وابسته گردد.

3-2- شرط عدم لغزش پاها

یکی دیگر از شرایط مهم در طراحی کنترل بازیابی تعادل شرط عدم لغزش پاهای در تماس با زمین می‌باشد. همانگونه که توضیح داده شد، اعمال نیروی خارجی بزرگ سبب افزایش نیروهای قیدی می‌شود و اگر این نیروهای قیدی از یک مقدار مشخصی بزرگ‌تر باشند سبب لغزش پاهای ثابت ربات می‌گردند. بنابراین همین جا معلوم می‌گردد که یک ربات با الگوریتم بازیابی تعادل توانایی مدیریت هر نیروی خارجی را دارا نیست و گاهی نیز ربات باید برای حفظ تعادل باید گام‌برداری انجام دهد. شرط لغزش در کنار شرط جدایش پاها بیان می‌گردد. شرط جدایش پاها به این صورت بیان می‌شود که پاهای ثابت ربات باید در هنگام حرکت، بر روی زمین فشار اعمال کنند. همچنین نیروهای قیدی کف پا باید در محدوده‌ای باشند که سبب لغزش پا نشوند. برای شرط عدم لغزش پاها از مدل اصطکاکی کولمب استفاده می‌شود. در این مدل یک مخروط اصطکاکی بر اساس ضریب اصطکاک موجود بین پا و زمین تعریف شده و نیروهای قیدی پا باید در این مخروط قرار گیرند. بنابراین، برای عدم لغزش پاها باید رابطه (28) بین نیروهای قیدی کف پا برقرار باشد:

$$\sqrt{{F_{\mathrm{leg},i}^{\mathrm{x}}}^2 + {F_{\mathrm{leg},i}^{\mathrm{y}}}^2} \le \mu F_{\mathrm{leg},i}^{\mathrm{z}} \;\&\; F_{\mathrm{leg},i}^{\mathrm{z}} \ge 0 \,,\, i = 1,\dots,4 \tag{28}$$

در رابطه بالا μ ضریب اصطکاک بین پا و زمین می‌باشد. از آنجا که شرط عدم لغزش نیز باید به عنوان یک قید برای مسئله بهینه‌سازی در نظر گرفته شود، بهتر است به صورت یک رابطه خطی برحسب متغیرهای بهینه‌سازی بیان گردد. اما شرط ارائه شده در بالا یک معادله غیرخطی برحسب نیروهای قیدی کف پا می‌باشد. بدین منظور، برای ساده‌سازی مسئله از یک تقریب استفاده می‌شود. در اینجا مخروط اصطکاکی با یک هرم چهاروجهی تقریب زده می‌شود. این سبب می‌گردد که یک رابطه خطی بین نیروهای تماسی به‌صورت زیر برقرار گردد:

$$\left|F_{\mathrm{leg},i}^{\mathrm{x}}\right| \le \mu_{\mathcal{A}} F_{\mathrm{leg},i}^{\mathrm{z}} \;\&\; \left|F_{\mathrm{leg},i}^{\mathrm{y}}\right| \le \mu_{\mathcal{A}} F_{\mathrm{leg},i}^{\mathrm{z}} \;\&\; F_{\mathrm{leg},i}^{\mathrm{z}} \ge 0 \,,\, i = 1,\dots,4 \tag{29}$$

جایی که $\mu_{\mathcal{A}}$ ضریب اصطکاک تقریب زده تعریف شده و مقدار آن برابر $\mu_{\mathcal{A}} = \frac{\mu}{\sqrt{2}}$ می‌باشد. حال می‌توان شرایط بالا را به صورت یک نامعادله ماتریسی به صورت رابطه (30) تعریف کرد:

$$\mathcal{A}_{\mathrm{fric},i} F_{\mathrm{tip},i} \le \mathcal{B}_{\mathrm{fric},i} \tag{30}$$

جایی که

$$\mathcal{A}_{\mathrm{fric},i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\mu_{\mathcal{A}} \\ -1 & 0 & -\mu_{\mathcal{A}} \\ 0 & 1 & -\mu_{\mathcal{A}} \\ 0 & -1 & -\mu_{\mathcal{A}} \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$F_{\mathrm{tip},i} = \begin{bmatrix} F_{\mathrm{tip},i}^{\mathrm{x}} & F_{\mathrm{tip},i}^{\mathrm{y}} & F_{\mathrm{tip},i}^{\mathrm{z}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \mathcal{B}_{\mathrm{fric},i} = O_{5\times1} \tag{31}$$

حال می‌توان شرط عدم لغزش را با فرض تماس تمامی پاهای ربات با زمین به صورت رابطه (32) تعریف کرد:

$$\mathcal{A}_{\mathrm{fric}} F_{\mathrm{tip}} \le \mathcal{B}_{\mathrm{fric}}$$
$$\begin{bmatrix} \mathcal{A}_{\mathrm{fric},1} & O_{5\times3} & O_{5\times3} & O_{5\times3} \\ O_{5\times3} & \mathcal{A}_{\mathrm{fric},2} & O_{5\times3} & O_{5\times3} \\ O_{5\times3} & O_{5\times3} & \mathcal{A}_{\mathrm{fric},3} & O_{5\times3} \\ O_{5\times3} & O_{5\times3} & O_{5\times3} & \mathcal{A}_{\mathrm{fric},4} \end{bmatrix} \mathcal{B}_{\mathrm{fric}} = O_{20\times1} \tag{32}$$

حال می‌توان شرط عدم لغزش را برحسب متغیرهای بهینه‌سازی، که شامل شتاب‌های بدنه و نیروهای قیدی می‌باشند، به صورت رابطه (33) تعریف نمود:

$$[O_{20\times6} \quad \mathcal{A}_{\mathrm{fric}}]\mathcal{T} \le \mathcal{B}_{\mathrm{fric}} \tag{33}$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود در این‌جا قید عدم لغزش نیز به صورت یک معادله خطی از متغیرهای بهینه‌سازی بیان گردید. این موضوع از این جهت دارای اهمیت است که شروط خطی مسئله بهینه‌سازی را بسیار ساده نموده و زمان حل آن را بسیار کاهش می‌دهد.

3-3- شرط برقراری معادله دینامیکی

از آن‌جا که شتاب‌های بدنه ربات و نیروهای قیدی کف پا متغیرهای مستقلی نمی‌باشند و از طریق معادلات دینامیکی به هم وابسته می‌باشند، بنابراین شرط فوق نیز باید به عنوان یک قید به مسئله بهینه‌سازی اضافه گردد. بدین منظور، معادله (21) یک رابطه بین شتاب‌های مستقل و همچنین نیروهای قیدی کف پا برقرار می‌کند. این رابطه را می‌توان به صورت رابطه (34) مرتب نمود:

$$M_{1,\mathrm{ua}}\chi_{\mathrm{ua}}\ddot{q}_{\mathrm{ind}} + M_{1,\mathrm{ua}}\dot{\chi}_{\mathrm{ua}}\dot{q}_{\mathrm{ind}} + M_{1,\mathrm{a}}\chi_{\mathrm{a}}\ddot{q}_{\mathrm{ind}} + M_{1,\mathrm{a}}\dot{\chi}_{\mathrm{a}}\dot{q}_{\mathrm{ind}} + V_{\mathrm{ua}} + G_{\mathrm{ua}} - {J_{\mathrm{ua}}}^{\mathrm{T}} F_{\mathrm{leg}} = O \tag{34}$$

حال می‌توان شرط فوق را برحسب متغیرهای بهینه‌سازی به‌صورت رابطه (35) بازنویسی نمود:

$$\mathcal{A}^{\mathrm{Dyn}}\mathcal{T} = \mathcal{B}^{\mathrm{Dyn}}$$
$$\mathcal{A}^{\mathrm{Dyn}} = \begin{bmatrix} M_{1,\mathrm{ua}}\chi_{\mathrm{ua}} + M_{1,\mathrm{a}}\chi_{\mathrm{a}} & -{J_{\mathrm{ua}}}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}$$
$$\mathcal{B}^{\mathrm{Dyn}} = -M_{1,\mathrm{ua}}\dot{\chi}_{\mathrm{ua}}\dot{q}_{\mathrm{ind}} - M_{1,\mathrm{a}}\dot{\chi}_{\mathrm{a}}\dot{q}_{\mathrm{ind}} - V_{\mathrm{ua}} - G_{\mathrm{ua}} \tag{35}$$

شرط فوق، یک رابطه خطی مساوی بر متغیرهای بهینه‌سازی تحمیل می‌کند و با این شرط نیروهای قیدی و شتاب‌های بدنه با یکدیگر مرتبط خواهند شد.

