



## بررسی تجربی و تحلیلی تغییر شکل پلاستیک ورق‌های دایره‌ای تحت بارگذاری هیدرودینامیکی

هاشم بابایی<sup>1\*</sup>، ابوالفضل درویشه<sup>2</sup>، مجید علی طاوولی<sup>3</sup>، توحید میرزابابایی مستوفی<sup>4</sup>

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت  
 2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت  
 3- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت  
 4- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت  
 \* رشت، صندوق پستی 3756، ghbabaei@guilan.ac.ir

### چکیده

در این مقاله تغییر شکل پلاستیک ورق‌های دایره‌ای گیردار فولادی و آلومینیومی تحت شرایط بارگذاری هیدرودینامیکی مورد تحقیق و بررسی قرار گرفته است. آزمایش‌های متعددی با به کار بردن دستگاه چکش پرتابه‌ای انجام شده است. نتایج به دست آمده از آن‌ها برحسب خیز مرکز ورق، توزیع کرنش‌ها و پروفیل یا گستره تغییر شکل ارزیابی و همچنین تأثیر پارامترهایی نظیر خواص مکانیکی ورق، ضخامت آن و فاصله استقرار چکش یا انرژی انتقالی، بر روی رفتار تغییر شکل ورق، مطالعه شده است. در روش مدل‌سازی تحلیلی، مدل ارائه شده با استفاده از روش انرژی و با در نظر گرفتن تابع مفروض گسترده تغییر شکل بر اساس شواهد تجربی، تعیین شده است. در این مدل اثرات نرخ کرنش، کرنش شعاعی و محیطی و همچنین اثرات انرژی کرنشی خمشی و غشایی توامان لحاظ شده است. محاسبه مدل ارائه شده بر اساس مفروضات منطقی و پایه‌ای است لذا این روش می‌تواند در مطالعه رفتار تغییر شکل پلاستیک ورق‌های دایره‌ای تحت بارگذاری دینامیکی استفاده شود. نتایج حاصل از این مدل برای خیز مرکز ورق، توافق مطلوبی را با نتایج اندازه‌گیری شده در آزمایش‌ها نشان می‌دهد لذا به کار بردن این مدل در پیش‌بینی خیز مرکز ورق تحت شرایط مختلف بارگذاری هیدرودینامیکی مناسب است.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
 دریافت: 19 آبان 1393  
 پذیرش: 29 آذر 1393  
 ارائه در سایت: 20 دی 1393  
 کلید واژگان:  
 تغییر شکل  
 چکش پرتابه‌ای  
 ورق دایره‌ای  
 هیدرودینامیک

## Experimental and Analytical Investigation into Plastic Deformation of Circular Plates Subjected to Hydrodynamic Loading

Hashem Babaei\*, Abolfazl Darvizeh, Majid Alitavoli, Tohid Mirzababaie Mostofi

Department of Mechanical Engineering, Guilan University, Rasht, Iran  
 \* P.O.B. 3756 Rasht, Iran, ghbabaei@guilan.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
 Received 10 November 2014  
 Accepted 13 December 2014  
 Available Online 10 January 2015

**Keywords:**  
 Deformation  
 Drop hammer  
 Circular plate  
 Hydrodynamic

### ABSTRACT

In this paper, plastic deformation of the clamped mild steel and aluminum circular plates subjected to different hydrodynamic impact loading conditions are investigated. Extensive experimental tests were carried out by using a drop hammer. The experimental results are presented in terms of central deflection of the plates, deflection profiles, and strain distributions. The effect of different parameters such as material properties, plate thickness, stand off distance of hammer or the transfer energy were also investigated on behavior of deformation of plate. Analytical modeling was carried out using energy approach and introducing the deflection profile function based on the observed result of experimental. In this model effect of strain rate, hoop strain, radius strain and also effects of bending strain energy and membrane strain energy have been inserted. Calculations of the cases indicate that the proposed analytical models are based on reasonable assumptions. So, this method can be used for study of plastic deformation of plates under dynamic loading. The agreement between analytical and experimental results indicates that the new analytical approach presented in this work may be successfully employed for prediction of central deflection in different hydrodynamic impact loading conditions.

فرایند شکل‌دهی با سرعت بالا، فرایندی است که در آن مقدار زیادی انرژی در فاصله زمانی کوتاه آزاد می‌شود، لذا قطعه کار در برابر فشار زیادی قرار می‌گیرد. در این روش ماده در کسری از ثانیه به سرعت و شتاب بالایی می‌رسد به طوری که سرعت شکل‌گیری قطعه بیش از 15 متر بر ثانیه است. در روش شکل‌دهی با نرخ انرژی پایین، برای شکل‌دهی فلزات از یک جرم

### 1- مقدمه

شکل‌دهی ورق‌های فلزی همواره مورد توجه محققان و صنعت‌گران بوده است و به‌طور کلی روش‌های شکل‌دهی به دو دسته تقسیم می‌شوند که عبارتند از:

- 1- روش شکل‌دهی با نرخ انرژی بالا
- 2- روش شکل‌دهی با نرخ انرژی پایین

Please cite this article using:

H. Babaei, A. Darvizeh, M. Alitavoli, T. Mirzababaie Mostofi, Experimental and Analytical Investigation into Plastic Deformation of Circular Plates Subjected to Hydrodynamic Loading, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 2, pp. 305-312, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

به‌عبارت‌دیگر فشار ناشی از ضربه، در یک فرایند کنترل‌شده بر روی قطعه کار منتقل گشته و عمل شکل‌دهی صورت می‌گیرد.

