



## بررسی عددی فرایند امولسیون در میکروکانال‌ها با استفاده از روش شبکه بولتزمن با مدل تابع مشخصه

مرتضی علیزاده<sup>1</sup>، محمد طیبی رهنی<sup>2\*</sup>، محمد افتخاری یزدی<sup>3</sup>

1- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی، تهران

2- استاد، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی، تهران

\* تهران، صندوق پستی 11365-8639، taeibi@sharif.edu

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 16 مرداد 1393  
پذیرش: 29 آذر 1393  
ارائه در سایت: 28 بهمن 1393

کلید واژگان:

امولسیون

تشکیل قطره

میکروکانال

روش شبکه بولتزمن

مدل تابع مشخصه

### چکیده

امولسیون در اثر ترکیب دو سیال مخلوط نشدنی یک روش نو برای تولید قطره‌های منفرد جداشونده می‌باشد. هدف این تحقیق استفاده از قابلیت روش شبکه بولتزمن برای شبیه‌سازی جریان‌های دوفازی در میکروکانال‌ها برای دستیابی به فرایند امولسیون است. برای این منظور در این مقاله از مدل تابع مشخصه هی برای شبیه‌سازی تشکیل قطره در فرایند امولسیون در میکروکانال کو-فلوئینگ که دارای هندسه‌ای پیچیده و با سه ورودی می‌باشد، استفاده شده است. این شبیه‌سازی به منظور بررسی مکانیزم تولید قطره تحت رژیم‌های جریان چکه کردن و جتی و حالت انتقال بین این دو رژیم صورت گرفته است. از مدل تابع مشخصه که مدلی جدید در بررسی جریان‌های دوفازی است، برای ردیابی حرکت مرز مشترک بین دو سیال مخلوط نشدنی استفاده شده است. دقت مدل مورد نظر توسط تست‌های معروف نوسانات قطره مربعی و برخورد دو قطره ساکن مورد امتحان قرار گرفته است. در این مقاله فرایند تشکیل قطره توسط اعداد بی‌بعد موینگی و نسبت سرعت بین دو فاز مورد بررسی قرار گرفته است. عدد موینگی که نسبت بین نیروی ویسکوزیته و نیروی کشش سطحی می‌باشد، یکی از مهم‌ترین اعداد بی‌بعد در تعیین خواص جریان سیال در میکروکانال‌ها است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که رژیم‌های مختلف چکه کردن، جت نازک و جت پهن نسبت به نتایج آزمایشگاهی متناظر دارای مطابقت خوبی است که بیانگر دقت و پایداری مدل تابع مشخصه برای شبیه‌سازی این نوع از جریان‌ها می‌باشد.

## Numerical investigation of emulsion process in microchannels, using index-function lattice Boltzmann method

Morteza Alizadeh<sup>1</sup>, Moahammad Taeibi Rahni<sup>2\*</sup>, and Mohammad Eftekhari Yazdi<sup>1</sup>

1- Department of Technical and Engineering, Central Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.

2- Department of Aerospace Engineering, Sharif Industrial University, Tehran, Iran.

\* P.O.B. 11365-8639 Tehran, Iran, taeibi@sharif.edu

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 07 August 2014  
Accepted 20 December 2014  
Available Online 17 February 2015

#### Keywords:

Emulsion  
Drop Formation  
Microchannel  
Lattice Boltzmann Method  
Index-Function Model

### ABSTRACT

Emulsion consists of drops of one liquid dispersed into another immiscible liquid, and is a novel technique for producing monodisperse droplets. The aim of this research is to use the Lattice Boltzmann Method (LBM) to simulate two-phase flows in micro-channels to access the emulsification process. For this approach, the Index-Function Model proposed by He is used to simulate drop formation in emulsification process in a co-flowing micro-channel with a complex geometry and three inlets. The simulation is performed to investigate the mechanism of drop generation due to dripping and jetting modes and the mode between them. Index function model, which is a new reliable model to evaluate two-phase flows is applied to track the motion and deformation of the interface between the two immiscible fluids. Accuracy of our results is examined by two well-known basic analytical models including Relaxation of a rectangular drop and Coalescence of two static droplets. Our results indicate good agreement with the analytical data. The dimensionless numbers such as Capillary and Velocity ratio were used. The Capillary number is one of the most important dimensionless numbers in determination of fluid flow characteristics in micro-channels. The simulations reproduce dripping, widening jetting and narrowing jetting simultaneously in a co-flowing microchannel in agreement with the experimental ones. This indicates that index function LBM model has good accuracy and high stability to simulate this kind of flow.

### 1- مقدمه

فراوان و گسترده آن‌ها در صنعت (خصوصاً علوم پزشکی) از اهمیت خاصی

برخوردار است. یکی از چالش‌های مهم در بررسی دینامیک سیالات در

در سال‌های اخیر درک پدیده‌های فیزیکی در مقیاس میکرو به علت کاربرد

Please cite this article using:

M. Alizadeh, M. Taeibi Rahni, M. Eftekhari Yazdi, Numerical investigation of emulsion process in microchannels, using index-function lattice Boltzmann method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 4, pp. 13-22, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

مویبندی سیال بیرونی و عدد وبر سیال کانال داخلی بستگی دارد. آنا و همکاران [3] در سال 2003 برای اولین بار هندسه میکروکانال متقاطع را در یک دستگاه میکروسیالی ادغام کردند و به تولید فرایند امولسیون پرداختند. آن‌ها محدوده‌ای از رفتار تشکیل قطره در یک دستگاه میکروسیالی با کانال‌های مستطیلی متقاطع را ارائه دادند و روی تأثیر نسبت جریان فاز مایع روی الگوی تشکیل قطره مطالعاتی را انجام دادند. جریان‌های داخلی و خارجی کانال‌ها به ترتیب آب و روغن بود.

گاستسکی و همکارانش به صورت تجربی فیزیک تشکیل قطره در میکروکانال‌تی‌شکل را مورد مطالعه قرار دادند و در نتایج بیان کردند که تشکیل قطره در اعداد مویبندی پایین تحت تأثیر اختلاف فشار در راستای باریک‌شدگی قطره (این اثر را اثر اختناق نامند) می‌باشد. در مواردی که عدد مویبندی بالا می‌باشد نیروی لزجت نیروی حاکم بر میدان می‌شود و موج ناپایداری مویبندی<sup>8</sup> منجر به ایجاد قطره می‌شود [4]. زی‌هونگ و همکاران [5] در سال 2008 در یک بررسی با بکارگیری هندسه‌ای شامل دو کانال هم‌محور (کو-فلوئینگ)، نتایج مربوط به فرایند امولسیون در ابزارهای میکروسیالی مایع-مایع را در ویسکوزیته‌های مختلف ارائه کرده‌اند. کارهای اُمبان هووار و همکاران [1] و هوا و همکاران [2] از جمله کارهای دیگری است که در زمینه کانال هم‌محور انجام شده است.

غیر از یافته‌های آزمایشگاهی، تعدادی تحقیقات عددی نیز روی فرایند تشکیل قطره صورت گرفته است. روش‌های ردیابی مرز مشترک و تسخیر مرز مشترک به عنوان دو نوع رهیافت مهم برای شبیه‌سازی جریان‌های چندفازی با استفاده از روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی هستند. روش‌های انتگرال مرزی و المان محدود روش‌های عمومی برای ردیابی مرز مشترک می‌باشند. برای مثال، ژانگ و استون فرایند تشکیل قطره از نوک یک جریان باریک که به صورت عمودی وارد سیال مخلوط نشدنی دوم می‌شد را تحت عدد رینولدز پایین و با استفاده از روش انتگرال مرزی مورد بررسی قرار دادند [6]. در ادامه، ونتا وانگ [7] در سال 2011، با استفاده از روش شبکه بولتزمن و در یک ایده نو، با یک تغییر ساده در هندسه میکروکانال‌تی‌شکل نتایج ارزشمندی را به دست آورد. او از یک میکروکانال ونتوری‌شکل<sup>9</sup> به جای یک میکروکانال‌تی‌شکل معمولی به منظور تأثیر بهتر در اندازه و فرکانس تشکیل قطره استفاده کرد. نتایج به طور واضح نشان دادند که در نسبت سرعت کم بین فازها (سرعت فاز پیوسته به فاز جداشونده) و در شرایط برابر، در میکروکانال ونتوری‌شکل قطره‌هایی کوچک‌تر و با کیفیت بالاتری نسبت به قطره‌ها در هندسه تی‌شکل معمولی تشکیل می‌شوند. اصل تولید قطره در یک میکروکانال تی‌شکل بر پایه تعادل بین نیروی برشی اعمالی از فاز پیوسته روی فاز جدا شونده و فشار اضافی لاپلاس ایجاد شده توسط نیروی کشش سطحی است. از این رو تغییر و دست کاری نیروی برشی اعمالی بر فاز جدا شونده در طول مرحله اول تشکیل قطره می‌تواند به طور کاملاً موثری روی اندازه قطره و فرکانس تشکیل آن تأثیر گذارد. جمع‌بندی این‌که، به طور کلی یک نیروی برشی بزرگ‌تر برای تولید قطره‌های ریزتر مورد نیاز است. هم-چنین، جریان با قطره‌های ریزتر ناحیه سطح مشترک بزرگ‌تری را برای بالا بردن نرخ انتقال جرم می‌تواند فراهم کند. نتایج شبیه‌سازی ونتا وانگ نشان داد که جریان چندفازی در میکروابزارها نسبت به تغییرات کوچک در ترم-هایی از قبیل هندسه کانال، بسیار حساس است.

مقیاس میکرو، بررسی فرایند تشکیل قطره در میکروکانال‌ها و در راستای فرایند امولسیون به منظور کنترل اندازه و حرکت قطره‌های تولیدی است. امولسیون پدیده‌ای است که از اندرکنش دو سیال مخلوط نشدنی در میکروکانال‌ها به وجود می‌آید و کاربردهای فراوانی در صنایع پلیمر، تولید غذا، لوازم آرایشی، آنالیزهای دی‌ان‌ای<sup>1</sup>، آنالیزهای بیوشیمیایی و غیره دارد. از دیگر کاربردهای فرایند امولسیون در ساختار راکتورهای شیمیایی است، زیرا تشکیل مداوم قطره‌های کوچک که با فاصله یکسان نسبت به یکدیگر در انتهای کانال در حال حرکت هستند در ساختار راکتورها ضروری است. در سیستم‌های تولید دارو نیز تولید قطره‌های منفرد جداشونده با فواصل یکنواخت نسبت به یکدیگر بسیار مهم می‌باشد.

در گذشته امولسیون غالباً شامل اختلاط دو مایع در یک محفظه و تحت رژیم‌های توربولانسی به منظور افزایش و بالا بردن جدایش قطره‌ها بوده است. امولسیون از این طریق پیچیده بوده، بس‌پاشیدگی<sup>2</sup> بالایی دارد و به همین دلیل امروزه استفاده از آن منسوخ شده است. اخیراً، تکنیک‌های امولسیون با استفاده از دستگاه‌های میکروسیالی به طور گسترده‌ای در زمینه‌های مختلف مورد توجه قرار گرفته و بستر رو به رشدی را برای تولید قطره‌های انبوه و کنترل شده فراهم کرده‌اند. از مزایای امولسیون در میکروکانال‌ها، تولید قطره‌های یکنواخت، کنترل دقیق اندازه و شکل قطره‌ها و نمایش میکروسکوپی آن‌ها می‌باشند که این اجازه را می‌دهند که با تغییرات کوچک در پارامترهای فرایند تشکیل تغییرات دلخواه مشاهده شوند. اضافه بر آن، تولید قطره‌ها با اندازه و فرکانس تشکیل یکنواخت از الزامات تولید میکروذره‌های جدا شونده می‌باشند. برای کنترل دقیق اندازه و شکل قطره‌ها از طریق دستگاه‌های میکروسیالی، خیلی مهم است که به طور کامل از فرایند و نحوه تشکیل قطره آگاهی وجود داشته باشد. در تشکیل قطره در فرایند امولسیون، خواص سیال، هندسه میکروکانال و دبی جریان ورودی دو سیال مخلوط نشدنی به عنوان عوامل تعیین‌کننده شناخته می‌شوند. در امولسیون با تعیین ابعاد کانال و دبی دو جریان سیال، فرکانس و قطر قطره بدست می‌آیند به طوری که اگر آهنگ سرعت دو سیال مخلوط نشدنی و ابعاد هندسه میکروکانال ثابت بمانند، اندازه قطره و فرکانس تشکیل آن نیز ثابت باقی خواهند ماند.

در سال‌های اخیر پژوهش‌های زیادی به صورت‌های تجربی و عددی روی تشکیل و جدایش قطره داخل میکروکانال برای دو سیال مخلوط نشدنی انجام شده است. به طور آزمایشگاهی پژوهش‌هایی در زمینه تولید قطره‌ها و با استفاده از انواع مختلف هندسه‌های میکروسیالی صورت گرفته است.

تولید قطره‌های منفرد در دستگاه‌های میکروسیالی از روش‌های گوناگونی بدست می‌آید. این روش‌ها عبارتند از: جریان عرضی دو فازی در میکروکانال-های تی‌شکل<sup>3</sup>، جریان داخل دو کانال هم‌محور (میکروکانال کو-فلوئینگ<sup>4</sup>) [1،2] و جریان هیدرودینامیکی هندسه متقاطع<sup>5</sup> [3]. در این‌گونه هندسه‌ها فرایند تشکیل قطره توسط پارامترهای فیزیکی مانند آهنگ سرعت هر دو سیال، ویسکوزیته آن‌ها، کشش سطحی و هندسه میکروکانال‌ها به طور آزمایشگاهی مورد بررسی قرار گرفته‌اند. مشاهده شده که رژیم‌های چکه-کردن<sup>6</sup> و جتی<sup>7</sup> (شامل جتی باریک و جتی پهن) در جریان هندسه کو-فلوئینگ اتفاق افتاده و انتقال از رژیم چکیدگی به رژیم جتی غالباً به عدد

1- DNA  
2- Polydispersity  
3- T-Junction  
4- Co-flowing  
5- Cross-Junction  
6- Dripping  
7- Jetting

8- Capillary Instability  
9- Venturi-Shape

$$g = fRT + \psi(\rho) \Gamma(0) \quad (4)$$

که در آن  $g$  تابع توزیع فشار و  $\Gamma(u)$  تابعی از سرعت ماکروسکوپی می‌باشد که به صورت رابطه (5) با تابع توزیع تعادلی در ارتباط است:

$$\Gamma = \frac{f^{eq}}{\rho} \quad (5)$$

با جایگزینی معادله (4) در معادله (1) معادلات (6) و (7) حاصل می‌شوند:

$$\frac{Df}{Dt} = -\frac{f - f^{eq}}{\lambda} + \frac{(\xi - u) \cdot \nabla \psi(\phi)}{RT} \Gamma(u) \quad (6)$$

$$\frac{Dg}{Dt} = -\frac{g - g^{eq}}{\lambda} + (\xi - u) \cdot [\Gamma(u)(F_s + G)] - (\Gamma(u) - \Gamma(0)) \nabla \psi(\rho) \quad (7)$$

در این روابط،  $\phi$  تابع توزیع مشخصه است که نقش آن ردیابی مرز مشترک بین دو سیال است. همچنین،  $f$  تابع توزیع برای تابع مشخصه  $\phi$  و  $g$  تابع توزیع برای فشار است. با استفاده از معادله حالت کارناهان استارلینگ<sup>3</sup>،  $\psi(\phi)$  می‌تواند به صورت رابطه (8) بیان شود:

$$\psi(\phi) = \phi^2 RT \frac{4 - 2\phi}{(1 - \phi)^3} - a\phi^2 \quad (8)$$

پارامتر  $a$  بیانگر استحکام اندرکنش بین مولکولی است. به منظور اطمینان از جداسازی فازها،  $a$  بایستی به صورت  $a > 10/601RT$  انتخاب شود. در این مقاله، همانند کارهای قبلی از  $a = 12RT$  استفاده شده است [9].

## 2-1- گسسته‌سازی معادلات

در ابتدا فضای سرعت میکروسکوپی به محیطی از سرعت‌های معین به- صورت رابطه (9) گسسته می‌شود:

$$e_\alpha = \begin{cases} 0, & \alpha = 0 \\ \begin{pmatrix} \cos\left[\frac{(\alpha-1)\pi}{2}\right] \\ \sin\left[\frac{(\alpha-1)\pi}{2}\right] \end{pmatrix} c, & \alpha = 1,2,3,4 \\ \sqrt{2} \begin{pmatrix} \cos\left[\frac{(\alpha-5)\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right] \\ \sin\left[\frac{(\alpha-5)\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right] \end{pmatrix} c, & \alpha = 5,6,7,8 \end{cases} \quad (9)$$

و ضرایب وزنی به صورت رابطه (10) تعریف می‌شوند:

$$w_\alpha = \begin{cases} \frac{4}{9}, & \alpha = 0 \\ \frac{1}{9}, & \alpha = 1,2,3,4 \\ \frac{1}{36}, & \alpha = 5,6,7,8 \end{cases} \quad (10)$$

همچنین:

$$RT = C_s^2 = \frac{C^2}{3} \quad (11)$$

که در آن،  $C_s$  سرعت صوت سیال است. با این گسسته‌سازی برای توابع توزیع روابط (12) و (13) بدست می‌آیند:

$$f_a(X, t) = w_\alpha f(X, e_a, t) \quad (12)$$

$$g_a(X, t) = w_\alpha g(X, e_a, t) \quad (13)$$

در نتیجه، توابع توزیع تعادلی زیر حاصل می‌شوند (روابط 15.14):

$$f^{eq} = w_\alpha \phi \left[ 1 + \frac{3e_a \cdot u}{c^2} + \frac{9(e_a \cdot u)^2}{2c^4} - \frac{3u^2}{2c^2} \right] \quad (14)$$

تا به حال گروه بسیاری از پژوهشگران برای مطالعه رفتار تشکیل قطره از روش شبکه بولتزمن و مدل دوفازی شان-چن استفاده نموده‌اند [8]. از معایب این روش این است که بر اساس خاصیت پتانسیل جذب بین دوفاز عمل کرده که یک روش ریاضی است و استناد فیزیکی ندارد. همچنین در این روش شرط پیوستگی جرم همیشه برقرار نیست. به منظور ارتقای این معایب هی با ارائه مدل تابع مشخصه<sup>1</sup> [9]، به مدلی فیزیکی و با توانایی بالاتر دست یافت. مدل شان-چن از پتانسیل برهم‌کنش<sup>2</sup> برای شبیه‌سازی نیروهای جاذب استفاده می‌کند در حالی که در مدل تابع مشخصه از سیالات غیرایده‌ال استفاده شده است و نیازی به اضافه نمودن نیروهای جاذب به صورت شان-چن ندارد. همچنین برخلاف مدل شان-چن که محدود به نسبت چگالی پایین است، این مدل می‌تواند نسبت چگالی بالاتر را نیز شبیه‌سازی کند.

در این مقاله نیز از روش شبکه بولتزمن و مدل تابع مشخصه [9] برای شبیه‌سازی پروسه تشکیل قطره در اثر برهم‌کنش دو سیال مخلوط نشدنی در یک میکروکانال با هندسه کو-فلوئینگ مورد استفاده شده است. از مدل تابع مشخصه استفاده شده، زیرا شرایطی را فراهم می‌کند که سطح مشترک بین دو فاز نازک باقی ماند و موقعیت سطح مشترک به خوبی قابل تشخیص باشد. اندازه سرعت‌های مصنوعی در این روش بسیار کوچک‌تر از روش شبه پتانسیل شان-چن بوده، که به قیمت پیچیدگی روابط حاکم و سنگین‌تر شدن محاسبات تمام شده است.

