



## ارتعاشات لوله‌های ویسکوالاستیک حامل سیال واقع بر بستر الاستیک وینکلر غیر یکنواخت

موسی رضائی<sup>1\*</sup>، وحید عرب‌ملکی<sup>2</sup>

1- استاده، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز

2- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز

\* تبریز، صندوق پستی 51665-315، m\_rezaee@tabrizu.ac.ir

## چکیده

## اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 28 تیر 1395

پذیرش: 12 شهریور 1395

ارائه در سایت: 06 آذر 1395

کلید واژگان:

لوله ویسکوالاستیک حامل سیال

مدل کلونین - وویت

بستر غیر یکنواخت

مقادیر ویژه مختلط

ناپایداری

در مقاله حاضر با استفاده از روش تحلیلی مشخصه‌های ارتعاشی لوله ویسکوالاستیک حامل سیال واقع بر بستر الاستیک وینکلر غیر یکنواخت مورد مطالعه قرار گرفته است. برای مدل‌سازی رفتار ویسکوالاستیک لوله از مدل کلونین - وویت استفاده شده است. با استفاده از روش گالرکین معادله مشخصه حاکم بر ارتعاشات لوله حامل سیال با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها استخراج شده است. سپس تأثیر سرعت سیال، مشخصه‌های ویسکوالاستیک لوله و مشخصه‌های بستر بر بخش‌های حقیقی و موهومی مقادیر ویژه و همچنین ناپایداری دیورژانس و فلاتر مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که در نظر گرفتن رفتار ویسکوالاستیک در ماده لوله باعث تغییر روند ناپایداری لوله‌های حامل سیال از دیورژانس مود اول، دیورژانس مود دوم و فلاتر مود ترکیبی برای لوله الاستیک به ترتیب به ناپایداری دیورژانس مود اول، فلاتر مود اول و دیورژانس مود دوم برای لوله ویسکوالاستیک می‌گردد. وجود میرایی سازه‌ای باعث می‌شود تا اولاً سرعت ناپایداری دیورژانس در مدهای بالاتر به شدت افزایش یابد و ثانیاً به علت عدم تأثیر یکسان رفتار ویسکوالاستیک بر تمام مدهای ارتعاشی، ناپایداری فلاتر در مدهای ترکیبی ظاهر نشود. همچنین توزیع سفتی بستر تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر سرعت بحرانی دیورژانس اول داشته و بستر غیر یکنواخت می‌تواند باعث افزایش یا کاهش سرعت بحرانی دیورژانس اول نسبت به بستر یکنواخت شود. صحت نتایج ارائه شده با استفاده از نتایج تئوری موجود در تحقیقات پیشین به اثبات رسیده است.

## Vibration analysis of fluid conveying viscoelastic pipes rested on non-uniform Winkler elastic foundation

Mousa Rezaee<sup>\*</sup>, Vahid Arab Maleki

Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

\* P.O.B. 51665-315 Tabriz, Iran, m\_rezaee@tabrizu.ac.ir

## ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 18 July 2016

Accepted 02 September 2016

Available Online 26 November 2016

## Keywords:

Fluid Conveying Viscoelastic Pipes

Kelvin-Voigt Model

Non-Uniform Foundation

Complex Eigenvalue

Instability

## ABSTRACT

This paper investigates the vibration behavior of fluid conveying viscoelastic pipe rested on non-uniform elastic Winkler foundation. The Kelvin-Voigt model is employed to consider the viscoelastic behavior of the pipe. Using the Galerkin's method, the eigenvalue problem for the simply supported fluid conveying viscoelastic pipe is extracted. The effects of the fluid velocity, the viscoelastic constants and the foundation parameters on the complex eigenvalues and the divergence and the flutter instability of the fluid conveying viscoelastic pipe are studied and discussed. It is found that incorporating the viscoelastic behavior to the pipe material alters the trend of the instability of the fluid conveying pipe, i.e., the first and the second modes divergence and the coupled mode flutter for the elastic pipe change to the first mode divergence, the second mode flutter and the second mode divergence for the viscoelastic pipe, respectively. The structural damping causes the velocity of the divergence instability at the higher modes to be increased. Also, because the viscoelasticity of the pipe affects the different vibration modes in a different manner, the pipe does not exhibit a coupled-mode flutter. Moreover, the non-uniformity of the foundation stiffness alters the first divergence velocity. The results are verified through comparing them with those reported in the literature.

## 1- مقدمه

[1]، مبدل‌های حرارتی [23]، رآکتورهای هسته‌ای [45]، ابزارهای میکرو و

نانو [6-11]، ربات‌ها [1213]، و موارد مشابه کاربرد فراوانی دارد.

اهمیت برهم کنش بین سیال و لوله در مبدل‌های حرارتی رآکتورهای هسته‌ای توسط پایدوسیسی [14,15] و در استخراج نفت توسط ویتنی و همکاران [16] مورد بررسی قرار گرفته است. این مسأله باعث شد تا در ادامه محققان زیادی از جنبه‌های مختلف مانند تأثیر شرایط مرزی [17-19]، پروفیل سرعت جریان [2021]، رفتار غیرخطی [22-24]، اثرات جنس لوله

مسأله لوله حامل جریان سیال از حدود سال 9501 به منظور تحلیل ارتعاشات خطوط انتقال نفت به‌طور جدی مورد بررسی قرار گرفته است. علی‌رغم این که این سیستم از لحاظ ساختاری سیستمی ساده است اما از نظر رفتار دینامیکی بسیار پیچیده می‌باشد. وجود پدیده‌های بسیار جالب و متنوع غیرخطی در رفتار دینامیکی این سیستم باعث علاقه‌مندی ریاضیدانان و فیزیکدانان به این مسأله شده است. مدل‌سازی چنین سیستمی در ریزرها

Please cite this article using:

M. Rezaee, V. Arab Maleki, Vibration analysis of fluid conveying viscoelastic pipes rested on non-uniform Winkler elastic foundation, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 12, pp. 87-94, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

لوله‌های ویسکوالاستیک حامل سیال را با استفاده از روش مقیاس‌های چندگانه مورد مطالعه قرار دادند و نواحی پایداری را به ازای پارامترهای مختلف بررسی نمودند. پایدوسیسی و ایسید [43] رفتار دینامیکی لوله‌های حامل سیال را با در نظر گرفتن رفتار ویسکوالاستیک ماده لوله مورد مطالعه عددی قرار دادند. آنها رفتار ویسکوالاستیک را با استفاده از مدل کلونین-وویت مدل نموده و رفتار دینامیکی لوله حاوی سیال با شرایط تکیه‌گاه‌های ساده و گیردار در دو انتها را تحت بررسی قرار دادند. آنها نشان دادند که سیستم‌های کانسرواتو نه تنها دچار ناپایداری دیورژانس می‌شوند بلکه در سرعت‌های بالای سیال سیستم دچار ناپایداری فلاتر نیز می‌شود.

وجود خاصیت ویسکوالاستیک در مواد باعث تغییر قابل ملاحظه‌ای در رفتار دینامیکی سازه‌ها می‌شود. در زمینه مطالعه رفتار ارتعاشی لوله‌های حامل سیال هر چند در مطالعات بسیار محدودی رفتار ویسکوالاستیک مد نظر قرار گرفته است اما تأثیر رفتار ویسکوالاستیک بر مشخصه‌های دینامیکی این سیستم‌ها در هیچ یک از این مطالعات بررسی نشده است. در بسیاری از کاربردهای عملی لوله‌های حامل سیال، لوله بر روی بستر قرار می‌گیرد که عمدتاً دارای سفتی متغیر می‌باشد. بر این اساس در تحقیق حاضر با در نظر گرفتن سفتی متغیر بستر، رفتار ارتعاشی لوله‌های ویسکوالاستیک حامل سیال با ارائه روش نیمه تحلیلی مورد بررسی قرار گرفته و اثر پارامترهای ویسکوالاستیک بر مشخصه‌های ارتعاشی این سیستم‌ها با استفاده از منحنی‌های مناسبی نشان داده شده است.