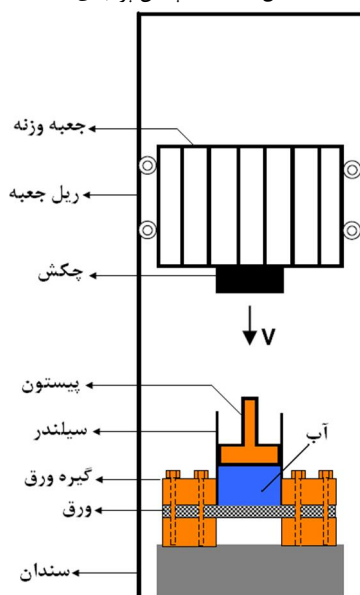
شکل 1 دستگاه چکش پرتابه‌ای استفاده شده در آزمایش‌های تجربی انجام‌گرفته در این مقاله را نشان می‌دهد. این دستگاه متشکل از یک جعبه وزنه موسوم به چکش پرتابه است. این سامانه با دستگیره مغناطیسی کنترل شده و تا ارتفاع مناسب بالا برده می‌شود.

جعبه وزنه یا چکش توسط چهار ریل با حداقل اصطکاک در اطرافش مهار شده که در راستای کاملاً عمودی سقوط می‌کند تا فرایند شبیه سقوط آزاد شود. چکش رها شده به سیلندر و پیستون محتوی آب که انتهای سیلندر به ورق مورد آزمایش محدود شده ضربه می‌زند. هوای محبوس شده میان سطح آزاد آب و پیستون توسط شیر، تخلیه می‌شود و بدین ترتیب سیال واسط منحصراً آب است [9].

برای جلوگیری از نشت آب، سطح تماس ورق و سیلندر و همچنین سطح جانبی تماس سیلندر و پیستون توسط واشرهای لاستیکی کاملاً آب‌بندی شده است. اجزا و قسمت‌های مختلف این دستگاه در شکل 2 نشان داده شده است.



شکل 1 دستگاه چکش پرتابه‌ای



شکل 2 طرح شماتیک از سامانه به‌کاررفته در انجام آزمایش‌ها

به‌عنوان ضربه‌زننده استفاده می‌شود.

آنچه در این شیوه اهمیت دارد، آن است که سرعت جرم به هنگام ضربه زدن می‌تواند در حدود کمتر از 9 متر بر ثانیه باشد. انرژی تولیدی در این روش با انرژی تولید شده به روش شکل‌دهی با سرعت‌بالا که در آن سرعت موج ضربه در حدود 7600 متر بر ثانیه است قابل قیاس نیست؛ بنابراین در روش شکل‌دهی با سرعت‌بالا فشار زیادی در مدت کوتاهی بر قطعه اعمال می‌شود [2,1].

روش نرخ انرژی بالا دارای معایب و مزایایی است. به‌طور مثال، این روش معمولاً توسط خرج انفجاری انجام می‌شود که صدای ناهنجار انفجار، امکان بروز حادثه، عدم دسترسی آسان به مواد منفجره و مسائل امنیتی از معایب و محدودیت‌های این روش است.

روش‌های با نرخ انرژی پایین با وجود این که میزان شکل‌پذیری ورق محدود بوده و با سرعتی پایین انجام می‌شود ولی ارزان و قابل‌دسترس هستند که این موضوع باعث جذب محققان شده است. این روش، در شمار پایین تولید و در مقیاس نمونه‌سازی می‌تواند جایگزین مناسبی برای فرآیند با نرخ انرژی بالا باشد [4,3].

تحقیقات تجربی نسبتاً گسترده‌ای در زمینه شکل‌دهی با نرخ انرژی بالا توسط خرج انفجاری انجام شده است اما در خصوص شکل‌دهی با نرخ انرژی پایین با دستگاه چکش پرتابه‌ای، تحقیقات بسیار محدود بوده که شاخص‌ترین آن مربوط به آزمایش‌های کوزینگ و اسکینو بوده است. آن‌ها از ورق‌های مسی با ضخامت‌های متفاوت برای انجام آزمایش‌های خود استفاده کردند. در این تحقیقات، برای مدل‌سازی تحلیلی از معادلات انرژی مولر استفاده شده است [8-5].

در این مقاله روش شکل‌دهی با نرخ انرژی پایین از نوع هیدروفورمینگ با دستگاه چکش پرتابه‌ای به‌صورت تجربی مورد بررسی قرار گرفته است. در بخش تحلیلی، با استفاده از روش انرژی، مدلی برای پیش‌بینی خیز مرکز ورق دایره‌ای تحت بار هیدرودینامیکی ارائه شده است.

## 2- مکانیزم فرایند شکل‌دهی هیدرودینامیکی

شکل‌دهی هیدرودینامیکی روشی مبتنی بر انتقال نرخ انرژی پایین است. سامانه به‌کاررفته در این فرایند دستگاه چکش پرتابه‌ای است که به‌وسیله آن انرژی پتانسیل وزنه‌ای در ارتفاع معین به انرژی جنبشی تبدیل شده و به‌صورت بار ضربه‌ای به پیستون و سیال واسط (آب) وارد می‌شود؛ به‌عبارت‌دیگر انرژی جنبشی پرتابه به فشار هیدرودینامیکی در سیال تبدیل می‌شود و به‌تبع آن تغییر شکل ورق رخ می‌دهد.

نرخ تغییر شکل در این فرایند در بازه میلی‌ثانیه است. این روش ماهیتی کاملاً مکانیکی دارد. در این فرایند به دلیل توزیع یکنواخت فشار چکش، از سیال واسط نظیر آب بین ورق و چکش استفاده می‌شود. اختلاف عمده روش هیدروفورمینگ نسبت به فرایند موسوم به کشش ورق، در نوع سنبه آن است. در واقع در این روش از یک سیال (معمولاً آب یا ترکیب آب و روغن) یا یک ماده انعطاف‌پذیر به‌جای سنبه استفاده می‌شود.

کیفیت سطحی بالای قطعات، یکنواختی ضخامت، کشش قطعات پیچیده در یک مرحله، عمق کشش بیشتر به همراه توزیع مناسب کرنش و عدم نیاز به ساخت قالب و در نتیجه کاهش هزینه از مزایای این روش نسبت به فرآیند کشش عمیق است [8].

