مجله مهندسی مکانیک مدرس، آبان 1393، دوره 14، شماره 8، ص‌ص 174-182

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

بهینه‌سازی روش کاسپ با استفاده از روش معکوس جهت بهبود روش حجم‌محدود دوبعدی جیمسون

ادریس یوسفی‌راد[1]، محمدرضا مه‌پیکر[2*]، علیرضا تیمورتاش[3]

1- دانشجوی دکترا، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد
2- استاد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد
3- دانشیار، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد
* مشهد، صندوق پستی 917751111 ، mahpeymr@um.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 06 شهریور 1392
پذیرش: 15 دی 1392
ارائه در سایت: 30 شهریور 1393

کلید واژگان:
روش‌های بالادست
کاسپ
روش معکوس لونبرگ‌مارکوارت
جیمسون
پره‌ی ثابت توربین

چکیده

با پیشرفت روش‌های مدلسازی عددی، روش‌های بالادست و تفاضل‌مرکزی در مدلسازی جریان‌های مادون‌صوت و مافوق‌صوت در مسیرهای مختلف از جمله جریان‌های داخل پره‌های توربین، به‌کارگیری روش عددی کاسپ در روش حجم‌محدود جیمسون می‌تواند ویژگی‌های مثبت هر دو روش مذکور را همزمان استفاده نماید. نوآوری این مقاله ابتدا بهبود روش حجم‌محدود جیمسون با استفاده از روش کاسپ در مدلسازی دو بعدی جریان مافوق‌صوت بین پره‌های ثابت توربین می‌باشد و سپس با استفاده از روش معکوس لون‌برگ‌مارکوارت برای اولین بار، بهینه‌ترین حالت تابع کنترلی کاسپ با اهمیت دادن معادله‌ی بقایی جرم تعیین می‌گردد. با توجه به اهمیت ناحیه‌ی شوک‌ها در قسمت سطح مکش پره، تمرکز روش مذکور که منجر به بهبود قابل توجه توزیع نسبت فشار در روش حجم‌محدود جیمسون می‌شود به این ناحیه معطوف شده است. نتایج روش تلفیقی اول (جیمسون و کاسپ)، در منطقه‌ی شوک سطح مکش پره در مقایسه با نتایج تجربی، انطباق بسیار مطلوبی بهمراه کاهش خطاهای عددی را در ناحیه‌ی مذکور نشان می‌دهد. همچنین نتایج روش تلفیقی دوم (جیمسون،کاسپ و روش معکوس)، در منطقه‌ی شوک سطح مکش پره در مقایسه با دو روش جیمسون استاندارد و تلفیقی اول، شرط بقای جرم را بطور متوسط حدود 15 درصد بهبود می‌بخشد.

Optimization of CUSP Technique Using Inverse Modeling for Improvement of Jameson's 2-D Finite Volume Method

Edris Yousefi Rad, Mohammad Reza Mahpeykar*, Alireza Teymourtas

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Eng., Ferdowsi University of Mashhad, Iran
* P.O.B. 917751111, Mashhad, Iran, mahpeymr@um.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 27 November 2013
Accepted 5 January 2014
Available Online 21 September 2014

Keywords:
Stator Turbine Blade
Jameson's Method
CUSP Method
Marquardt-Levenberg Inverse Method

ABSTRACT

With the advancements of numerical upstream and central difference methods in modeling the subsonic and supersonic flows in different paths including the flow inside turbine blades, employing the numerical CUSP technique in the Jameson's finite volume method can simultaneously benefit from the positive features of both mentioned methods. The novelty of this paper is first, improving Jameson's finite volume method in modeling a 2D supersonic flow between the blades of a steam turbine using the CUSP method, and second, defining the most optimum control function mode using the Marquardt-Levenberg inverse method and by accounting for the mass conservation equation. By considering the importance of the shock regions in the blade's surface suction side, the focus of the mentioned method is on this part which results in the significant improvement of the pressure ratio in Jameson's finite volume method. The results of the first combined method (Jameson and CUSP) at the shock region of the blade's suction surface desirably agree with the experimental data, and a decrease of numerical errors at this region is resulted. Furthermore, the results of the second combined method (Jameson, CUSP and inverse method) shows that in comparison with original Jameson's method and the first combined method, by average, the conservation of mass condition is improved 15% at the shock region of the blade's suction surface.

1- مقدمه

به منظور شناسایی دقیق عملکرد توربین‌ها روش‌های تحلیلی و حل‌های عددی مختلفی ارایه شده است، با داشتن اهمیتی که در این تجهیزها به چشم می‌خورد هدف در جهت افزایش راندمان قرار داده می‌شود. آنچه که از مجموع بررسی‌های به عمل آمده قابل طرح می‌باشد آنست که بدلیل پیچیدگی‌های زیاد در پدیده‌های حاکم در این مسئله، هنوز امکان شبیه‌سازی کاملاً دقیق وجود نداشته [1] اما می‌توان نتایج مطلوبی را با انجام برخی اصلاحات و بهینه‌سازی‌ها بدست آورد. با وجود روش‌های عددی پیشرفته و

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

E. YousefiRad, M. R. Mahpeykar, A. Teymourtas, Optimization of CUSP Technique Using Inverse Modeling for Improvement of Jameson's 2-D Finite Volume Method, *Modares Mechanical Engineering,* Vol.14, No. 8, pp. 174-182, 2014 (In Persian)

پیچیده برای پیش‌بینی رفتار توربین‌ها برای مدلسازی این جریان‌ها معمولاً از روش عددی حجم‌محدود استفاده می‌شود. همچنین در نیروگاه‌های بخار، توربین‌ها از جمله بخش‌هایی است که همیشه توجه طراحان را به خود جلب کرده است. بدست آوردن یک روش دقیق عددی برای تسخیر شوک و ناپیوستگی‌های جریان که دارای حداقل اتلاف و نوسان باشد را شاید بتوان یکی از مهمترین چالش‌های روش دینامیک سیالات محاسباتی[1] دانست [2].

نویسندگان این مقاله، ابتدا دو روش حجم محدود و تفاضل محدود ذکر شده در مرجع [3] را بطور همزمان در پره‌ی ثابت توربین بطور ابتکاری تلفیق نمود و با استفاده از روش معکوس، نواحی به‌کارگیری همزمان دو روش حجم محدود و تفاضل‌محدود مذکور بهینه گردید. نتایج جالب این تحقیق باعث خلق ایده جدید تحقیق‌های مقاله فعلی گردیده، تا خود روش عددی حجم-محدود جیمسون دوبعدی بهبود یابد که در ادامه توضیح داده می‌شود.

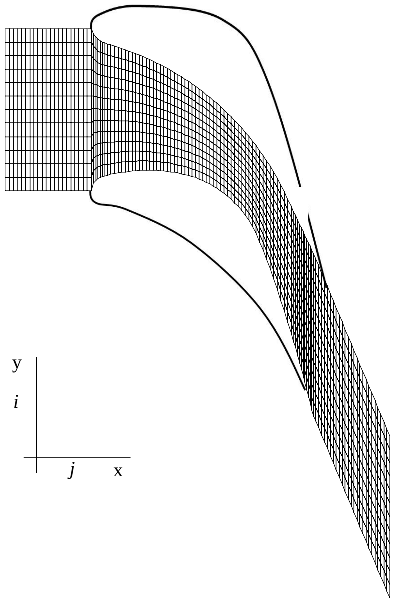
در حل عددی ابتدا معادلات دیفرانسیل با روش‌های مختلف به صورت انفصالی در آمده و بسط‌های حاصل با تقریب خطاهای مناسب با برنامه‌های عددی محاسبه می‌گردند. در طرح‌های تفاضل‌مرکزی می‌بایست تقریب مناسب از جملات حذف شده در هنگام انفصال به معادلات افزوده گردد تا از نوسانات ناخواسته جلوگیری نماید که به آن‌ها اتلافات مصنوعی گویند. در زمانی که پدیدهٔ شوک اتفاق می‌افتد مناسب است از دقت مرتبه دوم به بالا برای محدوده حل در نظر گرفته شود [۴،5].