## 2-2- تئوری عمومی روش تابع مشخصه

معادله بولتزمن برای سیالات غیر ایده‌ال به صورت رابطه (1) است:

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \xi \cdot \nabla f = -\frac{f - f^{eq}}{\lambda} + \frac{(\xi - u) \cdot (F + G)}{\rho RT} f^{eq} \quad (1)$$

که در آن  $f$  توزیع تک جزئی،  $\xi$  و  $u$  سرعت‌های میکروسکوپی و ماکروسکوپی،  $f^{eq}$  تابع توزیع تعادلی،  $\lambda$  زمان آسایش،  $G$  نیروی گرانش،  $R$  ضریب ثابت گازها،  $T$  معادل دما و  $F$  نیروی مؤثر بین مولکولی است که به صورت رابطه (2) نوشته می‌شود:

$$F = -\nabla \psi + F_s \quad (2)$$

که در آن،  $F_s = k\rho \nabla \nabla^2 \rho$  بیانگر نیروی تنش سطحی (پارامتر  $k$  تعیین کننده میزان تأثیر نیروی تنش سطحی است) و  $\psi$  تابعی از چگالی و فشار به صورت رابطه (3) می‌باشد:

$$\psi(\rho) = p - \rho RT \quad (3)$$

در حل معادلات، برای محاسبه نیروهای بین‌مولکولی مشکلاتی موجود است. همان‌طور که از معادله (2) بدست می‌آید، برای محاسبه نیروی بین مولکولی باید مقدار  $\nabla \psi$  در دست باشد. با توجه به رابطه (3)، اختلاف بین تغییرات فشار و تغییرات چگالی معادل با مقدار  $\nabla \psi$  می‌باشد. این مقدار در روی مرز مشترک مقدار نسبتاً بزرگی است که باعث ایجاد ناپایداری در مرز مشترک بین دو سیال می‌شود [9-11]. این مشکل برای نیروی تنش سطحی کمتر است، زیرا ضریب ثابت  $k$  کوچک‌تر است. روش‌های عددی در مقابل خطاهای کوچک در محاسبه نیروی بین مولکولی سریعاً ناپایدار می‌شوند. این مشکل با معرفی متغیر جدید به صورت رابطه (4) حل می‌شود:

3- Carnahan Starling

1- Index- Function  
2- Interaction Potential

### 3- بررسی اعتبارسنجی و صحت کد کامپیوتری

از آنجا که مهم‌ترین و پیچیده‌ترین بخش تحلیل جریان‌های چندفازی مربوط به دینامیک سطح مشترک بین دو سیال است، اولین گام برای نشان دادن صحت شبیه‌سازی جریان بررسی این موضوع می‌باشد. برای این منظور در این بخش از دو تست معروف دوفازی برای بررسی مدل دوفازی تابع مشخصه استفاده می‌شود.

#### 3-1- سیلندر سیال نوسانی<sup>2</sup>

در این بخش روی سیلندر دوبعدی و نوسانات تا رسیدن به حالت پایدار تمرکز می‌شود. فرکانس نوسانات با فرکانس بدست آمده از حل تحلیلی ارائه شده توسط لمب (1932) مورد مقایسه قرار گرفته شده است [12].

شکل سیلندر سیال دوبعدی برای مقدار اولیه به صورت مربع در نظر گرفته شده است. این موقعیت اولیه در حالت تعادلی قرار ندارد و برای رسیدن به حالت پایدار که به شکل دایره است، نوسان می‌کند زیرا با توجه به اثرات کشش سطحی بین دو سیال، قطره تمایل دارد که به پایدارترین شکل با کمترین سطح مشترک تبدیل شود. در استفاده از مدل دوفازی تابع مشخصه ترم‌های گرادیان<sup>3</sup> و لاپلاسیان<sup>4</sup> تأثیر زیادی روی حل می‌گذارند. در این مدل‌سازی برای محاسبه گرادیان از مدل استاندارد مرتبه شش<sup>5</sup>، روش اخلاف محدود مرکزی<sup>6</sup> و برای لاپلاسیان از مدل‌های مرتبه دوم، متراکم<sup>7</sup> و مدل نقطه‌ای<sup>8</sup> استفاده شده است. برای حل از شبکه  $200 \times 200$  استفاده شده که برای به‌دست آوردن دقت مورد نیاز از اندازه مناسبی برخوردار است. برای مرزهای میدان جریان (مرزهای عمودی و افقی) از شرط مرزی تناوبی<sup>9</sup> استفاده شده است. حل عددی با شرایط اولیه تعیین شده برای سیلندر سیال به شکل مربع، در وسط میدان حل آغاز می‌شود. مربع مدل شده از اضلاعی به طول 100 لتیس استفاده می‌کنند. طول هر شبکه (لتیس) برابر واحد  $\delta_x = \delta_t = 1$  در نظر گرفته شده است. مقدار لزجت  $0/04$  در واحد شبکه در نظر گرفته شده است. مقدار ضریب تنش سطحی<sup>10</sup> مقادیر  $0/05$ ،  $0/1$ ،  $0/2$  و  $0/3$  تعیین شده است که این ضرایب مقادیر تنش سطحی  $0/00073$ ،  $0/00146$ ،  $0/00292$  و  $0/00438$  را نتیجه می‌دهند. چگالی سیال برابر 1 و چگالی گاز برابر  $0/05$  تعیین شده اند. برای دسته دیگری از محاسبات چگالی سیال  $0/20$  و چگالی گاز  $0/01$  در نظر گرفته شده است. تمام مقادیر بالا در واحد شبکه بولتزمن (لتیس) می‌باشند.

شکل 1 به طور کامل نوسانات سیلندر سیال با شکل مقطع اولیه مربع<sup>11</sup> را نمایش می‌دهد. در این شکل در زمان‌های متفاوت شکل مقطع سیلندر سیال نمایش داده شده است. زمانی که محاسبات شروع می‌شوند مربع اولیه شروع به نوسان می‌کند و گوشه‌های مربع هموارتر می‌شوند تا زمانی که به حالت پایدار سیلندر با مقطع دایره می‌رسند.

شکل 2 نمودار دامنه نوسانات<sup>12</sup> را به صورت تابعی از زمان بی‌بعد برای سیلندر سیال با مقطع مربع نشان می‌دهد. در این حل مشخصات دو سیال  $\rho_g=0/01$ ،  $\rho_l=0/2$  و کشش سطحی  $\sigma=0/00146$  می‌باشند. دامنه نوسان به

$$g^{eq} = w_\alpha \left[ P + \rho \left( \frac{3e_a \cdot u}{c^2} + \frac{9(e_a \cdot u)^2}{2c^4} - \frac{3u^2}{2c^2} \right) \right] \quad (15)$$

برای شبیه‌سازی جریان دوفاز باید از گسسته‌سازی مرتبه دو استفاده نمود [10]. برای صریح باقی ماندن روش، متغیرهای زیر معرفی می‌شوند (روابط 17.16):

$$\bar{f}_\alpha = f_\alpha + \frac{(e_a - u) \cdot \nabla \psi(\rho)}{2RT} \Gamma_\alpha(u) \delta_t \quad (16)$$

$$\bar{g}_\alpha = g_\alpha - 1/2(e_a - u) \cdot [\Gamma_\alpha(u)(F_s + G) -$$

$$(\Gamma_\alpha(u) - \Gamma_\alpha(0))\nabla \psi(\rho)] \delta_t \quad (17)$$

که در آن‌ها،  $\delta t$  گام زمانی و  $\Gamma_\alpha(u)$  به صورت رابطه (18) معرفی می‌شود:

$$\Gamma_\alpha(u) = w_\alpha \left[ 1 + \frac{3e_a \cdot u}{c^2} + \frac{9(e_a \cdot u)^2}{2c^4} - \frac{3u^2}{2c^2} \right] \quad (18)$$

تابع توزیع  $g$  تنها سرعت و فشار را نتیجه می‌دهد. برای جریان تراکم‌ناپذیر دوفازی<sup>1</sup>، چگالی دور از مرز مشترک دقیقاً مشخص است. تنها کار باقی مانده ردیابی مرز مشترک و در واقع ردیابی اختلاف چگالی دو فاز است تا مرز مشترک ضخامت کمتری داشته باشد. متغیرهای جدید  $\bar{f}$  و  $\bar{g}$  روابط گسسته جدید را به صورت روابط (19) و (20) ارضا می‌کنند:

$$\begin{aligned} \bar{f}_\alpha(X + e_a \delta_t, t + \delta_t) - \bar{f}_\alpha(X, t) = \\ \frac{\bar{f}_\alpha(X, t) - f_\alpha^{eq}(X, t)}{2\tau - 1} \frac{\tau}{RT} (e_a - u) \cdot \nabla \psi(\phi) \Gamma_\alpha(u) \delta_t \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \bar{g}_\alpha(X + e_a \delta_t, t + \delta_t) - \bar{g}_\alpha(X, t) = \\ - \frac{\bar{g}_\alpha(X, t) - g_\alpha^{eq}(X, t)}{\tau} + \frac{(2\tau - 1)}{2\tau} (e_a - u) \cdot \end{aligned}$$

$$[\Gamma_\alpha(u)(F_s + G) - (\Gamma_\alpha(u) - \Gamma_\alpha(0))\nabla \psi(\rho)] \delta_t \quad (20)$$

که در آن‌ها  $\tau = \lambda / \delta t$ ، از روش اختلاف محدود مرتبه سوم برای محاسبه  $\nabla \psi$  استفاده شده است.