در فرایند شکل‌دهی با چکش پرتابه‌ای، با به‌کارگیری انرژی حاصل از رها کردن وزنه و انتقال آن به ستونی از آب، ورق‌ها تغییر شکل می‌یابند؛

### 3- آزمایش‌های انجام شده

نمونه ورق‌های مورد آزمایش از دو جنس مختلف، فولاد نرم (فولاد 13) و آلومینیوم 1100 استفاده شده است. لازم به ذکر است که ورق‌های فولادی در ضخامت‌های 1 و 2 میلی‌متر و همچنین ورق‌های آلومینیومی با ضخامت‌های 1، 2 و 3 میلی‌متر تهیه شده است. مطابق شکل 3، ورق‌های برش خورده جهت نصب درگیره و مهار آن، سوراخ کاری می‌شوند. سپس نمونه‌ها میان دو صفحه فولادی به ابعاد 250×250 میلی‌متر و با ضخامت 20 میلی‌متر قرار داده شده و به وسیله پیچ‌هایی که در پیرامون ورق گیر (گیره) تعبیه شده‌اند، کاملاً مهار می‌شوند. در وسط ورق گیر، سوراخی به قطر 100 میلی‌متر ایجاد شده است. این سوراخ در ورق گیر جوش شده به سیلندر برای اعمال بار هیدرودینامیکی روی ورق و در ورق گیر پشتی برای امکان خروج و شکل‌گیری ورق طراحی شده است. ورق گیر جلویی به سیلندری با جدار کاملاً صیقلی به صورت یکپارچه جوش داده شده است. پس از بستن برق‌گیرهای جلویی و پشتی، در داخل سیلندر، آب تا ارتفاع بیش از محل قرارگیری شیر تخلیه هوا ریخته می‌شود و سپس با قرار دادن پیستون و تخلیه هوا، سامانه آماده برخورد چکش می‌شود. مطابق شکل 1 وزنه‌ای به جرم 70/4 کیلوگرم که در میان چهار ریل مهار شده تا ارتفاع متناسب با انرژی پتانسیل موردنظر توسط موتور الکتریکی به سمت بالا کشانده و با رهاسازی دستگیره مغناطیسی، وزنه سقوط آزاد کرده و انرژی جنبشی حاصل از سقوط وزنه به سیال واسط منتقل شده و در نهایت موجب شکل‌دهی ورق می‌شود.

$$\varepsilon_1 = 2.38 \times 10^{-0}$$

$$\varepsilon_2 = 4.76 \times 10^{-0}$$

$$\varepsilon_3 = 7.14 \times 10^{-0}$$

آزمایش کشش تک‌محوری با سرعت و یا نرخ کرنش یکسان روی هر دو نمونه (A1 و A2) انجام گرفته است، بنابراین برای هر جنس با ضخامت مشخص جمعاً شش آزمون کشش محوری انجام پذیرفته است. شباهت تقریبی منحنی‌های تنش و کرنش استخراج شده از آزمون کشش تک‌محوری در سه راستای مختلف نشان می‌دهد که می‌توان ماده را ایزوتروپیک فرض کرد. مقادیر تنش نهایی و تنش تسلیم برای هر نوع جنس در جدول 1 درج شده است.

### 3-2- نتایج آزمایش‌ها

نتایج ارائه شده در این بخش شامل اندازه‌گیری حداکثر خیز مرکز ورق، کرنش‌های محیطی و ضخامتی آزمایش‌های انجام گرفته، است.

#### 3-2-1- اندازه‌گیری حداکثر خیز مرکز ورق

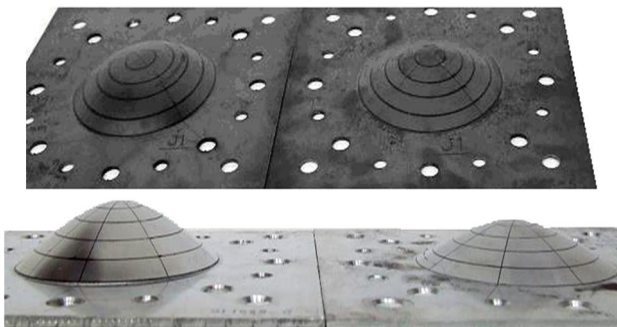
در جدول 2 کلیه مشخصات و نتایج آزمایش‌های انجام شده روی ورق‌های فولادی و آلومینیومی آمده است. نتایج به دست آمده در مجموعه آزمایش‌ها، بیانگر پاسخ و رفتار مکانیکی ورق‌هایی از جنس فولاد و آلومینیوم تحت بارگذاری هیدرودینامیکی است که در آن اثر تغییرات جنس، ضخامت ورق و همچنین تغییرات مقدار بار یا به عبارتی افزایش انرژی انتقالی به ورق و به تبع آن تغییر نرخ سرعت تغییر شکل بررسی می‌شود. انرژی تولید شده در این فرایند با صرف‌نظر از اصطکاک از رابطه (1) بدست می‌آید:

$$E = mgh \quad (1)$$

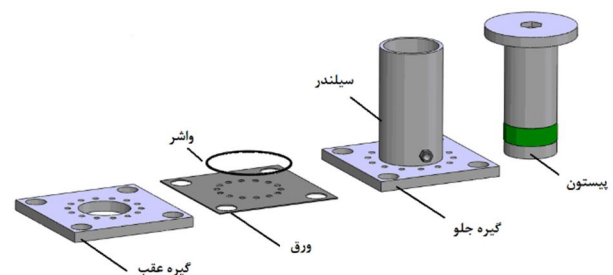
که در آن  $m$  جرم چکش و  $h$  ارتفاع چکش نسبت به ورق قبل از سقوط آزاد است. در شکل 5 تصاویر ورق‌های تغییر شکل یافته نشان داده شده است.