از سال 1980 به بعد تلاش‌های گسترده‌ای بر روی طرح‌های بالادست جریان صورت گرفت که به دو دسته روش‌های تجزیه بردار شار و روش‌های اختلاف بردار شار طبقه‌بندی گردید که جهت حل معادلات اویلر بر اساس خاصیت انتشاری موج بنا شده است. نقطه مشترک در اینگونه روش‌ها، در رابطه بین جهت انتشار اطلاعات و جهت گسسته نمودن معادله‌ی دیفرانسیل نهفته بوده و یا به عبارت دیگر جهت گسسته نمودن معادلات دیفرانسیل و گرفتن اطلاعات هماهنگ با رفتار جریان غیرلزج می‌باشد [۶،7].

در کار حاضر به بررسی طرح کاسپ دوبعدی که در بر گرفته از دو روش بالادست و تفاضل‌محدود می‌باشد پرداخته شده، که با بکارگیری آن در روش جیمسون در پره ثابت توربین بخار خشک یا تک‌فاز، بهبود قابل ملاحظه‌ای داشته است. لازم به ذکر است که این منطقه (بخش میانی سطح مکش پره به سمت انتهای پره) به علت وجود شوک آیرودینامیکی و در جریان دوفازی بخار[8]، وجود شوک میعان، مدلسازی جریان آن از اهمیت ویژه‌ای برخوردار می‌باشد که البته در تحقیق حاضر، جریان بصورت تک‌فاز بررسی شده است.

نوآوری اول این تحقیق بهبود روش حجم‌محدود از طریق تلفیق روش کاسپ[2] [9] در روش حجم‌محدود جیمسون می‌باشد (روش تلفیقی اول[3]) که می‌تواند با بهره‌گیری از مزایای روش معکوس استفاده شده در مرجع [3]، نتایج را بهبود خوبی بخشید. لازم به ذکرست که البته می‌توان از هر روش عددی حجم‌محدود دیگری هم استفاده نمود.

نوآوری دوم این تحقیق به‌کارگیری روش معکوس لون‌برگ‌مارکوارت جهت بهبود حل و همچنین بهینه‌ترین حالت تابع کنترلی کاسپ (روش تلفیقی دوم[4]) با اهمیت دادن خطای معادله‌ی بقایی جرم درمیدان حل پره‌های توربین تعیین می‌گردد. روش تلفیقی پیشنهادی ابتکاری فوق با استفاده از شبکه محاسباتی استاندارد (شکل1)، می‌تواند علاوه بر مدلسازی جریان‌های تک فاز، برای جریان‌های پیچیده دوفازی [10،11] نیز به‌کار گرفته شود. با



شکل 1 شبکه استاندارد نوع H

توجه به پیچیدگی جریان‌های دوفازی و در نتیجه حجم بالای محاسبات، هنوز استفاده از شبکه استاندارد یا ساده توصیه می‌گردد [12] که برای تحقیق حاضر جریان بخار بصورت تک‌فاز بررسی شده است ولی هدف نهایی توسعه روش پیشنهادی در جریان دوفازی بخار آب در تحقیقات آینده می‌باشد.

لازم به ذکر است که بعلت اهمیت منطقه‌ی شوک مایل روی سطح مکش پره‌ی ثابت توربین (به ویژه در شرایط دوفازی که مجاور ناحیه جوانه‌زایی می باشد) نیازی به استفاده از شبکه پیچیده‌تر حتی در منطقه‌ی لبه انتهایی پره در این تحقیق نمی‌باشد، زیرا حتی با شبکه استاندارد مذکور می‌توان نوآوری‌های مقاله را از طریق نتایج به اثبات رساند. بدیهی است در تحقیقات آتی می‌توان نسبت به بهبود شبکه محاسباتی به ویژه در ناحیه‌ی انتهایی پره-ها (که همراه با افزایش محاسبات می‌باشد) نیز اقدام نمود.

2- طرح جیمسون

جیمسون و همکاران [2] یک طرح چهار مرحله‌ای را برای افزایش راندمان روش‌های تایم‌مارچینگ و وابسته به حجم‌محدود ارائه نمودند. طرح مذکور معادل با انفصال مرکزی در فضا بوده و برای انتگرال‌گیری نسبت به زمان از روش چند مرحله‌ای رانج‌کوتا به صورت صریح و مستقل استفاده می‌کند. نظر به گسسته‌سازی مکان و زمان به طور جداگانه، طرح مذکور بسیار انعطاف‌پذیر بوده و پاسخ‌های ماندگار از آن طریق، مستقل از اندازه گام‌های زمانی است، در این طرح برای آشکارسازی شوک‌ها به نحو مطلوب ترکیبی از ترم‌های اتلافی رسته دو و چهار به جملات شار افزوده شده‌اند. ضمنا لازم به یادآوری است که در طرح‌های اولیه جیمسون سه تکنیک برای تسریع همگرایی معرفی شده که عبارت از، گام زمانی محلی[5]، دمپ کننده آنتالپی[6] و متوسط گیری ضمنی از باقیمانده‌ها[7] است. معادلات بقای جرم، ممنتوم و انرژی برای بخار غیرلزج و قابل تراکم در مختصات کاتزین دوبعدی در رابطه‌های (1) تا (3) اشاره شده است[5]:

$$\frac{\partial w}{\partial t}+\frac{\partial F_x}{\partial x}+\frac{\partial F_y}{\partial y}=0 \qquad (1)$$

1- Computational Fluid Dynamics
2- Convective Upstream Split Pressure
3- First Combined Method
4- Second Combined Method

5- Local time stepping
6- Enthalpy damping
7- Implicit Residual averaging

$$w=\begin{bmatrix}\rho\\ \rho u\\ \rho v\\ \rho e_0\end{bmatrix},F_x=\begin{bmatrix}\rho u\\ \rho u^2+P\\ \rho uv\\ \rho uh_0\end{bmatrix},F_y=\begin{bmatrix}\rho v\\ \rho uv\\ \rho v^2+P\\ \rho vh_0\end{bmatrix} \quad (2)$$

$$e_0=e+\frac{V^2}{2} \quad (3)$$

در معادله‌ی فوق، بردار w شامل متغیرهای بقایی، بردارهای F_x، F_y بیانگر شارهای غیرلزج و e_0 انرژی کل می‌باشد.

خواص برای هر حجم‌محدود در نقاط گوشه‌ای و با زیرنویس j و i مشخص می‌شوند. با توجه به دوبعدی بودن معادلات، انتگرال روی سطح المان ω انجام می‌شود. بنابراین در سیستم مختصات کارتزین رابطه (4) بیان شده است:

$$\iint_{\text{cell}}\frac{\partial w}{\partial t}d\omega+\iint_{\text{cell}}\left(\frac{\partial F_x}{\partial x}+\frac{\partial F_y}{\partial y}\right)=0 \quad (4)$$

با استفاده از قضیه گرین[1] و نیز تقریب زدن $\frac{\partial w}{\partial t}$ با مقدار آن در حجم‌محدود و خارج نمودن آن از انتگرال بر اساس رابطه (5) شار معادلات تکمیل می‌گردد :

$$\frac{\partial w}{\partial t}=-\oint_{\text{cell}}\left(F_x dy-F_y dx\right) \quad (5)$$

رابطه برداری فوق نشان دهنده معادلات پیوستگی، مومنتوم در جهت‌های $x\,,y$ و انرژی می‌باشد و Ω مساحت ثابت هر سلول است. جمله اول نشان دهنده میزان تغییرهای خواص جریان نسبت به زمان در هر حجم محدود بوده و جمله دوم نرخ خالص شار عبوری خواص از وجوه حجم محدود را نشان می‌دهد.