مشخصه‌های ماکروسکوپی از روابط (21-23) قابل محاسبه‌اند:

$$\phi = \sum \bar{f}_\alpha \quad (21)$$

$$P = \sum \bar{g}_\alpha - \frac{1}{2} u \cdot \nabla \psi(\rho) \delta_t \quad (22)$$

$$\rho RT u = \sum e_a \bar{g}_\alpha + RT/2(F_s + G) \delta_t \quad (23)$$

مراحل بکارگیری عددی روابط ارائه شده در بخش پیش به قرار زیر است:

- 1) در هر نقطه از میدان محاسباتی، مقدار اولیه‌ای برای سرعت  $u$ ، چگالی  $\rho$  و فشار  $P$ ، در نظر گرفته می‌شود،
- 2) توابع توزیع تعادلی  $f^{eq}$ ،  $g^{eq}$  با استفاده از معادلات (14) و (15) محاسبه می‌شوند،
- 3) مراحل برخورد و جاری شدن مطابق معادلات (19) و (20) انجام می‌شوند.
- 4) شرایط مرزی اعمال می‌شوند،
- 5) کمیت‌های ماکروسکوپی  $\rho$ ،  $u$ ،  $P$  توسط معادلات (21) تا (23) بدست آورده می‌شوند،
- 6) این مراحل تا زمان دلخواه تکرار می‌شوند.

2- Oscillating Fluid Cylinder  
3- Gradient  
4- Laplacian  
5- Standard 6th- Order  
6- Central Difference Method  
7- Compact  
8- Nine Points Scheme  
9- Periodic  
10- Surface Tension Parameter  
11- Initial Square Cross-Section  
12- Oscillation Amplitude

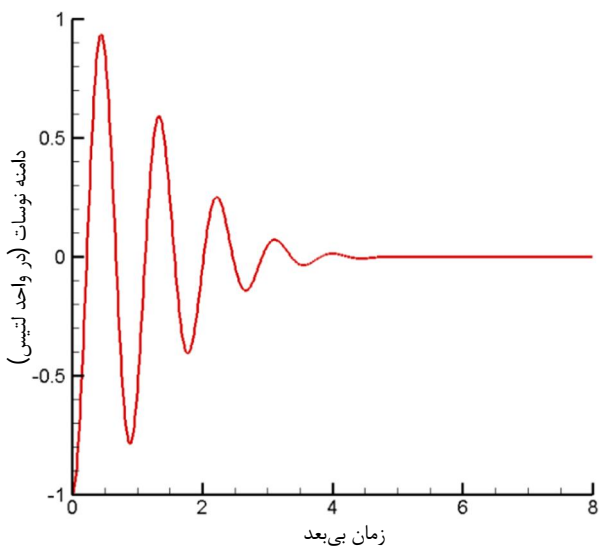
1- Incompressible Multiphase Flow

قرار گرفته و از سطح مقطع مربع برای مدل‌سازی استفاده شده است. با توجه به نتایج شبیه‌سازی که در شکل 1 نشان داده شده است، این قطره مربعی با گذشت زمان تغییر شکل داده و در نهایت به شکل یک دایره درمی‌آید. در این مدل‌سازی نتایج مطابقت قابل قبولی با نتایج تحلیلی دارند که بیانگر این موضوع است که اثرات کشش سطحی که مهم‌ترین بخش از تحلیل جریان دوفازی می‌باشد به درستی اعمال شده است. این موضوع در بسیاری از پژوهش‌ها بررسی شده و معیار اعتبار سنجی آن‌ها قرار گرفته است [13-16].

### 3-2- تشکیل قطره با دو قطره ثابت

زمانی که دو قطره سیال با سرعت ناچیز به یک‌دیگر نزدیک می‌شوند، نیروهای وندروالس<sup>2</sup> باعث کشش بین دو قطره شده و پل سیال<sup>3</sup> بین دو قطره تشکیل می‌شود. پل سیال به آرامی به وسیله نیروی کشش سطحی بزرگ‌تر می‌شود. این روند ادامه دارد تا زمانی که دو قطره یکی شده و سطح مقطع حداقل را نتیجه می‌دهند. ایگرز و همکارانش [17]، فیزیک یکی شدن دو قطره ثابت توسط نیروی تنش سطحی را به صورت تحلیلی و عددی مورد بررسی قرار دادند. در این بخش این فیزیک توسط مدل تابع مشخصه مدل‌سازی شده و صحت مدل بررسی می‌شود. برای شبیه‌سازی این مدل فیزیکی از میدان شبکه (لتیس)  $100 \times 100$  استفاده شده که در این حل گام مکانی و زمانی برابر واحد  $\delta_x = \delta_t = 1$  می‌باشند. شعاع هر قطره معادل  $R=12$  (واحد لتیس) می‌باشد که دو قطره با این شعاع در ابتدا در کنار یک‌دیگر قرار می‌گیرند. برای محاسبات عددی از زمان آرامش واحد  $\tau = 1$  استفاده شده است. برای بررسی تأثیر تنش برشی بر روند یکی شدن از چندین مقدار متفاوت  $(k=0/1, k=0/5, k=1)$  برای ضریب تنش برشی استفاده شده و برای هر کدام از نتایج یک منحنی روی نتایج منطبق شده است.

همان‌طور که در شکل 4 قابل مشاهده است، در ابتدا دو قطره هم اندازه در کنار یک‌دیگر قرار گرفته‌اند (بدون این‌که با هم‌دیگر تلاقی داشته باشند ولی فاصله بین دو قطره صفر لتیس است) و با گذر زمان به آرامی دو قطره با



شکل 2 دامنه نوسانات بر حسب زمان  $(T = t(\sigma/\rho_l a^3))$  برای سیلندر سیال با

سطح مقطع اولیه مربع

$$(v = 0/04, \rho_l = 0/2, \rho_g = 0/01, \sigma = 0/00146)$$

(ابعاد همگی در واحد لتیس می‌باشند).

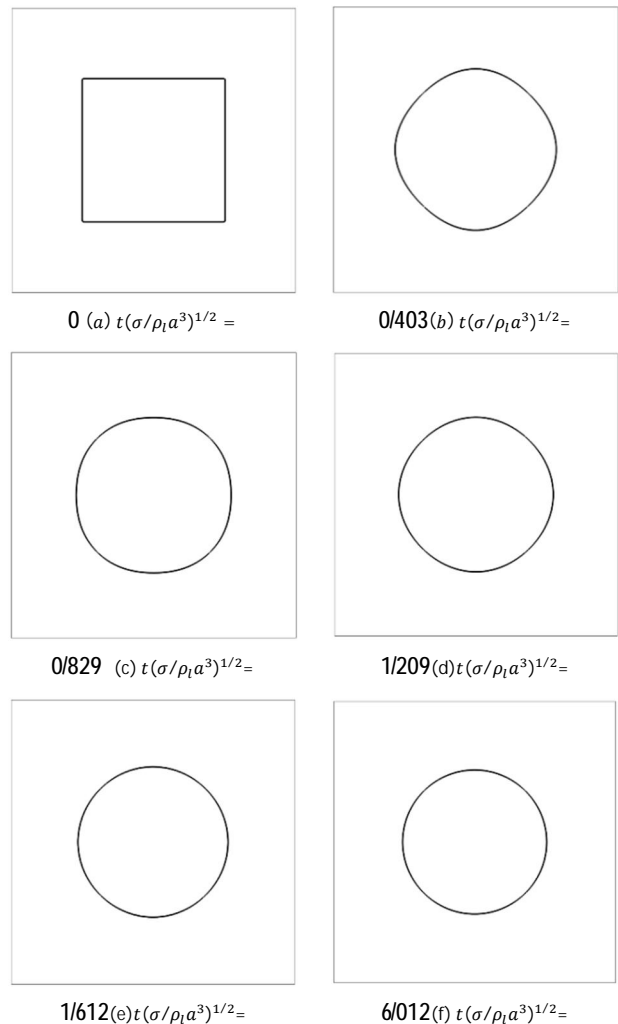
صورت فاصله مرز مشترک دو سیال در راستای  $y$  با مرکز مقطع سیلندر سیال تعریف شده است. دامنه نوسانات تحت تأثیر لزجت سیال کاهش می‌یابد. برای بررسی نتایج از فرکانس تحلیلی لمب استفاده شده است (رابطه 24):

$$\omega^2 = n(n^2 - 1) \sigma / \rho_l a^3 \quad (24)$$

که در آن،  $\omega$  فرکانس نوسان برای شعاع  $a$  (شعاع تعادلی سطح مقطع سیلندر سیال) و  $n$  مد ناپایداری<sup>1</sup> است. طبق محاسبات تحلیلی لمب، برای سطح مقطع اولیه به شکل مربع مد ناپایداری برابر  $n=4$  می‌باشد.

در شکل 3 نتایج فرکانس حل عددی بدست آمده توسط روش تابع مشخصه با نتایج لمب مقایسه شده است. در این شکل  $\omega^2$  بر حسب  $\sigma/\rho_l a^3$  رسم شده و هر دو محور در واحد  $(\text{زمان}/1)$  می‌باشند. در این مقایسه از هفت مورد متفاوت استفاده شده که بیشترین خطا در حدود 2% بدست آمده است. بیشترین خطا مربوط به موارد  $\rho_l = 1, \sigma = 0/00146$  و  $\rho_l = 1, \sigma = 0/0073$  می‌باشند.

در این بخش قابلیت مدل دوفازی تابع مشخصه برای مدل‌سازی فرکانس‌های نوسان سیلندر سیال پیش‌بینی شده توسط لمب مورد مطالعه



شکل 1 نوسانات سیلندر سیال با شکل مقطع اولیه مربع در چندین زمان بی بعد

$$(v = 0/04, \rho_l = 0/2, \rho_g = 0/01, \sigma = 0/00146)$$

(ابعاد همگی در واحد لتیس می‌باشند).