جدول 1 خواص مکانیکی مواد استفاده شده

ماده	میانگین تنش نهایی (MPa)	میانگین تنش تسلیم استاتیکی (MPa)	چگالی (kg/m <sup>3</sup> )	کرنش نهایی
فولاد	370	320	7830	0/28
آلومینیوم	150	120	2700	0/05



شکل 5 نمونه‌هایی از تغییر شکل ورق‌های فولادی و آلومینیومی



شکل 3 شماتیک اجزای تحتانی سامانه شکل‌دهی هیدروفورمینگ



شکل 4 نمونه ورق‌های برش خورده توسط دستگاه وایر کات

ضخامت ورق در محل ترسیم دایره‌ها و همچنین در مرکز ورق اندازه‌گیری شده است به طوری که توسط یک کولیس دیجیتالی با دقت 0/01 میلیمتر قطر هر دایره را در نقاط مختلف از پیرامون آن اندازه‌گیری و با گرفتن میانگین، یک مقدار نهایی  $D$  برای اندازه قطر آن در نظر گرفته شده است. با قرار دادن مقدار  $D$  در رابطه (2) کرنش محیطی محاسبه خواهد شد، که در آن  $D_0$  قطر دایره قبل از تغییر شکل ورق است. [10].

$$\varepsilon_\theta = \ln \frac{D}{D_0} \quad (2)$$

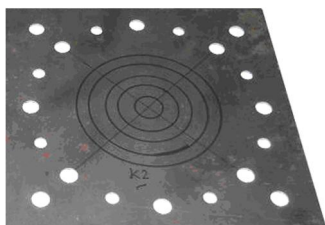
همان‌طور که در شکل 7 نشان داده شده است نمونه ورق‌ها به صورت مربعی در ابعاد 250×250 میلی‌متر برش زده شده‌اند. برای محاسبه کرنش ضخامتی، ضخامت اولیه ورق و همچنین ضخامت پس از تغییر شکل آن در نقاط مشخص اندازه‌گیری شده است. مقدار ضخامت ثانویه  $T$  پس از برش عمودی و از میانگین ضخامت‌های اندازه‌گیری شده در نقاط معکوس قطری روی دایره‌های ترسیم شده تعیین شده‌اند. با قرار دادن مقادیر به دست آمده در رابطه (3) کرنش ضخامتی محاسبه می‌شود.

$$\varepsilon_t = \ln \frac{T}{T_0} \quad (3)$$

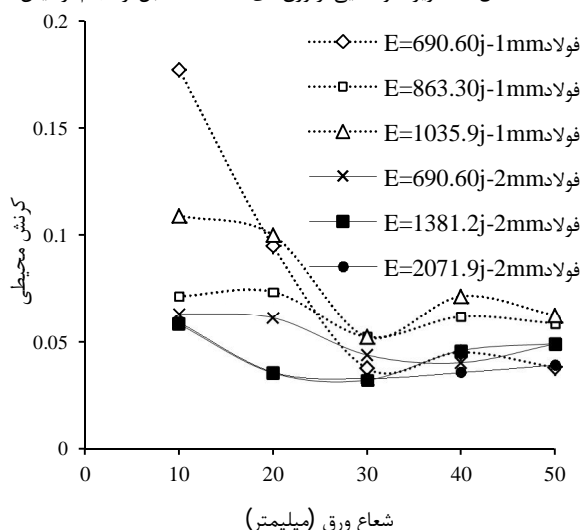
که در آن  $T_0$  ضخامت اولیه ورق، قبل از انجام آزمایش است. برای محاسبه کرنش شعاعی، قانون ثبات حجم مطابق رابطه (4) به کار می‌رود.

$$\varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_t = 0 \quad (4)$$

نمودار توزیع کرنش‌های  $\varepsilon_\theta$  و  $\varepsilon_t$  برحسب تغییرات فاصله شعاعی برای ورق‌های فولادی با ضخامت‌های مختلف و با انرژی اعمال شده متفاوت در شکل‌های 8 و 9 نمایش داده شده است و همچنین به طور مشابه نمودار توزیع کرنش‌های  $\varepsilon_\theta$  و  $\varepsilon_t$  برای ورق‌های آلومینیومی در شکل‌های 10 و 11 نشان داده شده است.



شکل 7 تصویر نمونه‌هایی از ورق‌های آماده شده قبل از انجام آزمایش



شکل 8 توزیع کرنش محیطی  $\varepsilon_\theta$  برحسب تغییرات فاصله شعاعی برای ورق‌های فولاد 13 با ضخامت‌های مختلف و با انرژی اعمال شده متفاوت

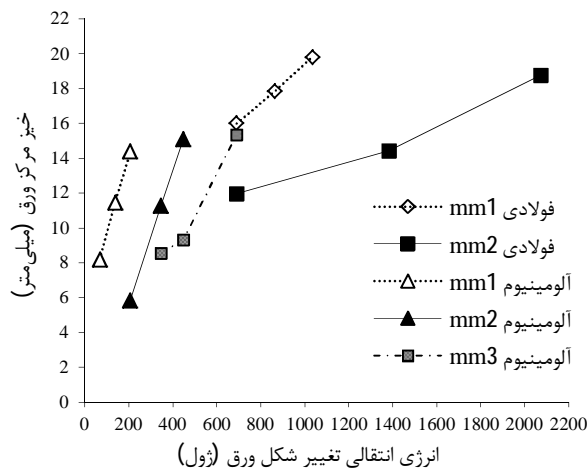
جدول 2 مشخصات و نتایج آزمایش‌های انجام شده

شماره آزمایش	جنس ورق	ضخامت ورق (mm)	ارتفاع وزنه (cm)	خیز مرکز ورق (mm)
1	فولاد	1	100	16/0
2	فولاد	1	125	17/8
3	فولاد	1	150	19/8
4	فولاد	2	100	11/9
5	فولاد	2	200	14/4
6	فولاد	2	300	18/7
7	آلومینیوم	1	10	8/2
8	آلومینیوم	1	20	11/5
9	آلومینیوم	1	30	14/4
10	آلومینیوم	2	30	5/8
11	آلومینیوم	2	50	11/3
12	آلومینیوم	2	65	15/0
13	آلومینیوم	3	50	8/5
14	آلومینیوم	3	65	9/3
15	آلومینیوم	3	100	15/3