4- الگوریتم بازیابی تعادل بهینه

در بخش قبل کنترل‌کننده بازیابی تعادل و همچنین شروط پایداری و عدم لغزش پاهای ربات معرفی گردیدند. در این جا الگوریتم بازیابی تعادل بهینه برای حفظ و بازگرداندن به موقعیت مطلوب تشریح خواهد شد. همانطور که توضیح داده شد، برای پایدارکردن ربات بعد از اعمال یک نیروی خارجی، باید بیشترین شتاب ممکن از طریق عملگرها بر ربات اعمال گردد تا ربات خیلی سریع به موقعیت پایدار خود بازگردد. اما اعمال بیشترین شتاب ممکن نیست. بدین منظور، نزدیکترین مقادیر به شتاب‌های حداکثر که شرایط پایداری و عدم لغزش را تامین می‌کنند، انتخاب می‌گردند. بدین منظور از یک مسئله بهینه‌سازی استفاده می‌گردد. در اینجا تابع هزینه بهینه‌سازی با توجه به توضیحات ارائه شده مربع خطاهای بین شتاب‌های مطلوب و مقادیر شتاب‌های مجاز بدنه ربات انتخاب خواهند شد. بنابراین تابع هزینه به صورت رابطه (36) تعریف خواهد شد:

$$\mathcal{CF} = \left(\ddot{q}_{\mathrm{ind}} - \ddot{q}_{\mathrm{ind}}^{\mathrm{d}}\right)^{\mathrm{T}} \mathcal{W} \left(\ddot{q}_{\mathrm{ind}} - \ddot{q}_{\mathrm{ind}}^{\mathrm{d}}\right) \tag{36}$$

جایی که $\mathcal{W}$ یک ماتریس قطری می‌باشد که اثر هر یک از متغیرهای مورد نظر را در تابع هزینه تنظیم می‌کند. حال می‌توان مسئله بهینه‌سازی را به‌صورت رابطه (37) تعریف کرد:

$$\min_{\mathcal{T}} \quad \mathcal{CF}$$

مشروط بر

$$[O_{20\times6} \quad \mathcal{A}_{\mathrm{fric}}]\mathcal{T} \le \mathcal{B}_{\mathrm{fric}}$$
$$\mathcal{A}^{\mathrm{stab}}\mathcal{T} \le \mathcal{B}^{\mathrm{stab}}$$
$$\mathcal{A}^{\mathrm{Dyn}}\mathcal{T} = \mathcal{B}^{\mathrm{Dyn}} \tag{37}$$

معادلات فوق، یک مسئله بهینه‌سازی را تعریف می‌کند که همزمان در هر لحظه نیروهای قیدی کف پا و همچنین شتاب‌های مجاز بدنه ربات را برای حفظ و بازیابی تعادل با در نظر گرفتن شرایط پایداری و عدم لغزش محاسبه می‌نماید. در این‌جا نکته مهمی که باید اشاره شود این است که همزمان با بهینه‌سازی توزیع مناسب نیروهای کف پا نیز صورت می‌پذیرد. این موضوع بسیار پراهمیت می‌باشد زیرا که در هنگام لغزش اگر توزیع مناسب نیروها بین کف پاهای در تماس با زمین صورت نپذیرد، سبب لغزش پاهای ثابت ربات خواهد شد. از طرف دیگر، مسئله بهینه‌سازی ارائه شده را می‌توان به صورت مسئله حداقل مربعات خطا حل نمود که این سبب کاهش زمان مورد نیاز برای حل مسئله شده و کارایی مسئله را برای اجرای برخط افزایش می‌دهد. بلوک دیاگرام الگوریتم بازیابی تعادل در شکل 2 نشان داده شده است. مقدار مطلوب بدنه ربات و همچنین سرعت مطلوب بدنه ربات در هر لحظه به عنوان ورودی به الگوریتم وارد می‌شود. سپس مقادیر شتاب‌های مطلوب با استفاده از کنترل‌کننده بازیابی تعادل معادله (22) محاسبه می‌شوند. سپس مقادیر شتاب‌های مجاز و همچنین نیروهای قیدی با حل مسئله بهینه سازی (37) محاسبه می‌گردند. حال می‌توان گشتاور مورد نیاز برای حرکت را توسط کنترل دینامیک معکوس محاسبه نموده و بر روی ربات اعمال کرد. در اینجا چون تمرکز اصلی مقاله بر روی طراحی کنترلر نمی باشد، از کنترلر دینامیک معکوس استفاده شده است. اما با توجه به مشکلات موجود در این کنترلر می‌توان از کنترلرهایی که در برابر تغییر پارامترهای سیستم حساسیت کمتری دارا می‌باشند، استفاده نمود.

5- نتایج

در این بخش الگوریتم ارائه شده مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. بدین منظور ربات چهارپا نشان داده شده در شکل 1 را در نظر گرفته و کنترل بازیابی تعادل در شبیه سازی بر روی آن پیاده سازی می‌شود. مشخصات فیزیکی و اینرسی ربات و همچنین مشخصات کنترل‌کننده در جدول 1 مشخص شده است. مشخصات فیزیکی ربات بسیار شبیه به مشخصات ربات استار.ای.تی. اچ[1] می‌باشد [38].

برای بررسی عملکرد الگوریتم ارائه شده، این الگوریتم در دو وضعیت مختلف بر روی ربات مورد آزمایش قرار می‌گیرد. ابتدا بازیابی تعادل بعد از اعمال نیروی خارجی بر رباتی که در حالت سکون و در وضعیت ایستادن قرار گرفته، انجام می‌شود. سپس الگوریتم برای بازیابی تعادل برای ربات در حین راه‌رفتن آزمایش خواهد شد.

5-1- بازیابی تعادل در فاز ایستادن

در این قسمت به بررسی عملکرد الگوریتم در فاز ایستادن پرداخته می‌شود. فرض می‌شود که ربات در حالت سکون بر روی چهار پای خود قرار گرفته است. در ثانیه 0.5 از شروع حرکت نیرویی به میزان 200 نیوتن بر پشت ربات در راستای طولی اعمال شده و این نیرو به مدت 0.1 ثانیه بر روی بدنه ربات باقی می‌ماند. این نیرو سبب می‌شود که ضربه ای معادل 20 نیوتن در ثانیه بر ربات اعمال شود. با توجه به پژوهش‌های صورت در مورد ربات‌های دوپا، [26]، و همچنین کار انجام شده در [13]، این مقدار ضربه آن مقدار زیاد نیست که نیاز به استفاده از گام‌برداری برای بازیابی تعادل ربات باشد. نمودار موقعیت مطلوب و واقعی بدنه ربات در هنگام بازیابی تعادل در شکل 3 نشان داده شده است. همان‌طور که در بخش‌های قبل توضیح داده شد، در این حالت تنها پارامترهای مستقل ربات درجات آزادی بدنه ربات می‌باشند. اما از آنجا که نیروی خارجی در راستای طولی حرکت بر ربات وارد می‌شود، میزان تغییرات عرضی بدنه ربات و همچنین میزان تغییرات دوران بدنه ربات حول محورهای طولی و عمودی ناچیز است و در شکل نشان داده نشده است.

همان‌طور که در شکل مشخص است، ربات بعد از اعمال نیرو با تغییر حرکت در راستای طولی و همچنین تغییر ارتفاع بدنه خود نیروی خارجی را مدیریت کرده و دوباره به موقعیت مطلوب خود باز می‌گردد. میزان شتاب مورد نیز برای بازیابی تعادل و همچنین مقدار مطلوب آن برای حرکت‌های ذکر شده در شکل 4 مشخص شده است. همان‌طور که در شکل مشخص است، در برخی از لحظه‌های حرکت به‌خصوص در زمانی که نیروی خارجی به ربات اعمال می‌شود دست‌یابی به شتاب‌های مطلوب برای بدنه ربات امکان‌پذیر نیست. در این‌جا تاثیر استفاده از کنترل‌کننده بازیابی تعادل به روشنی مشخص است. به‌دلیل اینکه شتاب‌های مطلوب سبب لغزش و واژگونی ربات می‌شوند، بهینه‌سازی مقدار این شتاب‌ها را محدود می‌کند و به محدوده مجاز باز می‌گرداند. بنابراین کنترلر پایدارساز با تنظیم شتاب‌های بدنه ربات با درنظر گرفتن شروط پایداری و عدم لغزش به بازیابی تعادل ربات خواهد پرداخت. گشتاور مورد نیاز برای هر پای ربات برای بازیابی تعادل در شکل 5 نشان داده شده است. دو موضوع مهم در بازیابی تعادل ربات عدم لغزش و حفظ پایداری ربات می‌باشند. برای اثبات این موضوع که الگوریتم طراحی شده این دو شرط را تضمین می‌کند، مقدار نیروهای قیدی کف پای