پس از انتگرال‌گیری، معادله بقا به صورت رابطه (6) نوشته می‌شود:

$$\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)_{ij}=R_{ij}(w) \quad (6)$$

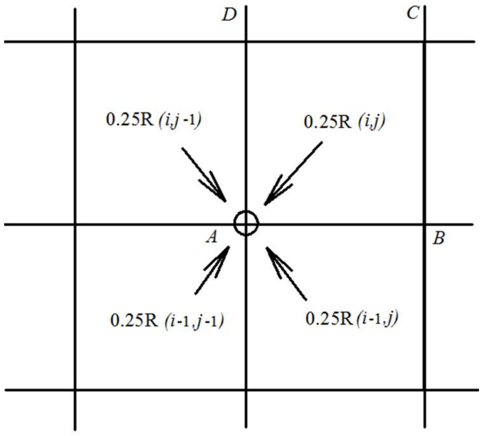
$R_{ij}(w)$ بیانگر باقیمانده‌ها است. باید تصریح نمود که تغییرهای محاسبه شده برای W مربوط به کل سلول محاسباتی است، در حالی که متغیرهای جریان می‌بایست در نقاط کنترلی ذخیره گردند، بنابراین، تغییرهای حاصله را به گوشه‌های سلول اختصاص داده شده است؛ این عمل با سادگی و با تقسیم باقیمانده بطور مساوی، بین نقاط چهارگانه‌ی A،B،CوD مطابق با شکل (2) انجام گرفته است، پس طبق رابطه (7):

$$R_{\mathrm{A}}(w)=0.25\times\left[R_{ij}+R_{i-1,j}+R_{i,j-1}+R_{i-1,j-1}\right] \quad (7)$$

بدین ترتیب طرح حاصل شده در فضا متقارن و به طور منطقی تقویت شده و معادله‌ی انفصال بدست آمده برای نقطه A بصورت رابطه (8) درآمده است:

$$\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)_{\mathrm{A}}=R_{\mathrm{A}}(w)-D_{\mathrm{A}}(w) \quad (8)$$

در این روش برای افزایش کارآیی و سرعت حل، ترم اتلافی مصنوعی $D_{\mathrm{A}}(w)$ فقط در اولین مرحله از مراحل رانج‌کوتا محاسبه و در سایر مراحل از همان مقدار مرحله اول استفاده شده است.



شکل 2 المانهای محاسباتی و نحوه توزیع باقیمانده‌ها به نقاط شبکه

3- طرح روش کاسپ

اساس این طرح، بر پایه جدا کردن جملات فشار در روابط شار جریان می‌باشد [13]. در این طرح سعی شده است ضمن رسیدن به یک جواب قابل قبول از پیچیدگی محاسبات و زمان لازم کاسته شود، بردار شار به دو جمله جابجایی شار و جمله فشار تجزیه شده و در حالت دو بعدی در رابطه‌های (9)، (10) و (11) بردار شار از دو مؤلفه در جهت‌های $x\,,y$ تشکیل شده است[14]:

$$F=F_x\times S_y+F_y\times S_x \quad (9)$$

$$F_x=\begin{bmatrix}\rho u\\ \rho u^2+P\\ \rho uv\\ \rho uH\end{bmatrix} \quad (10)$$

$$F_y=\begin{bmatrix}\rho v\\ \rho uv\\ \rho v^2+P\\ \rho vH\end{bmatrix} \quad (11)$$

در روابط فوق S_x و S_y بردارهای سطح در جهت‌های $x\,,y$ و H تعریف انتالپی می‌باشند. w متغیر اولیه جریان در حالت دو بعدی در رابطه (12) است:

$$w=\begin{bmatrix}\rho\\ \rho u\\ \rho v\\ \rho e\end{bmatrix} \quad (12)$$

در اولین گام می‌بایست بردار متغیر اولیه جریان در دو سمت چپ و راست نقطه i,j به کمک تابع سوئیچ $L(u,v)$ در رابطه (13) محاسبه شود.

$$L(u,v)=\frac{1}{2}\left(1-\left|\frac{u-v}{|u|+|v|}\right|^z\right)\times(u+v) \quad (13)$$

مقدارتوان z انتخابی است و بین 2 تا 3 می‌باشد [14]:

$$w_{\mathrm{R}}=w_{i+1,j}-\frac{1}{2}L\left(\Delta w_{i+3/2,j},\Delta w_{i-1/2,j,}\right) \quad (14)$$

که برای Δw رابطه (15) خواهد بود:

$$\Delta w_{i+1/2,j}=w_{i+1,j}-w_{i,j} \quad (15)$$

اگر مؤلفه‌های شار جریان به دو جمله جابجایی و فشار تفکیک شود نتیجه در رابطه (16) حاصل می‌گردد:

1- Green Theorem

$$F_x = u \times w + F_{px}$$
$$F_y = v \times w + F_{py} \tag{16}$$

با در نظر گرفتن شار جابجای q، برای جملات فشار شار جریان بدست خواهد آمد که در رابطه‌های (17) تا (20) بیان می‌گردد:

$$q = u \times S_y + v \times S_x \tag{17}$$

$$\begin{aligned} F &= F_x \times S_y + F_y \times S_x \\ &= q \times w + F_{px} \times S_y + F_{py} \times S_x \end{aligned} \tag{18}$$

$$F_{px} = \begin{bmatrix} 0 \\ p \\ 0 \\ u \times p \end{bmatrix} \tag{19}$$

$$F_{px} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ p \\ v \times P \end{bmatrix} \tag{20}$$

مؤلفه اتلاف مصنوعی در جهت x در رابطه (21) اعمال شده است:

$$d_{i+1/2} = \frac{1}{2}\alpha^*{}_{i+1/2} \times c(w_\mathrm{R} - w_\mathrm{L}) \times S + \frac{1}{2}\beta_x \times (F_\mathrm{R} - F_\mathrm{L})$$
$$\alpha^* c = \alpha_x \times c - \beta_x \times \bar{u}$$
$$\bar{u} = (u_{i+1} + u_i)/2 \tag{21}$$

همچنین طبق رابطه (22):

$$S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} \tag{22}$$

$$\begin{aligned} F_\mathrm{R} - F_\mathrm{L} &= \left(F_x \times S_y + F_y \times S_x\right)_R - \left(F_x \times S_y + F_y \times S_x\right)_\mathrm{L} \\ &= \left(F_{x,\mathrm{R}} - F_{x,\mathrm{L}}\right) \times S_y + \left(F_{y,\mathrm{R}} - F_{y,\mathrm{L}}\right) \times S_x \end{aligned} \tag{23}$$

در این حالت مانند حالت یک بعدی مؤلفه‌های شار جریان مانند رابطه (12) محاسبه می‌گردد، طبق رابطه (24) داریم:

$$F_{x,\mathrm{R}} - F_{x,\mathrm{L}} = \bar{u} \times (w_\mathrm{R} - w_\mathrm{L}) + \bar{w} \times (u_\mathrm{R} - u_\mathrm{L}) + F_{px,\mathrm{R}} - F_{px,\mathrm{L}} \tag{24}$$

$$F_{y,\mathrm{R}} - F_{y,\mathrm{L}} = \bar{v} \times (w_\mathrm{R} - w_\mathrm{L}) + \bar{w} \times (v_\mathrm{R} - v_\mathrm{L}) + F_{py,\mathrm{R}} - F_{py,\mathrm{L}} \tag{25}$$

بنابراین رابطه (23) تغییر خواهد کرد. طبق روابط (26) تا (28) داریم:

$$F_\mathrm{R} - F_\mathrm{L} = q \times (w_\mathrm{R} - w_\mathrm{L}) + \bar{w} \times \left(\Delta u \times S_y + \Delta v \times S_x\right) + \Delta F_{px} \times S_y - \Delta F_{py} \times S_x \tag{26}$$

$$\Delta F_{px} = F_{px,\mathrm{R}} - F_{px,\mathrm{L}} \tag{27}$$

$$\Delta F_{py} = F_{py,\mathrm{R}} - F_{py,\mathrm{L}} \tag{28}$$

عدد ماخ محلی و نوسانات سرعتی بترتیب به صورت $M = \frac{q}{c.S}$ و $\lambda^{\pm} = q \pm c \times S$ تعریف می‌گردند [14]. بنابراین ضرائب α_x و β_x در رابطه‌های (29) و (30) نشان داده می‌شود:

$$\alpha_x = |M| \tag{29}$$

$$\beta_x = \begin{cases} +\max\left(0, \dfrac{q + \lambda^-}{q - \lambda^-}\right) & 0 \le M \le 1 \\ -\max\left(0, \dfrac{q + \lambda^-}{q - \lambda^-}\right) & -1 \le M \le 0 \\ +\mathrm{sign}(M) & |M \ge 1| \end{cases} \tag{30}$$

در این حالت نیز همانند حالت یک بعدی در نزدیکی نقاط سکون، ضریب α باید اصلاح گردد که در رابطه (31) بیان شده است:

$$\alpha_x = \frac{1}{2}\left(\alpha_0 + \frac{|M|^2}{\alpha_0}\right) \tag{31}$$

که در آن α_0 یک مقدار بسیار کوچک (≈ 0.0001) می‌باشد[14]. برای اینکه بتوان جواب دقیقتری گرفت باید جملات اتلاف مصنوعی در نزدیکی موج‌های ضربه‌ای با مقدار بیشتر، و در مابقی میدان حل با مقدار کمتر وارد حل شوند، به این منظور یک تابع سوئیچ $L(u, v)$ که قابلیت شناسایی جریان را دارد وارد محاسبات می‌شود [15].