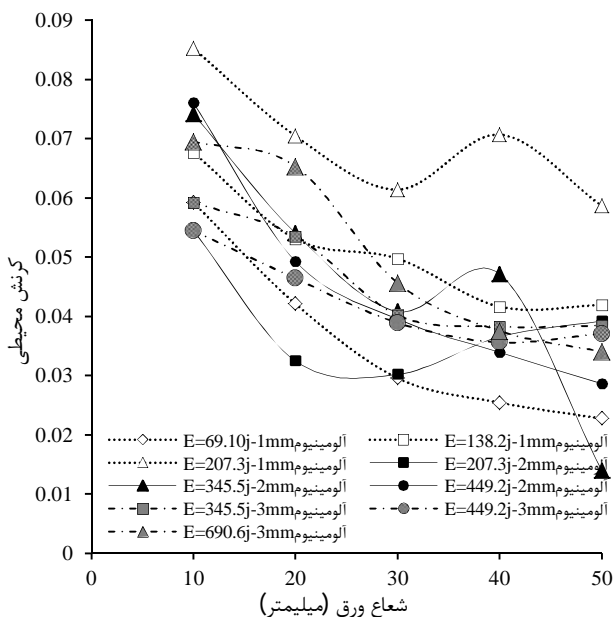
در شکل 6 نمودار تغییرات خیز مرکز ورق نسبت به انرژی انتقالی از سامانه نشان داده شده است. در این نمودار خیز ورق‌ها برحسب انرژی برای دو جنس متفاوت فولاد و آلومینیوم در ضخامت‌های مختلف به صورت تفکیک شده و متمایز ترسیم شده است. مطابق این نمودارها تأثیر جنس و ضخامت ورق بر میزان تغییر شکل کاملاً مشهود است و با افزایش انرژی انتقالی مقادیر خیز مرکز ورق افزایش می‌یابند. شیب تغییرات مقادیر خیز مرکز ورق در ورق‌های آلومینیومی نسبت به ورق‌های فولادی به دلیل شکل‌پذیرتر بودن این ماده نسبت به فولاد، بیشتر است.

### 3-2-2- اندازه‌گیری کرنش‌های محیطی و ضخامتی

کرنش‌ها در ورق‌هایی که تغییر شکل یافته‌اند، با اندازه‌گیری ابعاد هندسی ورق تعیین شده است بدین ترتیب که مطابق شکل 7، قبل از انجام آزمایش، یک شبکه دایره‌ای با 5 دایره هم‌مرکز با قطرهای 20، 40، 80، 60 و 100 میلی‌متر روی سطح ورق ترسیم شده است که برای ترسیم این شبکه از یک شابلون و یک قلم با نوک نازک 0/5 میلی‌متر و با جوهر مقاوم استفاده شده است. شایان‌ذکر است پس از تغییر شکل ورق، قطرهای شبکه دایره‌ای و



شکل 6 نمودار تغییرات خیز مرکز ورق نسبت به انرژی انتقالی



شکل 11 توزیع کرنش محیطی  $\epsilon_{\theta}$  برحسب تغییرات فاصله شعاعی برای ورق‌های آلومینیوم 1100 با ضخامت‌های مختلف و بانرژی اعمال شده متفاوت

در تغییر شکل ناشی از بار هیدرودینامیکی، پروفیل تغییر شکل ورق دوکی شکل نبوده و بیشتر به صورت گنبدی یا پوسته کروی ناقص است. با بررسی‌ها و مقایسه نتایج تحقیقات تجربی انجام شده رابطه (5) بهترین تقریب را برای پروفیل تغییر شکل ورق دارد [12.11].

$$w(r) = W \left( 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^3 \right) \quad (5)$$

که در آن  $w(r)$  تابع جابجایی ورق،  $W$  مقدار جابجایی یا خیز مرکز ورق،  $R, r$  به ترتیب راستای شعاعی و شعاع خارجی ورق است. مقادیر کرنش‌ها و انحنای شعاعی و محیطی با استفاده از رابطه (6-9) به دست می‌آیند [13].

$$K_{\theta} = -\frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial r} = \frac{3Wr}{R^3} \quad (6)$$

$$K_r = -\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} = \frac{6Wr}{R^3} \quad (7)$$

$$\epsilon_r = \epsilon_m + \epsilon_{rb} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial r} \right)^2 + ZK_r \quad (8)$$

$$\epsilon_{\theta} = \epsilon_{\theta b} = ZK_{\theta} \quad (9)$$

در روابط فوق  $K_r$  و  $K_{\theta}$  به ترتیب، انحنای شعاعی و محیطی هستند.  $\epsilon_m$ ،  $\epsilon_{rb}$  و  $\epsilon_{\theta b}$  به ترتیب، کرنش غشایی، کرنش خمشی شعاعی و کرنش خمشی محیطی هستند و همچنین  $Z$  راستای جابجایی و عمود بر صفحه ورق است. کار پلاستیک انجام شده در حین تغییر شکل ورق از رابطه انرژی کرنشی قابل محاسبه است. در این رابطه تنها اثر کرنش‌های شعاعی و محیطی در نظر گرفته و از مقادیر کرنش ضحامتی صرف نظر می‌شود.

$$E_p = \int_V (\sigma_r \epsilon_r + \sigma_{\theta} \epsilon_{\theta}) dV \quad (10)$$