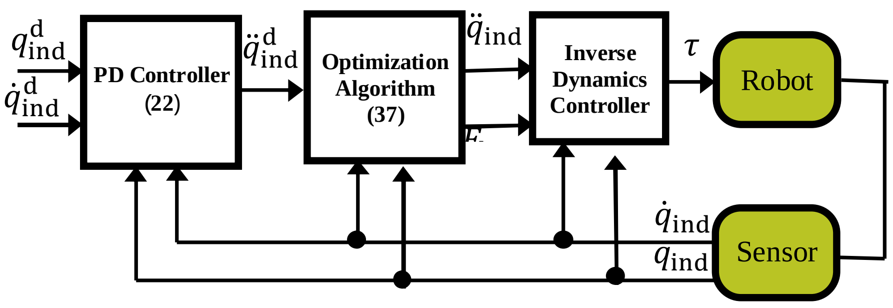

Fig. 2 Block diagram of push recovery algorithm

شکل 2 بلوک دیاگرام الگوریتم بازیابی تعادل

جدول 1 مشخصات فیزیکی ربات و پارامترهای کنترلی مورد نیاز

Table 1 Physical parameters and the essential control parameters

تعریف	مقدار واحد	نماد
جرم بدنه ربات	40(کیلوگرم)	m
طول ران پا	0.2(متر)	l_1
طول ساق پا	0.22(متر)	l_2
جرم ران پا	2 (کیلوگرم)	m_1
جرم ساق پا	0.5(کیلوگرم)	m_2
طول بدنه ربات	0.5(متر)	L_b
عرض بدنه ربات	0.37(متر)	W_b
ارتفاع بدنه ربات	0.1(متر)	h_b
فاصله از مفصل ران تا مرکز جرم ران	0.02(متر)	l_{c1}
فاصله از مفصل زانو تا مرکز جرم ساق	0.08(متر)	l_{c2}
ضریب اصطکاک	0.25	μ
ماتریس بهره تناسبی	$\mathrm{diag}[100\ \ 100\ \ 100\ \ 100\ \ 100\ \ 100]$	k_p
ماتریس بهره مشتقی	$\mathrm{diag}[10\ \ 10\ \ 10\ \ 10\ \ 10\ \ 10]$	k_v

1- StarlETH

ربات و همچنین حدود لغزش و مقدار تغییرات نقطه مرکز فشار در شکل 6 و شکل 7 به ترتیب نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، مولفه‌ی مماسی نیروهای قیدی کف پا یعنی نیروهای قیدی در راستاهای x و y در محدوده ایمن عدم لغزش قرار می‌گیرند و این تضمین‌کننده عدم لغزش پاهای ثابت ربات می‌باشد. از طرف دیگر، مولفه‌ی نرمال نیروهای کف پا نیز مثبت است و این شرط نیز برای ما این موضوع را بیان می‌کند که هیچ یک از پاهای ربات از زمین جدا نمی‌شوند. برای اثبات پایداری ربات مقدار تغییرات نقطه مرکز فشار ربات در شکل 7 مشخص شده است. همان‌طور که توضیح داده شد، برای پایداری ربات در این حالت باید نقطه مرکز فشار ربات داخل چندضلعی تکیه‌گاهی متشکل از نوک پاهای ثابت ربات قرار گیرد. همان‌طور که در شکل مشخص است، نقطه مرکز فشار داخل مستطیل

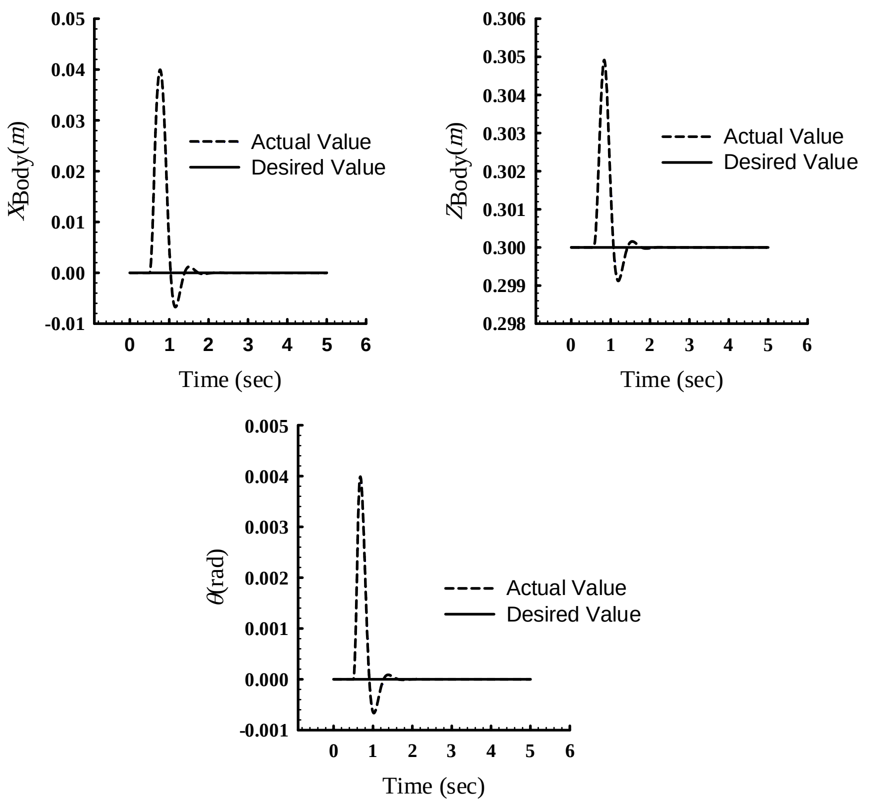

Fig. 3 the variations of the main body of the robot after a push in standing posture

شکل 3 تغییرات موقعیت طولی و ارتفاع بدنه ربات و همچنین دوران حول محور عرضی بعد از اعمال نیروی خارجی در فاز ایستادن

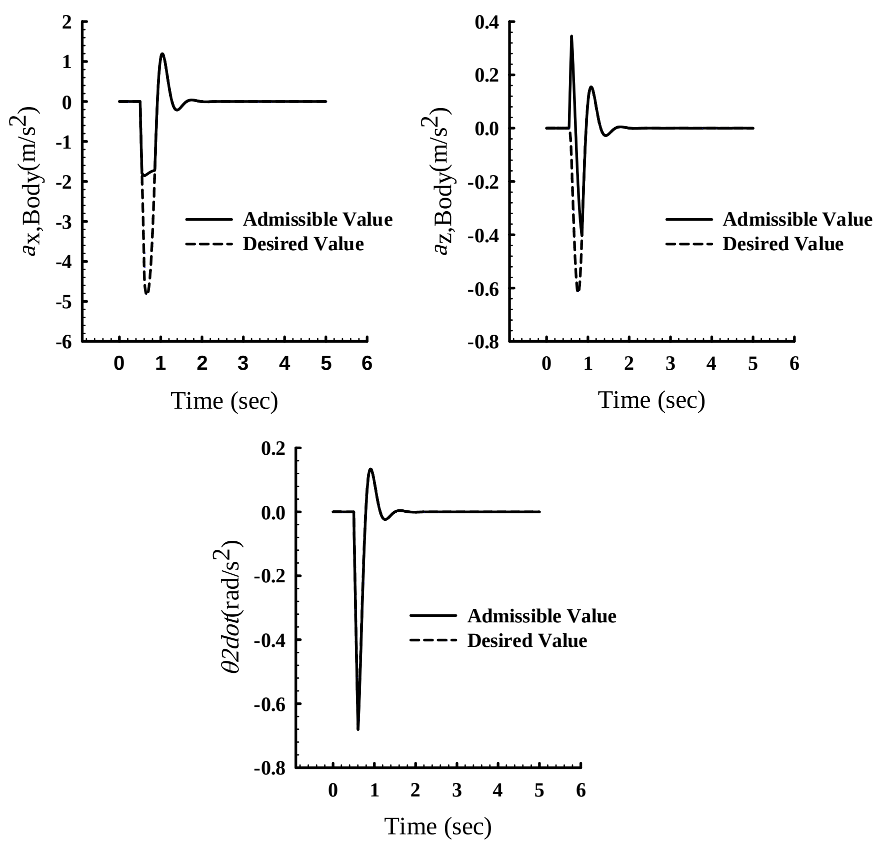

Fig. 4 the desired and admissible accelerations for push recovery in standing posture