2- Van der Waals Force  
3- Liquid Bridge

1- Instability Mode

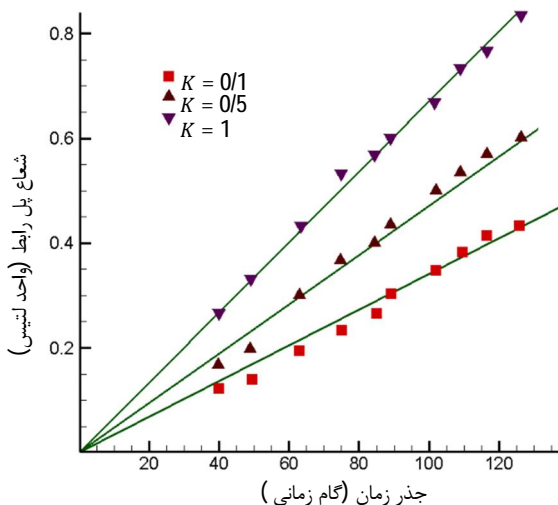
در این شبیه‌سازی از ضرایب تنش سطحی متفاوتی برای مراحل ابتدایی (گام‌های زمانی ابتدایی) روند یکی شدن استفاده شده است. در شکل 5 رشد شعاع پل رابط بین دو قطره  $R_b/R$  بر حسب جذر زمان  $t^{1/2}$  (گام زمانی) برای ضرایب تنش سطحی متفاوت رسم شده است.  $R$  شعاع اولیه دو قطره بوده است. نمودار منطبق شده بر روی نتایج، خطی بودن رشد پل رابط را نشان می‌دهد که با حل تحلیلی ایگرز مطابقت دارد. این نتایج برای رینولدزهای پایین (طبق تعریف ایگرز، رینولدز از مرتبه 1) صادق می‌باشند. با تغییر تنش سطحی رابطه خطی بین شعاع پل رابط و جذر زمان مشکلی پیدا نمی‌کند و تنها روند تشکیل قطره واحد تسریع می‌یابد. این تسریع تشکیل قطره واحد با رابطه ایگرز مطابقت دارد و تنش سطحی بالاتر شیب نمودار (سرعت یکی شدن) را بالا برده است. نتایج بدست آمده با خط انطباقی در نقاطی اختلاف دارند. این اختلاف می‌تواند تحت تأثیر خطای اندازه‌گیری (شعاع پل رابط از روی کانتور چگالی) ایجاد شده باشد. رابطه ایگرز برای رشد پل رابط برای شرایط  $R_b/R \leq 0/035$  ارائه شده که می‌تواند دلیل دیگری برای اختلاف نتایج باشد. بنابراین، برای حالت  $R_b/R \geq 0/035$  نتایج از دقت لازم برخوردار نیستند.

#### 4- بررسی حل مستقل از شبکه

یکی از راه‌های بررسی صحت شبیه‌سازی جریان مورد نظر دست یافتن به حلی است که مستقل از شبکه بوده و تعداد مش تأثیری در نتایج نداشته باشد. در این بخش بررسی ضخامت مرز مشترک بین دو فاز به عنوان معیاری برای استقلال از شبکه نشان داده می‌شود.

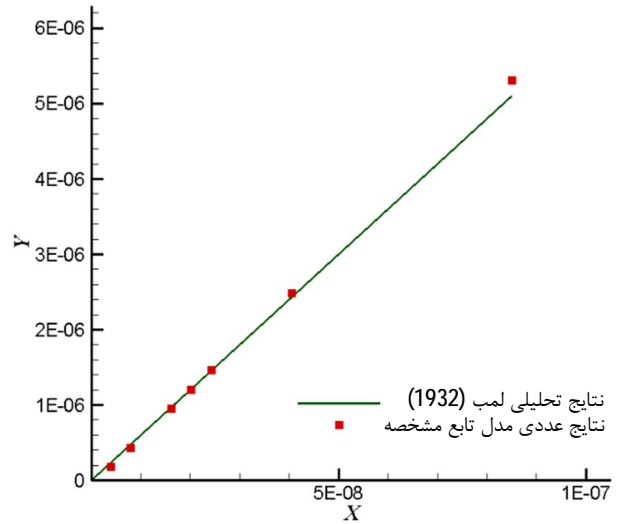
#### 4-1- توزیع چگالی در فضای حل و بررسی ضخامت سطح مشترک

یکی از مهم‌ترین مسائلی در حل عددی جریان‌های دوفازی توزیع صحیح چگالی و ضخامت مرز مشترک بین قطره و سیال اطراف می‌باشد. در پدیده‌های طبیعی ضخامت سطح مشترک بین دو سیال صفر است، اما در تمامی حل‌های عددی معمولاً چند گره (در اینجا شبکه) به عنوان مرز مشترک در نظر گرفته می‌شود، زیرا در ردیابی مسیر حرکت سیال، چند گره (شبکه) دارای چگالی دقیقی از قطره جدا شده و یا سیال اطراف خود نمی‌باشد. در بسیاری از مطالعات جریان‌های دوفازی که با روش شبکه بولتزمن تحلیل شده، بررسی ضخامت مرز مشترک به عنوان معیاری برای استقلال از شبکه مطرح شده است [18-20].

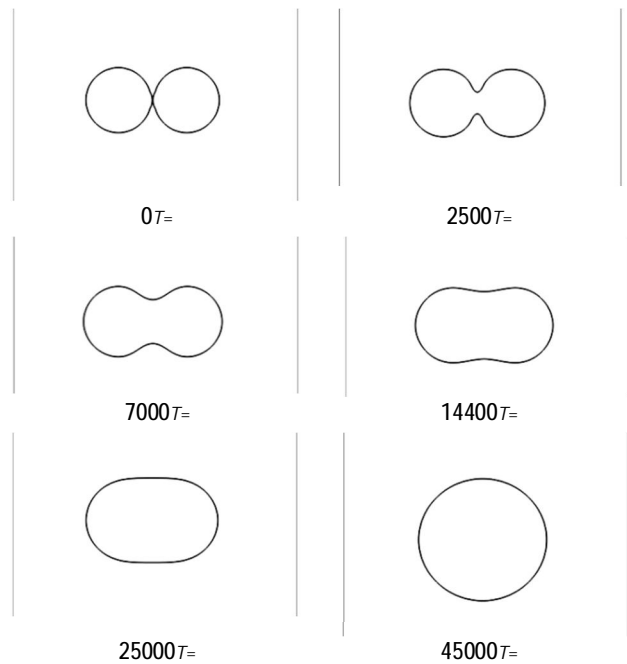


شکل 5 رشد شعاع پل رابط بر حسب جذر زمان برای مقادیر متفاوت تنش سطحی

یکدیگر یکی می‌شوند. پل رابط بین دو قطره به آرامی تحت تأثیر نیروی تنش سطحی رشد می‌کند تا زمانی که پل رابط معنای خود را از دست داده و در واقع به یک قطره در راستای کمترین سطح تغییر کرده و در نهایت به یک قطره دایره‌ای شکل تبدیل می‌شود. گرادیان جرم<sup>1</sup> در هر نقطه منجر به اعمال نیروی وندروالس شده و این نیرو دلیل شروع روند یکی شدن دو قطره می‌باشد. دو قطره به آرامی به یک قطره ترکیبی تبدیل می‌شوند. در یک سیستم دو فازی در صورت نبود نیروهای خارجی، نیروی تنش سطحی میل به کمترین نمودن سطح مرز مشترک دارد [16]. این مدل توسط روش تابع مشخصه استفاده شده است. دو قطره بعد از 45000 گام زمانی کاملاً یک قطره جدید تشکیل داده‌اند.



شکل 3 مقایسه فرکانس به دست آمده از حل عددی (سطح مقطع اولیه مربع) و فرکانس تحلیلی لمب (1932)  $(X = \frac{\sigma}{\rho_1 a^3}, Y = \omega^2)$ .



شکل 4 یکی شدن دو قطره ثابت در طی زمان

$$(K=1 \text{ و } \tau=1)$$

سطحی می‌باشد، مهم‌ترین پارامتر برای فهم الگوهای جریان‌های دوفازی در میکروکانال‌ها می‌باشد که به صورت رابطه (25) تعریف می‌شود:

$$Ca = \frac{\mu_c U_c}{\sigma} \quad (25)$$

که در آن  $\mu_c$  ویسکوزیته دینامیکی،  $U_c$  سرعت میانگین فاز پیوسته و  $\sigma$  کشش سطحی بین دوفاز می‌باشند.

عدد بی‌بعد  $Q = U_c/U_h$  بیانگر نسبت سرعت فاز پیوسته به فاز جدا شونده می‌باشد و یک عدد تأثیرگذار در تعیین رژیم‌های جریان است. در ادامه با بررسی این اعداد بی‌بعد، رفتار جریان و مکانیزم تشکیل قطره در این هندسه میکروکانال مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

## 6- نتایج و بحث

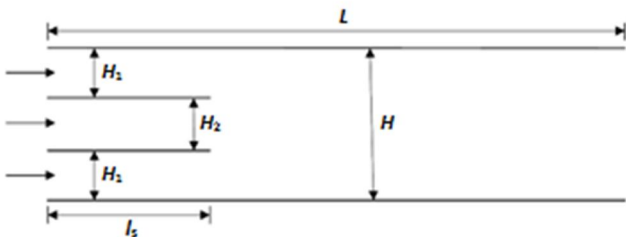
در این مقاله با استفاده از مدل‌سازی ریاضی فرایند تشکیل قطره در یک میکروکانال کو-فلوئینگ، تحت گستره وسیعی از تغییرات دبی جریان، نسبت ویسکوزیته و کشش سطحی بین دو فاز مورد شبیه‌سازی قرار گرفته است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهند که دو نوع رژیم جریان چکه کردن و جتی (جتی باریک و جتی پهن) بر رفتار جریان در فرایند تشکیل قطره حاکم‌اند. همان‌طور که در شکل 8 نشان داده شده است این نتایج با مشاهدات تجربی به خوبی مطابقت می‌کنند. این مطابقت نشان می‌دهد که مدل عددی حاضر منطقی بوده و شبیه‌سازی با استفاده از آن قادر به پیش‌بینی رفتار تشکیل قطره تحت رژیم‌های چکه کردن، جتی باریک و جتی پهن می‌باشد.

رژیم چکه کردن حالتی از فرایند تشکیل قطره می‌باشد که در آن قطره‌ها به صورت تناوبی، مجزا از هم و با فرکانس ثابت از نوک جریان کانال میانی تشکیل می‌شوند [24]. این رژیم جریان در حالتی اتفاق می‌افتد که نسبت سرعت بین دو فاز پایین می‌باشد (شکل‌های 8-الف، 8-ب، 8-ج).

یکی دیگر از انواع رژیم‌های جریان حاکم بر فرایند تشکیل قطره، رژیم جتی نام دارد که در آن سیال جداشونده از کانال میانی، در ناحیه‌ای دورتر از نوک نازل، جدا شده و تبدیل به قطره می‌شود [24]. این رژیم در سرعت‌های بالای هر دو سیال رخ می‌دهد و به دو نوع مشخص نمایش داده می‌شود. در حالتی که سرعت سیال کانال بیرونی بالا باشد، قطره‌ها در ناحیه انتهایی جت شکل گرفته و جت باریک تشکیل می‌شود (شکل‌های 8-الف، 8-ب، 8-ج). نوع دوم رژیم جتی با افزایش دبی جریان سیال کانال میانی رخ می‌دهد، یک جت با انتهای پیاپی شکل<sup>3</sup> و کشیدگی پهن تشکیل می‌شود و جدایش قطره در انتهای جت رخ می‌دهد (شکل‌های 8-الف، 8-ب، 8-ج). برخلاف رژیم چکه کردن، هر دو حالت رژیم جتی ناپایدار بوده و قطره‌های غیر یکسان با اندازه‌های بزرگ و کوچک تشکیل می‌شوند.

### 6-1- بررسی تأثیر عدد مویینگی

همان‌طور که قبلاً بیان شد عدد بی‌بعد  $Ca$ ، یکی از اعداد بدون بعد در نمایش



شکل 7 نمایش شماتیک از میکروکانال دوبعدی کو-فلوئینگ شامل دو کانال هم‌محور

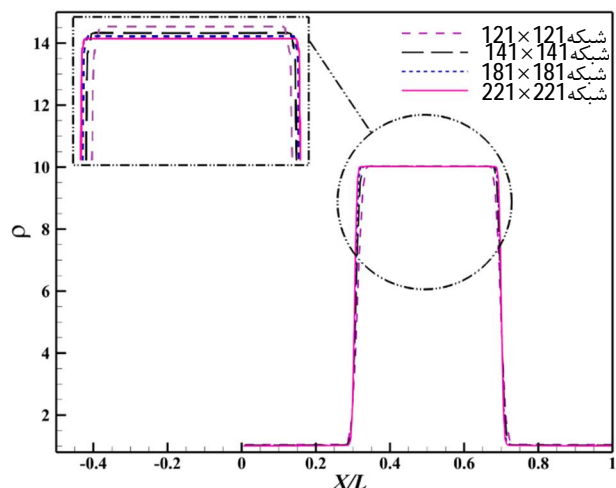
در این بخش توزیع چگالی در خط مرکزی یکی از محوره‌های دوبعدی و در یک محیط مربعی برای قطره استاتیکی پایدار مورد بررسی قرار گرفته است. نسبت چگالی بین دو سیال برابر 10 و از شبکه‌هایی به اندازه‌های  $121 \times 121$ ،  $141 \times 141$ ،  $181 \times 181$  و  $221 \times 221$  استفاده شده است. شکل 6 نمودار چگالی بی‌بعد را در خط مرکزی محور  $Y$ ، در شبکه‌های مختلف به طول  $L$  و برای قطره‌ای با شعاع  $0/167L$  نشان می‌دهد. در این شکل قابل مشاهده است که نمودارهای توزیع چگالی برای شبکه‌های مختلف تقریباً بر هم منطبق‌اند. همچنین ضخامت مرز مشترک اندازه‌گیری شده برای همه حالات تقریباً به اندازه 4 شبکه است.

## 5- مدل‌سازی عددی

در شکل 7 نمایشی شماتیک از میکروکانال دوبعدی با طول  $L=300$  و عرض  $H=22$  نشان داده شده است. در ورودی، سیال فاز پیوسته در داخل دو زیرکانال جانبی و سیال فاز جداشونده از زیرکانال میانی به صورت یک جریان باریک وارد فاز پیوسته می‌شود. زیرکانال‌ها هر کدام دارای طول  $L_s=30$  و عرض‌های  $H_1=H_2=7$  می‌باشند. مقادیر سرعت در مرز ورودی برای فاز پیوسته  $U_c$  و برای فاز جداشونده  $U_h$  در نظر گرفته شده است. شرایط مرزی برای مرزهای ورودی و خروجی با روش برون‌یابی<sup>1</sup> اعمال شده است [22,21]. سرعت در دیواره‌های بالا و پایین مطابق با شرط عدم لغزش و با روش برگشتی<sup>2</sup> مدل شده است [23,22,19].

به‌طور کلی، رفتار جریان در میکروکانال‌ها توسط پارامترها و خواصی مانند کشش سطحی بین دوفاز  $\sigma$ ، سرعت‌های متوسط فازها در هر ورودی ( $U_c$  و  $U_h$ ) و ویسکوزیته‌های دینامیکی دو فاز ( $\mu_c$  و  $\mu_h$ ) تعیین می‌شود. برای بررسی رفتار جریان تحت شرایط مختلف، اغلب از اعداد بدون بعد استفاده می‌شود که اهمیت ارتباط بین این پارامترها را در تأثیرگذاری روی جریان نشان می‌دهند.

در این مدل‌سازی، این پارامترها در دو گروه اعداد بی‌بعد مهم خود را نشان می‌دهند که شامل اعداد مویینگی  $Ca$  و نسبت سرعت بین فازها  $Q$  می‌باشند. عدد  $Ca$  بیانگر ارتباط بین نیروی ویسکوزیته و نیروی کشش



شکل 6 نمایش توزیع چگالی در خط مرکزی محور  $Y$  و نمایش آن در سطح مشترک

1- Extrapolation

2- Bounce-Back

3- Bulbaceous

### 6-2- بررسی تأثیر نسبت سرعت بین فازها

در این بخش، با ثابت در نظر گرفتن عدد مویینگی در مقدار  $Ca = 0/065$ ، روند تغییرات نسبت سرعت بین فازها ( $Q$ ) و اثر آن روی رژیم‌های جریان بررسی می‌شود. با توجه به تعاریف  $Ca$  و  $Q$  و ادغام آن‌ها با یکدیگر رابطه (26) حاصل می‌شود:

$$Ca = \frac{\mu U_d Q}{\sigma} \quad (26)$$

در این رابطه دیده می‌شود که با تغییرات  $Q$ ، مقادیر عدد  $Ca$  نیز تغییر کرده و ثابت باقی نمی‌ماند. برای حل این مشکل، با تغییر دادن در مقادیر سرعت  $U_d$ ، بین  $Ca$  و  $Q$  تعادل برقرار شده و برای ثابت نگه داشتن عدد  $Ca$ ، مقدار افزایش  $Q$  با کاهش در مقدار سرعت  $U_d$  جبران می‌شود. همان‌طور که در شکل 10 مشخص است، در یک عدد مویینگی ثابت، با افزایش  $Q$  اندازه قطره‌ها کاهش پیدا می‌کند زیرا با افزایش سرعت جریان فاز پیوسته، میدان فشار پشت قطره زمان کمتری برای شکل گرفتن دارد و در نتیجه قطره‌ها زودتر جدا شده و قطر قطره‌ها کاهش می‌یابد.

### 6-3- بررسی الگوی جریان

در شکل 11 الگوی جریان برای تشکیل قطره در حالت  $Q=4$  و  $Ca=0/04$  و در چندین زمان متفاوت نشان داده شده است. حرکت فاز پیوسته در خطوط جریان و تأثیر فاز پیوسته روی فاز دوم قابل مشاهده می‌باشد. در ابتدا فاز دوم رشد می‌کند تا شکل قطره تشکیل شود. زمانی که فاز دوم به حد معینی از رشد می‌رسد در فاز پیوسته گردابه‌هایی در کنار دیوار قابل مشاهده می‌باشند که در اثر سرعت صفر روی دیوار می‌باشند. با رشد کامل فاز دوم و مماس شدن قطره با دیواره‌های بالا و پایین، رشد گردابه‌ها به حد بالایی می‌رسد. زمانی که فاز دوم در کانال به دیوارها مماس می‌شود، فشار ناشی از فاز پیوسته در پشت قطره جدایش را سبب می‌شود. در زمان مماس قطره به دیوارها گردابه‌های کوچکی در اطراف قطره و در پشت قطره به وجود می‌آیند که با جدایش قطره و حرکت در کانال این گردابه‌ها در ادامه قطره حرکت می‌کنند. این گردابه‌ها در شکل 12 برای قطره جدا شده و در حال حرکت درون کانال قابل مشاهده می‌باشند. با جدایش و حرکت قطره در طول کانال روند تشکیل قطره برای تشکیل قطره دوم شروع می‌شود.

شکل 13 الگوی جریان تشکیل قطره برای  $Q=5$  و  $Ca=0/065$  را نشان می‌دهد. در این حالت برخلاف شکل 12، با توجه به اینکه زمان کافی برای شکل‌گیری میدان فشار در پشت قطره‌ها وجود ندارد، گردابه‌های جریان در پشت قطره‌ها تشکیل نمی‌شوند. بنابراین اختلاف فشار بین دو فاز آن‌قدر زیاد نیست که سبب ایجاد جدایش قطره‌ها از فاز جداشونده شود، بلکه در این حالت عامل جدایش قطره‌ها ناپایداری برشی می‌باشد. بدین صورت که نیروی برشی اعمالی از فاز پیوسته به اندازه کافی قوی می‌باشد تا بر نیروی کشش سطحی غلبه کرده و قطره‌هایی از فاز جدا شونده در داخل سیال فاز پیوسته تشکیل می‌شوند.

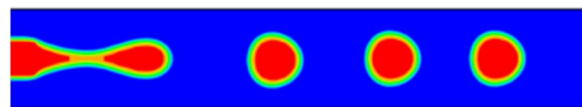
در شکل 14 تشکیل قطره در یک روند مشخص با شرایط  $Ca=0/05$  و  $Q=3$  نشان داده شده است. در شکل 14-الف، چرخه تشکیل قطره در پنج زمان متفاوت مورد بررسی قرار گرفته که در نمودار فشار (شکل 14-ب) مشخص شده‌اند. فشارهای مشخص شده  $P_e$  و  $P_d$  به ترتیب فشار فازهای پیوسته و جداشونده در نقاط میانی زیر کانال‌ها با فاصله اندکی نسبت به خروجی می‌باشند. رشد قطره به وسیله اختلاف فشار مثبت ادامه می‌یابد تا زمانی که اختلاف فشار از بین می‌رود که همان نقطه  $tb$  می‌باشد. در این

رفتار جریان دوفازی در میکروکانال‌ها می‌باشد. در این بخش با تغییرات این عدد بی‌بعد، روند تشکیل قطره مطابق با انواع رژیم‌های جریان مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در شکل 9 تغییرات رفتار جریان در یک نسبت سرعت ثابت بین فازها ( $Q=2$ ) و در اعداد مختلف  $Ca$ ، نشان داده شده است. همان‌طور که از این شکل مشخص است، در یک عدد  $Q$  ثابت، با افزایش عدد  $Ca$ ، اندازه قطره‌ها کاهش یافته و فرکانس تشکیل افزایش می‌یابد.

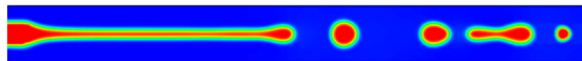
به طور کلی در بررسی رفتار جریان در میکروکانال‌ها، هنگامی که عدد  $Ca$  کوچک باشد ( $Ca < 0/1$ ) تشکیل قطره تحت تأثیر فشار اطراف خود می‌باشد. به عبارت دیگر قطره‌ها عمدتاً توسط اختلاف فشار بین دو فاز پیوسته و جداشونده بریده می‌شوند. در این حالت قطره‌ها بزرگتر از عرض کانال بوده و اصلاحاً اسلاگ<sup>1</sup> تشکیل می‌شود.

هنگامی که عدد  $Ca$  بزرگ می‌باشد ( $Ca > 0/1$ )، نیروی ویسکوزیته به اندازه کافی قوی می‌باشد تا بر نیروی کشش سطحی غلبه کند و قطره‌ها اغلب با استفاده از ناپایداری برشی شکل می‌گیرند. همان‌طور که در شکل 9 دیده می‌شود، کشش سطحی در حالت  $Ca=0/17$  به اندازه کافی قوی نیست تا بر نیروی برشی اعمالی از فاز پیوسته غلبه کند و فاز جدا شونده تحت تأثیر این نیروی اعمالی به صورت یک جریان باریک کشیده شده و قطره‌های کروی با شعاع‌هایی بسیار کوچک‌تر از عرض کانال در نوک فاز کشیده شده تشکیل می‌شوند.

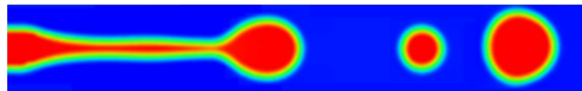
(الف-1)



(الف-2)

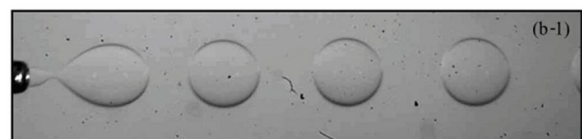


(الف-3)

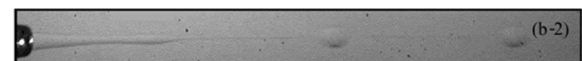


(الف)

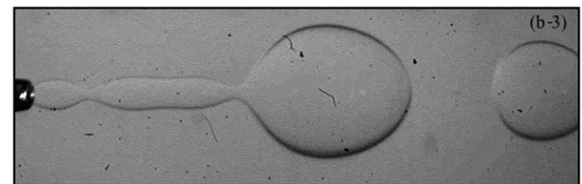
(ب-1)



(ب-2)



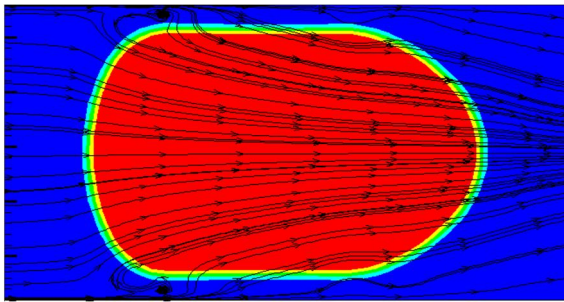
(ب-3)



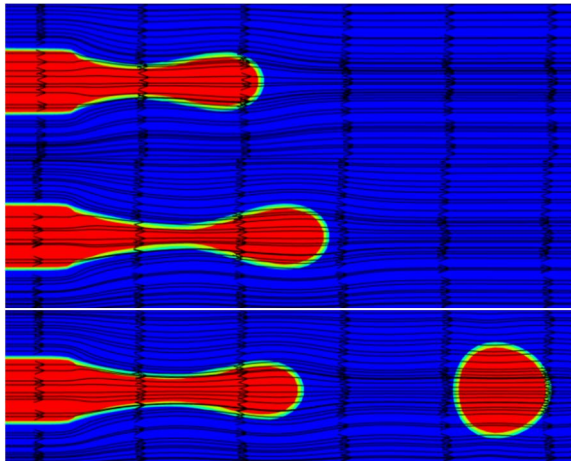
(ب)

شکل 8 رژیم‌های جریان تشکیل قطره در میکروکانال کو-فلوئینگ: (الف) نتایج عددی، (ب) مشاهدات آزمایشگاهی [25].





شکل 12 خطوط جریان برای قطره جدانشده در میکروکانال ( $Ca = 0/04$  و  $Q=4$ )



شکل 13 خطوط جریان در مراحل تشکیل قطره در میکروکانال ( $Ca = 0/065$  و  $Q=2$ )

اعتبار کد مورد نظر استفاده شده و در موارد مختلفی دقت روش بررسی شده است. مقایسه نتایج با نتایج تحلیلی، دقت قابل قبول کد را نشان می‌دهد. هم-چنین، نتایج شبیه‌سازی انواع رژیم‌های جریان شامل رژیم‌های چکه کردن و جتی، به طور کیفی با مشاهدات آزمایشگاهی مورد مقایسه قرار گرفته که بیانگر این می‌باشند که مدل عددی مورد استفاده به خوبی قادر به پیش‌بینی رفتار جریان در این گونه کانال‌ها خواهد بود.

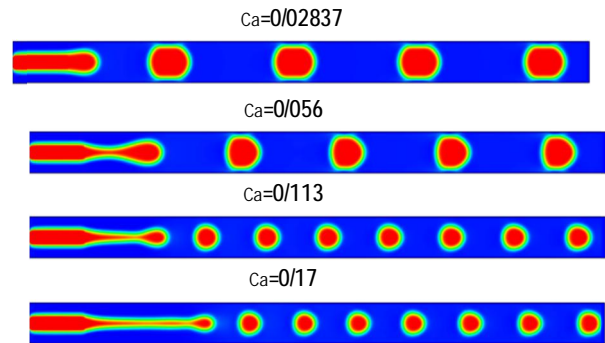
در ادامه، تشکیل و جدایش قطره در یک میکروکانال در راستای فرایند امولسیون شبیه‌سازی شده و مورد بررسی قرار گرفته است. در این شبیه‌سازی، بخصوص تأثیر نسبت‌های سرعت متفاوت دو فاز و تأثیر عدد بی‌بعد موینگی مورد مطالعه قرار گرفته، الگوی جریان در زمان‌های مختلف بررسی شده و نتایج زیر استخراج شده‌اند:

- فاز جداشونده که از طریق کانال میانی تزریق می‌شود، توسط تأثیر فشار اعمالی از فاز پیوسته و نیروی کشش سطحی، به صورت قطره و تناوبی جدا می‌شود،

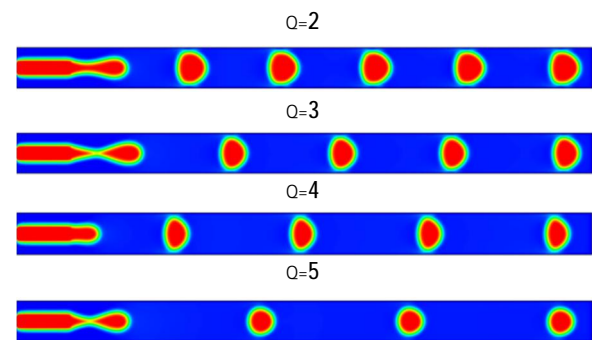
- در یک  $Q$  ثابت، با افزایش  $Ca$  اندازه قطره‌ها کاهش می‌یابد،

- در یک عدد موینگی ثابت، با افزایش  $Q$  اندازه قطره‌ها کاهش پیدا می‌کند،  
- توزیع فشار در اطراف مرز مشترک بسیار منطقی بوده و ضخامت مرز مشترک به حداقل مقدار خود می‌رسد،

- روش حاضر دارای مزیت کاهش سرعت‌های مصنوعی بوده و اندازه سرعت‌های مصنوعی در این روش بسیار کوچک‌تر از روش شبه پتانسیل شان-چن می‌باشد.



شکل 9 تغییرات رفتار جریان در میکروکانال کو-فلوئینگ برای نسبت سرعت ثابت بین فازها ( $Q=2$ ) و در اعداد مختلف  $Ca$ .