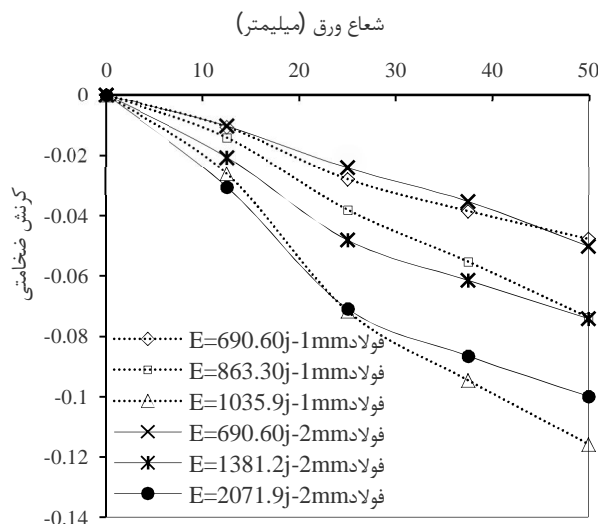
برای فشار هیدرو استاتیکی در مواد غیر حساس نظیر فلزات، مؤلفه هیدرو استاتیکی تنسور تنش اثر قابل ملاحظه‌ای بر تسلیم و سیلان پلاستیک ندارد. بنابراین، این مؤلفه‌ها را می‌توان از تنسور تنش حذف کرد. بدین ترتیب، امکان به‌کارگیری معیار تسلیم ترسا، وان مایز و قانون سیلان وان مایز

با مقایسه این نمودارها می‌توان نتیجه گرفت که مقادیر کرنش‌های  $\epsilon_{\theta}$  و  $\epsilon_r$  به‌طور قابل ملاحظه‌ای تحت تأثیر جنس، ضخامت ورق و مقدار انرژی ورودی هستند. بیشترین مقدار کرنش‌ها  $\epsilon_{\theta}$  و  $\epsilon_r$  در مرکز ورق ایجاد می‌شود، با افزایش فاصله شعاعی از مرکز این مقادیر کاهش و در ناحیه لبه گیردار به کمترین مقدار خود می‌رسند.

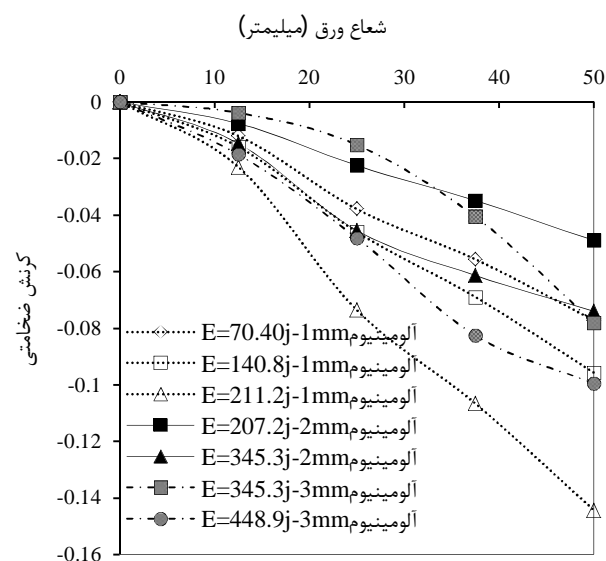
آهنگ توزیع هر یک از کرنش‌ها،  $\epsilon_r$  و  $\epsilon_{\theta}$ ، برحسب فاصله شعاعی تحت تأثیر جنس، ضخامت و مقدار انرژی ضربه زنده نبوده و شکل نمودار آن‌ها با تغییر هر یک از این پارامترها تقریب ثابت می‌ماند.

#### 4- ارائه مدل تحلیلی برای تغییر شکل ورق‌های دایره‌ای تحت بارگذاری هیدرودینامیکی

در این قسمت، مدل تحلیلی برای پیش‌بینی تغییر شکل ورق‌های دایره‌ای گیردار تحت بارگذاری هیدرودینامیکی با استفاده از روش انرژی ارائه می‌شود. مفروضات اعمال شده برای تعیین مدل‌های تحلیلی بر اساس نتایج حاصل از آزمایش‌های تجربی انجام شده در این مقاله است.



شکل 9 توزیع کرنش ضحامتی  $\epsilon_{\theta}$  برحسب تغییرات فاصله شعاعی برای ورق‌های فولاد 13 با ضخامت‌های مختلف و بانرژی اعمال شده متفاوت



شکل 10 توزیع کرنش ضحامتی  $\epsilon_{\theta}$  برحسب تغییرات فاصله شعاعی برای ورق‌های آلومینیوم 1100 با ضخامت‌های مختلف و بانرژی اعمال شده متفاوت

که در آن  $\dot{W}$  سرعت متوسط تغییر شکل و یا جابجایی ورق است و مقدار آن به‌وسیله رابطه (24) تخمین زده می‌شود [17,16].

$$\dot{W} = \frac{V}{\sqrt{2}} \quad (24)$$

سرانجام با توجه به روابط فوق، معادله (20) به‌صورت (25) به دست می‌آید.

$$\sigma_d = \sigma_y \left[ 1 + \zeta \left( \frac{W}{H} \right)^{\frac{1}{q}} \right] \quad (25)$$

که در آن رابطه (26) برقرار است.

$$\zeta = \left( \frac{3^2 V H}{\sqrt{2} R^2 n} \right)^{\frac{1}{q}} \quad (26)$$

انرژی صرف شده به‌واسطه کار پلاستیک در مرحله تغییر شکل برابر با انرژی اولیه تغییر شکل ورق در حین جابجایی است و این انرژی از طریق انرژی پتانسیل اولیه ضربه زنده (چکش) تأمین می‌شود، لذا با مساوی قرار دادن رابطه (19) با رابطه (1) معادله (27) به دست می‌آید [18]:

$$[H W^2 + H^2 W] = \frac{2 m g h}{3 \pi \sigma_d} \quad (27)$$

با جایگزینی رابطه  $\sigma_d$ : می‌توان رابطه (28) را نوشت:

$$\left( \zeta \left( \frac{W}{H} \right)^{2+\frac{1}{q}} + \left( \frac{W}{H} \right)^2 \right) + \zeta \left( \frac{W}{H} \right)^{1+\frac{1}{q}} + \left( \frac{W}{H} \right) = \frac{m g h}{1.5 \pi H^3 \sigma} \quad (28)$$

با فرض اینکه  $2 + 1/q \approx 1 + 1/q + 1$  معادله فوق به‌صورت رابطه (29) به دست می‌آید.

$$\left( \frac{W}{H} \right)^2 + \left( \frac{W}{H} \right) = \frac{m g h}{1.5 \pi (1 + \zeta) H^3 \sigma} \quad (29)$$

باحل معادله فوق نسبت به  $(W/H)$  عاقله تحلیلی خیر مرکز ورق مطابق رابطه (30) محاسبه می‌شود:

$$\left( \frac{W}{H} \right) = \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + \frac{8 m g h}{3(1 + \zeta) H^3 \sigma}} - 1 \right) \quad (30)$$

برای ارزیابی دقت مدل ارائه شده با استفاده از روش انرژی، در شکل 12 مقادیر تحلیلی و تجربی نسبت بی‌بعد خیز مرکز ورق به ضخامت برای هر آزمایش مقایسه شده‌اند به‌عبارت‌دیگر مقادیر  $W/H$  در دو حالت تجربی و تحلیلی بررسی شده‌اند. لازم به ذکر است که مقادیر تحلیلی از معادله 30 و نتایج مربوط به آزمایش‌ها از جدول 2 استخراج شده است. همان‌گونه که در شکل 12 مشاهده می‌شود، پیش‌بینی مدل تحلیلی (معادله 30) در مقایسه با نتایج تجربی از دقت بسیار قابل قبولی برخوردار است. در شکل 12 خط  $y = x$  یا خط 45 درجه مکان هندسی نقاطی است که مقادیر تحلیلی با تجربی مساوی هستند و خطوطی که با تلوآنس  $\pm 1$  مشخص شده‌اند، حالت کاملاً سخت‌گیرانه و محدود است.

مطابق شکل 12، 100 درصد نقاط محاسبه شده به‌وسیله مدل تحلیلی ارائه شده در محدوده تعیین شده قرار دارند.

## 5- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این مقاله تغییر شکل نازک دایره‌ای از جنس فولاد و آلومینیوم با استفاده از فرایند هیدرودینامیکی و دستگاه چکش پرتابه‌ای به‌صورت تجربی و تحلیلی بررسی شد. نتایج به‌دست آمده درک خوبی از رابطه خیز مرکز ورق و بار هیدرودینامیکی وارد شده می‌دهد درحالی‌که خواص مکانیکی مواد، فاصله چکش از هدف و ضخامت ورق تغییر می‌کند، علی‌رغم اینکه فرایند به‌کار رفته

فراهم می‌شود. با قرار دادن معیار تسلیم ترسکا و رابطه سیلان وان مایز برای مواد پلاستیک کامل معادله (11) برای ورق‌های دایره‌ای به دست می‌آید [14]:

$$\frac{d\varepsilon_r}{\sigma_r} = \frac{d\varepsilon_\theta}{\sigma_\theta} = \frac{d\varepsilon_z}{\sigma_z} = d\lambda \quad (11)$$

برای ماده ایزوتروپیک رابطه (12) برقرار است:

$$d\varepsilon_r = d\varepsilon_\theta \quad (12)$$

در نتیجه:

$$\sigma'_r = \sigma'_\theta \rightarrow \sigma_r - \sigma_M = \sigma_\theta - \sigma_M \quad (13)$$

از رابطه فوق رابطه (14) می‌شود:

$$\sigma_r = \sigma_\theta \quad (14)$$

بر اساس معیار ترسکا می‌توان نوشت:

$$\sigma_r - \sigma_M = \sigma_d \quad (15)$$

با توجه به اینکه بار به‌صورت آنی است، لذا تنش در راستای  $z$  صفر در نظر گرفته شده است. سرانجام از روابط فوق می‌توان رابطه (16) را نوشت:

$$\sigma_r = \sigma_\theta = \sigma_d \quad (16)$$

$\sigma_d$  تنش تسلیم دینامیکی است. بنابراین رابطه (10) را می‌توان به صورت رابطه (17) بازنویسی کرد.

$$E_p = \int_V \sigma_d (\varepsilon_r + \varepsilon_\theta) dV \quad (17)$$

$$= \int_0^F \int_{-H/2}^{H/2} \sigma_d (\varepsilon_r + \varepsilon_\theta) 2\pi r dz. dr$$

در رابطه فوق  $H$  ضخامت ورق است. شایان توجه است که راستای توزیع تنش‌های اصلی هم‌جهت با راستای کرنش‌های اصلی است، لذا معادله (17) به‌صورت (18) درمی‌آید:

$$E_p = 2\pi \sigma_d \left[ \int_0^R \int_{-H/2}^{H/2} (\varepsilon_m) + 2 \int_0^R (\varepsilon_{rb} + \varepsilon_\theta) \right] r dz. dr \quad (18)$$

با جایگزینی معادلات (6) تا (9) در معادله (18) رابطه (19) برقرار می‌شود:

$$E_p = 1.5 \pi \sigma_d [H W^2 + H^2 W] \quad (19)$$

تنش تسلیم  $\sigma_d$  را می‌توان برحسب تنش تسلیم استاتیکی محاسبه کرد. به همین منظور از رابطه تجربی کوپر-سیموندز استفاده می‌شود [15].

$$\sigma_d = \sigma_y \left[ 1 + \left( \frac{\dot{\varepsilon}_M}{n} \right)^{\frac{1}{q}} \right] \quad (20)$$

که در آن  $\dot{\varepsilon}_m$  نرخ کرنش متوسط،  $n$  و  $q$  ثابت مواد هستند که به ترتیب برای فولاد 40/4 و 5 و برای آلومینیوم 6500 و 4 است. رابطه 20 را می‌توان به صورت (21) نیز در نظر گرفت [1].

$$\sigma_d = \lambda \sigma_y \quad (21)$$

$\lambda$  پارامتری است که به نرخ کرنش متوسط وابسته است. مطابق روابط 8 و 9 بیشترین کرنش در راستای شعاعی است، لذا تابع نرخ کرنش به شکل رابطه (22) نوشته می‌شود.

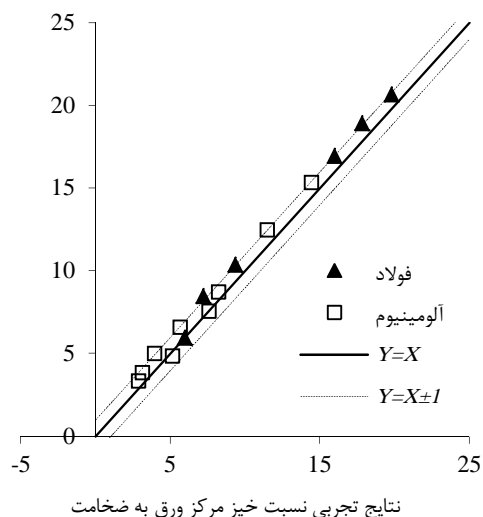
$$\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon_r}{dt} \quad (22)$$

از آنجا که رابطه نرخ کرنش تابعی از فاصله شعاعی ورق است، نرخ کرنش متوسط با فرض  $r = R$  به‌صورت رابطه (23) بازنویسی می‌شود.

$$\dot{\varepsilon}_M = \frac{9W\dot{W}}{2R^2} \quad (23)$$

علائم یونانی	
$\epsilon$	کرنش
$\sigma$	تنش ( $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$ )
$\lambda$	ضریب بی‌بعد
$\zeta$	پارامتر تعریف شده برای نرخ کرنش
بالانویس‌ها	
0	اولیه
.	نرخ
زیرنویس‌ها	
$\theta$	محیطی
$r$	شعاعی
$t$	ضخامتی
$m$	غشایی
$b$	خمش
$M$	متوسط
$p$	پلاستیک
$d$	دینامیک
$y$	تسلیم

نتایج مدل تحلیلی نسبت خیز مرکز ورق به ضخامت



شکل 12 مقایسه مقادیر تحلیلی و تجربی نسبت خیز مرکز ورق به ضخامت

بسیار ساده، ارزان و کم‌خطر است ولی کیفیت تغییر شکل ورق‌ها مشابه سایر فرایندهای مرتبط نظیر شکل‌دهی انفجاری و لوله شوک است با این تفاوت که در این فرایند به دلیل پایین بودن سرعت، فشار هیدرودینامیکی باعث تغییر شکل ورق به‌صورت گنبدی و کاملاً یکنواخت می‌شود.

نتایج تجربی به‌دست‌آمده بر اساس پارامترهای خیز مرکز ورق و توزیع کرنش‌های محیطی و شعاعی ارائه شده که در آن‌ها اثر میزان انرژی انتقالی، جنس و ضخامت ورق کاملاً مشهود است. مدل تحلیلی ارائه شده در این مقاله با فرض معلوم بودن تابع گستره تغییر شکل و با در نظر گرفتن اثر نرخ کرنش و بر اساس روش انرژی محاسبه گردیده است. نتایج مدل توافق بسیار خوبی با نتایج تجربی دارد به‌طوری‌که تمامی آزمایش‌های انجام گرفته در محدوده-ای با خطای قابل قبول قرار گرفته‌اند. با افزایش ارتفاع چکش رها شده، سرعت برخورد آن با سیلندر افزایش یافته در نتیجه تأثیر پارامتر نرخ کرنش در معادلات تحلیلی ارائه شده برای به دست آوردن حداکثر خیز مرکز ورق اهمیت می‌یابد به این معنا که تأثیر پارامتر نرخ کرنش برای ورق‌های فولادی نسبت به ورق‌های آلومینیومی بیشتر است.

#### 6- فهرست علائم

$D$	قطر دایره‌های هم‌مرکز (m)
$E$	انرژی ( $\text{kgm}^2\text{s}^{-2}$ )
$g$	شتاب گرانش زمین ( $\text{ms}^{-2}$ )
$h$	ارتفاع چکش (m)
$H$	ضخامت ورق (m)
$K$	انحنای ( $\text{m}^{-1}$ )
$m$	جرم چکش (kg)
$n$	ثابت ماده
$q$	ثابت ماده
$R$	شعاع خارجی ورق (m)
$V$	سرعت ( $\text{ms}^{-1}$ )
$w$	تابع جابجایی در راستای شعاعی
$W$	خیز مرکز ورق (m)

#### 7- مراجع

- [1] H. Babaei, A. Darvizeh, Investigation into the Response of Fully Clamped Circular Steel, Copper, and Aluminum Plates Subjected to Shock Loading, *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 39(4), pp. 507-526, 2011.
- [2] H. Babaei, A. Darvizeh, Experimental and analytical investigation of large deformation of thin circular plates subjected to localized and uniform impulsive loading, *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 38, pp. 171-189, 2010.
- [3] D.J. Mynors, B. Zhang, Applications and capabilities of explosive forming, *Journal of materials processing technology*, 125-126:1-25, 2002.
- [4] H.P. Tardif, Explosive forming of cones by metal gathering. *Metal progress*, 76 (3), pp. 84, 1959.
- [5] S. Thiruvarduchelvan and W. Lewis, A note on hydro forming with constant fluid pressure, *Journal of Materials Processing Technology*, 88, pp. 51-56, 1999.
- [6] S. H. Zhang, L. X. Zhou, Z. T. Wang, and Y. Xu, 'Technology of sheet hydro forming with a movable female die', *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 43 (8), pp. 781-785, 2003.
- [7] D. