مجله مهندسی مکانیک مدرس، آبان 1395، دوره 16، شماره 8، ص‌ص 249-260

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

پیش‌بینی رفتار خزشی مواد مرکب الیافی با استفاده از مدل‌سازی میکرومکانیکی

عیسی احمدی[1*]، ندا عطایی[2]

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه زنجان، زنجان
2- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه زنجان، زنجان
* زنجان، صندوق پستی 45371-38791، i_ahmadi@znu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 12 خرداد 1395
پذیرش: 10 تیر 1395
ارائه در سایت: 07 شهریور 1395

کلید واژگان:
مدل‌سازی میکرومکانیکی
خواص خزش
خزش مرحله پایدار
کامپوزیت الیافی
روش المان‌محدود
المان حجمی نماینده

چکیده

در این مقاله مدل میکرومکانیکی جهت بررسی رفتار خزشی و وابسته به زمان در مواد مرکب الیافی ارائه شده است. برای مدل‌سازی و استخراج رفتار کامپوزیت با استفاده از مدل میکرومکانیکی از مفهوم المان نماینده حجمی استفاده شده است. با استفاده از روابط ساختاری مربوط به خزش در بارگذاری چند محوره، مدل المان محدود برای مدل‌سازی خزش چند محوره استخراج شده است. سپس روابط حاکم بر المان نماینده با در نظر گرفتن ترم‌های مربوط به خزش با استفاده از روش المان محدود گسسته‌سازی شده و ماتریس‌های سفتی و نیرو متناسب با آن در مدل المان محدود استخراج شده است. با توجه به اینکه در بارگذاری‌های عمودی محوری و جانبی کامپوزیت الیافی، ماهیت میدان جابجایی المان نماینده بصورت کرنش صفحه‌ای توسعه یافته قابل مدل‌سازی است، لذا گسسته‌سازی معادلات برای حالت کرنش صفحه‌ای توسعه یافته ارائه شده است. شرایط مرزی المان نماینده متناسب با بارگذاری در مسئله خزش اعمال شده است و از روش صریح اویلر برای حل معادلات در حوزه زمان استفاده شده است. مدل میکرومکانیکی ارائه شده برای بررسی توزیع تنش در زمینه و الیاف و بررسی خزش مرحله پایدار کامپوزیت الیافی زمینه فلزی استفاده شده است و نقش خزش در تغییر توزیع تنش بر حسب زمان بررسی شده است. سپس رفتار خزشی کامپوزیت در دیدگاه ماکرومکانیکی با استفاده از مدل میکرومکانیکی ارائه شده بر مبنای المان نماینده استخراج شده است و خواص ماکرومکانیکی کامپوزیت برای بارگذاری‌های جانبی و محوری برای نسبت‌های حجمی متفاوت بدست آمده است.

Micromechanical modeling for prediction of the creep behavior of fibrous composite materials

Isa Ahmadi*, Neda Ataee

Department of Mechanical Engineering, University of Zanjan, Zanjan, Iran
* P.O.B. 45371-38791, Zanjan, Iran, i_ahmadi@znu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 01 June 2016
Accepted 30 June 2016
Available Online 28 August 2016

Keywords:
Micromechanical Modeling
Creep properties
Steady state creep
Finite element method
Representative Volume Element (RVE)

ABSTRACT

A micro-mechanical model based on the representative volume element (RVE) is presented to study the time-dependent and creep behavior of fibrous composite material. To this aim a finite element model is presented for analysis of creep behavior of material in multi-axial creep are presented. The generalized plane strain condition is employed to model the behavior of the RVE in axial and transverse normal loading. The governing equations of the problem in the RVE are discretized using the presented finite element method and the stiffness and force matrixes are presented. Appropriate boundary conditions are implied to the RVE in order to consider the transverse and axial loading conditions including creep behavior. The Euler explicit method is employed to solve the discretized equations in the time domain. The distribution of micro-stresses and the effect of creep in re-distribution of the stresses are studied. The steady state creep behavior of composite in macro-mechanical scale is investigated by analysis of the micromechanical behavior of the RVE. The macro-mechanical creep behavior of metal matrix composite in axial and transverse loading is predicted from the presented micromechanical model.

1- مقدمه

استفاده از کامپوزیت تقویت شده با الیاف به طور چشمگیری در سال‌های اخیر گسترش یافته است. علت اصلی افزایش استفاده از این مواد استحکام و ضریب صلبیت بالا در کنار دانسیته پایین و قیمت مناسب آن‌هاست. یکی از کاربردهای اساسی کامپوزیت‌ها در سازه‌های هوایی است؛ زیرا با جایگزین کردن این مواد با فلزات، کاهش وزن چشمگیری مشاهده می‌شود. علاوه بر کاربرد این مواد در صنایع هوافضا، می‌توان به کاربرد این مواد در کشتی‌سازی، مخازن تحت فشار، اتومبیل‌ها و ... اشاره کرد. استفاده از فلزات به عنوان زمینه در مواد مرکب دارای مزایا و معایبی است. از مزایای فلز به عنوان زمینه می‌توان به محدوده‌ی کاری دما بالا، استحکام عرضی بالا، مؤثر نبودن اثر رطوبت، هدایت حرارتی بالا و معایب آن‌ها تنش پسماند حرارتی نسبتاً زیاد ایجاد شده در طول فرایند ساخت، لایه میانی ضعیف بین الیاف و زمینه، وزن بیشتر و خوردگی اشاره کرد. البته به این نکته هم باید توجه شود که با افزایش دما خواص زمینه و الیاف و در نتیجه خواص ماده مرکب فلزی کاهش می‌یابد.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:
I. Ahmadi, N. Ataee, Micromechanical modeling for prediction of the creep behavior of fibrous composite materials, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 8, pp. 249-260, 2016 (in Persian)

خزش پارامتری مهم برای توصیف پاسخ مواد تحت بار استاتیکی و طی زمان‌های طولانی می‌باشد. این پدیده‌ی فیزیکی در دماهای بالا باعث تغییر شکل غیرقابل برگشت ماده تحت تنش طی گذشت زمان می‌گردد. خزش عامل شکست اغلب قطعات در دمای بالای کاری می‌باشد. در حضور گرما مواد می‌توانند به آرامی و به طور پیوسته حتی تحت بارهای ایستایی تغییر شکل دهند و سرانجام در اثر کرنش ایجاد شده از کار افتاده شوند. خزش در کامپوزیت‌ها نسبت به مواد ایزوتروپ پدیده پیچیده‌تری است که به عوامل مختلفی از قبیل رفتار وابسته به دما و زمان زمینه و الیاف، رفتار الاستیک و شکست زمینه و الیاف، درصد حجمی الیاف و نوع و راستای بارگذاری بستگی دارد. از آنجایی که اکثر سازه‌های مهندسی در هنگام عملیاتی شدن تحت شرایط مختلف بارگذاری قرار می‌گیرند، اطلاع از رفتار این مواد تحت بارگذاری‌های مختلف امری ضروری به نظر می‌رسد. در سال‌های اخیر پیش‌بینی رفتار خزشی این دسته از مواد مورد بررسی بسیاری از محققین و دانشمندان قرار گرفته است و روش‌های جدیدی نیز در همین زمینه توسط محققان ارائه شده است. در کنار روش‌های پرهزینه و زمان‌بر آزمایشگاهی، روش‌های تئوری و عددی متفاوتی نیز در این زمینه ارائه شده‌اند، این روش‌ها قادرند رفتار خزشی این مواد را با دقت‌های مختلف پیش‌بینی نمایند.

استریت و کلی [1] نظریه‌ی ساده‌ای برای بررسی خزش پایا در کامپوزیت‌های الیافی با در نظر گرفتن دو نوع الیاف صلب و خزنده ارائه کرده‌اند. آن‌ها دریافتند که حضور الیاف باعث افزایش نرخ برشی زمینه می‌گردد. مین و کروسمان [2] به بررسی رفتار خزشی در کامپوزیت‌های زمینه فلزی تقویت شده با الیاف تک‌جهته بر پایه نتایج آزمایشگاهی پرداخته‌اند. همچنین مقایسه‌ای بین رفتار خزشی آلومینیوم خالص و آلومینیوم تقویت شده با الیاف الاستیک و ممتد گرافیت ارائه کرده‌اند. مدل آن‌ها براساس تنش صفحه‌ای بوده و اثرات بارگذاری چندجهته و همچنین تنش‌های پسماند را در بر می‌گیرد. آن‌ها دریافتند که توزیع غیریکنواخت تنش در اجزا تا حد زیادی روی خزش در راستای الیاف، تأثیرگذار خواهد بود. لیلهولت [3] مدل‌هایی برای بررسی رفتار خزشی کامپوزیت‌های الیافی ارائه کرده است. این مدل‌ها شامل هر دو حالت الیاف و ماتریس خزنده و الیاف صلب در ماتریس خزنده هستند. آزمایش‌ها روی سه نمونه Ni تقویت شده با الیاف W، Ni+Ni3Al تقویت‌شده با الیاف Cr_3C_2 و Al تقویت شده با الیاف SiC که الیاف موازی و همسو با جهت بارگذاری هستند، انجام شد. در دو نمونه اول تطابق خوبی بین تئوری و آزمایش‌ها وجود دارد درحالی‌که برای سیستم سوم مطالعات بیشتری لازم است. موریموتو و همکارانش [4] رفتار خزشی کامپوزیت زمینه آلومینیوم تقویت شده با پانزده درصد حجمی الیاف ریز سیلیکون کاربراید را به‌صورت تجربی و تحلیلی مورد بررسی قرار داده‌اند. به‌منظور محاسبه اطلاعات ورودی دقیق برای حل تحلیلی، آزمایش‌هایی انجام شده و پارامترهای مختلف استخراج شده است. آن‌ها بر اساس این داده‌ها و استفاده از مدل خزش تابا- لیلهولت[1]، نرخ خزش مرحله دوم را محاسبه کرده‌اند. تطابق خوبی بین نتایج تحلیلی و نتایج تجربی وجود دارد. جدایش لایه میانی نیز در حل آن‌ها در نظر گرفته شده است. وِنگ و زو [5] روابط پیوسته‌ای را با در نظر گرفتن حالت کلی تنش چندمحوره برای بررسی خزش در کامپوزیت‌های زمینه فلزی تقویت‌شده با الیاف ارائه کرده‌اند. همچنین آن‌ها تأثیر متالوژی و انتقال بار بین زمینه و تقویت‌کننده را مورد بررسی قرار داده‌اند. میشرا و پاندی [6] سهم با ارزشی در درک رفتار مکانیکی کامپوزیت آلومینیم - سیلیکون کاربراید در دماهای بالا دارند. آن‌ها نشان دادند خزش در کامپوزیت زمینه آلومینیم با شبکه نفوذ در زمینه کنترل می‌شود. یکی از کارهای با ارزش آن‌ها محاسبه با دقت زیاد تنش آستانه بود. آن‌ها تنش آستانه را تابعی از حرارت و درصد حجمی سیلیکون کاربراید معرفی کرده‌اند. لی و همکارانش [7] به تحلیل خزش با استفاده از مدل کاکس[2] در کامپوزیت تقویت‌شده با الیاف کوتاه الاستیک پرداخته‌اند. نتایج حل تحلیلی آن‌ها تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی پیشین داشت. وانگ و وِنگ [8] کرنش خزشی گذرا را در کامپوزیت زمینه فلزی با تقویت‌کننده‌ی الیافی تک‌جهته و تحت بارگذاری عرضی بررسی کرده‌اند. آن‌ها با استفاده از میدان میانگین موری- تاکانا و حل لو- وانگ برای استوانه‌های متحدالمرکز سه فازی، نظریه‌ای برای بررسی توزیع تنش در زمینه و خزش وابسته به زمان در کامپوزیت‌های الیافی ارائه داده‌اند. رفتار خزشی مواد کامپوزیتی تقویت‌شده با الیاف بلند در سال 1992 توسط وبر و همکارانش [9] ارائه شده است. نتایج حاصل از کار پژوهشی آن‌ها نشان می‌دهد هرگاه ماتریس و الیاف هر دو خزنده باشند، یک رفتار پایدار به دنبال رفتار گذرای اولیه مشاهده می‌شود. زمانی که الیاف خزش نداشته باشند، خزش گذرا در کامپوزیت مشاهده می‌شود که کرنش خزشی توسط تغییر شکل الاستیک الیاف محدود می‌شود. شربی و همکارانش [10] به گسترش تجزیه و تحلیل کامپوزیت آلومینیوم- سیلیکون کاربراید بر پایه آنالیز میرشا و پاندی پرداختند. هدف نهایی این بررسی، پیش‌بینی معیاری برای رفتار مکانیکی کامپوزیت‌های زمینه فلزی در دماهای بالا است. آن‌ها به‌خصوص به بررسی ویژگی‌های ریزساختاری که در تعیین استحکام مؤثر است، پرداخته‌اند. یانگ و جنگ [11] خزش خمشی و مکانیزم‌های خرابی در تیتانیوم تقویت‌شده با آلیاژ سیلیکون کاربراید در دما و تنش‌های مختلف را مورد بررسی قرار داده‌اند. آن‌ها شکستگی الیاف و ترک زمینه را از مهم‌ترین آسیب‌ها طی خزش پایدار معرفی کرده‌اند. اوکاموتو و همکارانش [12] به عنوان اولین قدم در بررسی رفتار خطی کامپوزیت‌ها با تقویت‌کننده تک‌جهته، آزمون خزش را برای سه نمونه به ترتیب با الیاف 0، 45 و 90 درجه در دمای 450 درجه سانتی‌گراد برای کامپوزیت Ti/SCS انجام داده‌اند. آن‌ها دریافتند که خزش طولی و پارگی برای سطح تنش پایین‌تر از استحکام SCS رخ می‌دهد. آراواس و همکارانش [13] به توسعه رابطه پیوسته سه‌بعدی برای توصیف خزش حالت پایدار در کامپوزیت‌های زمینه فلزی پرداخته‌اند. آن‌ها شرایط مرزی متناوب را مطابق الزامات تئوری به سلول واحد اعمال کرده و با استفاده از حل المان محدود به پیش‌بینی مدل پرداخته‌اند. تسانگ و همکارانش [14] آزمایش‌های خود را برای کامپوزیت Ti/B که با سه درصد حجمی مختلف 15/10/5 ساخته شده بود، انجام داده‌اند. هدف مطالعه‌ی آن‌ها بررسی رفتار مکانیکی به ویژه خواص خزشی در اثر تغییرات درصد حجمی است، همچنین رفتارهای خزشی کامپوزیت‌ها مورد بحث قرار گرفته است. لی و لانگدون [15] آزمایش خزش را برای آلومینیوم تقویت شده با ذرات آلومینا انجام داده‌اند. خواص خزشی برای دمای 623 تا 773 درجه کلوین استخراج شده است. نتایج نشان می‌دهد که توان مربوط به ترم تنش و مقدار عددی انرژی آزادسازی در کامپوزیت‌ها بالاتر از زمینه می‌باشد. آن‌ها نشان دادند با ترکیب تنش آستانه و انجام تجزیه و تحلیل مقدار توان تنش کاهش می‌یابد. چن و چنگ [16] مدلی میکرومکانیکی برای بررسی رفتار ویسکوالاستیک در لاستیک‌های تقویت شده با ذرات جامد را ارائه کرده‌اند. تی‌جانگ و ما [17] آزمایش‌هایی برای بررسی رفتار خزشی برشی در کامپوزیت زمینه آلومینیوم و

[1] Taba-Lilholt

[2] Cox

آلیاژ آلومینیوم- مس انجام داده‌اند. نتایج حاصل از کار پژوهشی آن‌ها نشان داد که مقاومت خزشی کامپوزیت آلیاژ آلومینیوم بالاتر است. چنگ و آراواس [18] رابطه‌ی پیوسته سه‌بعدی برای گسترش رفتار خزشی وابسته به زمان (گذرا) در کامپوزیت‌های زمینه فلزی تقویت‌شده با الیاف پیوسته الاستیک را ارائه کرده‌اند. تی‌جانگ و ماو [19] رفتار خزشی آلومینیوم خالص و آلومینیوم تقویت‌شده با سیلیکون کارباید را بررسی کرده‌اند. نتایج بررسی آن‌ها نشان داد که انرژی فعال‌سازی و توان تنش کامپوزیت بالاتر از آلومینیوم خالص است. علاوه بر این نرخ کرنش بحرانی را مشاهده کرده‌اند. آن‌ها دریافته‌اند که مقاومت خزشی کامپوزیت بالاتر بوده و با افزایش دما نرخ کرنش افزایش می‌یابد. مارتین و همکارانش [20] به بررسی رفتار خزشی طولی در کامپوزیت‌ها با الیاف تک‌جهته در محیط خلأ پرداخته‌اند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که با آزادسازی تنش در زمینه، تنش محوری داخل الیاف افزایش می‌یابد و باعث شکستن الیاف می‌گردد. ملیکو و همکارانش [21] مدلی میکرومکانیکی برای بررسی خزش در نظر گرفته و تغییر استحکام لایه میانی و مقاومت خزشی در کامپوزیت‌ها را مورد بررسی قرار داده‌اند. مدل تحلیلی جدیدی بر پایه تئوری عقب افتادگی برشی[1] برای پیش‌بینی رفتار خزشی برخی از کامپوزیت‌های الیاف کوتاه با استفاده از روش الیاف خیالی[2] توسط مندعلی و همکارانش [22] ارائه شده است. مندعلی و همکارانش [23] از روش تفاضل محدود برای حل معادلات تعادل و بنیادی خزش در مدل مایکرومکانیک جهت بدست آوردن میدان‌های تنش و نرخ کرنش خزشی مرحله پایدار کامپوزیت تحت بار کششی در کامپوزیت الیاف کوتاه استفاده کرده‌اند.

قوامی و همکارانش [24] روش تفاضل محدودی برای پیش‌بینی نرخ جابجایی و تنش خزشی مرحله دوم در کامپوزیت‌های زمینه فلزی تقویت‌شده با الیاف کوتاه تحت بارگذاری تک‌محوره را ارائه کرده‌اند. این روش قادر است جدایش لایه میانی را که عاملی مهمی در خزش کامپوزیت‌های الیافی کوتاه است، بررسی کند. برای رفتار خزشی زمینه از قانون نمایی استفاده شده است. همچنین روشی برای جدایش لایه میانی بر پایه تنش گسترش یافته است. نتایج به دست آمده تا حد زیادی به درک بهتر الگوی جریان و مکانیزم انتقال بار از الیاف به زمینه در حالت وجود لایه میانی و بدون آن کمک می‌کند. نرخ کرنش‌های پیشنهادی نتایج خوبی با نتایج تئوری دارد. باکسوانیس و همکارش [25] مدلی با استفاده از میکرومکانیک و بر پایه مدل هارسون- کارین که در سال 2002 ارائه شده است، جهت بررسی خزش در کامپوزیت‌های زمینه سرامیکی ارائه کرده‌اند. منفرد [26] دو مدل ریاضی بر اساس توابع چندجمله‌ای و روش شرایط مرزی برای تعیین تنش برشی در لایه میانی برای خزش حالت پایدار در کامپوزیت الیاف کوتاه ارائه کرده است. روش ارائه شده توسط منفرد ساده‌تر و کاراتر از روش‌های تحلیلی پیشین بوده و تطابق خوبی با نتایج موجود دارد. همچنین منفرد [27] مدلی ریاضی براساس ترکیبی از توابع نمایی، لگاریتمی و چندجمله‌ای برای اندازه‌گیری برخی از مجهولات ازجمله نرخ جابجایی در سطح خارجی سلول واحد و نرخ کرنش در الیاف کوتاه الاستیک در حالت پایا تحت بارگذاری محوری ارائه نمود. کالیم و همکارانش [28] روشی جهت بررسی خزش در رزین تقویت‌شده با الیاف کوتاه شیشه ارائه کرده‌اند. فرضیه این مطالعه این است که پراکنده کردن الیاف شیشه‌ای در داخل رزین خواص خزشی کامپوزیت را کاهش می‌دهد. سه گروه کامپوزیت به ترتیب با جهت‌گیری الیاف همسانگرد، الیاف ناهمسانگرد و تقویت‌کننده پودری جهت بررسی خزش وابسته به زمان مورد آزمایش قرار گرفته‌اند. تهامی و همکارانش [29] به بررسی رفتار خزشی دیسک دواری از جنس کامپوزیت آلومینیوم- سیلیکون کارباید پرداخته‌اند. آن‌ها تأثیر ضخامت و خواص فیزیکی وابسته به دما را بررسی کرده‌اند. درویزه و همکارانش [30] از مدل میکرومکانیکی تحلیلی سه‌بعدی به منظور بررسی اثرات فاز میانی بر پاسخ غیرخطی کامپوزیت الیاف بلند سه فازی استفاده کرده‌اند.

در این مقاله رفتار وابسته به زمان مواد کامپوزیتی الیافی با استفاده از مدل‌سازی میکرومکانیکی ماده مرکب مورد بررسی قرار گرفته است. برای این منظور از مفهوم المان نماینده استفاده شده است و رفتار کامپوزیت با استفاده از المان نماینده مربوطه مدل شده است. با توجه به این که اکثر مدل‌های تحلیلی و نیمه تحلیلی که توسط محققان انجام شده است با ساده‌سازی‌های زیادی بر روی هندسه المان نماینده انجام گرفته است لذا برای از بین بردن تقریب ناشی از ساده‌سازی در هندسه و شیوه حل، المان نماینده شامل الیاف و زمینه مربوطه بدون ساده‌سازی هندسی در نظر گرفته شده است و با ارائه فرمول‌بندی المان محدود برای خزش، معادلات ساختاری حاکم بر آن با استفاده از روش المان محدود حل شده است. برای مدل‌سازی المان نماینده از فرضیات کرنش صفحه‌ای توسعه یافته استفاده شده است. این روش قادر است با مدل‌سازی میکرومکانیکی خزش در الیاف و زمینه براساس توزیع تنش‌های میکرومکانیکی در اجزای المان نماینده رفتار ماکرومکانیکی کامپوزیت در خزش را با دقت بالاتری پیش‌بینی نماید.

2- مدل‌سازی میکرومکانیکی مواد مرکب

برای مدل کردن رفتار ماده مرکب، دو روش ماکرومکانیک و میکرومکانیک وجود دارد که هرکدام برای اهداف مشخصی مورد استفاده قرار می‌گیرند. در روش مدل‌سازی ماکرومکانیک ماده مرکب به‌صورت محیط پیوسته همگن و ارتوتروپ در نظر گرفته می‌شود. نمونه‌های تحلیل به روش ماکرومکانیک، حل ورق‌ها و پوسته‌ها هستند که در آن اثرات مواد تشکیل‌دهنده تنها به‌عنوان خواص ظاهری ماده مرکب آشکار می‌شوند؛ اما در روش دوم، برای تعیین خواص مواد مرکب، از خواص اجزای تشکیل‌دهنده، نسبت حجمی و اثر متقابل بین فازها که مربوط به هندسه میکرو ساختار ماده مرکب است استفاده می‌شود؛ بنابراین برای تحلیل رفتار حرارتی و مکانیکی ماده مرکب، اثر متقابل مواد تشکیل‌دهنده و خواص هر کدام از آن‌ها به‌صورت میکروسکوپی بررسی می‌شود. با مدل‌سازی میکرومکانیک و با اطلاع از خواص ریز ساختاری ماده مرکب ازجمله خواص الیاف، زمینه و هندسه مدل می‌توان خواص متوسط ماده مرکب را تخمین زد؛ بنابراین با کمک گرفتن از بررسی میکروسکوپی و میکرومکانیکی یک ماده چند جنسی می‌توان یک ماده غیر ایزوتوپ همگن معادل برای بررسی‌های میکرومکانیکی ارائه کرد [31].

2-1- سلول واحد و المان حجمی نماینده

در علم میکرومکانیک برای تحلیل خواص ماده برحسب اجزای تشکیل‌دهنده آن ماده از المان حجمی نماینده استفاده می‌شود. هدف از به‌کارگیری المان نماینده برقراری رابطه بین خواص ماده از دیدگاه ماکرو به ویژگی‌های ریزساختار و خواص اجزای تشکیل‌دهنده‌ی آن می‌باشد، البته باید توجه داشت که المان حجمی نماینده نمایانگر یک حجم نمونه از کامپوزیت است و لزوماً ممکن است در تمام جسم کامپوزیت تکرار نشود اما سلول واحد در تمام جسم تکرار شده است. البته در کامپوزیت‌های الیاف بلند تک جهته معمول

[1] Shear - Lag
[2] Imaginary Fiber

تفاوتی بین المان حجمی نمونه و سلول واحد قائل نمی‌شوند. فاصله الیاف در تک لایه با الیاف تک‌جهته، یک بُعد از المان حجمی نماینده یا طول آن را تشکیل می‌دهد. بُعد دیگر، ضخامت تک لایه یا اگر این تک لایه بیش از یک ردیف از الیاف داشته باشد، فاصله الیاف در ضخامت است که می‌توان به‌عنوان عرض المان حجمی نماینده در نظر گرفت. سلول واحد در واقع کوچک‌ترین سلولی است که قادر خواهد بود کلیه عکس‌العمل‌های یک صفحه کامپوزیت تک جهته تحت بارگذاری مکانیکی و حرارتی را نشان دهد [32].

2-2- مدل‌سازی رفتار المان نماینده

در تحلیل‌های میکرومکانیکی، مدل‌سازی کل سازه یا ماده ممکن است، ولی از لحاظ مدل‌سازی پیچیده و از لحاظ محاسباتی بسیار زمان‌بر خواهد بود بنابراین از المان نماینده حجمی استفاده می‌شود. هرچند که توزیع الیاف در سطح مقطع کامپوزیت الیافی تصادفی است، ولی برای مدل‌سازی میکرومکانیکی معمولاً فرض می‌شود که الیاف دارای قطر یکسان بوده و به صورت منظم در آرایش مربعی در سطح مقطع کامپوزیت توزیع شده است. معمولاً کوچک‌ترین جزء تکرارشونده از سطح مقطع کامپوزیت به‌عنوان المان حجمی نماینده کامپوزیت در نظر گرفته می‌شود و در تجزیه و تحلیل میکرومکانیکی فرض می‌شود که می‌توان رفتار ماده مرکب را با مدل‌سازی صحیح المان نماینده انجام داد. المان نماینده انتخاب شده برای کامپوزیت الیاف بلند در "شکل 1" نشان داده شده است.

در تجزیه و تحلیل میکرومکانیکی فرض می‌شود که می‌توان رفتار ماده مرکب را با مدل‌سازی صحیح المان نماینده انجام داد. انتخاب المان نماینده به نوع بار اعمالی بستگی دارد و معمولاً برای کاهش زمان انجام محاسبات کوچک‌ترین قسمت ممکن که بتوان شرایط مرزی مربوط به بارگذاری را به صورت صحیح بر آن اعمال کرد به عنوان المان حجمی نماینده انتخاب می‌شود. با اعمال درست شرایط مرزی و شرایط بارگذاری می‌توان خواص مکانیکی و رفتار کامپوزیت‌ها را پیش‌بینی کرد. رفتار سینماتیکی المان نماینده به بارهای خارجی وارده بر ماده مرکب بستگی دارد. وقتی که کامپوزیت الیاف بلند تحت بارگذاری‌های استاندارد کششی و یا فشاری در راستای الیاف و یا عمود بر الیاف قرار می‌گیرد رفتار سینماتیکی المان نماینده با فرضیات کرنش صفحه‌ای توسعه یافته قابل بیان است. در این مقاله فرض می‌شود که الیاف در جهت z بوده و محورهای x و y جهات عمود بر الیاف می‌باشند. صفحه سطح مقطع ماده x-y، در جهت z همگن می‌باشد. هنگامی‌که ماده تحت بارگذاری در جهت الیاف یا عمود بر الیاف قرار می‌گیرد

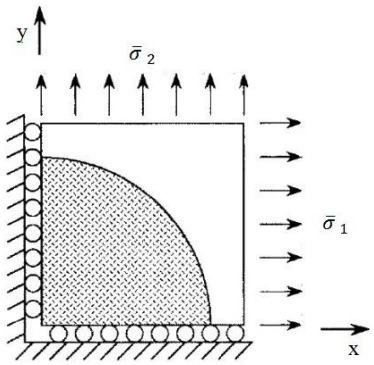

Fig. 1 Selected representative volume element (RVE)

شکل 1 المان حجمی نماینده انتخاب شده

و هنگام پیش‌بینی خواص ماده، فرض می‌شود ماده مرکب تغییر شکل یکنواختی در راستای الیاف دارد؛ با توجه به تغییر شکل یکنواخت ماده، برای کاهش حجم محاسبات می‌توان از فرضیات مدل کرنش صفحه‌ای تعمیم یافته استفاده نمود. با انتخاب المان نماینده در صفحه x-y (صفحه عمود بر الیاف) میدان جابجایی برای حالت کرنش صفحه‌ای تعمیم یافته در المان نماینده به‌صورت رابطه (1) در نظر گرفته می‌شود.

$$u_1 = u_1(x,y), u_2 = u_2(x,y), u_3 = \varepsilon_0 \quad (1)$$

که u_1، u_2 و u_3 به ترتیب جابجایی در راستای محورهای x، y و z می‌باشند و ε_0 کرنش نرمال با مقدار نامعلوم در راستای محور z می‌باشد.

شرایط مرزی باید به‌گونه‌ای اعمال شوند که سلول واحد با سلول‌های واحد مجاور سازگاری داشته باشد تا این‌که درنهایت پیوستگی درکل کامپوزیت ارضا شود. برای بارگذاری مکانیکی کامپوزیت در صورت عدم وجود بارگذاری برشی، لبه‌ی پایین المان حجمی نمونه (محور x) حرکتش در جهت y محدود شده و لبه‌ی چپ (محور y) حرکتش در جهت x محدود شده است، لبه‌ی راست المان حجمی نمونه می‌تواند یک مقدار جابجایی یکسان و نامعلوم در جهت x و لبه‌ی بالایی می‌تواند یک مقدار جابجایی یکسان نامعلوم در جهت y داشته باشد، بنابراین گره‌های روی لبه‌ی سمت راست باید در جهت x با هم کوپل شوند. به‌طور مشابه، گره‌های روی لبه‌ی بالایی باید در جهت y کوپل هم شوند؛ بنابراین شرایط مرزی مناسب روی لبه‌های مختلف المان نماینده حجمی به‌صورت رابطه (2) در نظر گرفته می‌شود.

$$\begin{aligned} &at\ \ x = 0: \quad u_1(0,y,t) = 0 \\ &at\ \ x = a: \quad u_1(a,y,t) = \bar{u}_1(t) \\ &at\ \ y = 0: \quad u_2(x,0,t) = 0 \\ &at\ \ y = b: \quad u_2(x,b,t) = \bar{u}_2(t) \end{aligned} \quad (2)$$

شرایط بارگذاری به‌صورت رابطه (3) می‌باشد.

$$\begin{aligned} &at\ \ x = a: \quad \sigma_{12} = 0, \quad \frac{1}{b}\int_{y=0}^{y=b} \sigma_1 dy = \bar{\sigma}_1 \\ &at\ \ y = b: \quad \frac{1}{a}\int_{x=0}^{x=a} \sigma_2 dx = \bar{\sigma}_2 \\ &\qquad\qquad \frac{1}{ab}\iint_{\Omega} \sigma_3 dx dy = \bar{\sigma}_3 \end{aligned} \quad (3)$$

که در آن a طول و b عرض المان است، $\bar{u}_i(t)$ ثابت جابجایی مجهول و $\bar{\sigma}_i$ تنش‌ها $(i = 1,2,3)$ در جهت محورهای مختصات در زمان t هستند. از تکرار المان حجمی نماینده و از کنار هم قرار دادن آن‌ها به‌طور متوالی، قبل و بعد از تغییر شکل، باید به شکل اصلی ماده مرکب رسید. نکته بسیار مهم این است که این قضیه باید پس از بارگذاری، یعنی بعد از اینکه ماده مرکب تحت بارگذاری‌های مختلفی قرار گرفت نیز صادق باشد.

3- خزش

تغییر فرم وابسته به زمان مواد در دماهای بالاتر از نصف نقطه ذوب ماده و در تنش‌های زیر حد الاستیک خزش نامیده می‌شود. طی این شرایط مکانیزم‌های تغییر فرم مختلفی با سرعت کرنش کم فعال می‌شوند. خزش، عامل شکست اغلب قطعات در دمای بالای کاری است. یکی از بحرانی‌ترین فاکتورهای حاکم بر اجزایی که در دمای بالا کار می‌کنند، رفتار آن‌ها در مقابل خزش است. در حضور گرما مواد می‌توانند به آرامی و به‌طور پیوسته حتی تحت بارهای ایستایی تغییر شکل دهند و سرانجام از کار افتاده شوند.

خزش در کامپوزیت‌ها پدیده‌ی بسیار پیچیده‌ای است که به عوامل مختلفی از جمله رفتار خزشی زمینه، رفتار الاستیک و شکست الیاف، لایه

میانی الیاف و زمینه، دمای کاری، خواص مکانیکی اجزای کامپوزیت، درصد حجمی الیاف و ... بستگی دارد [33]. به‌طورکلی اضافه کردن تقویت‌کننده با سفتی بالا تا حد زیادی مقاومت خزشی کامپوزیت را افزایش داده و مکانیزم خزش را تغییر می‌دهد. رفتار خزشی کامپوزیت‌ها را می‌توان با استفاده از مدل‌های ویسکوز پیش‌بینی کرد که در آن زمینه به عنوان عضو چسبناک و الیاف به‌عنوان عضو الاستیک مدل می‌شود.

روابط ساختاری بسیاری برای توصیف خزش استاندارد ارائه شده است. اولین قدم در تمامی روش‌ها برای بیان خزش، تفکیک کردن کرنش الاستیک و کرنش خزش از یکدیگر است. کرنش کل به‌صورت مجموع این دو کرنش بیان می‌شود.

$$\varepsilon = \varepsilon_E + \varepsilon_C \quad (4)$$

با توجه به نتایج خزش، کرنش خزشی تحت بارگذاری ثابت را می‌توان تابعی از تنش، زمان و دما در نظر گرفت. جهت بررسی خزش در المان نماینده، از روابط خزش چندمحوره استفاده می‌شود. توصیف معادلات ساختاری چندمحوره، به‌طور آشکار نیاز به برخی شواهد (نتایج) آزمایشگاهی دارد. در این مقاله فقط خزش مرحله دوم (پایا) در نظر گرفته شده است. با توجه به نتایج آزمایشگاهی مشخص می‌شود که مواد به طرق مختلفی نسبت به تنش نرمال و برشی واکنش نشان می‌دهند. در نتیجه تنش هیدرواستاتیک و تنش ون‌مایسز در نظر گرفته می‌شود. این تنش‌ها نسبت به محورهای مختصات ثابت بوده و وابسته به تنش‌ها در صفحات هشت‌وجهی هستند، σ_v نشان‌دهنده‌ی تنش هیدرواستاتیک و $\bar{\sigma}$ نشان‌دهنده‌ی تنش نرمال در صفحات هشت‌وجهی می‌باشند، این تنش‌ها به فرم روابط (5) و (6) قابل بیان هستند. σ_i و τ_i $(i = 1,2,3)$ به ترتیب نشان‌دهنده‌ی تنش‌های اصلی و تنش‌های برشی اصلی می‌باشند.

$$\sigma_v = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (5)$$

$$\bar{\sigma} = \sqrt{2}(\tau_1^2 + \tau_2^2 + \tau_3^2) \quad (6)$$

برای مواد هموژن و آیزوتروپیک خزش اساساً یک فرایند برشی غالب است؛ نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهند که تغییر تنش هیدرواستاتیک تأثیری روی رفتار خزشی ندارد، تغییر شکل خزش به‌صورت اعوجاج ظاهر می‌شود و در این حالت تغییر شکل بدون تغییری در حجم مشاهده می‌شود. (برخلاف حالت الاستیک که در آن تغییر شکل همراه با تغییر حجم است). درنتیجه مجموع نرخ کرنش‌های حجمی صفر است. همچنین نرخ کرنش‌های برشی اصلی وابسته به تنش‌های برشی اصلی هستند.

$$\dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2 + \dot{\varepsilon}_3 = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\dot{\gamma}_1}{\tau_1} = \frac{\dot{\gamma}_2}{\tau_2} = \frac{\dot{\gamma}_3}{\tau_3} = 2\Psi \quad (8)$$

با ادغام روابط (7) و (8) و در نظر گرفتن رابطه‌ی تنش با نرخ کرنش خزشی، روابط (9) تا (11) برای بیان نرخ خزش‌های اصلی استخراج می‌شوند.

$$\dot{\varepsilon}_1 = \frac{3}{2}g(t)\frac{f(\bar{\sigma})}{\bar{\sigma}}(\sigma_1 - \sigma_v) \quad (9)$$

$$\dot{\varepsilon}_2 = \frac{3}{2}g(t)\frac{f(\bar{\sigma})}{\bar{\sigma}}(\sigma_2 - \sigma_v) \quad (10)$$

$$\dot{\varepsilon}_1 = \frac{3}{2}g(t)\frac{f(\bar{\sigma})}{\bar{\sigma}}(\sigma_3 - \sigma_v) \quad (11)$$

در روابط فوق تابع تنش به‌صورت قانون نورتون[1] در نظر گرفته شده است.

این قانون به فرم رابطه‌ی (12) بیان می‌شود.

$$f(\bar{\sigma}) = B\bar{\sigma}^n \quad (12)$$

همچنین تابع $g(t)$ وابستگی کرنش خزش نسبت به دما را نشان می‌دهد. در این مقاله به دلیل در نظر گرفتن خزش مرحله دوم $g(t)=t$ می‌باشد.

4- مدل‌سازی به روش المان محدود

با توجه به زمان‌بر و پرهزینه بودن روش‌های آزمایشگاهی و عاجز بودن حل دقیق جهت تحلیل مسائل با هندسه و شرایط مرزی پیچیده، روش المان محدود یکی از پرکاربردترین روش‌های مورد استفاده در حل مسائل مهندسی است. در روش المان محدود غالباً مسائل فیزیکی به کمک معادلات حاکم بر سیستم و با استفاده از روش گلرکین یا ریتز گسسته می‌شود. روش کار بدین صورت است که کل مدل هندسی به اجزاء ریزتری به نام المان تقسیم می‌شود که هر المان خود دارای گره‌هایی است که مقادیر ورودی (بارگذاری و شرایط مرزی) و خروجی (نتایج) به آن‌ها اختصاص داده می‌شوند. در این قسمت نحوه و معادلات مربوط به گسسته سازی معادلات حاکم با روش المان محدود آورده شده است. شایان ذکر است که مدل المان محدود ارائه شده برای المان مثلثی در نرم‌افزار متلب کدنویسی شده و برای حل مسئله استفاده شده است.

4-1- فرمول‌بندی المان محدود مسئله کرنش صفحه‌ای تعمیم‌یافته

همان‌طور که گفته شد در این مقاله رفتار سه‌بعدی المان نماینده با در نظر گرفتن فرضیات کرنش صفحه‌ای تعمیم‌یافته مدل‌سازی شده‌است. با توجه به اینکه امکان حل معادلات به‌صورت تحلیلی وجود ندارد از مدل المان محدود برای گسسته سازی و حل معادلات استفاده شده است. فرض شده است که کرنش کل از دو بخش کرنش الاستیک و کرنش خزش تشکیل شده است و کرنش کل در راستای محوری (محور z) یکنواخت و ثابت است. با در نظر گرفتن کرنش خزش روابط تنش-کرنش به‌صورت روابط (13) و (14) قابل بیان است.

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} + [\bar{D}]\varepsilon_0 - [D]\{\varepsilon^C\} - [\bar{D}]\varepsilon_z^C \quad (13)$$

$$\sigma_z = [\bar{D}]^T\{\varepsilon\} + D_{33}\varepsilon_0 - [\bar{D}]^T\{\varepsilon^C\} - D_{33}\varepsilon_z^C \quad (14)$$

که σ_z تنش محوری در راستای الیاف، ε_0 مقدار کرنش کل یکنواخت و ثابت محوری و ε_z^C کرنش خزشی در راستای z است و در روابط فوق بالانویس C نشان‌دهنده خزش می‌باشد. همچنین ماتریس‌های تنش و کرنش به‌صورت روابط (15) و (16) تعریف می‌شود.

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, 2\varepsilon_{xy}\}^T \quad (15)$$

$$\{\sigma\} = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}\}^T \quad (16)$$

بالانویس T به معنای ترانهاده می‌باشد. همچنین ماتریس‌های $[D]$ و $[\bar{D}]$ و ثابت D_{33} به ترتیب در روابط (17) تا (19) بیان شده است.

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\begin{bmatrix}(1-\nu) & \nu & 0\\ \nu & (1-\nu) & 0\\ 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2}\end{bmatrix} \quad (17)$$

$$[\bar{D}] = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix} \quad (18)$$

$$D_{33} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (19)$$

که ν ضریب پواسون و E مدول یانگ است.

حال با استفاده از روابط فوق و به‌کارگیری روش گلرکین معادله گسسته شده حاکم بر مسئله خزش با در نظر گرفتن حالت کرنش صفحه‌ای

[1] Norton

تعمیم‌یافته برای المان‌ها به‌صورت رابطه (20) بدست می‌آید.

$$[K]^e\{U\}^e + \{K_0\}^e\varepsilon_0 = \{f\}^e + \{f_c\}^e \quad (20)$$

در این رابطه $[K]^e$ ماتریس سفتی المان می‌باشد و $\{K_0\}^e$ ماتریس سفتی در راستای الیاف نامیده شده است، $\{f\}^e$ ماتریس نیروی المان ناشی از نیروهای خارجی مانند نیروی حجمی می‌باشد و $\{U\}^e$ ماتریس جابجایی المان است. ماتریس سفتی المان و ماتریس سفتی المان در راستای عمود بر الیاف با استفاده از روابط (21) و (22) محاسبه می‌شوند.

$$[K]^e = \int_{A^e} [B]^{\mathrm{T}}[D][B]\,dA \quad (21)$$

$$\{K_0\}^e = \int_{A^e} [B]^{\mathrm{T}}[\bar{D}]\,dA \quad (22)$$

که A^e سطح المان است و $[B]$ ماتریس گرادیان است که رابطه مربوط به آن در پیوست آورده شده است.

همچنین $\{f_c\}^e$ ترم نیرو به خاطر کرنش خزشی است که به‌صورت رابطه (23) تعریف می‌شود.

$$\{f_C\}^e = \int_{A^e} [B]^{\mathrm{T}}([D]\{\varepsilon^C\} + [\bar{D}]\varepsilon_z^C)\,dA \quad (23)$$

برای حل مسئله باید مقدار تنش ناشی از خزش مشخص شود و سپس با محاسبه $\{f_c\}$ از رابطه فوق و مونتاژ آن در ماتریس سفتی و نیروی کل مقدار جابجایی را بدست آورد. بعد از محاسبه مقدار جابجایی با استفاده از روابط (24) و (25) برای محاسبه تنش در المان استفاده می‌شود.

$$\{\sigma\} = [D](\{B\}\{u\} - \{\varepsilon^C\}) + [\bar{D}](\varepsilon_0^C - \varepsilon_z^C) \quad (24)$$

$$\sigma_z = [\bar{D}](\{B\}\{u\} - \{\varepsilon^C\}) + D_{33}(\varepsilon_0^C - \varepsilon_z^C) \quad (25)$$

2-4- روش صریح اویلر

روش‌های حل صریح و ضمنی دو روش حل کاربردی در المان محدود می‌باشند. با شناخت ماهیت هرکدام از این روش‌ها و با کسب تجربه، انتخاب روش حل مسئله ساده خواهد بود. در روش صریح نتایج در هر لحظه‌ی $n+1$، مستقیماً از نتایج در لحظه قبل از آن n به دست می‌آید. بدین‌صورت که، با در نظر گرفتن مقادیر تنش در لحظه n و استفاده از روابط (9) تا (11) نرخ خزش المان‌ها در لحظه n محاسبه می‌شود و از آن برای بدست آوردن مقدار کرنش ناشی از خزش استفاده می‌شود. لذا نرخ خزش به‌صورت پیوسته در حال تغییر است. نتایج به‌دست آمده از این شیوه زمانی صحیح و پایدار خواهد بود که Δt در نظر گرفته شده به اندازه کافی کوچک باشد تا بتواند روند تغییر نرخ خزش در گره‌ها را دنبال کند. نرخ خزش در هر نقطه وابسته به تنش در آن نقطه می‌باشد. از همین‌جا مشخص است که در روش صریح بازه‌های زمانی کوچک و متناسب با نرخ کرنش باید در نظر گرفته شود. کیفیت مش‌بندی در این روش بسیار با اهمیت و تأثیرگذار بر آنالیز است. در این مقاله جهت بررسی پدیده خزش از الگوریتم صریح اویلر استفاده می‌شود مراحل این الگوریتم به شرح ذیل است.

1- حل مسئله الاستیک
2- در نظر گرفتن افزایش زمان Δt و محاسبه نرخ خزش نقطه به نقطه با توجه با نتایج مرحله قبل.
3- محاسبه افزایش کرنش خزش.
4- محاسبه نیروی خزش $\{f_c\}$.
5- حل مسئله و تعیین مقدار جابجایی و تنش در انتهای هر مرحله.
6- گرفتن خروجی‌های مطلوب.
7- با رسیدن زمان به مقدار در نظر گرفته شده محاسبات پایان می‌یابد و در غیر این صورت به مرحله دوم بازگردانده می‌شود.

5- نتایج

با توجه به کاربرد وسیع کامپوزیت‌های الیافی زمینه آلومینیوم، در این مقاله کامپوزیت آلومینیوم تقویت‌شده با الیاف سیلیکون کارباید در نظر گرفته شده است. به دلیل استفاده از مدل‌سازی میکرومکانیکی خواص مکانیکی الیاف و زمینه به‌طور جداگانه مورد استفاده قرار می‌گیرد. خواص مکانیکی هر یک از اجزای کامپوزیت مورد بحث در جدول 1 آورده شده است. در این مقاله تقویت‌کننده دارای رفتار الاستیک بوده و تنها ماده‌ی زمینه رفتار خزش از خود نشان می‌دهد. رفتار خزشی زمینه با استفاده از رابطه نمایی خزش به‌صورت رابطه (26) بیان می‌شود.

$$\dot{\varepsilon} = A\sigma^n \quad (26)$$

همان‌طور که گفته شد، اگر ماده در دمایی برای مدتی معین تحت تنش ثابت قرار داشته باشد، دچار خزش می‌شود. این دما برای تمامی مواد یکسان نبوده و بالاتر از 0.3 تا 0.5 دمای ذوب مطلق ماده در نظر گرفته می‌شود. با توجه به دمای ذوب آلومینیوم (660 درجه سلسیوس)، این ماده در دماهای بالاتر از 300 درجه سلسیوس دچار خزش می‌شود. با توجه به بالا بودن دمای ذوب سیلیکون کارباید، این ماده در دماهای بسیار بالاتر دچار خزش می‌شود. ثوابت رابطه (26) برای آلومینیوم در این محدوده دمایی در جدول 1 آورده شده است.

آرایش مربعی معمول‌ترین چیدمانی است که برای کامپوزیت‌های زمینه فلزی در نظر گرفته می‌شود، برای ایجاد هندسه‌ی مسئله، یک چهارم الیاف و زمینه‌ی متناظرش به‌عنوان المان نماینده در نظر گرفته می‌شود. ابعاد زمینه واحد در نظر گرفته شده و شعاع الیاف با توجه به درصد حجمی، با استفاده از رابطه (27) محاسبه می‌شود.

$$\frac{A_f}{A_m} = \frac{\frac{\pi r^2}{4}}{a \times b} = V_f \rightarrow r = \sqrt{\frac{4V_f}{\pi}} \quad (27)$$

در این رابطه A_f مساحت الیاف، A_m مساحت المان نماینده، r شعاع الیاف و V_f درصد حجمی می‌باشد. با استفاده از رابطه فوق شعاع الیاف برای درصدهای حجمی مختلف به‌صورت جدول 2 محاسبه می‌شود.

در مدل‌سازی المان محدود، یکی از مهم‌ترین مراحل حل مسئله، انتخاب المان می‌باشد. با انتخاب درست المان می‌توان به نتایج قابل قبولی دست یافت. با توجه به هندسه‌ی مسئله مورد نظر از المان مثلثی با سه گره استفاده می‌شود. پس از انتخاب نوع المان، برای مطمئن شدن از تعداد المان لازم برای دست‌یابی به جواب دقیق همگرایی نتایج المان محدود با افزایش تعداد المان‌ها بررسی می‌شود. واضح است با بیشتر شدن تعداد المان‌ها می‌توان به نتایج قابل قبول‌تر و دقیق‌تری دست یافت. برای بررسی همگرایی نتایج با

جدول 1 خواص مکانیکی و خزش آلومینیوم و سیلیکون کارباید[4]

Table 1 Mechanical and creep properties of Aluminum and Silicon Carbide [4]

Material	A(1/s)	n	ν	E(GPa)
Al	$1.26e^{-16}$	4.87	0.345	68.3
SiC	------	------	0.17	470

جدول 2 نسبت شعاع الیاف به طول المان نماینده برای درصدهای حجمی مختلف.

Table 2 Ratio of fiber to Length of RVE for different volume fraction

V_f(%)	5	10	15	20	35
r/a	0.25	0.35	0.43	0.5	0.66

افزایش تعداد المان‌ها گره‌ای روی ضلع راست المان نماینده در نظر گرفته شده است، در نمودار "شکل 2" همگرایی جابجایی افقی U در این گره نشان داده شده است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود پس از تعداد حداقل 2000 المان، نتایج همگرا شده‌اند. در این مقاله جهت دقیق‌تر شدن نتایج عددی به تعداد 6786 المان برای حل المان نماینده در نظر گرفته شده است. پس از مش‌بندی هندسه المان نماینده شرایط مرزی مناسب با توجه به معادلات (2) و (3) باید به مدل المان محدود اعمال شود. همان‌طور که گفته شد گره‌های روی ضلع سمت راست المان نماینده باید دارای جابجایی افقی یکسان و گره‌های روی ضلع بالایی المان نماینده باید جابجایی عمودی یکسان داشته باشند. بررسی نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که مقدار جابجایی افقی برای تمام گره‌های واقع بر روی ضلع سمت راست با همدیگر برابر است و جابجایی عمودی گره‌های واقع در ضلع فوقانی المان نماینده با یکدیگر برابر است که نشان‌دهنده ارضا شدن شرایط مرزی مورد نظر در مدل المان محدود می‌باشد.

1-5- صحت سنجی نتایج عددی

جهت بررسی صحت مدل المان محدود و کد المان محدود نوشته شده برای حل مسئله، در این قسمت خزش در فلز آلومینیوم با توجه به مدل میکرومکانیکی مورد بررسی قرار گرفته است. واضح است که نتایج بدست آمده از مدل المان محدود باید با نتایج تست تجربی انطباق داشته باشد. مدل در نظر گرفته شده برای بازه زمانی 30 ساعت حل شده است و مقدار Δt برابر با 30 دقیقه در نظر گرفته شده است. نرخ کرنش برای تنش‌های مختلف اعمال شده به المان نماینده با استفاده مدل میکرومکانیکی ارائه شده در این مقاله به‌دست آمده است و با نتایج آزمایشگاهی *[4]* در جدول 3 مقایسه شده است. همان‌طور که در این جدول مشاهده می‌شود تطابق خوبی بین نتایج حاصل از حل با استفاده از مدل ارائه شده در مقاله حاضر و نتایج آزمایشگاهی وجود دارد. انطباق نتایج المان محدود با نتایج تجربی نشان دهنده‌ی صحت مدل المان محدود، صحت اعمال شرایط مرزی و صحت و دقت حل زمانی به روش صریح اویلر می‌باشد.

2-5- بررسی تغییرات تنش میکرومکانیکی در کامپوزیت زمینه فلزی تحت خزش

کامپوزیت زمینه فلزی SiC/Al با 15 درصد حجمی الیاف در نظر گرفته شده

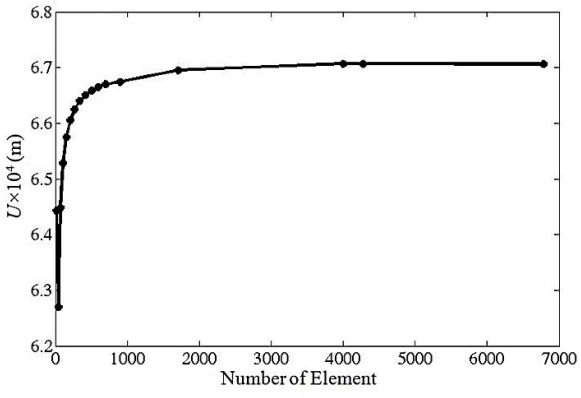

Fig. 2 Study on convergence of horizontal displacement on representative elements

شکل 2 بررسی همگرایی جابجایی افقی روی ضلع سمت راست المان نماینده

جدول 3 نرخ خزش مرحله پایدار در آلومینیوم

Table 3 Steady state creep rate in Aluminum

Erorr	Experimental$\dot{\varepsilon}\left(\frac{1}{s}\right)$	FEM$\dot{\varepsilon}\left(\frac{1}{s}\right)$	تنش(MPa)
%1.1	3.59e-6	$3.63e^{-6}$	26
%4.1	1.32e-5	$1.34e^{-5}$	34
%0.99	2e-5	$2.02e^{-5}$	37
%2.1	2.28e-5	$2.33e^{-5}$	38

است و اثر به وجود آمدن خزش در توزیع تنش‌ها در زمینه و الیاف داخل المان نماینده مورد بررسی قرار گرفته است. با به وجود آمدن خزش در کامپوزیت، توزیع تنش‌های میکرومکانیکی در داخل الیاف و زمینه نسبت به حالت اولیه تغییر می‌یابد. این کامپوزیت در مرحله‌ی اول تحت بارگذاری کششی جانبی و بار دیگر تحت بارگذاری کششی محوری قرار داده شده است. بار اعمال شده برابر با 40 مگاپاسکال، زمان حل 30 ساعت و افزایش زمان 30 دقیقه در نظر گرفته شده است. المان‌بندی استفاده شده برای حل المان نماینده در "شکل 3" نشان داده شده است. ناحیه 1 نشان‌دهنده‌ی الیاف و ناحیه 2 نشان‌دهنده زمینه می‌باشد. جهت بررسی بهتر و بیشتر تغییرات کرنش خزش در داخل المان نماینده، به‌طور تصادفی المان‌های داخل المان نماینده انتخاب شده‌اند. محل قرارگیری این المان‌ها در "شکل 3" نشان داده شده است.

در نمودار "شکل 4" تغییرات زمانی کرنش ε_x^c در المان‌های انتخاب شده از زمان صفر تا زمان 30 ساعت در اثر بار جانبی به اندازه 40 مگاپاسکال آمده است.

همان‌گونه که مشاهده می‌شود کرنش خزش در المان 122 وجود ندارد و برابر با صفر است. این کرنش در سایر المان‌ها در طول زمان افزایش می‌یابند. با توجه به محل قرارگیری المان انتخاب شده داخل هندسه و تأثیر الیاف صلب بر المان در نظر گرفته شده، میزان تغییرات کرنش در هر المان متفاوت می‌باشد. کرنش ناشی از خزش در المان 117 که مقدار تنش در آن بزرگ‌تر است، بیشتر از سایر المان‌ها می‌باشد.

جهت بررسی تغییرات تنش در نقاط مختلف المان نماینده با گذشت زمان، المان‌های مشخص شده در "شکل 3" انتخاب شده و تغییرات تنش σ_x با گذشت زمان در داخل این المان‌ها در "شکل 5" آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با بوجود آمدن خزش مقدار تنش در مناطقی

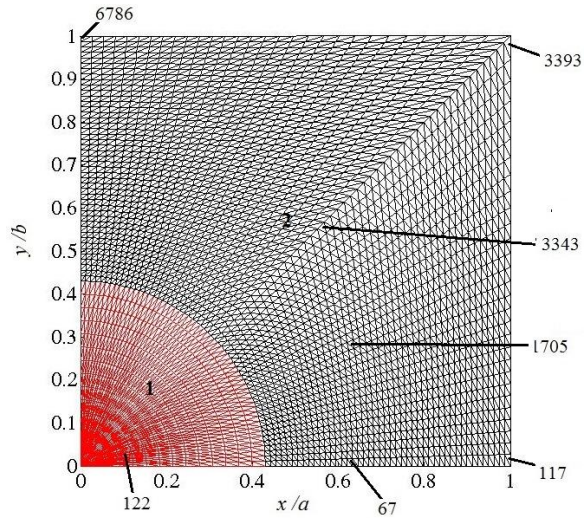

Fig. 3 Element meshing of Representative Volume Element

شکل 3 شبکه‌بندی المان نماینده در حل المان محدود

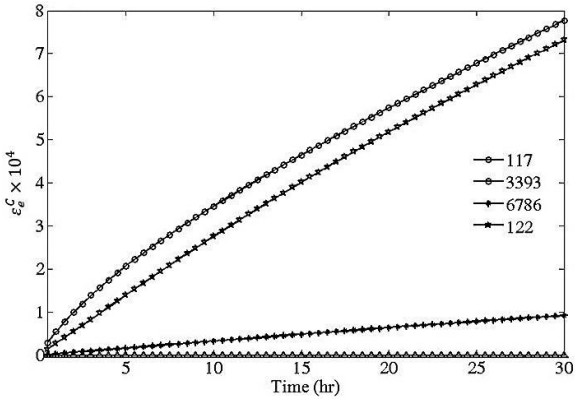

Fig. 4 Time history of strain in specified elements under transverse Loading

شکل 4 تغییرات زمانی کرنش در المان‌های مشخص شده تحت بارگذاری جانبی

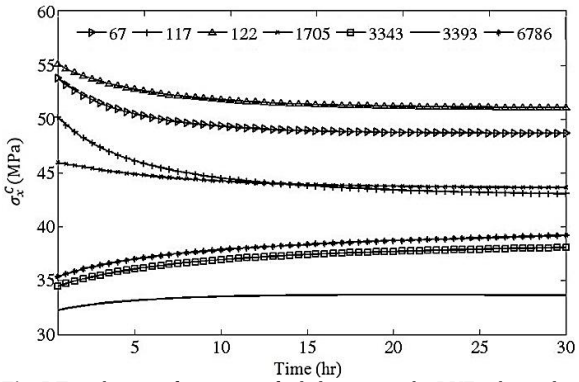

Fig. 5 Time history of $\boldsymbol{\sigma_x}$ in specified elements in the RVE subjected to transverse loading

شکل 5 تغییرات زمانی تنشσ_x در المان‌های مشخص شده تحت بار جانبی

از المان نماینده که به علت بوجود آمدن تمرکز تنش مقدار تنش در آن نقاط از تنش نامی (40 MPa) بیشتر است کاهش می‌یابد و در مناطقی که تنش از تنش نامی کمتر است افزایش می‌یابد. در این شکل یکنواخت‌تر شدن تنش‌های میکرو داخل المان نماینده مشاهده می‌شود.

تغییرات توزیع تنش میکرو σ_x در روی ضلع سمت راست المان نماینده که تحت بار جانبی (تنش ماکرو) قرار دارد در زمان‌های مختلف به ترتیب در "شکل 6" آورده شده است.

همان‌طور که در "شکل 6" مشخص است، مقدار متوسط تنش برابر 40 مگاپاسکال است و در زمان t=1hr که هنوز خزش قابل توجهی به‌وجود نیامده است، مقدار تنش ماکرو در قسمت‌های پایینی بزرگ‌تر است و در روی محور x برابر با حدود 50 MPa است و در قسمت‌های بالایی ضلع برابر با حدود 34 MPa است. در این شکل توزیع تنش پس از گذشت *1، 5، 10* و *30* ساعت نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود که با گذشت زمان توزیع تنش در داخل المان نماینده یکنواخت می‌شود ولی با گذشت زمان متوسط تنش در همه زمان‌ها ثابت مانده و برابر با 40 MPa است. با توجه به رابطه (3) با انتگرال‌گیری از تنش میکرومکانیکی روی مسیر فوق، تنش ماکرو محاسبه می‌شود که در حین خزش ثابت مانده است ولی توزیع تنش یکنواخت‌تر شده است.

تغییرات کرنش نرمال در راستای محوری با زمان برای درصدهای حجمی مختلف در "شکل 7" آورده شده است، مشاهده می‌شود با گذشت

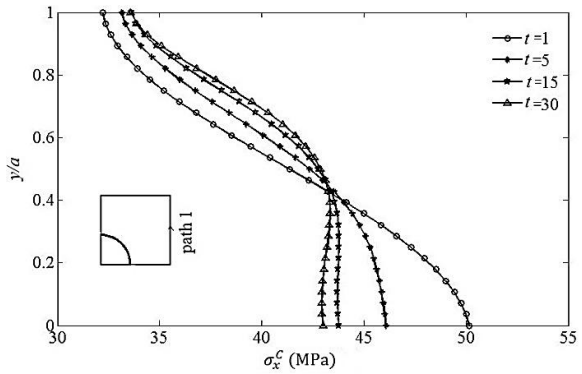

Fig. 6 Micromechanical stress distribution on path 1 at different times

شکل 6 توزیع تنش میکرومکانیکی روی مسیر شماره 1در زمان‌های مختلف

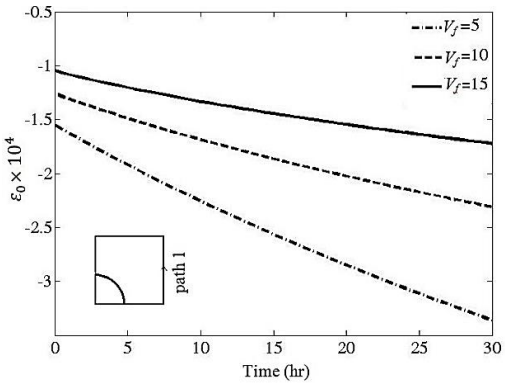

Fig. 7 Micromechanical stress distribution on path 1 at different times

شکل 7 توزیع تنش میکرومکانیکی روی مسیر شماره 1 در زمان‌های مختلف

زمان این کرنش کاهش یافته و با افزایش درصد حجمی افزایش می‌یابد.

3-5- استخراج نتایج ماکرومکانیکی خزش در کامپوزیت

پس از بررسی تغییرات تنش‌های میکرومکانیکی در داخل المان نماینده، در این قسمت به استخراج خواص خزشی کامپوزیت از دیدگاه ماکرومکانیکی پرداخته می‌شود و ضرایب مربوط به رابطه خزش در کامپوزیت زمینه فلزی با استفاده از نتایج تحلیل المان نماینده استخراج می‌شود. به‌طور مثال اگر جابجایی ضلع سمت راست المان نماینده در راستای x برحسب زمان $\bar{u}(t)$ باشد کرنش متوسط (ماکرو) المان نماینده در راستای x به‌صورت رابطه $\bar{\varepsilon}_x = \frac{\bar{u}(t)}{a}$ تعریف می شود.

تغییرات زمانی کرنش ماکرو در المان نماینده برای درصدهای حجمی متفاوت که تحت بار جانبی به‌اندازه 40 MPa است در "شکل 8" نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود کرنش با گذشت زمان تقریباً به‌صورت خطی در حال افزایش است و وابسته به درصد حجمی الیاف و زمینه می باشد.

برای بدست آوردن خواص ماکرومکانیکی کامپوزیت تحت خزش ابتدا در تنش‌ها و درصدهای حجمی مختلف نرخ کرنش خزشی ماکرو در المان نماینده محاسبه شده و سپس رابطه خزشی کامپوزیت و اثر درصد حجمی بر خواص خزشی کامپوزیت استخراج شده است. این خواص برای بارگذاری جانبی و محوری کامپوزیت مورد بررسی قرار گرفته است.

کامپوزیت SiC/Al با درصد حجمی‌های 5، 10، 15، 20 و 35 در نظر گرفته شده و نرخ کرنش خزش در این کامپوزیت‌ها برای تنش اعمالی در

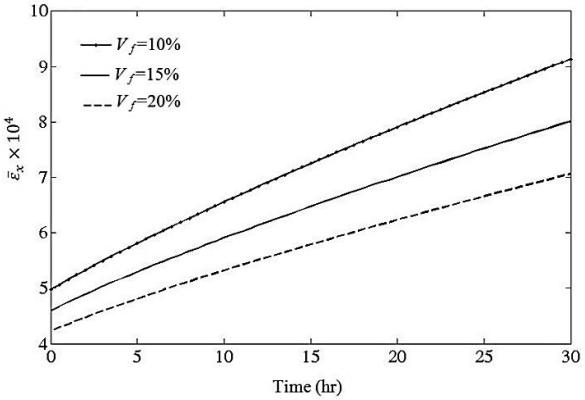

Fig. 8 Time history of Macro-Strain $\bar{\varepsilon}_x$ in the RVE subjected to transverse loading

شکل 8 تغییرات زمانی کرنش ماکرو $\bar{\varepsilon}_x$ در المان نماینده تحت بار جانبی

بارگذاری‌های جانبی و محوری با استفاده از مدل المان نماینده استخراج شده است به ترتیب در "شکل‌های 9 و 10" آورده شده است. $\bar{\sigma}$ نشان‌دهنده‌ی تنش ماکرو اعمال شده به المان نماینده و $\dot{\bar{\varepsilon}}$ نشان دهنده‌ی نرخ کرنش ماکرو محاسبه شده برای المان نماینده می‌باشد.

در "شکل‌های 9 و 10" مشاهده می‌شود در تنش ثابت، نرخ کرنش با

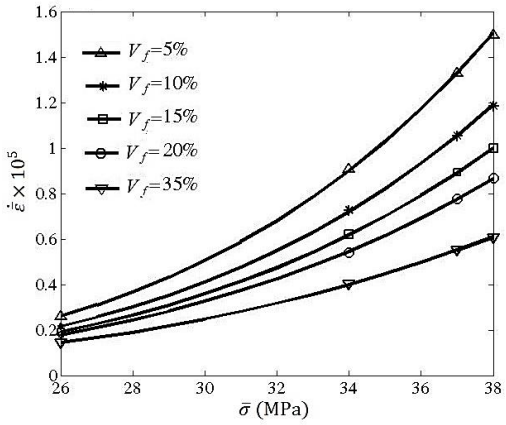

Fig. 9 Creep rate vs. the applied macro stress in transverse loading

شکل 9 نرخ کرنش برحسب تنش ماکرو در بارگذاری جانبی

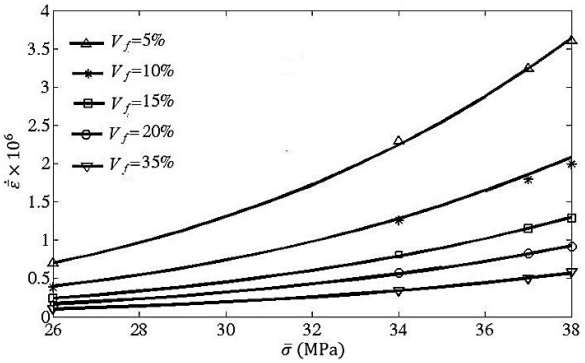

Fig. 10 Creep rate vs. the applied macro stress in axial loading for various FVF

شکل 10 نرخ کرنش ماکرو برحسب تنش در بارگذاری محوری برای درصد حجمی متفاوت

افزایش درصد حجمی کاهش می‌یابد. برای پیش‌بینی رفتار خزشی کامپوزیت از دیدگاه ماکرو نرخ خزش در کامپوزیت با در صد حجمی مشخص به‌صورت رابطه (28) در نظر گرفته شده و ضرایب مربوطه با استفاده از نتایج مدل‌سازی المان نماینده استخراج شده است. این ضرایب شامل توان m و ضریب B برای کامپوزیت با در صد حجمی مشخص می‌باشد.

$$\dot{\bar{\varepsilon}} = B\bar{\sigma}^m \quad (28)$$

با استفاده از نتایج ارائه شده در نمودار "شکل‌های 9 و 10" ثوابت رابطه‌ی 28 برای درصدهای حجمی متفاوت استخراج شده است. ثابت B برای بارگذاری جانبی و محوری در جدول 4 و ضریب m در جدول 5 آمده است. با توجه به جدول 4 مشخص می‌شود با افزایش درصد حجمی ثابت B در رابطه (28) برای بارگذاری جانبی افزایش و برای بارگذاری محوری کاهش یافته است. با توجه به جدول 5 مشاهده می‌شود که بر خلاف ضریب B، ضریب m با افزایش درصد حجمی برای بارگذاری جانبی کاهش و برای بارگذاری محوری افزایش یافته است.

این ضرایب وابسته به درصد حجمی می‌باشند و با عبور دادن نموداری از مقادیر محاسبه شده برای توان تنش m می‌توان رابطه‌ای بر حسب درصد حجمی برای آن ارائه کرد. سه رابطه‌ی چندجمله‌ای درجه اول، چندجمله‌ای درجه سوم و سری مثلثاتی که به ترتیب در روابط (29) تا (31) بیان شده است انتخاب شده است تا وابستگی m را به درصد حجمی با این روابط پیش‌بینی کرد. این روابط قادرند رابطه‌ی بین درصد حجمی و توان تنش در کامپوزیت الیافی زمینه آلومینیوم را بیان کنند.

$$m = p_1 V_f + p_2 \quad (29)$$

$$m = s_1 {V_f}^3 + s_2 {V_f}^2 + s_3 V_f + s_4 \quad (30)$$

$$m = a_0 + a_1 \cos(V_f \omega) + b_1 \sin(V_f \omega) \quad (31)$$

ثوابت مربوط به روابط (29) تا (31) برای بارگذاری‌های جانبی و محوری در جدول 6 آورده شده است. با استفاده از این روابط و در نظر گرفتن درصد حجمی بدون حل مجدد مسئله میکرومکانیکی به سادگی می‌توان ضریب m را برای کامپوزیت پیش‌بینی نمود. نمودار مربوط به m برحسب درصد حجمی توسط این روابط برای بارگذاری جانبی در "شکل 11" و برای بارگذاری محوری در شکل 12 آورده شده است. همان‌طور که مشخص است، معادله درجه اول با مقدار زیادی خطا همراه بوده ولی می‌توان از معادلات درجه‌ی سه و رابطه مثلثاتی با خطای قابل قبولی استفاده کرد. مقادیر بدست آمده از

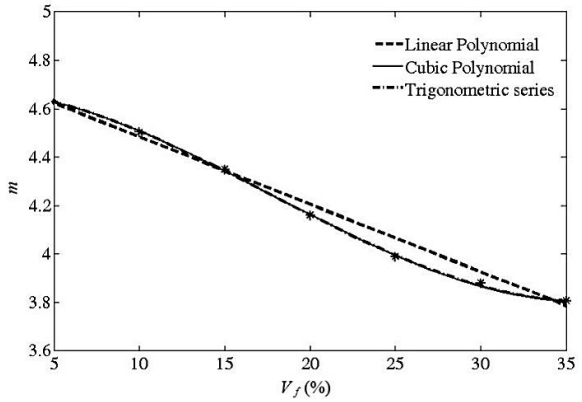

Fig. 11 Dependency of m vs. volume fraction in transverse loading, prediction of micromechanical model and Eq. 29 to 31

شکل 11 تغییرات m برحسب نسبت حجمی در بارگذاری جانبی، پیش‌بینی مدل‌سازی میکرومکانیکی و پیش‌بینی روابط (29) تا (31)

جدول 4 ثابت B تحت بارگذاری‌های مختلف بر حسب درصد حجمی

Table 4 Factor B under different loading by volume fraction

درصد حجمی	بارگذاری جانبی	بارگذاری محوری
5	$7.33e^{-13}$	$3.694e^{-13}$
10	$9.148e^{-13}$	$8.525e^{-14}$
15	$1.348e^{-12}$	$1.863e^{-14}$
20	$2.322e^{-12}$	$5.047e^{-15}$
35	$5.91e^{-12}$	$3.262e^{-16}$

جدول 5 ثابت m تحت بارگذاری‌های مختلف بر حسب درصد حجمی

Table 5 Factor m under different loading by volume fraction

درصد حجمی	بارگذاری جانبی	بارگذاری محوری
5	4.628	4.443
10	4.503	4.53
15	4.349	4.674
20	4.16	4.786
35	3.806	4.95

جدول 6 ثوابت مربوط به روابط (29) تا (31) در پیش‌بینی توان m برحسب درصد حجمی در بارگذاری جانبی و محوری

Table 6 Coefficients in Eq 29 to 31 for interpolation of m vs. volume fraction

معادله	ثوابت	بارگذاری جانبی	بارگذاری محوری
معادله (29)	p_1	-2.788	1.714
	p_2	4.763	4.385
معادله (30)	s_1	37.7	-32
	s_2	-20.21	14.95
	s_3	0.02573	0.2762
	s_4	4.675	4.393
معادله (31)	a_0	4.243	4.672
	a_1	0.4328	-0.2814
	b_1	0.04646	0.04781
	ω	8.244	9.159

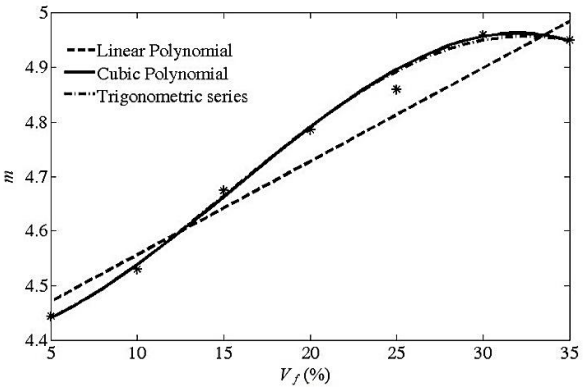

Fig. 12 Dependency of m vs. volume fraction in axial loading, prediction of micromechanical model and Eq. 29 to 31

شکل 12 تغییرات m برحسب نسبت حجمی در بارگذاری محوری، پیش‌بینی مدل‌سازی میکرومکانیکی و پیش‌بینی روابط (29) تا (31)

حل المان نماینده نیز در این نمودارها آمده است. معادلات فوق تقریباً بر هم مماس می‌باشند.

ملاحظه می‌شود که منحنی برازش شده با چندجمله‌ای درجه سوم و سری مثلثاتی با نتایج روش المان محدود انطباق بسیار خوبی دارند و می‌توان از این روابط برای پیش‌بینی این ثابت برای نسبت‌های حجمی مختلف بدون استفاده از حل روش المان محدود استفاده کرد. در حالت بارگذاری جانبی ضریب B را می‌توان با چندجمله‌ای درجه 3 به صورتی که در رابطه (30) ارائه شده است، برازش کرد. ضرایب این رابطه در جدول 7 آورده شده است. همچنین تغییرات ضریب B در بارگذاری محوری را می‌توان با رابطه‌ای نمایی به فرم رابطه‌ی (32) برازش کرد. ضرایب این رابطه در جدول 8 آورده شده است. نمودار مربوط به B برحسب درصد حجمی پیش‌بینی شده با مدل میکرومکانیکی و برازش شده توسط این روابط برای بارگذاری جانبی و محوری به ترتیب در نمودارهای (13) و (14) آورده شده است.

$$B = a\exp(bV_f) + c\exp(dV_f) \qquad (32)$$

6- نتیجه‌گیری

یک مدل میکرومکانیکی بر مبنای المان نماینده برای بررسی رفتار خزش کامپوزیت در بارگذاری محوری و جانبی ارائه شده است. برای حل معادلات حاکم بر مسئله، محدود معادلات حاکم با استفاده از روش المان محدود گسسته‌سازی شده و مسئله خزش در المان نماینده حل شده است. شرایط

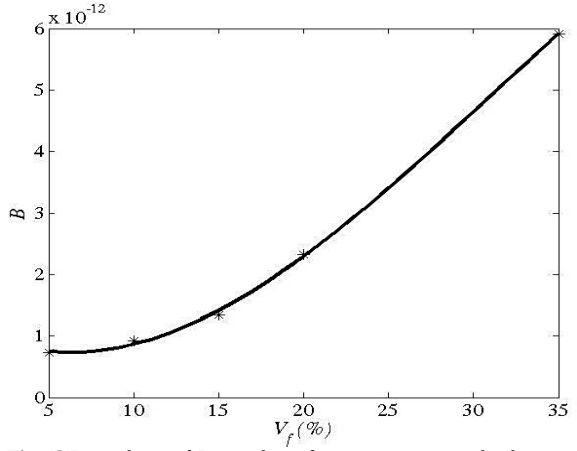

Fig. 13 Dependency of B vs. volume fraction in transverse loading, prediction of micromechanical model and Eq. 30

شکل 13 تغییرات B برحسب نسبت حجمی در بارگذاری جانبی، پیش‌بینی مدل‌سازی میکرومکانیکی و پیش‌بینی رابطه (30)

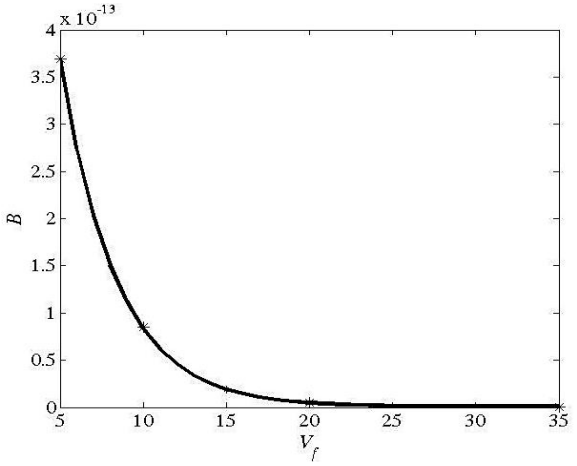

Fig. 14 Dependency of B vs. volume fraction in axial loading, prediction of micromechanical model and Eq. 32

شکل 14 تغییرات B برحسب نسبت حجمی در بارگذاری محوری، پیش‌بینی مدل‌سازی میکرومکانیکی و پیش‌بینی رابطه (32)

جدول 7 ضرایب مربوط به معادله درجه 3 برای برازش B در بارگذاری جانبی

Table 7 Coefficients of Cubic equation for interpolation of B in transverse loading

p_1	p_2	p_3	p_4
$-1.357e^{-10}$	$1.275e^{-10}$	$-1444e^{-10}$	$1.167e^{-12}$

جدول 8 ضرایب رابطه نمایی 32 برای برازش ثابت B بر حسب درصد حجمی در بارگذاری محوری

Table 8 Coefficients of Eq. 32 for interpolation of B in axial loading

a	b	c	d
$1.646e^{-12}$	-29.9	$5.232e^{-16}$	1.667

مرزی متناسب برای حل مسئله خزش بر المان نماینده اعمال شده است. از روش صریح اویلر برای حل مسئله در حوزه زمان استفاده شده است. در قسمت نتایج عددی تغییرات تنش میکرو برحسب زمان در حین فرآیند خزش بررسی شده است. از نتایج حل المان نماینده برای پیش‌بینی نرخ خزش در دیدگاه ماکرو استفاده شده است و نرخ خزش مرحله دوم در کامپوزیت برای درصد حجمی متفاوت استخراج شده است. سپس روابطی برای برازش ثوابت B و m در منحنی توانی خزش برای کامپوزیت SiC/Al ارائه شده است که وابستگی این ثوابت را به درصد حجمی نشان می‌دهد. با استفاده از مدل‌سازی میکرومکانیکی می‌توان نرخ خزش را برای چند درصد حجمی مشخص بدست آورد و سپس برای سایر مقادیر نسبت حجمی از معادله برازش شده ثوابت را بدست آورد. منحنی تغییرات ثوابت B و m برحسب درصد حجمی که به‌صورت مستقیم از مدل‌سازی میکرومکانیکی بدست آمده است و همچنین نمودارهای برازش شده ارائه شده است. بدین ترتیب روابطی برای پیش‌بینی خزش در کامپوزیت‌های الیافی آلومینیوم - سیلیکون کارباید ارائه شده است. همچنین روابطی جهت بررسی تغییرات ضرایب مربوط به رفتار خزشی برحسب نسبت حجمی ارائه شده است که با در دسترس بودن درصد حجمی و رفتار خزشی آلومینیوم می‌توان به رفتار خزشی کامپوزیت پی برد. نتایج این تحقیق می‌تواند نیاز به انجام تست خزش برای کامپوزیت را که تست زمان‌بر و پرهزینه است کاهش دهد. با استفاده از مدل ارائه شده می‌توان رفتار خزشی کامپوزیت را برای درصدهای حجمی متفاوت از روی خواص خزشی اجزای کامپوزیت استخراج نمود و همچنین تغییرات زمانی تنش میکرو در درون الیاف و ماتریس را ناشی از به‌وجود آمدن خزش که منجر به کاهش ضریب تمرکز تنش و یکنواخت‌تر شدن توزیع تنش می‌شود به‌دست آورد.

7- پیوست

توابع شکل و ماتریس گرادیان المان سه‌گره‌ای در این قسمت آورده شده است. ماتریس N ماتریس (2×6) شامل توابع شکل و ماتریس $U^{(e)}$ ماتریس (6×1) شامل جابجایی گره‌های المان است. توابع شکل خطی در ماتریس N با استفاده از روابط (33) تا (35) به دست می‌آیند.

$$N_i = \frac{1}{2A}(a_i + b_i x + c_i y) \quad (33)$$

$$N_j = \frac{1}{2A}(a_j + b_j x + c_j y) \quad (34)$$

$$N_k = \frac{1}{2A}(a_k + b_k x + c_k y) \quad (35)$$

پارامترهای روابط (33) تا (35) با استفاده از روابط (36) تا (38) به دست می‌آید.

$$2A = \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} \quad (36)$$

$$b_i = y_j - y_k, \qquad b_j = y_k - y_i, \qquad b_k = y_i - y_j \quad (37)$$

$$c_i = x_k - x_j, \qquad c_j = x_i - x_k, \qquad c_k = x_j - x_i \quad (38)$$

ماتریس $[B]$، ماتریس گرادیان برای المان‌های مثلثی بوده که ماتریسی(3×6) است. ماتریس فوق به صورت معادله (39) بیان می‌شود.

$$[B] = \frac{1}{2A}\begin{bmatrix} b_i & 0 & b_j & 0 & b_k & 0 \\ 0 & c_i & 0 & c_j & 0 & c_k \\ c_i & b_i & c_j & b_j & c_k & b_k \end{bmatrix} \quad (39)$$

8- مراجع

[1] A. Kelly, K. N. Street, Creep of discontinuous fibre composites. II. Theory for the Steady-Stat, *Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 328, No. 1573, pp. 283-293, 1972.

[2] B. K. Min, F. W. Crossman, Analysis of creep for metal matrix composites, *Journal of Composite Materials*, Vol. 16, No. 3, pp. 188-203, 1982.

[3] H. Lilholt, Creep of fibrous composite materials, *Composites Science and Technology*, Vol. 22, No. 4, pp. 277-294, 1985.

[4] [4] T. Morimoto, T. Yamaoka, H. Lilholt, M. Taya, Second stage creep of SiC Whisker/6061 aluminum composite at 573K, *Transactions of the ASME*, Vol. 110, No. 2, pp. 70-76, 1988.

[5] Z. G. Zhu, G. J. Weng, Creep deformation of particle-strengthened metal-matrix composites, *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 111, No. 1, pp. 99-105, 1989.

[6] R. S. Mishra, A. B. Pandey, Some observations on the high-temperature creep behavior of 6061 Al-SiC composites, *Metallurgical Transactions A*, Vol. 21, No. 7, pp. 2089-2090, 1990.

[7] Y. S. Lee, T. J. Batt , P. K. Liaw, Stress analysis of composite material with short elastic fiber in power low creep matrix, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 32, No. 10, pp. 801-815, 1990.

[8] Y. M. Wang, G. J. Weng, Transient creep strain of a fiber-reinforced metal-matrix composite under transverse loading, *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 114, No. 3, pp. 237-244, 1992.

[9] C. H. Weber, J. P. A. Lofvander, A. G. Evans, The creep behavior of CAS/Nicalon continuous-fiber composites, *Acta Metallurgica et Materialia*, Vol. 41, pp. 2681-2690, 1993.

[10] G. G. DONCEL, O. D. SHERBY, High temperature creep behavior of metal matrix Aluminum-SiC composites, *Acta Metallurgica et Materialia*, Vol. 41, No. 10, pp. 2797- 2805, 1993.

[11] S. M. Jeng, J. M. Yang, Creep behavior and damage mechanisms of SiC-fiber-reinforced titanium matrix composite, *Materials Science and Engineering*, Vol. 17, No. 1-2, pp. 65-75, 1993.

[12] N. Ohno, K. Toyoda, N. Okamoto, T. Miyake, S. Nishide, Creep behavior of a unidirectional SCS-6/TI-15-3 metal matrix composite at 450°C, *Journels of Engineering Materials and Technology*, Vol. 116, No. 2, pp. 208-214,1994.

[13] N. Aravas, C. Cheng, P. P. Castaneda, Steady-State creep of fiber-reinforced composites: Constitutive equations and computational issues, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 32, No. 15, pp. 2219-2244, 1995.

[14] H. T. Tsang, C. G. Chao, C. Y. Ma, Effects of volume fraction of einforcement on tensial and creep properties of in-situ TiB/Ti MMC, *Scripta Materialia*, Vol. 37, No. 9, pp. 1359-1365, 1997.

[15] Y, Li , T. G. Langdon, Creep behavior of Al-6061 metal matrix composite reinforced with alumina particulate, *Acta Metallurgica et Materialia*, Vol. 45, No. 11, pp. 4797-4806, 1997.

[16] C. H. Chen, C. H. Cheng, Micromechanical Modeling of Creep Behavior in Particle-Reinforced Silicone-Rubber Composites, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 64, No. 4, pp. 781-786, 1997.

[17] S. C. Tjong, Z. Y. Ma, The high-tempereture creep behavior of aluminium-matrix composites reinforced with Sic, A1203 and TiB2 PARTICLES, *Composites Science and Technology*, Vol. 57, No. 6, pp. 697-702, 1997.

[18] C. Cheng, N. Aravas, Creep elastic of metal – matrix composites with fibers- part I: continuous aligned fibers, *International Journal of Solids and Structure*, Vol. 34, No. 31-32, pp. 4147-4171, 1997.

[19] Z. Y. Ma, S. C. Tjong, The high-temperature creep behaviour of 2124 aluminium alloys with and without particulate and SiC-whisker reinforcemen, *Composites Science and Technology*, Vol. 59, No. 5, pp. 737-747, 1999.

[20] A. Faucon, E. Martin, B. Coutand , N. Carrere, J. F. Fromentin, L. Molliex, B. Dambrine, Longitudinal creep behaviour of a SiC/Ti-6242 composite in a vacuum atmosphere, *Applied Composite Materials*, Vol. 9, No. 6, pp. 379–393, 2002.

[21] S. T. Mileiko, V. M. Kiiko, K. A. Khvostunkov, Creep of composites with a porous fibre/matrix interface under variable loading, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Vol. 45, No. 1, pp. 41–45 , 2006.

[22] M. Mondali, A. Abedian, A. Ghavami, A new analytical shear-lag based model for prediction of the steady state creep deformations of some short

fiber composites, *Materials and Design*, Vol. 30, No. 4, pp. 1075–1084, 2009.

[23] M. Mondali, A. Abedian, A. Ghavami, Stress analysis and steady state creep strain rate in a short fiber composite, using finite difference method, *Aerospace and Research*, Vol. 2, No. 2, pp. 59-66, 2009. (in Persian فارسی)

[24] A. Ghavami, A. Abedian, M. Mondali, Finite difference solution of steady state creep deformations in a short fiber composite in presence of fiber/matrix debonding, *Materials and Design*, Vol. 31, No. 5, pp. 2616–2624, 2010.

[25] T. Baxevanis, N. Charalambakis, A micromechanically based model for damage-enhanced creep-rupture in continuous fiber-reinforced ceramic matrix composites, *Mechanics of Materials*,Vol. 42, No. 5, pp. 570–580, 2010.

[26] V. Monfared, Analysis of steady state creep in Short Fiber Composites (SFC) by Polynomial Function (PF) and Boundary Condition Method (BCM), *International Journal of Mechanics and Applications*, Vol. 2, No. 2, pp. 5-9, 2012.

[27] V. Monfared, Investigation of creep phenomenon in metal matrix composites with whiskers, *Research Journal of Applied Sciences - Engineering and Technology*, Vol. 4, No. 18, pp. 3516-3521, 2012.

[28] S. Garoushi, M. Kaleem, A. Shinya, P. K. Vallittu, J. D. Satterthwaite, D. C. Watts, L. V. J. Lassila, Creep of experimental short fiber-reinforced composite resin, *Dental Materials Journal*, Vol. 31, No. 5, pp. 737–741, 2012.

[29] F. Vakili-Tahami, M. Zehsaz, A. M. Alizadeh Fard, Multi-objective optimum design of an FG Al-SiC rotating disc with temperature dependent properties based on creep behavior, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 2, pp. 23-34, 2016. (in Persian فارسی)

[30] A. Darvizeh, R. Ansari, M. J. Mahmoodi, M. K. Hassanzadeh, Investigation of interphase effect on the non-linear viscoelastic behavior of multiphase polymer composites, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 1, pp. 181-191, 2016. (in Persian فارسی)

[31] Y. Le, Petitcorps, R. Pailler, R. Naslain, The fibre/matrix interfacial shear strength in titanium alloy matrix composites reinforced by silicon carbide or boron CVD filaments, *Journal of Composites Science and Technology*, Vol. 35, No. 2, pp. 207-214, 1989.

[32] K. K. Autar, *Mechanics of composite materials*, Second Edition, pp. 203-220 , New York: Taylor & Francis Group, 2006.

[33] R. M, Guedes, *Creep and fatigue in polymer matrix composite*, pp. 4-7, Oxford: Woodhead Publishing in Materials, 2011.