مقدارتوان z در رابطه (13) انتخابی است و بین 2 تا 3 می‌باشد. در این تحقیق برای اولین بار جهت بهبود روش عددی دوبعدی جیمسون برای بخار خشک از روش فوق الذکر جهت توسعه کد استفاده و بهترین مقدار z به کمک روش معکوس با توجه به معادله‌ی بقای جرم محاسبه شده است.

4- طرح روش معکوس

مسأله‌ی معکوس، یافتن پارامترهای مجهول با استفاده از اطلاعات اندازه‌گیری شده از فرآیند است؛ اما معمولاً به علت وجود خطا در مقادیر اندازه‌گیری و بدخیم بودن مسأله، نمی‌توان از حل مستقیم و دقیق مسأله برای پارامتر مجهول استفاده کرد؛ به همین لحاظ باید بتوان از رسیدن به پاسخ، تعریفی مناسب ارائه کرد، در این قسمت با بررسی روش‌های مختلف تعریف مسأله، پاسخ تشریح می‌شود [16].

4-1- بیان ریاضی مسأله

در مسأله‌ی معکوس خطا، $\vec{e}$، اختلاف بین خروجی اندازه‌گیری شده‌ی فرآیند، $\vec{T}^\mathrm{m}$، و خروجی روش در محل اندازه‌گیری، $\vec{T}^\mathrm{c}$، طبق رابطه (32) تعریف می‌شود[17]:

$$\vec{e} = \vec{T}^\mathrm{m} - \vec{T}^\mathrm{c} \tag{32}$$

در این مسأله، بردارهای $\vec{T}^\mathrm{m}$ و $\vec{T}^\mathrm{c}$ در واقع یک عنصری می‌باشند؛ زیرا نتیجه‌ی حل در حالت پایدار و در یک نقطه از میدان حل، مورد توجه است و این بردارها به یک اسکالر که به ترتیب فشار اندازه‌گیری شده به صورت تجربی و فشار محاسبه شده در یک نقطه‌ی خاص هستند، تنزل می‌یابد. هدف این است که با مقایسه‌ی این فشارها درنهایت به ترکیب مناسبی از شرایط پایدار برای بقای جرم، که شامل کمترین تغییرهای دبی جرمی نسبت به دبی جرمی ورودی در شبیه‌سازی می‌باشد رسیده شده باشد. لازم به ذکر است مقدار فشار می‌تواند به‌طور تخمینی از نتایج حل پره‌های مشابه، مشخص گردد[3].

برای کمینه‌کردن این خطا، روش‌های مختلفی برای تعریف تابع هدف وجود دارد، یکی از روش‌های معمول، استفاده از روش مربعات خطاهاست. در مسأله‌ی معکوس هدف کمینه کردن جمع مربعات می‌باشد که در رابطه (33) بیان شده است:

$$S(\vec{P}) = \vec{e}^\mathrm{T} \times \vec{e} \tag{33}$$

جمع مربعات خطاها می‌تواند با وزن‌دهی مشخص، W، تأثیر هر یک از خطاها را تغییر دهد[17]:

$$S(\vec{P}) = \left(\vec{T}^{\mathrm{m}} - \vec{T}^{\mathrm{c}}\right)^{\mathrm{T}} \times W \times \left(\vec{T}^{\mathrm{m}} - \vec{T}^{\mathrm{c}}\right) \tag{34}$$

S تابعی از متغیر $\vec{P}$ می‌باشد. در مسأله‌ی حاضر، بردار $\vec{P}$ برداری با ابعاد $I_{\max} \times 1$ می‌باشد که هر عنصر آن معرف سهم روش جیمسون است که متعاقباً سهم کاسپ نیز در مراحل اجرای برنامه مشخص می‌شود. در این‌جا از وزن‌دهی استفاده نشده است. اولین راهی که از ریاضیات پایه به ذهن می‌رسد، استفاده از مشتق در نقطه‌ی بهینه می‌باشد. با استفاده از مشتق، نقطه‌ی بهینه برای تابع S در رابطه (35) تعیین می‌شود:

$$\frac{\partial S}{\partial \vec{P}} = 0 \Rightarrow \nabla S(\vec{P}) = 2 \times \left[-\frac{\partial \vec{T}^{\mathrm{c}}}{\partial \vec{P}}\right] \times W \times \left[\vec{T}^{\mathrm{m}} - \vec{T}^{\mathrm{c}}\right] = 0$$

یا

$$X^{\mathrm{T}} \times W \times \left(\vec{T}^{\mathrm{m}} - \vec{T}^{\mathrm{c}}\right) = 0 \tag{35}$$

که در اینجا ماتریس حساسیت X به صورت زیر تعریف می‌شود که برای مسائل معکوس با رفتار خطی، ماتریس حساسیت تابع پارامترهای مجهول نیست:

$$X = \left[\frac{\partial \vec{T}^{\mathrm{c}}(\vec{P})^{\mathrm{T}}}{\partial \vec{P}}\right]^{\mathrm{T}} \tag{36}$$

در مسائل معکوس با رفتار غیرخطی، ماتریس حساسیت به بردار $\vec{P}$ بستگی پیدا می‌کند؛ بنابراین حل معادله‌ی (35) به یک روش سعی و خطا نیاز دارد که این روش سعی و خطا با خطی‌سازی بردار پارامتر معلوم محاسبه شده با یک بسط تیلور حول $\vec{P}$، در رابطه (37) معرفی می‌شود:

$$\vec{T}^{\mathrm{c}}(\vec{P}) = \vec{T}^{\mathrm{c}}(\vec{P}^{\mathrm{k}}) + X^{\mathrm{k}} \times \left(\vec{P} - \vec{P}^{\mathrm{k}}\right) \tag{37}$$

که بالانویس k به معنی مقادیر پارامتر در گام زمانی k ام است. با جای‌گذاری معادله‌ی (35) در معادله‌ی (37)، رابطه جدیدی جهت حل بدست خواهد آمد. طبق رابطه (38) داریم:

$$X^{\mathrm{T}} \times W \times \left(\vec{T}^{\mathrm{m}} - \vec{T}^{\mathrm{c}}\right) = X^{\mathrm{T}} \times X \times \Delta\vec{P}$$

یا

$$P^{\mathrm{k+1}} = P^{\mathrm{k}} + \left[\left(X^{\mathrm{k}}\right)^{\mathrm{T}} \times X^{\mathrm{k}}\right]^{-1} \times \left(X^{\mathrm{Tk}} \times W\right)\left[\vec{T}^{\mathrm{m}} - \vec{T}^{\mathrm{c}}(P^{\mathrm{k}})\right] \tag{38}$$

روش معرفی شده در معادله‌ی (38)، به روش گوس معروف است. این روش در واقع یک تقریب برای روش نیوتن‌رافسن است. به منظور امکان حل معادله‌ی (38) بایستی ترم $\left(X^{\mathrm{k}}\right)^{\mathrm{T}} \times X^{\mathrm{k}}$ از حالت تکین خارج گردد:

$$\left|\left(X^{\mathrm{k}}\right)^{\mathrm{T}} \times X^{\mathrm{k}}\right| \neq 0 \tag{39}$$

مسائلی که در آن‌ها این دترمینان صفر می‌شود، به مسائل بدخیم معروف هستند و در حقیقت اکثر مسائل آنالیز معکوس از این نوع هستند.

4-2- روش‌های انتخاب پارامتر

یکی از مهم‌ترین روش‌ها توسط لون‌برگ ارائه شد [19،18]، که روش کمترین مربعات مستهلک شده نیز نامیده می‌شود. این روش براساس مبانی آماری برای مسائل کمترین مربعات ارائه شده است. در این روش، عبارت (34) با تغییر مورد استفاده قرار می‌گیرد. طبق رابطه (40) داریم:

$$S(\vec{P}) = \left(\vec{T}^{\mathrm{m}} - \vec{T}^{\mathrm{c}}\right)^{\mathrm{T}} \times W \times \left(\vec{T}^{\mathrm{m}} - \vec{T}^{\mathrm{c}}\right) + \nu^{\mathrm{k}} \times \left(\vec{P} - \vec{P}^{\mathrm{k}}\right)^{T} \times \Omega^{\mathrm{k}} \times \left(\vec{P} - \vec{P}^{\mathrm{k}}\right)$$

یا

$$X^{\mathrm{T}} \times W \times \left(\vec{T}^{\mathrm{m}} - \vec{T}^{\mathrm{c}}\right) = \left(X^{\mathrm{k}} \times W \times X + \nu^{\mathrm{k}} \times \Omega^{\mathrm{k}}\right) \times \Delta P \tag{40}$$

در این عبارت Ω^{k} یک ماتریس قطری است که تغییرهای در راستای مطلوب را کاهش می‌دهد و از انحراف، جلوگیری می‌کند و هنگامی‌که جملات قطری مربوطه از جملات قطری $X^{\mathrm{k}} \times W \times X$ بزرگ‌تر باشد، باعث کاهش نوسانات یا ناپایداری‌ها می‌شود. لون‌برگ نشان داد که اگر ضریب تنظیم ابتدا بزرگ باشد، S به سرعت کاهش می‌یابد و در ادامه باید این ضریب کاهش پیدا کند؛ چرا که پاسخ $\vec{P}^{\mathrm{k}}$ می‌تواند پاسخ درستی نباشد و عملا گرادیان‌ها پاسخ واقعی را بیابند:

$$\Omega_{\mathrm{m}}^{\mathrm{k}} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & c_{\mathrm{LL}} \end{bmatrix} \tag{41}$$

که در آن:

$$c_{jj} = W_{1\mathrm{L}} \times X_{1j} \times X_{\mathrm{L}j} \tag{42}$$

که در آن از جمع تانسوری استفاده شده است. این انتخاب، باعث می‌شود تا نتیجه‌ی روش، تحت انتقال خطی ثابت باشد. در این‌حالت، ضریب مناسب در رابطه (43) بدست می‌آید:

$$\nu^{\mathrm{k}} = \frac{\left(\vec{T}^{\mathrm{m}} - \vec{T}^{\mathrm{c}}\right)^{\mathrm{T}} \times W \times X \times \Omega_{\mathrm{m}}^{\mathrm{k}} \times W \times \left(\vec{T}^{\mathrm{m}} - \vec{T}^{\mathrm{c}}\right)}{S^{\mathrm{k}}} \tag{43}$$

روش مارکوارت مشابه روش لون‌برگ است. در این روش از معادله‌ی (43) همراه با تغییر ضریب تنظیم استفاده شده است:

$$\nu^{\mathrm{k}} = \frac{\upsilon_0}{(\alpha)^{\mathrm{k}}} \tag{44}$$

که در آن υ_0 یک عدد ثابت مناسب، و α عددی بزرگ‌تر از 1 است [3]. این روش هم‌چون روش لون‌برگ، باعث ایجاد تعادل بین روش تندترین شیب کاهنده و روش گوسی می‌شود. این روش در گام‌های ابتدائی که ماتریس $X^{\mathrm{k}} \times W \times X$ بدخیم است، از روش تندترین شیب کاهنده، و به هنگام نزدیک شدن به پاسخ، از روش گوسی استفاده می‌کند، که باعث می‌شود ماتریس مذکور، خوش‌خیم شود. عموماً این روش در متون مربوط به مسائل معکوس کاربرد بیشتری دارد[20].

بنابراین، روش لون‌برگ‌مارکوارت با تغییر معادله‌ی (38) عمل می‌کند:

$$P^{\mathrm{k+1}} = P^{\mathrm{k}} + \left[\left(X^{\mathrm{k}}\right)^{\mathrm{T}} \times X^{\mathrm{k}} + \nu^{\mathrm{k}} \times \Omega^{\mathrm{k}}\right]^{-1} \times \left(X^{\mathrm{k}}\right) \times \left[\vec{T}^{\mathrm{m}} - \vec{T}^{\mathrm{c}}(P^{\mathrm{k}})\right] \tag{45}$$

که ν^{k}، یک مقدار اسکالر است و پارامتر تنظیم استهلاک نیز نامیده می‌شود و Ω^{k} یک ماتریس قطری است که در رابطه (46) مشخص شده است:

$$\Omega^{\mathrm{k}} = \mathrm{diag}\left[\left(X^{\mathrm{k}}\right)^{\mathrm{T}} \times X^{\mathrm{k}}\right] \tag{46}$$

معرفی $\nu^{\mathrm{k}} \times \Omega^{\mathrm{k}}$ به معادله‌ی تکرار، به منظور مستهلک کردن نوسانات و ناپایداری‌هایی است که به خاطر ماهیت بدخیم مسأله به وجود می‌آید. پارامتر استهلاک، معمولاً در ابتدای شبیه‌سازی که پارامتر مجهول با حدس اولیه

معرفی می‌شود، بزرگ است؛ بنابراین با این کار، دیگر لازم نیست عدم تکین بودن ترم $X^{\mathrm{k}} \times \left(X^{\mathrm{k}}\right)^{\mathrm{T}}$ بررسی گردد.

4-3- معیارهای همگرایی

برای جلوگیری از تکرار بالا برای روش لونبرگ مارکوارت معیارهایی توسط دنیس [21] پیشنهاد شده است که در رابطه (47) نشان داده شده است:

$$\|\Delta\vec{P}\| < \varepsilon_1$$

$$S(P) < \varepsilon_2$$

$$\frac{S^{\mathrm{k+1}} - S^{\mathrm{k}}}{S^{k}} < \varepsilon_3 \tag{47}$$

که عبارات ε_1, ε_2 و ε_3 نوسانات دلخواه همگرایی هستند.

معیار داده شده توسط رابطه (47) آزمون‌هایی جهت حداقل مجموع مربعات است که به اندازه کافی کوچک می‌باشد، و انتظار می‌رود نزدیکترین جواب به واقعیت پیدا گردد.

4-4- محاسبه‌ی ماتریس حساسیت

محاسبه‌ی ماتریس حساسیت، یکی از معضلات در مسائل معکوس غیرخطی می‌باشد. مولفه سطر i و ستون j طبق تعریف برای یک مسأله‌ی فراگیر، در رابطه (48) بیان می‌شود:

$$X_{ij} = \frac{\partial T_i^c}{\partial P_j} \tag{48}$$

که دراین مسأله، $I = 1$ و $J = I_{\max}$ است. چون تعداد پارامترهای محاسبه و اندازه‌گیری شده در یک نقطه، مد نظر قرار گرفته است و پارامتر مجهول؛ یعنی سهم روش جیمسون و متعاقباً سهم روش کاسپ به میزان کاهش نسبت دبی جرمی بستگی دارد.

برای محاسبه‌ی مولفه ماتریس حساسیت تغییراتی اعمال می‌گردد که در رابطه (49) اعمال شده است [19]:

$$X_{ij} = \frac{T_i^c\left(P_j(1+\varepsilon)\right) - T_i^c(P_j)}{\varepsilon P_j} \tag{49}$$

بدین ترتیب معادله‌ای برای تصحیح $\vec{P}$ و معیاری برای پایان حل معکوس بدست می‌آید.

5- الگوریتم بکارگیری تلفیق بهینه دو روش حل

در این روش، که از شبکه استاندارد 115×12 جهت حل میدان جریان استفاده شده است، جریان ابتدا با روش حجم‌محدود جیمسون حل می‌شود تا مقدار دهی اولیه‌ای برای دامنه حل داشته باشد، سپس مقادیر حل بعد از 10 مرحله به معادله‌های اتلافی کاسپ داده شده و مراحل اجرا در آن صورت می‌پذیرد و این مراحل به نوبت تکرار می‌پذیرد که هر کدام از آن‌ها به طور مجزا به یک سنسور جهت بررسی جواب‌ها به صورت جداگانه جهت همگرایی نهایی دارند (روش تلفیقی اول). جهت بهبود جواب‌ها، داده‌ی آزمایشگاهی محاسبه شده برای فشار در یک نقطه از میدان حل به عنوان $\vec{T}^{\mathrm{m}}$ به روش حل عددی معکوس معرفی می‌شود؛ که توسط ماتریس حساسیت کمترین نسبت اختلاف دبی محاسبه می‌گردد (روش تلفیقی دوم). همانگونه که قبلا توضیح داده شده در صورتی‌که نتایج آزمایشگاهی برای پره‌ی مورد نظر در اختیار نباشد، می‌تواند با استفاده از نتایج حل تئوری یا نتایج آزمایشگاهی پره‌های هم‌خانواده و یا مشابه، فشار مورد نظر را تخمین زد[22].

این روش به چند گام اساسی تقسیم می‌شود:

1) حل مسأله‌ی مستقیم جیمسون با یک تکرار با تخمین موجود برای $\vec{P}^{\mathrm{k}}$ (پارامتر نامعلوم)،
2) حل مسأله‌ی مستقیم کاسپ در تکرار دوم با تخمین موجود برای $\vec{P}^{\mathrm{k}}$ (پارامتر نامعلوم) به منظور به‌دست آوردن پارامتر حل مستقیم،
3) تعیین $\vec{P}^{\mathrm{k}}$ جدید با متوسط‌گیری در دو مرحله قبل،
4) قرار دادن $\vec{P}^{\mathrm{k}}$ در رابطه‌ی (33) جهت محاسبه $S(\vec{P}^{\mathrm{k}})$
5) محاسبه‌ی ماتریس حساسیت با استفاده از رابطه‌ی (49) و محاسبه‌ی ترم استهلاک Ω^{k} با استفاده از (46) و مقدار موجود برای $\vec{P}^{\mathrm{k}}$،
6) حل به کمک روش لونبرگ‌مارکوارت و محاسبه‌ی مقدار تخمینی جدید $P^{\mathrm{k+1}}$ که به صورت می‌گیرد:
$$P^{\mathrm{k+1}} = P^{\mathrm{k}} + \Delta P^{\mathrm{k}}$$
7) حل مسأله‌ی مستقیم با استفاده از $P^{\mathrm{k+1}}$ به منظور پیدا کردن مقدار $T(\vec{P}^{\mathrm{k}})$، سپس محاسبه‌ی $S(\vec{P}^{\mathrm{k+1}})$
8) در برنامه نوشته شده جهت همگرایی استفاده شده است:
اگر $S(\vec{P}^{\mathrm{k+1}}) > S(\vec{P}^{\mathrm{k}})$، ν^{k} 10 برابر شود
اگر $S(\vec{P}^{\mathrm{k+1}}) < S(\vec{P}^{\mathrm{k}})$، ν^{k} 0/1 برابر شود
9) معیار همگرایی از رابطه (47) چک شود، در صورت عدم‌همگرایی، رفتن به مرحله‌ی (4).

6-نتایج

همان گونه که از هندسه پره در شکل(1) مشاهده می‌شود، مربوط به مقطع میانی پره‌ی ثابت توربین می‌باشد. شرایط مرزی اعمال شده با زاویه ورودی صفر می‌باشد:

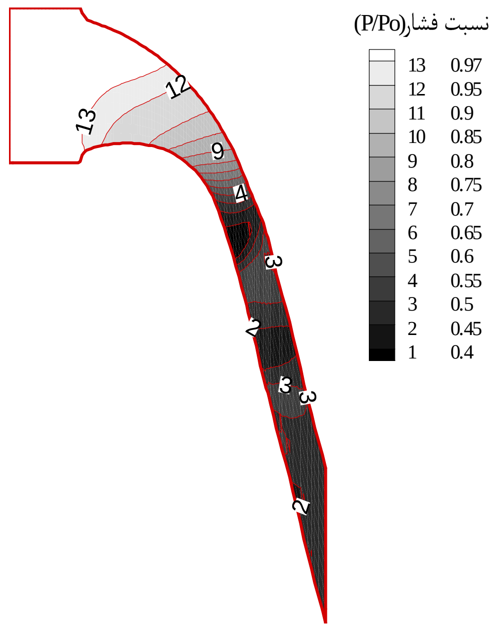
$$P_{0\mathrm{in}} = 170\mathrm{kPa}, T_{0\mathrm{in}} = 654\mathrm{K}, \frac{P_{\mathrm{out}}}{P_{0\mathrm{in}}} = 0.48$$

شبکه محاسباتی استفاده شده همانگونه که در بخش مقدمه توضیح داده شده از نوع شبکه استاندارد و با اندازه 115×12 است که استقلال این شبکه در چندین مقاله داخلی و خارجی به اثبات رسیده است از جمله مراجع [۱،۳،10،11،12] می‌باشند.

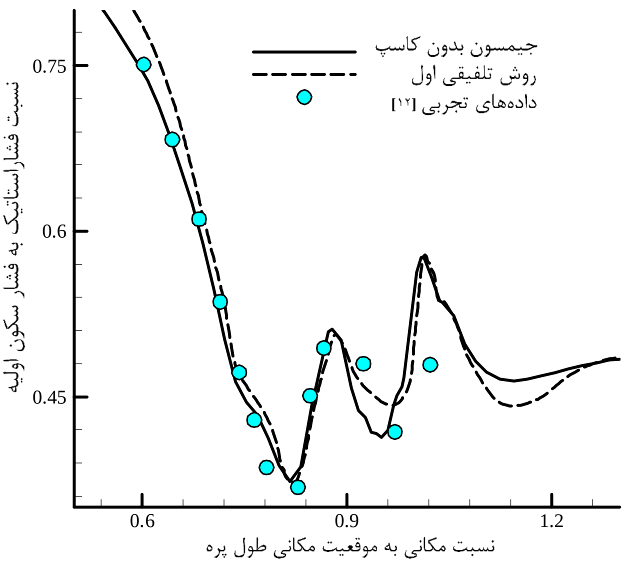
نتایج حاصل از بهبود روش عددی حجم‌محدود جیمسون از طریق تلفیق با روش کاسپ (روش تلفیقی اول) و همچنین بکارگیری روش معکوس (روش تلفیقی دوم) در شکل‌های (3) تا (10) ارائه شده است.

در شکل (3) خطوط هم‌فشار [1] نسبت فشاراستاتیک به فشار سکون اولیه و در شکل‌های (4)، (5) و (6) تغییرهای نسبت فشار استاتیک به فشار سکون اولیه در طول پره به ترتیب در سطوح مکش[2]، فشار[3] و خط مرکزی جریان[4] نشان داده شده است. همانگونه که در شکل مذکور مشاهده می‌شود در منطقه‌ی هدف ($0.95 > X/X_{تر} > 0.7$) که ناحیه‌ی حساس و پر اهمیت شوک‌ها روی سطح مکش می‌باشد و روش تلفیقی اول هم در آن ناحیه‌ی تمرکز یافته است، نتایج تئوری انطباق مطلوبی با نتایج آزمایشگاهی [12] در مقایسه با روش اولیه جیمسون (بدون کاسپ) دارد.

1- Pressure Contour
2- Suction side
3- Pressure Side
4- Mid Passage



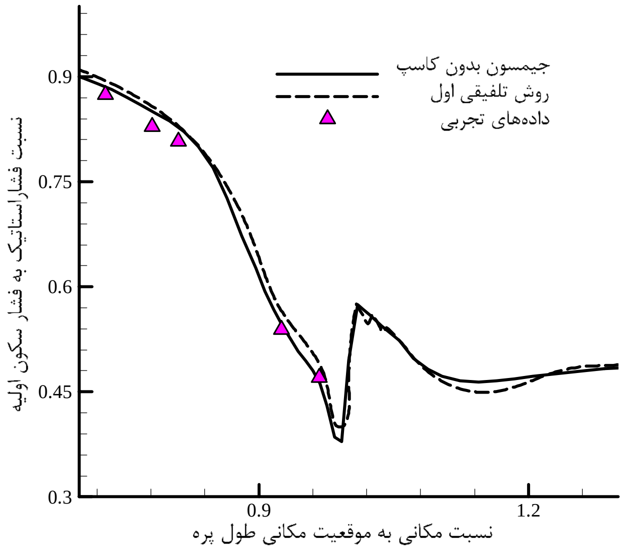
شکل 3 خطوط هم‌فشار برای نسبت فشاراستاتیک به فشار سکون اولیه در طول پره



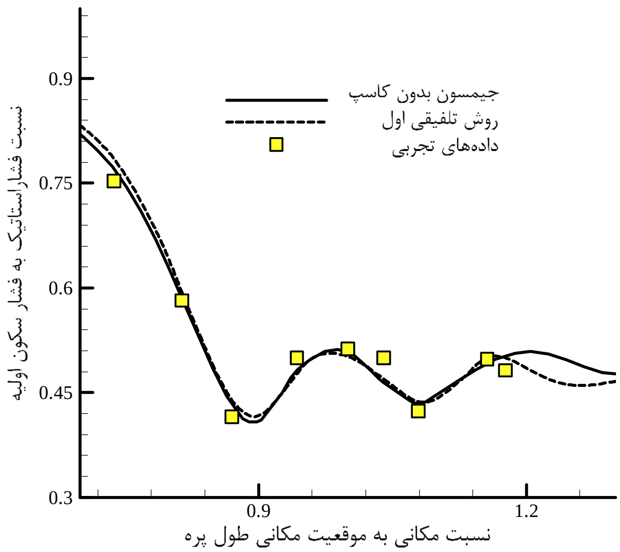
شکل 4 تغییرهای نسبت فشاراستاتیک به فشار سکون در طول پره‌ی سطح مکش

در جریان مورد نظر که آدیاباتیک و غیرلزج می‌باشد، مقدار فشار سکون تا قبل از شوک بایستی ثابت بماند، در شکل(7) تغییرهای فشار سکون نسبت به فشار سکون اولیه ابتدای پره ترسیم شده که هرچه این تغییرهای کم‌تر باشد حل مسأله به پیش فرض‌ها نزدیکتر است (نسبت به خط y=0). از آن-جا که در طرح پیشنهادی تغییرهای فشار سکون کم‌تر بوده و نوسانات خطای محاسباتی در مسیر روی پره بطور نسبی در حدود 21 درصد گرفته شده، لذا نتایج حاصل از این روش به فرضیات مسئله و همچنین به واقعیت جریان نیز نزدیک‌تر می‌باشد.