## 2- استخراج مدل ریاضی

مشخصات هندسی لوله ویسکوالاستیک حامل سیال با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها واقع بر بستر الاستیک غیریکنواخت در شکل 1 نشان داده شده است. مشخصات فیزیکی و هندسی لوله مورد نظر عبارتند از:  $l$  طول لوله،  $EI$  سفتی خمشی لوله،  $m_p$  و  $m_f$  به ترتیب جرم واحد طول لوله و سیال،  $U$  سرعت جریان سیال و  $k(x)$  سفتی متغیر بستر می‌باشد.

فرض می‌شود که ماده مورد استفاده در لوله از نوع ویسکوالاستیک بوده و از مدل کلونین-وویت تبعیت می‌کند. بنابراین، رابطه بین تنش و کرنش را می‌توان به صورت رابطه (1) بیان نمود [44].

$$\sigma = \left( E + E^* \frac{\partial}{\partial t} \right) \varepsilon \quad (1)$$

که در آن  $\sigma$  و  $\varepsilon$  به ترتیب مؤلفه‌های تنش و کرنش هستند و  $E^*$  ضریب اتلاف انرژی داخلی می‌باشد.

با در نظر گرفتن مدل میرایی سازه‌های کلونین-وویت و استفاده از قانون دوم نیوتن، معادله دیفرانسیل حاکم بر ارتعاشات عرضی لوله ویسکوالاستیک واقع بر بستر وینکلر با سفتی متغیر به صورت رابطه (2) به دست می‌آید:

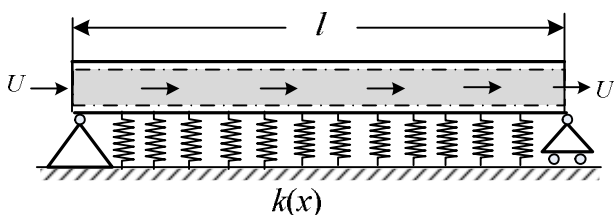


Fig. 1 Simply supported fluid conveying viscoelastic pipe on a non-uniform elastic foundation

شکل 1 لوله ویسکوالاستیک حامل سیال با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها واقع بر بستر الاستیک غیریکنواخت

[26,25]، وجود بستر و ... رفتار این سیستم‌ها را مورد مطالعه قرار دهند. از طرف دیگر، با توجه به کاربرد لوله‌های حاوی سیال در ابعاد میکرو و نانو، محققان متعددی به بررسی رفتار ارتعاشی و پایداری لوله‌های حامل سیال در مقیاس‌های میکرو و نانو پرداخته‌اند که به عنوان نمونه می‌توان به مطالعات انجام شده توسط انصاری و همکاران [27-31] اشاره نمود. تئوری‌ها و مفاهیم اصلی در مورد ناپایداری و رفتار ارتعاشی لوله‌های حامل سیال و در حالت کلی اندرکنش بین سازه و سیال را می‌توان در مطالعات معتبر انجام شده توسط پایدوسیسی [32,33]، مطالعه کرد. پایدوسیسی و لی [34] به بررسی تأثیر شرایط مرزی بر رفتار پایداری و فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای ارتعاشی لوله‌های حامل سیال پرداختند. آنها نشان دادند که رفتار این سیستم‌ها مشابه رفتار دینامیکی سیستم ژيروسکوپیک می‌باشد که مؤلفه شتاب کریولیس از اندرکنش بین سیال با مرز لوله به وجود می‌آید و بر اساس نوع شرایط مرزی، رفتار سیستم متفاوت می‌باشد. شرایط مرزی مقید در دو انتهای لوله باعث می‌شود تا سیستم مشابه یک سیستم ژيروسکوپیک پایستار عمل کند و شرایط مرزی یکسر گیردار باعث ناپایداری سیستم می‌شود. ناپایداری سیستم‌های ناپایستار شبیه لوله‌های یکسر گیردار حامل سیال به صورت ناپایداری دینامیکی در مود اول ارتعاشی یا ناپایداری هوپ<sup>1</sup> می‌باشد که به صورت تئوری و تجربی توسط گرگوری و پایدوسیسی [35,36] مورد مطالعه قرار گرفته است. سینها و همکاران [37] به مطالعه رفتار دینامیکی لوله یکسر گیردار حامل سیال پرداختند و نشان دادند که جرم اضافه شده توسط سیال در محاسبات باید مورد توجه قرار گیرد. تحلیل ارتعاشات عرضی لوله‌های ترک‌دار حامل سیال توسط رضائی و عرب‌ملکی مورد مطالعه قرار گرفته است [38]. آنها با ارائه روش تحلیلی جدیدی به بررسی تأثیر مشخصه‌های ارتعاشی لوله‌های حامل سیال پرداخته‌اند. مرزانی و همکاران [39] با استفاده از روش المان محدود به بررسی تأثیر بستر الاستیک بر رفتار دینامیکی لوله‌های حامل سیال پرداختند. آنها بستر را با استفاده از مدل وینکلر مدل‌سازی نمودند و نشان دادند که با افزایش سفتی بستر وینکلر فرکانس‌های طبیعی و سرعت بحرانی لوله‌های حامل سیال افزایش می‌یابد. ریو و همکاران [40] به بررسی رفتار ارتعاشی و پایداری دینامیکی لوله‌های حامل سیال واقع بر بستر الاستیک پرداخته‌اند. آنها با استفاده از اصل همیلتون معادله دیفرانسیل حاکم را استخراج نموده و با استفاده از روش المان محدود به حل آن پرداختند. با توجه به سادگی مدل‌های بستر وینکلر و پاسترناک معمولاً رفتار دینامیکی لوله‌های حامل سیال با استفاده از این مدل‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد که در آنها سفتی بستر با استفاده از فنر خطی با توزیع یکنواخت در طول لوله مدل می‌شود. در کاربردهای عملی وقتی که لوله بر روی یک محیط مانند خاک قرار دارد عملاً اثر بستر بر کل لوله بصورت یکنواخت نبوده و به منظور در نظر قرار دادن شرایط واقع‌بینانه بایستی این اثر نیز مدنظر قرار داده شود. زائو و همکاران [41] با استفاده از مدل ویسکوالاستیک ماکسول رفتار دینامیکی لوله‌های ویسکوالاستیک حامل سیال با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها را با استفاده از روش عددی مورد بررسی قرار دادند. نتایج تحقیق آنها نشان می‌دهد که کاهش زمان بازیابی باعث کمتر شدن سرعت بحرانی دیورژانس لوله‌های ویسکوالاستیک با مدل ماکسول و تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها می‌شود. همچنین اگر زمان بازیابی بزرگتر از  $10^3$  باشد، رفتار پایداری لوله‌های ویسکوالاستیک مشابه با لوله‌های الاستیک حامل سیال خواهد بود. یانگ و همکاران [42] رفتار ارتعاشی

<sup>1</sup> Hopf instability

$$b_{sr} = \int_0^1 \varphi_s \varphi'_r d\xi, \quad c_{sr} = \int_0^1 \varphi_s \varphi''_r d\xi$$

$$\bar{k}_{sr} = \int_0^1 \varphi_s k(\xi) \varphi_r d\xi \quad (9)$$

با انجام برخی عملیات ریاضی، درایه‌های  $b_{sr}$  و  $c_{sr}$  را می‌توان به صورت روابط (10) بیان نمود:

$$b_{sr} = \begin{cases} \frac{2\lambda_s \lambda_r}{(\lambda_s^2 - \lambda_r^2)} [(-1)^{s+r} - 1], & s \neq r \\ 0, & s = r \end{cases}$$

$$c_{sr} = \begin{cases} 0, & s \neq r \\ -\lambda_s^2, & s = r \end{cases} \quad (10)$$

سفتی متغیر بستر با توجه به مدل ارائه شده توسط هاولر و وتر [45] به صورت رابطه (11) در نظر گرفته می‌شود:

$$K(x) = \frac{EI}{l^4} k_0 \left\{ 4(1-\gamma) \left( \frac{x^2}{l^2} - \frac{x}{l} \right) + 1 \right\} \quad (11)$$

که در آن ضرایب  $k_0$  و  $\gamma$  ثوابت بستر می‌باشند. با در نظر گرفتن متغیرهای بی‌بعد تعریف شده در رابطه (4)، رابطه (11) را می‌توان برحسب متغیرهای بی‌بعد به صورت رابطه (12) نوشت:

$$k(\xi) = k_0 \{ 4(1-\gamma)(\xi^2 - \xi) + 1 \} \quad (12)$$

به منظور بررسی رفتار ارتعاشی و فرکانس‌های طبیعی لوله حامل جریان سیال، فرکانس‌های طبیعی سیستم را می‌توان با استفاده از رابطه (8) تعیین نمود. برای محاسبه فرکانس‌های طبیعی سیستم، پاسخ دستگاه معادلات (8) به صورت  $q = q_0 e^{i\omega\tau}$  در نظر گرفته می‌شود. با جایگذاری پاسخ فرضی اخیر در رابطه (8) معادله (13) به دست می‌آید:

$$I\Omega^2 + [F + 2\beta^{1/2}uB]\Omega + [\Lambda + u^2C + \bar{K}] = 0 \quad (13)$$

برای اینکه دستگاه معادلات جبری همگن فوق دارای جواب‌های غیر بدیهی باشد بایستی دترمینان ماتریس ضرایب در رابطه اخیر برابر صفر شود، از برابر صفر قرار دادن دترمینان ماتریس ضرایب معادله مشخصه حاکم بر رفتار ارتعاشات عرضی سیستم به صورت رابطه (14) به دست می‌آید:

$$\det(I\Omega^2 + [F + 2\beta^{1/2}uB]\Omega + [\Lambda + u^2C + \bar{K}]) = 0 \quad (14)$$

از حل معادله اخیر فرکانس‌های طبیعی سیستم به صورت  $\Omega = \text{Re}(\Omega) + i \text{Im}(\Omega)$  به دست می‌آید که  $\text{Re}$  و  $\text{Im}$  به ترتیب بخش‌های حقیقی و موهومی مقادیر ویژه می‌باشند. اگر  $\text{Re}(\Omega) > 0$  باشد، در آن صورت سیستم ناپایدار خواهد بود. اگر به ازای  $\text{Re}(\Omega) > 0$  بخش موهومی صفر باشد، یعنی  $\text{Im}(\Omega) = 0$ ، ناپایداری از نوع ناپایداری استاتیکی یا دیورژانس خواهد بود و اگر  $\text{Im}(\Omega) \neq 0$  باشد ناپایداری از نوع دینامیکی یا فلاتر خواهد بود.

#### 4- نتایج عددی

در این بخش، بر اساس معادله (14)، رفتار ارتعاشات عرضی لوله ویسکوالاستیک حامل سیال با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها و واقع بر بستر الاستیک غیریکنواخت مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج با استفاده از 10 شکل مود ارتعاشی اول، یعنی  $N = 10$  و به ازای جرم بی‌بعد  $\beta = 0.3$  استخراج شده‌اند که این تعداد جملات مورد استفاده پس از بررسی همگرایی جواب تعیین شده است.

در تحقیق حاضر به منظور صحت‌گذاری و اعتبار سنجی نتایج مدل ارائه شده از نتایج مقاله پایدوسیس و ایسید [43] که مقادیر ویژه لوله ویسکوالاستیک حامل سیال را به ازای  $\varepsilon\alpha = 5 \times 10^{-3}$  و  $\beta = 0.5$  استخراج کرده‌اند، استفاده می‌شود. در جدول 1 مقدار ویژه اول لوله ویسکوالاستیک حامل سیال در غیاب بستر و به ازای سرعت‌های مختلف سیال،  $\beta = 0.5$

$$E^* I \frac{\partial^5 y(x,t)}{\partial x^4 \partial t} + EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + m_f U^2 \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} + 2m_f U \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x \partial t} + (m_f + m_p) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = F_{\text{ext}} \quad (2)$$

که در آن  $y(x,t)$  معرف خیز عرضی لوله و  $F_{\text{ext}}$  برآیند نیروهای خارجی اعمالی بر لوله می‌باشد. با در نظر گرفتن بستر الاستیک غیریکنواخت، نیروی اعمالی بستر به لوله را می‌توان به صورت  $F_{\text{ext}} = k(x)y(x,t)$  بیان کرد. شرایط مرزی تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها عبارتند از:

$$y(0,t) = 0, \quad \frac{\partial^2 y(0,t)}{\partial x^2} = 0$$

$$y(l,t) = 0, \quad \frac{\partial^2 y(l,t)}{\partial x^2} = 0 \quad (3)$$

با تعریف متغیرهای بی‌بعد به صورت روابط (4):

$$w = \frac{y}{l}, \quad \xi = \frac{x}{l}, \quad \beta = \frac{m_f}{m_f + m_p}, \quad u = \sqrt{\frac{m_f}{EI}} Ul$$

$$\tau = \sqrt{\frac{EI}{(m_f + m_p)l^4}} t$$

$$\varepsilon\alpha = \left[ \frac{I}{E(m_f + m_p)} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{E^*}{l^2}, \quad k = \frac{l^4}{EI} K \quad (4)$$

معادله حرکت (1) و شرایط تکیه‌گاهی متناظر (3) را می‌توان برحسب متغیرهای بی‌بعد به صورت روابط (5,6) بیان نمود:

$$\varepsilon\alpha \frac{\partial^5 w}{\partial \xi^4 \partial \tau} + \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4} + u^2 \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + 2u\sqrt{\beta} \frac{\partial w}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} + k(\xi)w = 0 \quad (5)$$

$$w(0,\tau) = 0, \quad \frac{\partial^2 w(0,\tau)}{\partial \xi^2} = 0, \quad w(1,\tau) = 0, \quad \frac{\partial^2 w(1,\tau)}{\partial \xi^2} = 0, \quad (6)$$

پارامتر بی‌بعد  $\varepsilon$  به منظور نشان دادن این حقیقت که ضریب میرایی سازه‌ای یک کمیت بسیار کوچک است مورد استفاده قرار گرفته است.

#### 3- حل معادله حاکم بر سیستم

به منظور حل معادله حرکت حاکم بر ارتعاشات عرضی سیستم از روش گالرکین استفاده می‌شود. با توجه به اینکه لوله با شرایط مرزی تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها مورد نظر است، بنابراین توابع مقایسه‌ای مورد استفاده در روش گالرکین، شکل مودهای ارتعاشی نرمالیزه لوله در غیاب جریان سیال به صورت  $\varphi_r(\xi) = \sqrt{2} \sin(r\pi\xi)$  می‌شود. با در نظر گرفتن رفتار خطی سیستم و استفاده از اصل برهم‌نهی، پاسخ تقریبی معادله حرکت را می‌توان به صورت رابطه (7) نوشت:

$$w(\xi,\tau) = \sum_{r=1}^N \varphi_r(\xi) q_r(\tau) = \Phi^T q \quad (7)$$

که در آن  $q_r(\tau)$  مختصه‌های تعمیم یافته می‌باشد. با توجه به اینکه توابع مقایسه‌ای مورد استفاده دارای خاصیت تعامد هستند، بنابراین با جایگذاری رابطه (7) در معادله حرکت (5) و ضرب رابطه به دست آمده در عبارت  $\varphi_s(\xi)$  و انتگرال‌گیری در بازه 0 تا 1، فرم ماتریسی معادلات به دست آمده برای  $N$  مجهول  $q_r(\tau)$ ،  $r = 1, 2, \dots, N$  خواهد بود:

$$\dot{q} + [F + 2\beta^{1/2}uB]q + [\Lambda + u^2C + \bar{K}]q = 0 \quad (8)$$

در رابطه (8)،  $q$  بردار مجهولات  $\{q_1, q_2, \dots, q_N\}^T$ ،  $\Lambda$  ماتریس قطری با اعضای  $\lambda_i^4$  که  $\lambda_i$  مقادیر ویژه لوله در غیاب جریان سیال می‌باشد،  $F$  ماتریس قطری با مؤلفه‌های  $\varepsilon\alpha\lambda_i^4$ ،  $B$ ،  $C$  و  $\bar{K}$  ماتریس‌ها با درایه‌های به ترتیب  $b_{sr}$ ،  $c_{sr}$  و  $\bar{k}_{sr}$  می‌باشند که از روابط (9) به دست می‌آیند:

جدول 1 مقایسه مقدار ویژه اول لوله ویسکوالاستیک حامل سیال با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها به ازای  $\varepsilon\alpha = 5 \times 10^{-3}$  و  $\beta = 0.5$  با نتایج مرجع [43]

Table 1 The first eigenvalue of simply supported fluid conveying viscoelastic pipe for  $\varepsilon\alpha = 5 \times 10^{-3}$  and  $\beta = 0.5$

$u$	0	2	$\pi$	3.25	4	5.5	6
Present work	0.178+9.868i	0.181+7.451i	0.232+0.191i	$\pm 2.636$	$\pm 7.132$	$\pm 0.1271$	$\pm 8.103$
Païdoussis and Issid [43]	0.165+9.908i	0.165+7.439i	0.247+0.164i	$\pm 2.649$	$\pm 7.010$	$\pm 9.980$	$\pm 7.917$

تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها به ازای  $0 < u < \pi$  مقادیر ویژه موهومی هستند و به علت صفر بودن بخش حقیقی که نشان دهنده میرایی سیستم است، پاسخ سیستم به صورت نوسانی نامیرا خواهد بود. با افزایش سرعت سیال فرکانس‌های طبیعی سیستم کاهش می‌یابد تا در  $u_1^{cf} = \pi$  بخش موهومی مقدار ویژه اول (فرکانس طبیعی اول) برابر صفر می‌شود. با توجه به اینکه در این حالت بخش حقیقی مقدار ویژه اول مثبت می‌باشد، بنابراین دامنه سیستم با گذشت زمان بیشتر شده و سیستم ناپایدار می‌شود که معرف ناپایداری دیورژانس مود اول می‌باشد. با افزایش بیشتر سرعت سیال به ازای  $u_2^{cf} = 2\pi$  فرکانس طبیعی دوم نیز صفر می‌شود و ناپایداری دیورژانس مود دوم اتفاق می‌افتد. با افزایش جزئی سرعت سیال، رفتار دوشاخگی در مقادیر ویژه سیستم ایجاد می‌شود و مقادیر ویژه اول و دوم سیستم یکسان می‌شوند. با توجه به اینکه در چنین حالی مقادیر ویژه دارای بخش حقیقی مثبت می‌باشند ( $\text{Re}(\Omega) > 0$ ) بنابراین سیستم ناپایدار خواهد بود. مفهوم چنین ناپایداری را اولین بار پایدوسیس [32] ارائه نمود که این حالت نشان دهنده ناپایداری دینامیکی مود ترکیبی<sup>2</sup> است.

در شکل‌های 4 و 5 مقادیر ویژه لوله ویسکوالاستیک حامل سیال با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها به ترتیب به ازای مقادیر  $\varepsilon\alpha = 1 \times 10^{-3}$  و  $\varepsilon\alpha = 1 \times 10^{-5}$  نشان داده شده است. با استفاده از این شکل‌ها می‌توان تأثیر ضریب میرایی سازه‌ای بر فرکانس‌های طبیعی لوله ویسکوالاستیک حامل سیال را مطالعه کرد. نتایج نشان می‌دهد که رفتار ویسکوالاستیک ماده تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر مشخصه‌های ارتعاشی لوله حامل سیال بخصوص در سرعت‌های بالاتر جریان سیال دارد. با توجه به شکل 4 مشاهده می‌شود که به ازای پارامتر  $\varepsilon\alpha = 1 \times 10^{-3}$  در سرعت سیال صفر مقادیر ویژه بر خلاف حالت بدون میرایی سازه‌ای (شکل 3) دارای بخش حقیقی هستند و سه فرکانس طبیعی اول به ترتیب برابر  $\Omega_1 = -0.244 + 9.876i$ ،  $\Omega_2 = -0.3.896 + 39.286i$  و  $\Omega_3 = -19.725 + 86.609i$  بدست می‌آیند. نتایج نشان می‌دهد که وجود میرایی باعث کاهش بخش موهومی و افزایش بخش حقیقی مقادیر ویژه می‌شود و در نتیجه فرکانس‌های طبیعی کاهش و میرایی سیستم افزایش می‌یابد که این تأثیر برای شکل مودهای بالاتر بسیار بیشتر بوده و بنابراین اثر مودهای بالاتر به سرعت از پاسخ کل سیستم حذف می‌شود. در حقیقت برای لوله‌های حامل سیال ویسکوالاستیک با مدل میرایی کلین-وویت، وجود میرایی باعث کاهش فرکانس‌های طبیعی و افزایش میرایی سیستم می‌شود. یکی دیگر از تأثیراتی که در نظر گرفتن رفتار ویسکوالاستیک برای لوله‌های حامل سیال دارد این است که وجود میرایی سازه‌ای باعث می‌شود تا اولاً سرعت ناپایداری دیورژانس در مودهای بالاتر به شدت افزایش یابد و ثانیاً به علت عدم تأثیر یکسان رفتار ویسکوالاستیک بر تمام مودهای ارتعاشی، رفتار مودهای ترکیبی ظاهر نمی‌شود. با توجه به شکل 3 مشاهده می‌شود که به ازای  $9.27 < u < 6.27$  هر چند مقادیر ویژه اول و دوم دارای بخش موهومی یکسان می‌باشند، اما به علت متفاوت بودن بخش‌های حقیقی مقادیر ویژه،

$\varepsilon\alpha = 5 \times 10^{-3}$  با نتایج مرجع [43] مورد مقایسه قرار گرفته است. همان‌طور که مشاهده می‌شود نتایج روش ارائه شده تطابق بسیار خوبی با نتایج مرجع مزبور دارد.

به منظور بررسی اثر میرایی سازه‌ای ابتدا حالت استاتیکی جریان، یعنی  $u = 0$  مد نظر قرار می‌گیرد. اگر در این حالت از اثرات میرایی سازه‌ای صرف‌نظر شود در این صورت مقادیر ویژه فقط دارای بخش موهومی خواهند بود که نشان دهنده فرکانس‌های طبیعی سیستم می‌باشند. با افزایش میرایی سازه‌ای مقادیر ویژه به صورت مختلط ظاهر خواهند شد که بخش حقیقی و موهومی به ترتیب نشان دهنده میرایی و فرکانس طبیعی سیستم خواهد بود. در جدول 2 چهار مقدار ویژه اول لوله به ازای مقادیر مختلف پارامتر  $\varepsilon\alpha$  و در غیاب بستر و جریان سیال نشان داده شده است. همان‌طور که نتایج نشان می‌دهد افزایش ضریب میرایی سازه‌ای باعث ایجاد بخش حقیقی در مقادیر ویژه می‌شود که معرف میرایی سیستم است. وجود میرایی سازه‌ای تأثیر بسیار کمی بر فرکانس‌های طبیعی اول و دوم دارد ولی تأثیر آن بر فرکانس‌های طبیعی بالاتر بسیار قابل ملاحظه می‌باشد و با افزایش پارامتر  $\varepsilon\alpha$  میرایی سیستم افزایش و فرکانس نوسانات کاهش می‌یابد، طوری که به ازای پارامتر  $\varepsilon\alpha = 12.66 \times 10^{-3}$ ، چهارمین فرکانس طبیعی برابر صفر می‌شود. هر چند در این حالت بخش موهومی مقدار ویژه همانند حالت ناپایداری دیورژانس برابر صفر می‌شود ولی با توجه به اینکه بخش حقیقی مقدار ویژه منفی است، بنابراین سیستم پایدار خواهد بود و صفر بودن بخش موهومی مقادیر ویژه لزوماً باعث ناپایداری سیستم نمی‌شود.

یکی از منحنی‌های متداول به منظور بررسی پایداری لوله‌های حامل سیال منحنی ارگونود<sup>1</sup> می‌باشد. در این منحنی بخش‌های حقیقی و موهومی فرکانس طبیعی به صورت پارامتری و به ازای مقادیر مختلف سرعت جریان سیال رسم می‌شود. با توجه به مقادیر ویژه هنگامی که بخش حقیقی مقادیر ویژه مثبت باشد سیستم ناپایدار خواهد بود. در شکل 2 منحنی ارگونود اولین فرکانس طبیعی برای لوله ویسکوالاستیک با شرایط تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها، در غیاب بستر و به ازای  $\varepsilon\alpha = 1 \times 10^{-3}$  به ازای مقادیر مختلف سرعت جریان سیال نشان داده شده است. با توجه به شکل مشخص است که ناپایداری دیورژانس (استاتیکی) به ازای سرعت  $u^{cf} = \pi$  اتفاق می‌افتد که این مقدار دقیقاً برابر با مقدار ارائه شده در تحقیقات مشابه برای لوله حامل سیال با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها می‌باشد [33]. با افزایش بیشتر سرعت سیال، بخش حقیقی مقدار ویژه اول که مثبت است، بزرگتر شده و در نتیجه با گذشت زمان دامنه سیستم با سرعت بیشتری افزایش پیدا می‌کند.

در شکل 3 تغییرات بخش‌های حقیقی و موهومی مقادیر ویژه لوله حامل سیال با شرایط تکیه‌گاهی دو سرگیردار به ازای ضریب میرایی سازه‌ای صفر ( $\varepsilon\alpha = 0$ ) بر حسب سرعت سیال رسم شده است. با مقایسه این نمودار با منحنی ارائه شده توسط پایدوسیس [43] مشاهده می‌شود که نتایج روش ارائه شده برای لوله‌های حامل سیال بدون در نظر گرفتن مدل میرایی سازه‌ای تطابق بسیار خوبی با نتایج مرجع مزبور دارد. برای لوله حامل سیال با

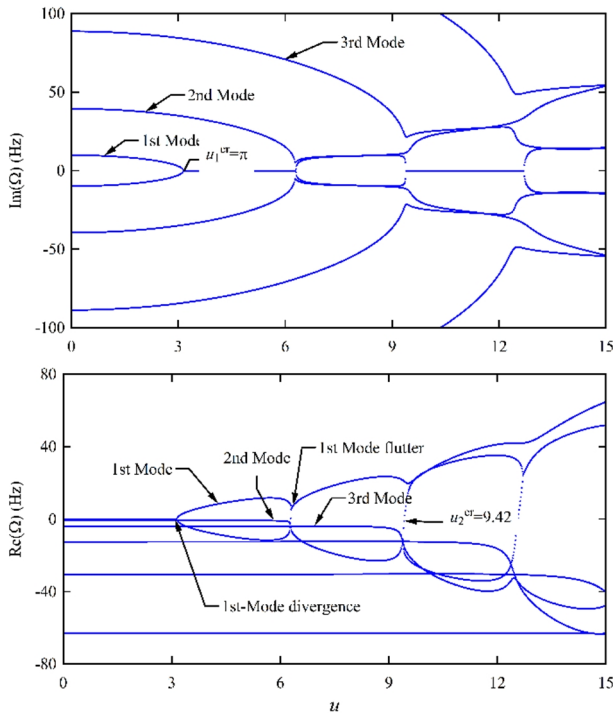
<sup>2</sup> Coupled-mode flutter

<sup>1</sup> Argand diagram

جدول 2 فرکانس‌های طبیعی مختلط لوله ویسکوالاستیک با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها در غیاب جریان سیال به ازای مقادیر مختلف پارامتری بی‌بعد میرایی سازه‌ای

**Table 2** Complex natural frequencies of simply supported fluid conveying viscoelastic pipe for different values of viscoelastic coefficients in absence of the fluid flow

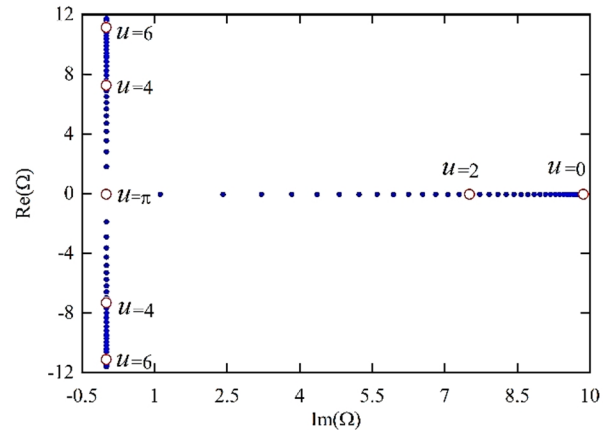
$\varepsilon\alpha \times 10^3$	$\Omega_1$	$\Omega_2$	$\Omega_3$	$\Omega_4$
0	9.8696i	39.478i	88.826i	157.913i
1	-0.048+9.869i	-0.779+39.470	-3.945+88.738i	-12.468+157.421i
5	-0.243+9.866i	-3.896+39.285i	-19.725+86.608i	-62.341+145.089i
10	-0.487+9.857i	-7.793+38.701i	-39.450+79.585i	-124.683+96.906i
12.66	-0.617+9.850i	-9.867+38.225i	-49.952+73.450i	-157.874+0i



**Fig. 4** The real and imaginary parts of the dimensionless frequency,  $\Omega$ , as a function of the dimensionless fluid velocity for the simply supported fluid conveying viscoelastic pipe for  $\varepsilon\alpha = 1 \times 10^{-3}$

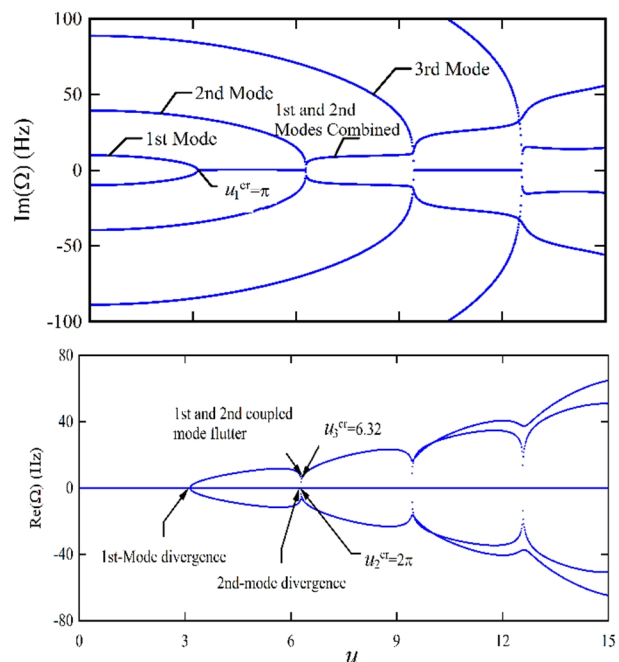
شکل 4 بخش‌های حقیقی و موهومی فرکانس‌های طبیعی بی‌بعد،  $\Omega$ ، بر حسب سرعت جریان سیال برای لوله حامل سیال با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها به ازای  $\varepsilon\alpha = 1 \times 10^{-3}$

بدون در نظر گرفتن رفتار ویسکوالاستیک، ناپایداری سیستم به ترتیب از نوع دیورژانس مود اول، دیورژانس مود دوم و فلاتر مود ترکیبی می‌باشد، در حالی که رفتار ویسکوالاستیک باعث می‌شود که ناپایداری به ترتیب از نوع دیورژانس مود اول، فلاتر مود اول و دیورژانس مود دوم اتفاق می‌افتد. به ازای مقادیر بزرگتر پارامتری بی‌بعد  $\varepsilon\alpha$  این رفتار به خوبی قابل مشاهده است. با افزایش سرعت سیال فرکانس‌های طبیعی کاهش می‌یابند تا به ازای  $u = 9.39$  فرکانس طبیعی دوم ( $\text{Im}(\Omega_2) = 0$ ) صفر می‌شود، با توجه به این که در این حالت بخش حقیقی مقدار ویژه دوم منفی می‌باشد ( $\text{Re}(\Omega_2) = -11.32$ ) بنابراین سیستم در این حالت در مود دوم پایدار خواهد بود. افزایش جزئی در سرعت سیال به ازای  $u_2^{\text{cr}} = 9.42$  باعث می‌شود تا مقدار ویژه دوم دارای بخش حقیقی مثبت شده و در نتیجه با گذشت زمان دامنه پاسخ سیستم افزایش و سیستم ناپایدار شود. با توجه به اینکه در این حالت  $\text{Re}(\Omega_2) = 0$  می‌باشد، بنابراین ناپایداری از نوع دیورژانس خواهد بود. با توجه به این نتایج مشاهده می‌شود که سرعت دیورژانس مود دوم از  $u_2^{\text{cr}} = 2\pi$  در حالت بدون رفتار ویسکوالاستیک به مقدار  $u_2^{\text{cr}} = 9.42$  با مدنظر قرار دادن



**Fig. 2** First non-dimensional complex frequency of the simply supported fluid conveying viscoelastic pipe for  $\varepsilon\alpha = 1 \times 10^{-3}$

شکل 2 فرکانس طبیعی اول بی‌بعد لوله ویسکوالاستیک حامل سیال با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها به ازای مقادیر مختلف سرعت سیال و  $\varepsilon\alpha = 1 \times 10^{-3}$



**Fig. 3** The real and imaginary parts of the dimensionless frequency,  $\Omega$ , as a function of the dimensionless fluid velocity for the simply supported fluid conveying viscoelastic pipe for  $\varepsilon\alpha = 0$

شکل 3 بخش‌های حقیقی و موهومی فرکانس‌های طبیعی بی‌بعد،  $\Omega$ ، بر حسب سرعت جریان سیال برای لوله حامل سیال با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها به ازای  $\varepsilon\alpha = 0$

این دو مقدار ویژه متمایز از هم بوده و شکل مود ترکیبی در رفتار سیستم مشاهده نخواهد شد. همان‌طور که در شکل 2 هم مشاهده می‌شود معمولاً

متغیر برحسب مختصه  $x$  خواهد بود. به ازای  $0 < \gamma < 1$  بستر دارای سفتی متغیر در طول لوله به صورت تابع درجه دوم می‌باشد که در دو انتهای لوله دارای حداکثر مقدار خود می‌باشد. در مقابل، به ازای  $1 < \gamma < 2$  حداکثر مقدار سفتی بستر در نواحی مرکزی لوله می‌باشد. در شکل 6 منحنی تغییرات سفتی بستر در طول لوله به ازای مقادیر مختلف پارامتر  $\gamma$  نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود توزیع سفتی بستر نسبت به موقعیت میانی تیر ( $\xi = 1/2$ ) متقارن می‌باشد.

در شکل 7 منحنی تغییرات فرکانسی لوله حامل سیال واقع بر بستر الاستیک غیریکنواخت به ازای مقادیر مختلف  $\gamma$  و بر حسب سرعت سیال رسم شده است. با توجه به نتایج مشاهده می‌شود که توزیع غیریکنواخت بستر اثر قابل ملاحظه‌ای بر مود اول ارتعاشی لوله‌های حامل سیال دارد و از تأثیر آن بر شکل موده‌های بالاتر می‌توان صرف‌نظر نمود. همان‌طور که در شکل 8 نشان داده شده است بسته به نحوه توزیع سفتی بستر، سرعت بحرانی سیستم می‌تواند نسبت به بستر وینکلر کاهش یا افزایش یابد. توزیع غیریکنواخت سفتی متقارن که حداکثر مقدار خود را در ناحیه میانی لوله دارد یعنی  $\gamma = 2$ ، با افزایش سفتی معادل سیستم نسبت به بستر وینکلر ( $\gamma = 1$ ) سرعت دیورژانس اول از  $u_1^{cr} = \pi$  به  $u_1^{cr} = 3.6$  افزایش می‌یابد و در حالی که  $\gamma = 0$  است یعنی حداقل مقدار سفتی بستر در ناحیه میانی لوله قرار دارد با کاهش سفتی معادل سیستم نسبت به بستر وینکلر سرعت دیورژانس اول از  $u_1^{cr} = 3.87$  به  $u_1^{cr} = 3.25$  کاهش می‌یابد. بر این اساس

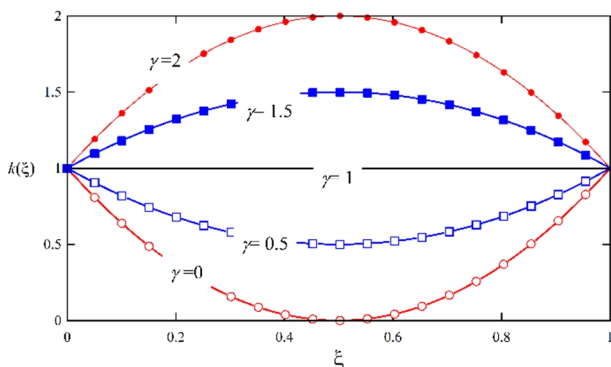


Fig. 6 The non-dimensional stiffness of a non-uniform elastic foundation for different values of  $\gamma$

شکل 6 سفتی بی‌بعد بستر الاستیک غیریکنواخت به ازای مقادیر مختلف پارامتر  $\gamma$

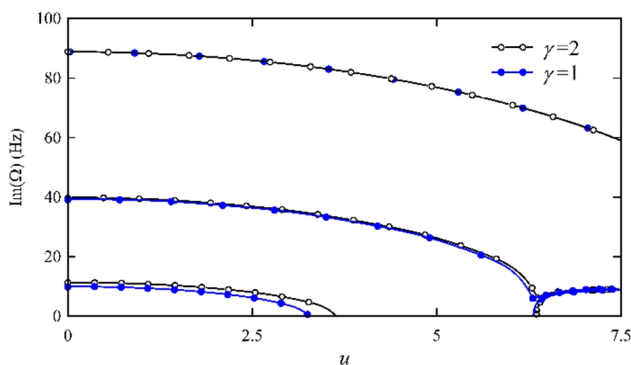


Fig. 7 The effect of  $\gamma$  on the imaginary parts of eigenvalues of the simply supported fluid conveying viscoelastic pipe

شکل 7 تأثیر پارامتر  $\gamma$  بر بخش موهومی مقادیر ویژه لوله ویسکوالاستیک حامل سیال با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها

رفتار ویسکوالاستیک افزایش یابد. به طور خلاصه می‌توان بیان نمود که تأثیر رفتار ویسکوالاستیک بر سرعت ناپایداری دیورژانس اول بسیار ناچیز بوده ولی با افزایش سرعت سیال در موده‌های بالاتر تأثیر قابل ملاحظه‌ای داشته و رفتار کلی سیستم را تحت تأثیر قرار می‌دهد.

در شکل 5 بخش‌های حقیقی و موهومی فرکانس‌های طبیعی بی‌بعد،  $\Omega$ ، بر حسب سرعت سیال برای لوله حامل سیال با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها به ازای پارامتر بی‌بعد میرایی سازه‌ای  $\varepsilon\alpha = 5 \times 10^{-3}$  ارائه شده است. مقایسه نتایج نشان می‌دهد که افزایش پارامتر  $\varepsilon\alpha$  هر چند باعث کاهش فرکانس‌های طبیعی و افزایش میرایی سیستم می‌شود ولی تأثیر آن بر سرعت‌های بحرانی سیستم یعنی سرعت دیورژانس اول، سرعت فلاتر در مود اول و سرعت دیورژانس مود دوم بسیار ناچیز و قابل صرف‌نظر کردن می‌باشد. از آنجایی که مدل ویسکوالاستیک بر موده‌های بالاتر تأثیر بیشتری نسبت به موده‌های پایین‌تر دارد بنابراین مقادیر بزرگتر پارامتر بی‌بعد  $\varepsilon\alpha$  باعث می‌شود که فرکانس‌های طبیعی بالاتر در سرعت‌های سیال بالاتر به سرعت کاهش یابد، همچنین از شکل 5 مشاهده می‌شود در  $u = 9.21$  فرکانس طبیعی چهارم به صفر می‌رسد، از آنجایی که در این سرعت مقدار ویژه چهارم دارای بخش حقیقی منفی می‌باشد ( $\text{Re}(\Omega_2) = -62.73$ ) بنابراین سیستم در مود چهارم پایدار می‌باشد.

در ادامه به بررسی تأثیر بستر غیریکنواخت بر رفتار ارتعاشی لوله حامل سیال پرداخته می‌شود. با استفاده از مدل ارائه شده در مرجع [38] بستر به صورت رابطه (11) مدل‌سازی شده که در آن  $k_0$  و  $\gamma$  ثوابت مدل هستند. پارامتر  $0 \leq \gamma \leq 2$  ضریب بستر است. اگر  $\gamma = 1$  باشد در این صورت مدل ارائه شده متناظر با مدل بستر وینکلر بوده و لوله بر روی بستر یکنواخت با سفتی  $k_0$  واقع می‌باشد، در صورتی که به ازای  $\gamma \neq 1$  بستر دارای سفتی

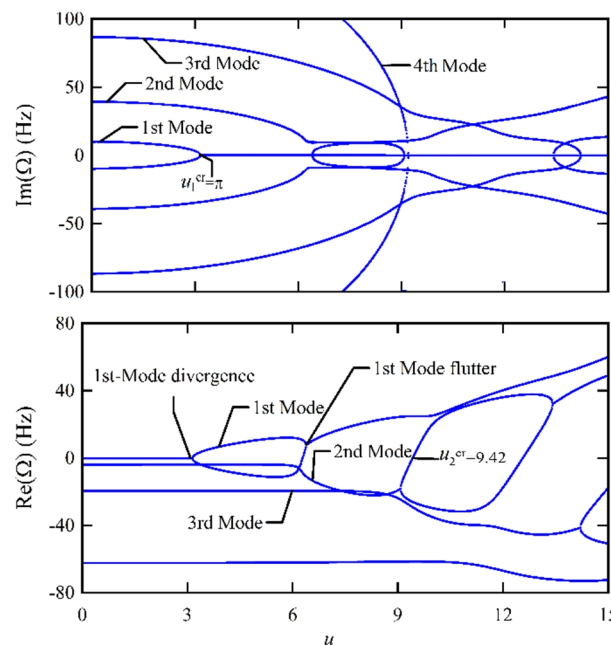


Fig. 5 The real and imaginary parts of the dimensionless frequency,  $\Omega$ , as a function of the dimensionless fluid velocity for the simply supported fluid conveying viscoelastic pipe for  $\varepsilon\alpha = 5 \times 10^{-3}$

شکل 5 بخش‌های حقیقی و موهومی فرکانس‌های طبیعی بی‌بعد،  $\Omega$ ، بر حسب سرعت جریان سیال برای لوله حامل سیال با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها به ازای  $\varepsilon\alpha = 5 \times 10^{-3}$

- [2] S. Tian, M. Barigou, An improved vibration technique for enhancing temperature uniformity and heat transfer in viscous fluid flow, *Chemical Engineering Science*, Vol. 123, No. 2, pp.609-619, 2015.
- [3] D. Weaver, S. Ziada, M. Au-Yang, S. Chen, M. Paidoussis, M. Pettigrew, Flow-induced vibrations in power and process plant components - progress and prospects, *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 122, No. 3, pp. 339-348, 2000.
- [4] S. Miwa, M. Mori, T. Hibiki, Two-phase flow induced vibration in piping systems, *Progress in Nuclear Energy*, Vol. 78, No. 23, pp.270-284, 2015
- [5] De. Pauw, B. Weijtjens, W. Vanlanduit, S. Van Tichelen, K. F. Berghmans, Operational modal analysis of flow-induced vibration of nuclear fuel rods in a turbulent axial flow, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 284, pp.19-26, 2015.
- [6] B. Abbasnejad, R. Shabani, G. Rezazadeh, Stability analysis of a piezoelectrically actuated micro-pipe conveying fluid, *Microfluidics and Nanofluidics*, Vol. 19, No. 3, pp. 1-8, 2015.
- [7] S. Kural, E. Özkaya, Size-dependent vibrations of a micro beam conveying fluid and resting on an elastic foundation, *Journal of Vibration and Control*, Vol. 21, No. 3, pp. 1-9, 2015.
- [8] B. Wang, Z. Deng, H. Ouyang, X. Xu, Free vibration of wavy single-walled fluid-conveying carbon nanotubes in multi-physics fields, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 39, No. 22, pp. 6780-6792, 2015.
- [9] M. Rezaee, V. A. Maleki, An analytical solution for vibration analysis of carbon nanotube conveying viscose fluid embedded in visco-elastic medium, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 229, No. 4, pp. 644-650, 2014.
- [10] E. Ghavanloo, F. Daneshmand, M. Rafiei, Vibration and instability analysis of carbon nanotubes conveying fluid and resting on a linear viscoelastic Winkler foundation, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Vol. 42, No. 9, pp. 2218-2224, 2010.
- [11] E. Ghavanloo, M. Rafiei, F. Daneshmand, In-plane vibration analysis of curved carbon nanotubes conveying fluid embedded in viscoelastic medium, *Physics Letters A*, Vol. 375, No. 19, pp. 1994-1999, 2011.
- [12] Y. Huo, Z. Wang, Dynamic analysis of a vertically deploying/retracting cantilevered pipe conveying fluid, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 360, No. 1, pp. 224-238, 2016.
- [13] S. Khajehpour, V. Azadi, Vibration suppression of a rotating flexible cantilever pipe conveying fluid using piezoelectric layers, *Latin American Journal of Solids and Structures*, Vol. 12, No. 6, pp. 1042-1060, 2015.
- [14] M. Paidoussis, Flow-induced vibrations in nuclear reactors and heat exchangers, *Practical Experiences with Flow-Induced Vibrations*, Vol. 12, No. 1, pp. 1-81, 1979.
- [15] M. Paidoussis, Flow-induced vibrations in nuclear reactors and heat exchangers: practical experiences and state of knowledge, *Practical Experiences with Flow-Induced Vibrations*, Vol. 829, No. 5, pp. 832-851, 1980.
- [16] A. Whitney, J. Chung, B. Yu, Vibrations of long marine pipes due to vortex shedding, *Journal of Energy Resources Technology*, Vol. 103, No. 3, pp. 231-236, 1981.
- [17] M. H. Demir, A. Yesildirek, F. Yigit, Control of a cantilever pipe conveying fluid using neural network, *In Modeling, Simulation, and Applied Optimization (ICMSAO), 2015 6th International Conference*, pp. 1-6, 2015.
- [18] M. Kheiri, M. Paidoussis, G. C. Del Pozo, M. Amabili, Dynamics of a pipe conveying fluid flexibly restrained at the ends, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 49, No. 1, pp. 360-385, 2014.
- [19] J. Gu, C. An, M. Duan, C. Levi, J. Su, Integral transform solutions of dynamic response of a clamped-clamped pipe conveying fluid, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 254, No. 2, pp. 237-245, 2013.
- [20] J. Kutin, I. Bajsić, Fluid-dynamic loading of pipes conveying fluid with a laminar mean-flow velocity profile, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 50, No. 4, pp. 171-183, 2014.
- [21] C. Q. Guo, C. H. Zhang, M. P. Paidoussis, Modification of equation of motion of fluid-conveying pipe for laminar and turbulent flow profiles, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 26, No. 5, pp. 793-803, 2010.

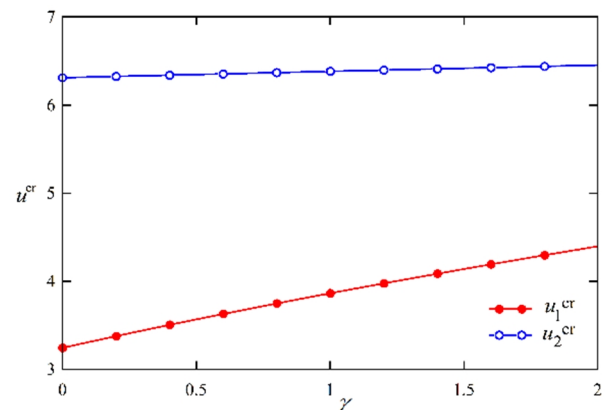


Fig. 8 The effect of  $\gamma$  on the first and second critical divergence velocity of the simply supported fluid conveying viscoelastic pipe

شکل 8 تأثیر پارامتر  $\gamma$  بر سرعت بحرانی دیورژانس اول و دوم لوله ویسکوالاستیک حامل سیال با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها

می‌توان نتیجه گرفت که فرکانس‌های طبیعی و سرعت بحرانی لوله‌های حامل سیال واقع بر بستر به میزان سفتی و نحوه توزیع سفتی بستر بستگی دارد و در حالت کلی وجود بستر باعث افزایش فرکانس‌های طبیعی و سرعت بحرانی سیستم می‌شود.

## 5- نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر رفتار ارتعاشی لوله‌های ویسکوالاستیک حامل سیال واقع بر بستر الاستیک غیریکنواخت مورد بررسی قرار گرفته است. معادله مشخصه حاکم بر سیستم با استفاده از روش گالرکین و با در نظر گرفتن شکل موده‌های ارتعاشی لوله در غیاب جریان سیال به عنوان توابع مقایسه‌ای استخراج شده و اثر پارامترهای مختلف بر رفتار ارتعاشی و پایداری لوله‌های حامل سیال مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان می‌دهد که رفتار ویسکوالاستیک ماده تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر مشخصه‌های ارتعاشی لوله و پایداری آن دارد. بدون در نظر گرفتن رفتار ویسکوالاستیک ناپایداری لوله‌های حامل سیال به ترتیب به صورت دیورژانس اول، دیورژانس دوم و فلاتر مود ترکیبی می‌باشد، در حالی که خاصیت ویسکوالاستیک باعث می‌شود که ناپایداری به ترتیب به صورت دیورژانس مود اول، فلاتر مود اول و دیورژانس مود دوم اتفاق افتد. علاوه بر این، ضریب میرایی سازه‌ای باعث افزایش میرایی سیستم و کاهش فرکانس‌های طبیعی می‌شود و اثر آن بر موده‌های ارتعاشی بالاتر بسیار بیشتر می‌باشد. با توجه به اینکه رفتار ویسکوالاستیک باعث افزایش میرایی سیستم می‌شود بنابراین در نواحی پایدار، دامنه ارتعاشات سریع‌تر میرا شده و عملکرد سیستم بهبود می‌یابد. همچنین، نحوه توزیع سفتی بستر غیریکنواخت در مقایسه با مدل بستر وینکلر می‌تواند باعث افزایش یا کاهش سرعت بحرانی شود. سفتی بستر در حالت توزیع غیریکنواخت که حداکثر مقدار خود را در ناحیه میانی لوله دارد باعث افزایش سرعت دیورژانس اول می‌شود و توزیع غیریکنواخت سفتی متقارن که حداقل مقدار خود را در ناحیه میانی لوله دارد سرعت دیورژانس اول را کاهش می‌دهد.

## 6- مراجع

- [1] M. Nojournian, M. J. Shirazi, H. Salarieh, Boundary control of a marine riser pipe conveying fluid, *ASME 2014 International Mechanical Engineering Congress and Exposition American Society of Mechanical Engineers*, pp. 13-22, 2014.

- [33] M. P. Paidoussis, Fluid-Structure Interactions Slender Structures and Axial Flow Vol 1, Second Edition, pp. 120-189, England, Oxford Academic Press, 2014.
- [34] M. P. Paidoussis, G. X. Li, Pipes Conveying Fluid: A Model Dynamical Problem, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 7, No. 2, pp. 137-204, 1993.
- [35] R. Gregory, M. Paidoussis, Unstable oscillation of tubular cantilevers conveying fluid. I. Theory, *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, London, England, August 23-25, 1966.
- [36] R. Gregory, M. Paidoussis, Unstable oscillation of tubular cantilevers conveying fluid. II. Experiments, *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, London, England, August 23-25, 1966.
- [37] J. K. Sinha, S. Singh, A. Rama Rao, Finite element simulation of dynamic behaviour of open-ended cantilever pipe conveying fluid, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 240, No. 1, pp. 189-194, 2001.
- [38] M. Rezaee, V. Arab Maleki, Vibration analysis of a cracked pipe conveying fluid, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 12, No. 1, pp. 66-76, 2012. (in Persian)
- [39] A. Marzani, M. Mazzotti, E. Viola, P. Vittori, I. Elishakoff, FEM formulation for dynamic instability of fluid-conveying pipe on nonuniform elastic foundation, *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, Vol. 40, No. 1, pp. 83-95, 2012.
- [40] S.-U. Ryu, Y. Sugiyama, B.-J. Ryu, Eigenvalue branches and modes for flutter of cantilevered pipes conveying fluid, *Computers & structures*, Vol. 80, No. 14, pp. 1231-1241, 2002.
- [41] F.-q. Zhao, Z.-m. Wang, Z.-y. Feng, H.-z. Liu, Stability analysis of Maxwell viscoelastic pipes conveying fluid with both ends simply supported, *Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 22, No. 12, pp. 1436-1445, 2001.
- [42] X. Yang, T. Yang, J. Jin, Dynamic stability of a beam-model viscoelastic pipe for conveying pulsative fluid, *Acta Mechanica Sinica*, Vol. 20, No. 4, pp. 350-356, 2007.
- [43] M. P. Paidoussis, N. T. Issid, Dynamic stability of pipes conveying fluid, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 33, No. 3, pp. 267-294, 1974.
- [44] L. B. Eldred, W. P. Baker, A. N. Palazotto, Kelvin-Voigt versus fractional derivative model as constitutive relations for viscoelastic materials, *AIAA journal*, Vol. 33, No. 3, pp. 547-550, 1995.
- [45] W. Hauler, K. Vetter, Influence of an elastic foundation on the stability of a tangentially loaded column, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 47, No. 2, pp. 296-299, 1976.
- [22] M. H. Ghayesh, M. P. Paidoussis, M. Amabili, Nonlinear dynamics of cantilevered extensible pipes conveying fluid, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 332, No. 24, pp. 6405-6418, 2013.
- [23] M. H. Ghayesh, S. Kazemirad, T. Reid, Nonlinear vibrations and stability of parametrically excited systems with cubic nonlinearities and internal boundary conditions: A general solution procedure, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 36, No. 7, pp. 3299-3311, 2012.
- [24] M. H. Ghayesh, M. P. Paidoussis, Y. Modarres-Sadeghi, Three-dimensional dynamics of a fluid-conveying cantilevered pipe fitted with an additional spring-support and an end-mass, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 330, No. 12, pp. 2869-2899, 2011.
- [25] H. Dai, L. Wang, Q. Ni, Dynamics of a fluid-conveying pipe composed of two different materials, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 73, No. 1, pp. 67-76, 2013.
- [26] D. Yu, J. Wen, H. Zhao, Y. Liu, X. Wen, Flexural vibration band gap in a periodic fluid-conveying pipe system based on the Timoshenko beam theory, *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 133, No. 1, pp. 014502, 2011.
- [27] R. Ansari, R. Gholami, A. Norouzzadeh, Size-dependent thermo-mechanical vibration and instability of conveying fluid functionally graded nanoshells based on Mindlin's strain gradient theory, *Thin-Walled Structures*, Vol. 105, No. 2, pp. 172-184, 2016.
- [28] R. Ansari, R. Gholami, A. Norouzzadeh, S. Sahmani, Size-dependent vibration and instability of fluid-conveying functionally graded microshells based on the modified couple stress theory, *Microfluidics and Nanofluidics*, Vol. 19, No. 3, pp. 509-522, 2015.
- [29] R. Ansari, A. Norouzzadeh, R. Gholami, M. F. Shojaei, M. Darabi, Geometrically nonlinear free vibration and instability of fluid-conveying nanoscale pipes including surface stress effects, *Microfluidics and Nanofluidics*, Vol. 20, No. 1, pp. 1-14, 2016.
- [30] R. Ansari, A. Norouzzadeh, R. Gholami, M. F. Shojaei, M. Hosseinzadeh, Size-dependent nonlinear vibration and instability of embedded fluid-conveying SWBNNTs in thermal environment, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Vol. 61, No. 3, pp. 148-157, 2014.
- [31] R. Ansari Khalkhali, A. Norouzzadeh, R. Gholami, Forced vibration analysis of conveying fluid carbon nanotube resting on elastic foundation based on modified couple stress theory, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 27-34, 2015. (in Persian)
- [32] M. P. Paidoussis, S. J. Price, E. D. Langre, Fluid-structure interactions: Cross-flow-induced instabilities, pp. 56-100, England, Cambridge University Press, 2010.