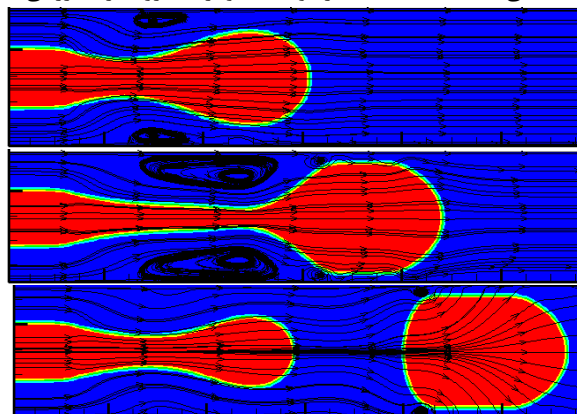


شکل 10 تغییرات رفتار جریان در میکروکانال کو-فلوئینگ برای مقدار ثابت  $Ca = 0/065$  و در نسبت‌های گوناگون سرعت

زمان، چون فشار فاز پیوسته با فشار فاز جداشونده برابر می‌باشد، اندازه قطره تغییر نمی‌کند و علامت اختلاف فشار منفی می‌شود. بنابراین، مرز مشترک تغییر کرده و از محدب به مقعر تبدیل می‌شود. به عبارت دیگر قطره شروع به جدایش می‌کند. فاز پیوسته ورودی در نهایت قطره را جدا می‌کند و چرخه دوباره شروع می‌شود و در زمان  $t_2$  شرایط فشاری مشابه شرایط  $t_1$  می‌باشد. این روند ادامه پیدا می‌کند، تکرار می‌شود و فرکانس خاصی برای تشکیل قطره به وجود می‌آید.

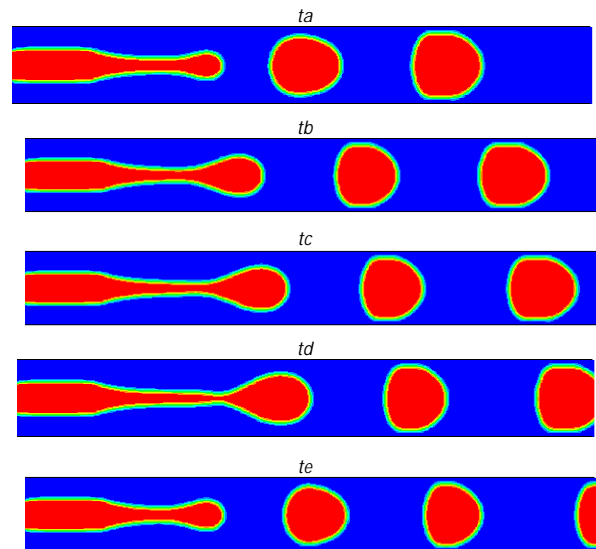
## 7- نتیجه‌گیری

در این مقاله از روش شبکه بولتزمن با مدل تابع مشخصه برای شبیه‌سازی فرایند تشکیل قطره در میکروکانال دوبعدی کو-فلوئینگ (شامل دو سیال مخلوط نشدنی) استفاده شده است. از دو تست دوفازی معروف برای بررسی

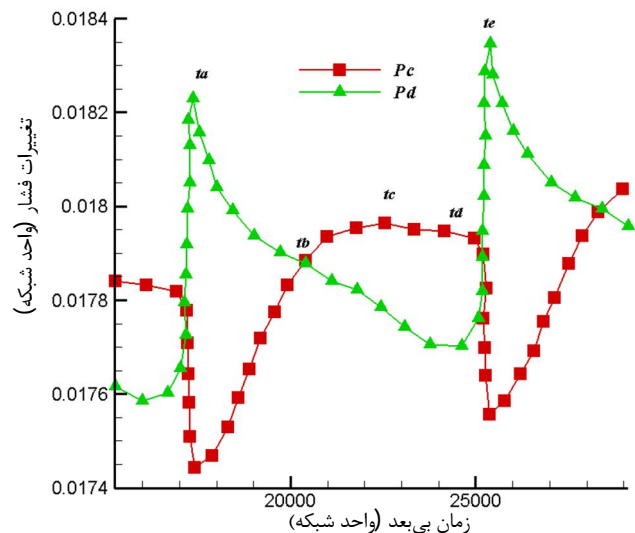


شکل 11 خطوط جریان در مراحل تشکیل قطره در میکروکانال ( $Ca = 0/04$  و  $Q=4$ )

- [3] S. L. Anna, N. Bontoux, and H. A. Stone, Formation of Dispersions Using Flow Focusing in Microchannels, *Applied Physics Letters*, Vol. 82, No. 3, pp. 364–366, 2003.
- [4] P. Garstecki, M. J. Fuerstman, H. A. Stone, and G. M. Whitesides, Formation of Droplets and Bubbles in a Microfluidic T-junction Scaling and Mechanism of Break-up, *Lab on a Chip*, Vol. 6, No. 3, pp. 437–446, 2006.
- [5] N. Zhihong, S. MinsSeok, X. Shengqing, C. Patrick, L. Michelle, M. George Whitesides, P. Garstecki, and A. Stone, Emulsification in a Microfluidic Flow-focusing Device: Effect of the Viscosities of the Liquids, *Microfluid Nanofluid*, Vol. 5, No. 4, pp. 585–594, 2008.
- [6] D. F. Zhang and H. A. Stone, Drop Formation in Viscous Flows at a Vertical Capillary Tube, *Physics of Fluids*, Vol. 9, No. 8, pp. 2234–2242, 1997.
- [7] W. Wang, Z. Liu, Y. Jin, and Y. Ceng, LBM Simulation of Droplet Formation in Micro-channels, *Chemical Engineering Journal*, Vol. 173, No. 3, pp. 828–836, 2011.
- [8] X. Shan, and H. Chen, Lattice Boltzmann Model for Simulating Flows with Multiple Phases and Components, *Physical Review E*, Vol. 47, No. 3, pp. 1815–1819, 1993.
- [9] X. He, S. Chen, and R. Zhang, A Lattice Boltzmann Scheme for Incompressible Multiphase Flow and Its Application in Simulation of Rayleigh–Taylor Instability, *Journal of Computational Physics*, Vol. 152, No. 2, pp. 642–663, 1999.
- [10] X. He, X. Shan, and G. D. Doolen, A Discrete Boltzmann Equation Model for Non-Ideal Gases, *Physical Review E*, Vol. 57, No. 1, pp. R13–R16, 1998.
- [11] A. Fakhari, and M. H. Rahimian, Investigation of Deformation and Breakup of a Falling Droplet Using a Multiple-Relaxation-Time lattice Boltzmann Method, *Computers & Fluids*, Vol. 40, No. 1, pp. 156–171, 2011.
- [12] H. Lamb 1932, *Hydrodynamics*, Cambridge University Press, Dover Cambridge, New York, 6th Edition.
- [13] A. Fakhari, and M. H. Rahimian, Simulation of Falling Droplet by the Lattice Boltzmann Method, *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat*, Vol. 14, No. 7, pp. 3046–3055, 2009.
- [14] Y. YuMei, Y. Chao, J. Yi, J. Ameya, S. YouChun, and Y. X. Long, Numerical Simulation of Immiscible Liquid-Liquid Flow in Microchannels Using Lattice Boltzmann Method, *Science China Chemistry*, Vol. 54, No. 1, pp. 244–256, 2011.
- [15] E. Sattari, M. A. Delavar, E. fattahi, and K. Sedighi, Investigation of Two Bubble Coalescence with Large Density Differences with Lattice Boltzmann Method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 10, pp. 93–100, 2014. (In Persian)
- [16] T. Reis, *The Lattice Boltzmann Method for Complex Flows*, PhD Thesis, University of Cardiff, United Kingdom, 2007.
- [17] J. Eggers, J. R. Lister, and H. A. Stone, Coalescence of Liquid Drops, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 401, No. 1, pp. 293–310, 1999.
- [18] Z. L. Yang, T. N. Dinh, R. R. Nourgaliev, and B. R. Sehgal, Numerical Investigation of Bubble Growth and Detachment by the Lattice Boltzmann Method, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 44, No. 1, pp. 195–206, 2001.
- [19] M. Taghilu, and M. H. Rahimian, Simulation of 2D Droplet Penetration in Porous Media Using Lattice Boltzmann Method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 13, pp. 43–56, 2013. (In Persian)
- [20] L. S. Kim, H. K. Jeong, M. Y. Ha, and K. C. Kim, Numerical Simulation of Droplet Formation in a Micro-channel Using the Lattice Boltzmann Method, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 22, No. 4, pp. 770–779, 2008.
- [21] Z. Wang, J. Yang, Y. Wei, and Y. Qian, A New Extrapolation Treatment for Boundary Conditions in Lattice Boltzmann Method, *Chinese Physics Letters*, Vol. 30, No. 9, pp. 094703-1 – 094703-5, 2013.
- [22] O. R. Mohammadipoor, H. Niazmand, S. A. Mirbozorgi, A new Curved Boundary Treatment for the Lattice Boltzmann Method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 8, pp. 28–41, 2013. (In Persian)
- [23] X. Yin, and J. Zhang, An Improved Bounce-Back Scheme for Complex Boundary Conditions in Lattice Boltzmann Method, *Journal of Computational Physics*, Vol. 231, No. 11, pp. 4295–4303, 2012.
- [24] A. S. Utada, A. F. Nieves, H. A. Stone, and D. A. Weitz, Dripping to Jetting Transitions in Coflowing Liquid Streams, *Physical Review Letters*, Vol. 99, No. 9, pp. 094502-1 – 094502-4, 2007.
- [25] Y. Chen, L. Wu, and C. Zhang, Emulsion Droplet Formation in Co-flowing Liquid Streams, *Physical Review E*, Vol. 87, No. 1, pp. 013002-1 – 013002-8, 2013.



الف) مراحل تشکیل قطره در میکروکانال در زمان‌های متفاوت

ب) تغییر فشارهای  $P_c$  و  $P_d$  با زمانشکل 14 روند تشکیل قطره در طول یک چرخه ( $Ca=0/05$  و  $Q=3$ )

## 8- مراجع

- [1] P. B. Umbanhowar, V. Prasad, and D. A. Weitz, Monodisperse Emulsion Generation Via Drop Break Off in a Coflowing Stream, *Langmuir*, Vol. 16, No. 2, pp. 347–351, 2000.
- [2] J. Hua, B. Zhang, and J. Lou, Numerical Simulation of Microdroplet Formation in Coflowing Immiscible Liquids, *American Institute of Chemical Engineers*, Vol. 53, No. 10, pp. 2534–2548, 2007.