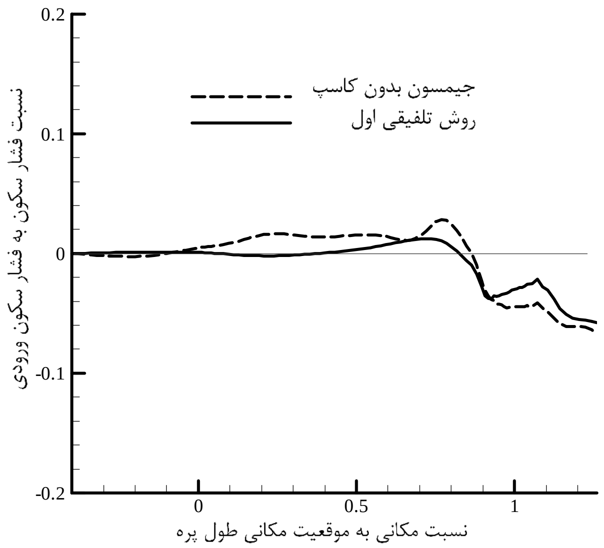
در شکل (8)، تغییرهای عدد ماخ در طول پره در خط مرکزی جریان رسم شده است. با توجه به اینکه شوک باعث کاهش سرعت و درنتیجه کاهش ماخ می‌شود، روش معکوس بهتر اثرات شوک (کاهش عدد ماخ یا افزایش موضعی فشار) را نشان می‌دهد.



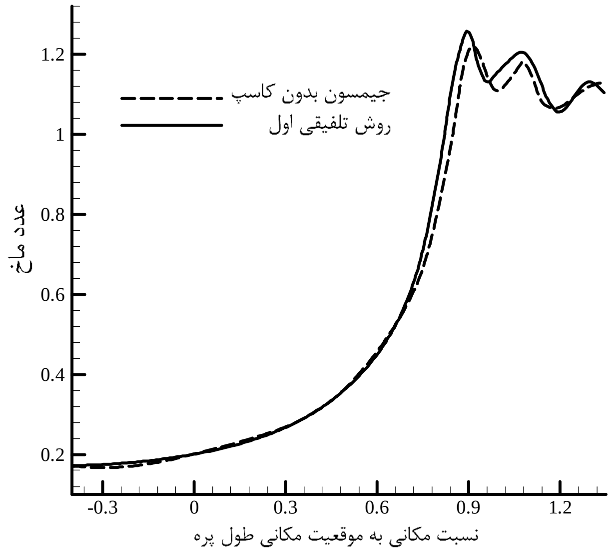
شکل 5 تغییرهای نسبت فشاراستاتیک به فشار سکون در طول پره‌ی سطح فشار



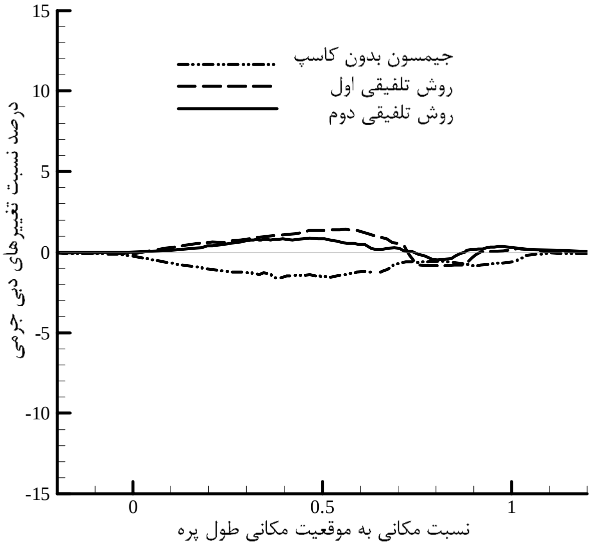
شکل6 تغییرهای نسبت فشاراستاتیک به فشار سکون اولیه در خط مرکزی جریان



شکل 7 درصد تغییرهای نسبت فشار سکون به فشار سکون ورودی در خط مرکزی جریان



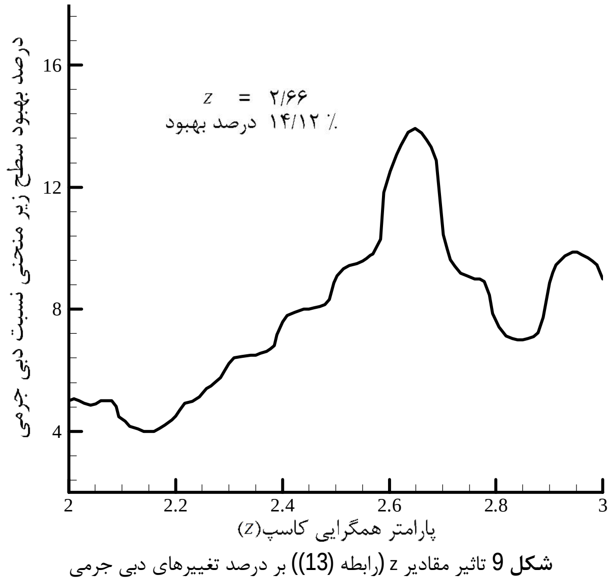
شکل8 منحنی تغییرهای ماخ در طول پره در خط مرکزی جریان



شکل 10 تغییرهای دبی جرمی جیمسون بهبود یافته به کمک معکوس

البته از روش معکوس برای دیگر نواحی نیز بطور همزمان در چند منطقه می‌تواند استفاده شود ولی حجم محاسبات بمیزان قابل توجهی افزایش می‌یابد و در اینجا تمرکز حل در محدوده هدف $(0.95 > X/X_{تر} > 0.7)$ مورد بررسی قرار گرفته است. در این تحقیق هدف ابتدا تلفیق دو روش عددی حجم‌محدود جیمسون و کاسپ بوده و سپس بهبود این تلفیق از طریق اعمال روش معکوس می‌باشد، که نتایج مطلوبی را این تحقیقات جدید نشان می‌دهد.

در شرایط پایدار برای بقای جرم، باید میزان دبی جرمی ورودی در طول مسیر ثابت باشد. با توجه به رابطه همگرایی که روش کاسپ را تحت کنترل قرار می‌دهد، به کمک روش معکوس، روش تلفیقی دوم با بدست آوردن بهترین عدد سنسور همگرایی $z = 2.66$ محاسبه می‌گردد، شکل(9)، که کمترین تغییرهای دبی جرمی نسبت به دبی جرمی ورودی را نشان می‌دهد، با بکارگیری روش معکوس حدود 15 درصد بهبود را نسبت به دو روش جیمسون و تلفیقی اول در شکل (10) نشان می‌دهد، که می‌تواند از دستاورد جدید در بهتر ارضا شدن قانون بقای جرم، اطمینان بیشتری حاصل نمود.