شکل 4 شتاب مطلوب و مجاز برای بازیابی تعادل ربات در فاز ایستادن

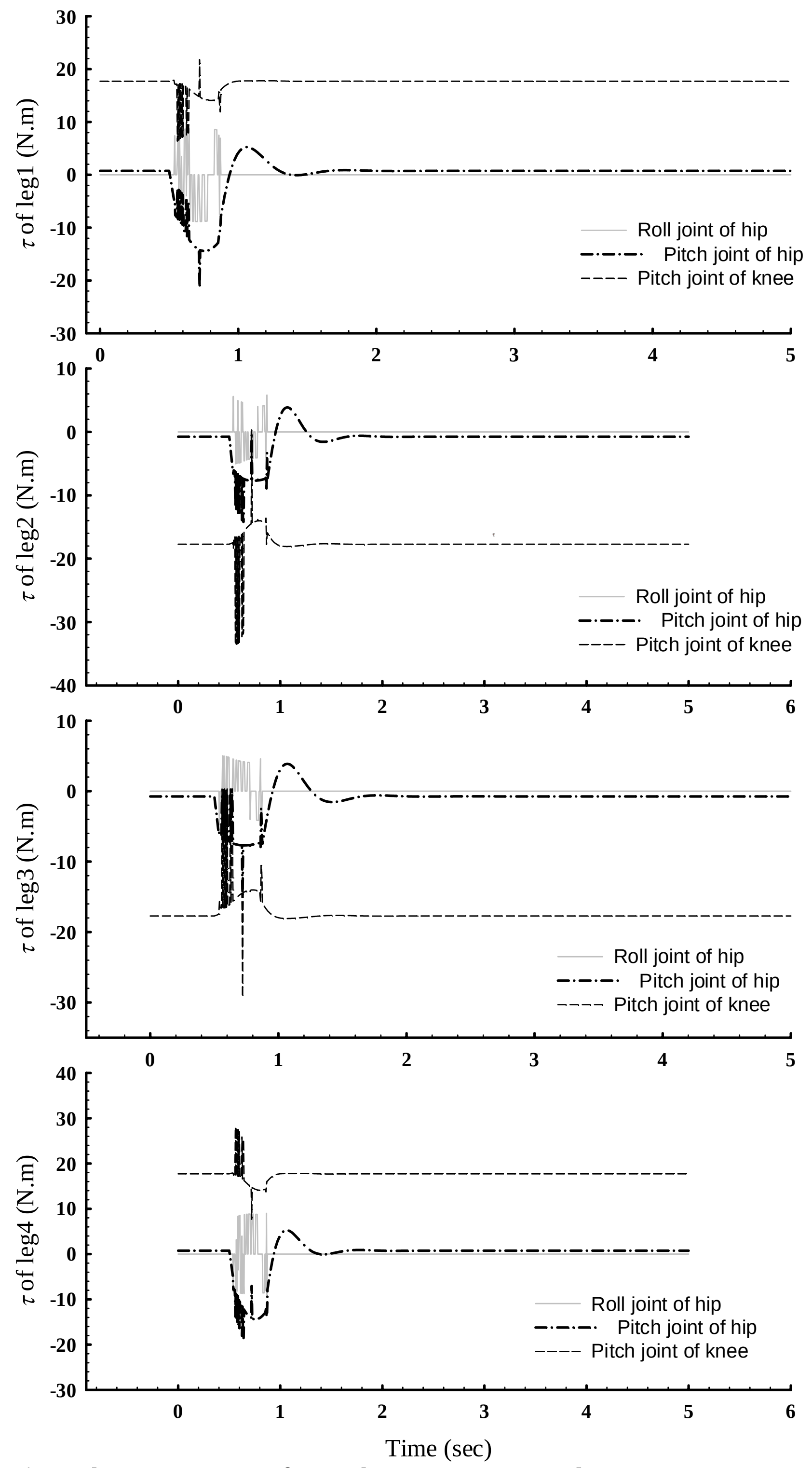

Fig. 5 the joint torques for push recovery in standing posture

شکل 5 گشتاورهای اعمال شده بر عملگرهای ربات برای بازیابی تعادل در فاز ایستادن

پایداری متشکل از پاهای ربات قرار گرفته و در نتیجه ربات پایدار می‌باشد. برای ارزیابی بهتر عملکرد الگوریتم بازیابی تعادل ربات، فرض شده که نیرویی با زاویه 45 درجه نسبت به بدنه ربات در صفحه افقی بر آن وارد می‌شود. میزان نیرو به مقداری است که در هر راستا نیرویی برابر 200 نیوتن بر ربات وارد می‌کند. مدت اثر نیرو نیز مانند حالت قبل برابر 0.1 ثانیه می‌باشد. موقعیت بدنه ربات در هنگام بازیابی تعادل در شکل 8 نشان داده شده است. در این حالت مشاهده می‌شود که ربات هم در حالت عرضی و هم در حالت طولی حرکت می‌کند. همچنین ربات با تغییر زوایای بدنه خود و همچنین ارتفاع خود پایداری خود را حفظ کرده و به موقعیت اولیه خود باز می‌گردد.

یک نکته مهم در این‌جا زمان حل مسئله بهینه‌سازی می‌باشد که با توجه به توضیحات داده شده یعنی بهره‌گیری از قیود خطی در بهینه‌سازی میزان زمان حل برابر 1 میلی‌ثانیه می‌باشد که این سبب می‌شود که الگوریتم را بتوان برای پیاده‌سازی تجربی بر روی ربات چهارپا مورد استفاده قرار داد.

5-2- بازیابی تعادل در حین حرکت

در این بخش به بررسی عملکرد الگوریتم پایدارساز برای بازیابی تعادل ربات

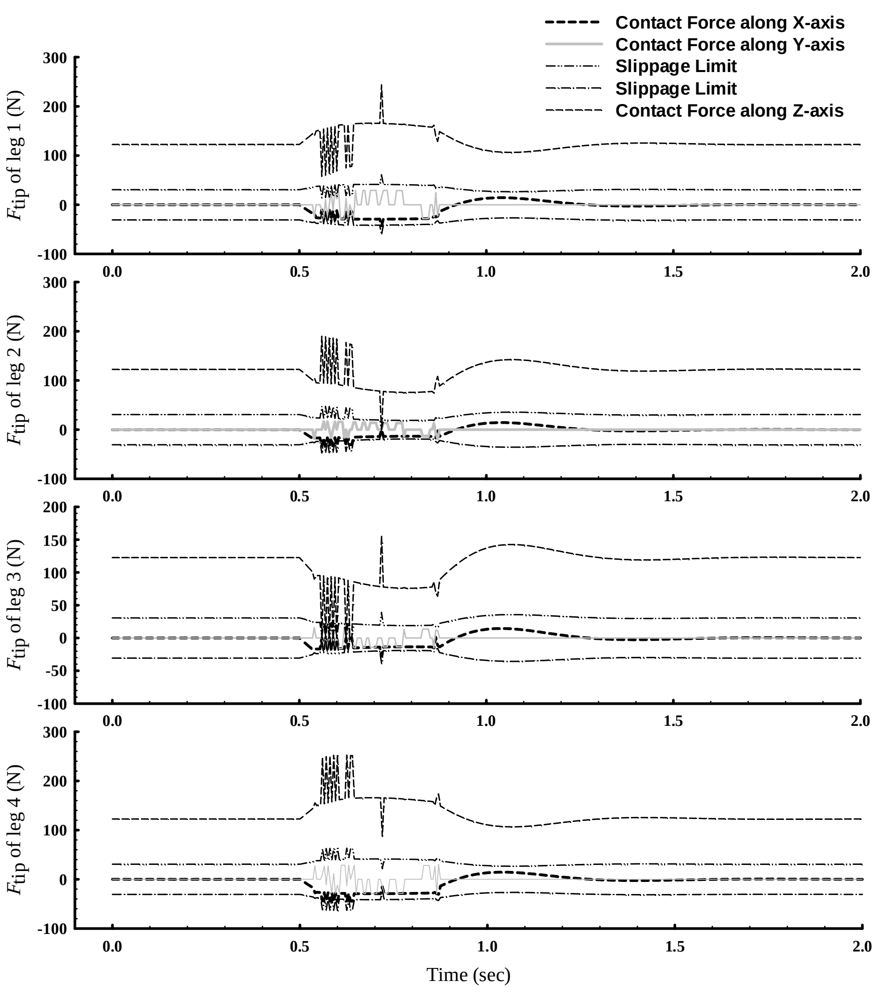

Fig. 6 the contact forces and the slippage limits for push recovery in standing posture

شکل 6 نیروهای قیدی کف پای ربات و همچنین محدوده لغزش پاهای ربات در بازیابی تعادل در فاز ایستادن

در حالتی که ربات در حین حرکت می‌باشد، پرداخته می‌شود. در اینجا فرض می‌شود که ربات در فاز راه رفتن قرار داشته و تنهای پای 4 ربات که پای جلویی ربات می‌باشد، حرکت کند. مسیر حرکت پای ربات به‌گونه‌ای طراحی شده است که بدون شتاب و سرعت از روی زمین گام برداشته و همچنین بدون شتاب و سرعت بر روی زمین گام گذارد. همچنین مسیر حرکت پایدار بدنه ربات نیز با روش ارائه شده در [39] طراحی شده است. در فاز راه رفتن متغیرهای مستقل ربات شامل موقعیت خطی و دورانی بدنه ربات و همچنین موقعیت نوک پای متحرک ربات یعنی پای شماره 4 می‌باشد. در اینجا فرض شده است که نیرویی به میزان 200 نیوتن در راستای جانبی حرکت در وسط بدنه ربات در جهت منفی محور جانبی (در راستای y-) در ثانیه 0.5 بر ربات وارد شده و این نیرو به مدت 0.1 ثانیه بر روی بدنه ربات ادامه داشته باشد. در این حالت به دلیل حرکت پا و همچنین کوچکتر شدن چند ضلعی تکیه‌گاهی مسئله بازیابی تعادل پیچیده‌تر می‌گردد. موقعیت بدنه ربات و همچنین موقعیت نوک پاهای متحرک در شکل 9 و شکل 10 نشان داده شده است. همان‌طور که درشکل‌ها دیده می‌شود، ربات بعد از اعمال نیرو با

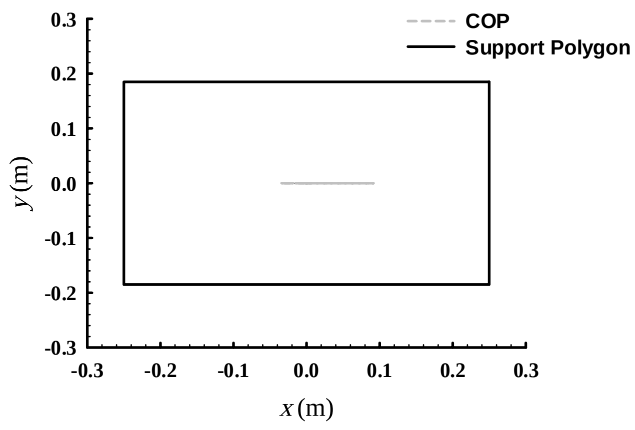

Fig. 7 the variation of COP within support polygon

شکل 7 تغییرات نقطه مرکز فشار ربات در داخل چند ضلعی تکیه‌گاهی

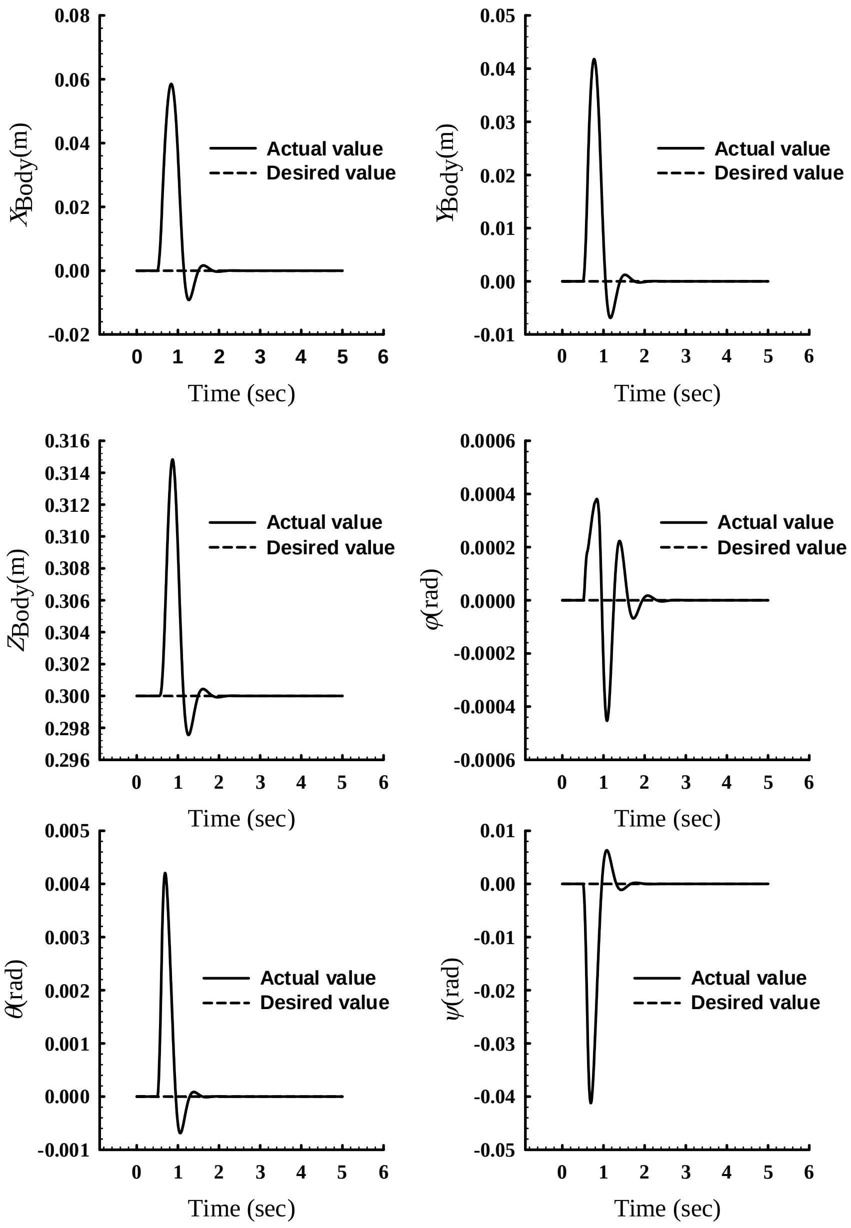

Fig. 8 the variation of main body of the robot when the push is applied at an angle with respect to the forward direction

شکل 8 موقعیت بدنه هنگامی که نیروی خارجی به صورت زاویه‌دار بر روی ربات اعمال می‌شود.

تغییر در میزان حرکت بدنه و همچنین موقعیت دورانی بدنه خود نیروی خارجی را مدیریت کرده و تعادل خود را حفظ می‌کند. میزان تغییرات طولی و عمودی نوک پای ربات ناچیز است.

از آن‌جا که نیروی وارد شده در راستای جانبی می‌باشد، موقعیت نوک پای ربات تنها در راستای جانبی تغییر می‌کند. شتاب‌های مجاز و مطلوب بدنه ربات و همچنین پای متحرک در شکل 11 و شکل 12 نشان داده شده‌اند. در این‌جا نیز در برخی از لحظه‌های حرکت شرایط پایداری و عدم لغزش مانع از بهره‌گیری از شتاب مطلوب، که بیشترین شتاب ممکن است، می‌شود. در این شکل‌ها نیز تاثیر استفاده از کنترلگر پایداری ربات به‌وضوح قابل مشاهده است در این حالت به دلیل کوچکتر بودن چندضلعی پایداری ربات شتاب‌های بزرگ برای بازیابی تعادل باعث از دست رفتن پایداری و لغزش پاهای ربات می‌شوند، اما با بهره‌گیری از کنترلگر بازیابی تعادل، این شتاب‌های با توجه به این قیود محدود شده‌اند. شرط عدم لغزش پاهای ثابت و همچنین پایداری ربات نیز در این‌جا مورد بررسی قرار می‌گیرد. نیروهای قیدی و همچنین محدوده عدم لغزش در شکل 13 مشخص شده است. از آن‌جا که نیروهای قیدی در راستاهای واقع در داخل صفحه در داخل محدوده ایمن قرار داشته و مولفه‌ی نرمال نیروهای قیدی کف پا مثبت است می‌توان نتیجه گرفت که پاهای ثابت ربات در طول بازیابی تعادل لغزش انجام نمی‌دهند. مقدار تغییرات نقطه مرکز فشار در حین بازیابی تعادل در شکل 14 مشخص شده است. در این‌جا برای دست‌یابی به یک حرکت پایدار حتما باید حاشیه پایداری برای حرکت ربات درنظر گرفته شود که این حاشیه

پایداری برای پیاده‌سازی الگوریتم بر روی ربات واقعی که عدم قطعیت‌های در سیستم وجود دارد بسیار مهم می‌باشد بنابراین از آن‌جا که این نقطه همیشه در داخل مثلث پایداری با حاشیه درنظر گرفته شده قرار دارد، پایداری ربات نیز تضمین می‌شود.

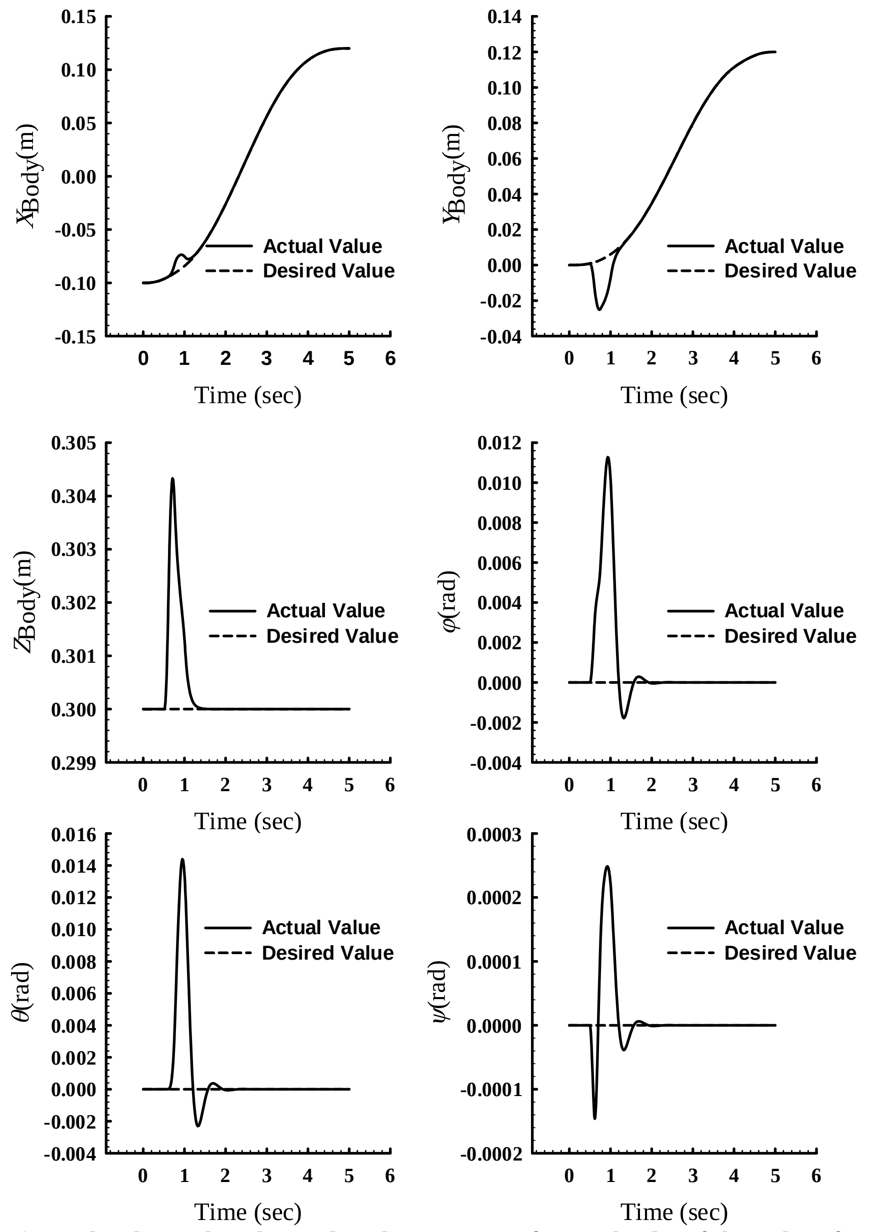

Fig. 9 the desired and simulated positions of main body of the robot for push recovery in walking gait

شکل 9 موقعیت مطلوب و واقعی بدنه ربات در بازیابی تعادل در الگوی راه رفتن

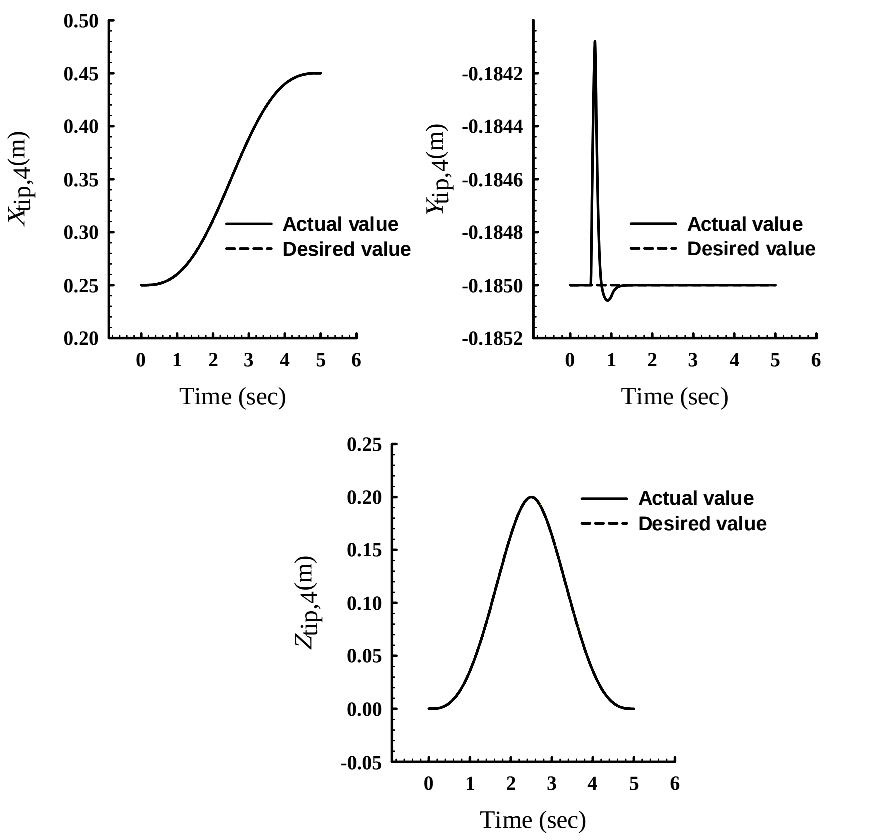

Fig. 10 the position of tip of swing leg for push recovery in walking gait

شکل 10 موقعیت نوک پای متحرک در بازیابی تعادل در الگوی راه رفتن

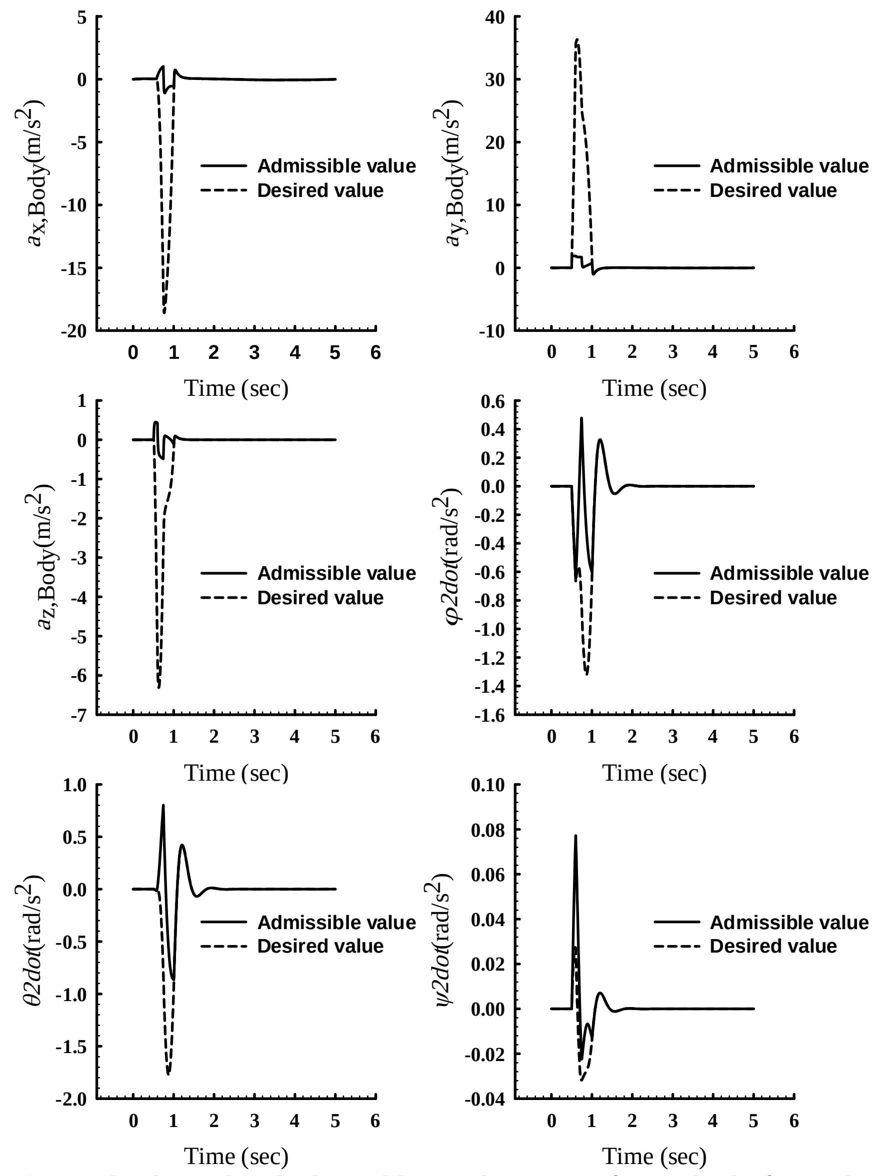

Fig. 11 the desired and admissible accelerations of main body for push recovery in walking gait

شکل 11 شتاب‌های مطلوب و مجاز بدنه ربات در بازیابی تعادل در الگوی راه رفتن

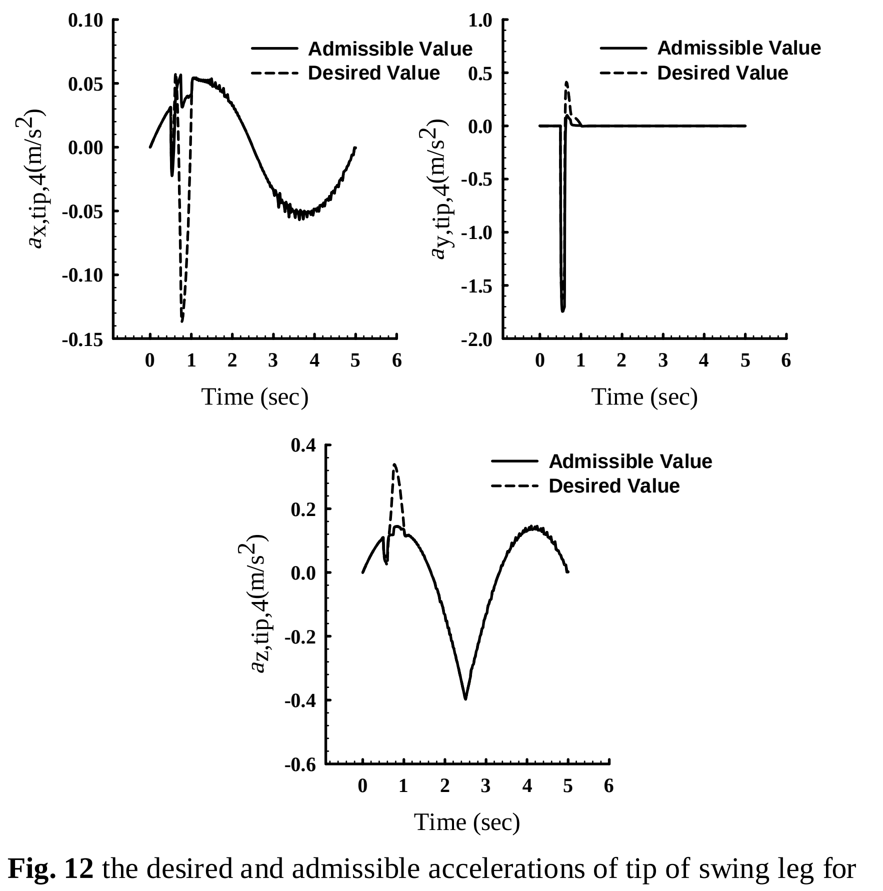

Fig. 12 the desired and admissible accelerations of tip of swing leg for push recovery in walking gait

شکل 12 شتاب‌های مطلوب و مجاز نوک پا در بازیابی تعادل در الگوی راه رفتن

6- نتیجه‌گیری

در این مقاله، به بررسی مسئله بازیابی تعادل برای یک ربات چهارپا پرداخته شد. این مسئله برای یک ربات با مدل دینامیکی کامل جهت استفاده از تمامی قابلیت‌های حرکتی ربات صورت پذیرفت. برای بازیابی تعادل ربات با تعریف یک کنترل کننده تناسبی- مشتقی میزان شتاب‌های مورد نیاز برای

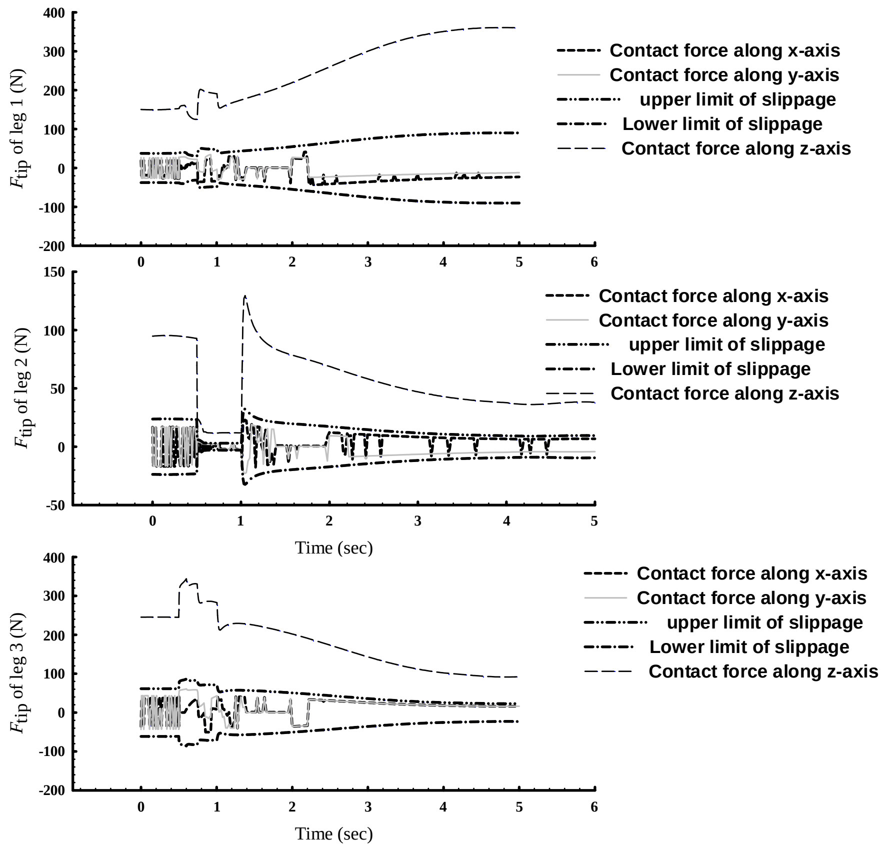

Fig. 13 the contact forces and the slippage limits for push recovery in walking gait

شکل 13 مقدار نیروهای کف پا و محدوده لغزش پاهای ربات در بازیابی تعادل در الگوی راه رفتن

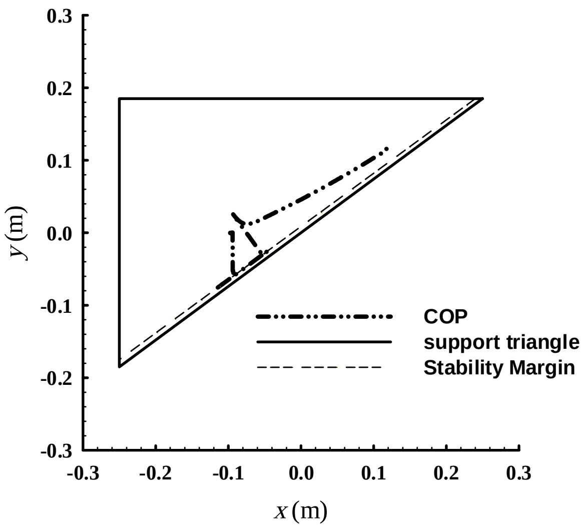

Fig. 14 the variation of COP within support triangle

شکل 14 تغییرات نقطه مرکز فشار ربات در داخل مثلث تکیه‌گاهی ربات

بازیابی تعادل محاسبه شد. از آن‌جا که این شتاب‌ها ممکن است سبب از بین رفتن پایداری و عدم لغزش پاها گردند، یک مسئله بهینه‌سازی برای محاسبه همزمان مقادیر بهینه نیروهای قیدی کف پا و شتاب‌های بدنه تعریف گردید. برای ارزیابی عملکرد الگوریتم، مسئله برای یک ربات در فاز ایستادن و همچنین برای ربات در حین حرکت مورد بررسی قرار گرفت. نتایج به‌دست آمده نشان داد که ربات فوق توانایی بازیابی تعادل ربات در هر دو حالت برای نیروهای نسبتا بزرگ را دارا می‌باشد. با بهره‌گیری از روش ارائه شده، ربات می‌تواند نیروهای بزرگتری را به علت توزیع مناسب نیروهای کف پا مدیریت کند. ویژگی مهم الگوریتم ارائه شده، حل برخط مسئله بهینه‌سازی بوده که می‌تواند به راحتی بر روی یک ربات تجربی قابل پیاده سازی باشد.

7- مراجع

[1] A. G. Hofmann, *Robust Execution of Bipedal Walking Tasks From Biomechanical Principles*, PhD Thesis, Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts, 2005.

[2] B. Stephens, Humanoid push recovery, *Proceedings of IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, pp. 589-595, 2007.

[3] Y. Kanamiya, S. Ota, D. Sato, Ankle and hip balance control strategies with transitions, *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 3446-3451, 2010.

[4] J. Pratt, J. Carff, S. Drakunov, A. Goswami, Capture Point: A Step toward Humanoid Push Recovery, *Proceedings of IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, pp. 200-207, 2006.

[5] M. Morisawa, K. Harada, S. Kajita, K. Kaneko, J. Sola, E. Yoshida, N. Mansard, K. Yokoi, J.-P. Laumond, Reactive stepping to prevent falling for humanoids, *Proceedings of IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, pp. 528-534, 2009.

[6] J. Englsberger, C. Ott, M. Roa, A. Albu-Schäffer, G. Hirzinger, Bipedal walking control based on capture point dynamics, *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 4420-4427, 2011.

[7] D. L. Wight, E. G. Kubica, D. W. Wang, Introduction of the foot placement estimator: A dynamic measure of balance for bipedal robotics, *Journal of computational and nonlinear dynamics*, Vol. 3, No. 1, pp. 91-100, 2008.

[8] T. Koolen, T. De Boer, J. Rebula, A. Goswami, J. Pratt, Capturability-based analysis and control of legged locomotion, Part 1: Theory and application to three simple gait models, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 31, No. 9, pp. 1094-1113, 2012.

[9] A. Goswami, S.-k. Yun, U. Nagarajan, S.-H. Lee, K. Yin, S. Kalyanakrishnan, Direction-changing fall control of humanoid robots: theory and experiments, *Autonomous Robots*, Vol. 36, No. 3, pp. 199-223, 2014.

[10] S.-k. Yun, A. Goswami, Tripod fall: Concept and experiments of a novel approach to humanoid robot fall damage reduction, *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2799-2805, 2014.

[11] M. A. Nikooie, *Design and implementation of a balance recovery for a humanoid robot*, Master of Science Thesis, The Electrical and Computer Engineering Shiraz University,Shiraz, 2011. (in Persian فارسی)

[12] J.-W. Chung, I.-H. Lee, B.-K. Cho, J.-H. Oh, Posture Stabilization Strategy for a Trotting Point-foot Quadruped Robot, *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, Vol. 72, No. 3-4, pp. 325-341, 2013.

[13] I. Havoutis, C. Semini, J. Buchli, D. G. Caldwell, Quadrupedal trotting with active compliance, *Proceedings of IEEE International Conference on Mechatronics*, pp. 610-616, 2013.

[14] Q. Luo, H. Duan, Chaotic artificial bee colony approach to step planning of maintaining balance for quadruped robot, *International Journal of Intelligent Computing and Cybernetics*, Vol. 7, No. 2, pp. 175-191, 2014.

[15] X. Tian, F. Gao, C. Qi, X. Chen, D. Zhang, External disturbance identification of a quadruped robot with parallel–serial leg structure, *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, 2014, in press, DOI:10.1007/s10999-014-9288-4.

[16] M. Focchi, T. Boaventura, C. Semini, M. Frigerio, J. Buchli, D. G. Caldwell, Torque-control based compliant actuation of a quadruped robot, *IEEE International Workshop on Advanced Motion Control*, pp. 1-6, 2012.

[17] M. Raibert, K. Blankespoor, G. Nelson, R. Playter, Bigdog, the rough-terrain quadruped robot, *Proceedings of the 17th World Congress*, pp. 10822-10825, 2008.

[18] C. Santacruz, Y. Nakamura, Analytical real-time pattern generation for trajectory modification and footstep replanning of humanoid robots, *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 2095-2100, 2012.

[19] P.-B. Wieber, Trajectory free linear model predictive control for stable walking in the presence of strong perturbations, *Proceedings of IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, pp. 137-142, 2006.

[20] Z. Aftab, T. Robert, P.-B. Wieber, Ankle, hip and stepping strategies for humanoid balance recovery with a single Model Predictive Control scheme, *Proceedings of IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, pp. 159-164, 2012.

[21] S.-H. Lee, A. Goswami, Reaction mass pendulum (RMP): An explicit model for centroidal angular momentum of humanoid robots, *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 4667-4672, 2007.

[22] S. Hyon, J. G. Hale, G. Cheng, Full-body compliant human–humanoid interaction: balancing in the presence of unknown external forces, *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 23, No. 5, pp. 884-898, 2007.

[23] C. Ott, M. A. Roa, G. Hirzinger, Posture and balance control for biped robots based on contact force optimization, *Proceedings of IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, pp. 26-33, 2011.

[24] B. Henze, C. Ott, M. A. Roa, Posture and balance control for humanoid robots in multi-contact scenarios based on Model Predictive Control, *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 3253-3258, 2014.

[25] B. J. Stephens, C. G. Atkeson, Dynamic balance force control for compliant humanoid robots, *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 1248-1255, 2010.

[26] X. Chen, Q. Huang, Z. Yu, Y. Lu, Robust push recovery by whole-body dynamics control with extremal accelerations, *Robotica*, Vol. 32, No. 03, pp. 467-476, 2014.

[27] S. Kajita, F. Kanehiro, K. Kaneko, K. Fujiwara, K. Harada, K. Yokoi, H. Hirukawa, Resolved momentum control: humanoid motion planning based on the linear and angular momentum, *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 1644-1650 vol.2, 2003.

[28] A. Macchietto, V. Zordan, C. R. Shelton, Momentum control for balance, *ACM Transactions on Graphics*, Vol. 28, No. 3, pp. 80-90, 2009.

[29] A. Herzog, L. Righetti, F. Grimminger, P. Pastor, S. Schaal, Balancing experiments on a torque-controlled humanoid with hierarchical inverse dynamics, *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 981-988, 2014.

[30] S.-H. Lee, A. Goswami, A momentum-based balance controller for humanoid robots on non-level and non-stationary ground, *Autonomous Robots*, Vol. 33, No. 4, pp. 399-414, 2012.

[31] S. A. A. Moosavian, E. Papadopoulos, Explicit dynamics of space free-flyers with multiple manipulators via SPACEMAPLE, *Advanced Robotics*, Vol. 18, No. 2, pp. 223-244, 2004.

[32] M. Mistry, J. Buchli, S. Schaal, Inverse dynamics control of floating base systems using orthogonal decomposition, *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 3406-3412, 2010.

[33] F. Aghili, A unified approach for inverse and direct dynamics of constrained multibody systems based on linear projection operator: applications to control and simulation, *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 21, No. 5, pp. 834-849, 2005.

[34] M. Vukobratovic, B. Borovac, Zero-Moment Point - Thirty Five Years of its Life, *International Journal of Humanoid Robotics*, Vol. 1, No. 1, pp. 157-173, 2004.

[35] K. H, A. H, Trajectory Design for 3D Biped Robot by Considering Active Toe Rotation, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 7, pp. 139-148, 2015. (in Persian فارسی)

[36] M.Ezati, M. Khadiv, S.A.A.Moosavian, Optimal Gait Planning for Biped Robot by employing Active Toe Joints and Heels, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 6, pp. 69-80, 2015. (in Persian فارسی)

[37] F. Hardarson, *Stability analysis and synthesis of statically balanced walking for quadruped robots*, PhD Thesis, Royal Institute of Technology,Stockholm, 2002.

[38] M. Hutter, *StarlETH & Co-design and control of legged robots with compliant actuation*, PhD Thesis, Eidgenössische Technische Hochschule ETH, Zürich, 2013.

[39] M. Kalakrishnan, J. Buchli, P. Pastor, M. Mistry, S. Schaal, Learning, planning, and control for quadruped locomotion over challenging terrain, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 30, No. 2, pp. 236-258, 2011.