شکل 9 تاثیر مقادیر z (رابطه (13)) بر درصد تغییرهای دبی جرمی

7- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

همانگونه که توضیح داده شد، ایده تلفیق دو روش حجم‌محدود و کاسپ (روش تلفیقی اول) می‌تواند روش حجم‌محدود جیمسون را بهبود خوبی دهد، در این تحقیق به منظور افزایش دقت نتایج این تحقیق، روش معکوس نیز برای بهبود نتایج (روش تلفیقی دوم) در منطقه‌ی هدف بکار گرفته شده است، ضمنا با استفاده از روش معکوس، شرط بقای جرم بهبود چشمگیری داشته است، با توجه به ویژگی‌ها و کاربری گسترده‌ی روش‌های عددی حجم‌محدود که برای هندسه‌های پیچیده بمانند جریان‌های داخل توربین‌ها بکار گرفته می‌شود، لازم است که نسبت به بهبود این روش‌ها تحقیقات لازمه صورت پذیرد، البته با استفاده از این ایده جدید می‌تواند از هر روش حجم‌محدود دیگری هم استفاده نمود.

در شکل(4) مقایسه نتایج روش‌های پیشنهادی با نتایج آزمایشگاهی و همچنین نتایج جیمسون اولیه، نشان از انطباق مطلوب نتایج طرح جدید به‌ویژه در منطقه‌ی هدف (نواحی شوک روی سطح مکش پره) می‌باشد و همچنین در شکل(10) شرط بقای جرم شرایط مناسب‌تری را کسب کرده است.

8- فهرست علائم

A مساحت وجه المان (m^2)

C_p, C_v گرمای ویژه $(Jkg^{-1}K^{-1})$

C_0 سرعت صوت (m/s)

D_A اتلافات مصنوعی در جهت x, y

F_x, F_y بردارهای شار

e انرژی داخلی

$\vec{e}$ میزان خطا در روش معکوس

F_p بردار شار ناشی از فشار در طرح کاسپ

h آنتالپی

h_0 آنتالپی کل

$L(u, v)$ سویچ جمله اتلاف مصنوعی

M ماخ

MP خط مرکز جریان

P فشار استاتیک (kPa)
P_0 فشار سکون (kPa)
$\vec{P}$ پارامتر مجهول
PS سطح فشار
$\vec{P}_{\text{est}}$ تخمینی از پارامتر مجهول
z پارامتر انتخابی در طرح کاسپ
R_{ij} مقدار باقی مانده در المان (i,j) ام
R ثابت گاز
$S(P)$ جمع مربعات
SS سطح مکش
S_{ij} کل مساحت سطح المان (i,j) ام
S_x و S_y بردار سطح المان در جهت‌های x, y
T دمای استاتیک (K)
T_0 دمای سکون (K)
$\vec{T}^{\text{m}}$ خروجی اندازه‌گیری شده
$\vec{T}^{\text{c}}$ خروجی روش در محل اندازه‌گیری
u , v مولفه‌های سرعت (m/s)
ΔV حجم المان
W ماتریس وزنی
x , y مختصات درراستای جریان و عمود برآن
X ماتریس حساسیت

علایم یونانی

ω سطح المان
ν پارامتر تنظیم
Ω ماتریس قطری جهت کاهش انحراف
ρ چگالی (kg/m^3)

9- مراجع

[1] F. Bakhtar, M. Y. Zamri, J. M. Rodrigues-Lelis, A Comparative Study Of Treatment Of 2-D Two-Phase Flows Of Steam By A Runge-Kutta And By Denton's Method, *Journal of Mechanical Engineering Sciences, IMechE* Vol. 221, No. 1, pp. 689-706, 2007.

[2] A. Jameson, Positive Schemes and Shock Modelling for Compressible Flows, *International Journal for Numerical Methods in Fluids,* Vol. 20, No. 8-9, pp. 743-776, 1995.

[3] E. YousefiRad, M. R. Mahpeykar, Using Inverse Methods For The Numerical Integration Of Two-Dimensional, Finite Volume And Finite Difference Between Fixed-Blade Turbine, *Iranian Journal of Mechanical Engineering Transactions of the ISME,* Vol. 12, No. 1, pp. 7-25, 2010. (In Persian)

[4] A. JAMESON, Analysis and design of Numerical Schemes for Gas Dynamics,1: Artificial Diffusion, Upwind Biasing, Limiters and Their Effect on Accuracy and Multigrid Convergence, *International Journal of Computational Fluid Dynamics,* Vol. 4, No. 2, pp. 171-218, 1995.

[5] A. Jameson, Analysis and Design of Numerical Schemes for Gas Dynamics, 2: Artificial Diffusion and Discrete Shock Structure, *International Journal of Computational Fluid Dynamics,* Vol. 5, No. 1-2, pp. 1-38, 1995.

[6] F. Liu, I. Jennions, A. Jameson, Computation Of Turbomachinery Flow By A Convective-Upwind-Split-Pressure (CUSP) Scheme, Aerospace Sciences Meetings in: *36th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit,* American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1998.

[7] K. Mazaheri, M. Darbandi, S. Vakilipour, Extension of an Implicit Upwind Scheme to an Unstructured Grid for Viscous Flow Fields, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 6, No. 1, pp. 1-12, 2014. (In Persian).

[8] A. Teymourtash, M. R. Mahpeykar, A Blade-To-Blade Inviscid Transonic Flow Analysis Of Nucleating Steam In A Turbine Cascade By The Jameson's Time-Marching Scheme Using Body Fitted Grid, *Iranian Journal of Ferdowsi*, Vol. 18, No. 1, pp. 1-20, 2006. (In Persian)

[9] Y. Shen, G. Zha, M. A. Huerta, E-CUSP Scheme For The Equations Of Ideal Magnetohydrodynamics With High Order WENO Scheme, *Journal of Computational Physics,* Vol. 231, No. 19, pp. 6233-6247, 2012.

[10] A. Teymourtash, M. R. Mahpeykar, E. Lakzian, An Investigation Of Condensation Steam Flow In A Turbine Cascade With Injection Of Water Droplets At Inlet, *Iranian Journal of Amirkabir*, Vol. 32, No. 1, pp. 83-71, 2011. (In Persian)

[11] A. Teymourtash, M. R. Mahpeykar, E. Lakzian, Using Baldwin Lomaks Turbulent Model In A Condensing Steam In A Turbine Cascade Blade, *Iranian Journal of Sharif,* Vol. 27, No. 2, pp. 25-36, 2011. (In Persian)

[12] F. Bakhtar, M. Mahpeykar, K. Abbas, An Investigation Of Nucleating Flows Of Steam In A Cascade Of Turbine Blading-Theoretical Treatment, *Journal of fluids engineering,* Vol. 117, No. 1, 1995.

[13] B. Srinivasan, A. Jameson, S. Krishnamoorthy, An Upwinded State Approximate Riemann Solver, *International Journal for Numerical Methods in Fluids,* Vol. 70, No. 5, pp. 578-602, 2012.

[14] M. Pasandideh Fard, M. Salari, m. Mansoor, An Investigation and Comparison of Roe Upwind Methods with CUSP Central Difference Schemes, *In 12th Asian Congress of Fluid Mechanics,* Daejeon, Korea, pp. 18-21, 2008.

[15] A. Shah, L. Yuan, A. Khan, Upwind Compact Finite Difference Scheme For Time-Accurate Solution Of The Incompressible Navier–Stokes Equations, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 215, No. 9, pp. 3201-3213, 2010.

[16] H. W. Engl, M. Hanke, A. Neubauer, *Regularization Of Inverse Problems*: Springer, 1996.

[17] M. N. Ozisik, H. R. Orlande, *Inverse Heat Transfer: Fundamentals And Applications,* Taylor & Francis, 2000.

[18] A. Azizmi, F. Khalili, M. Shabani, Simultaneous Estimation Of Flow Rate And Location Of Leakage In Natural Gas Pipeline Using Levenberg-Marquardt method, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 4, No. 13, pp. 13-24, 2013. (In Persian)

[19] K. Levenberg, A Method for the Solution of Certain Non-linear Problems in Least Squares, *Applied Mathematics and Computation,* Vol. 2, No. 2, pp. 164-168, 1944.

[20] X. Yang, A Higher-Order Levenberg–Marquardt Method For Nonlinear Equations, *Applied Mathematics and Computation,* Vol. 219, No. 22, pp. 10682-10694, 2013.

[21] M. Davies, I. Whitting, A Modified Form Of Levenberg's Correction, *Numerical Methods For Nonlinear Optimization, ed. FA Lootsma,* pp. 191-201, 1972.

[22] Von Karman Institute for Fluid Dynamics, *Transonic Flows In Axial Turbomachinery Part I: Base Pressure Measurments In Transonic Turbine Cascade,* Institut von Kármán de dynamique des fluids, Volume 84 of Lecture series, 1976.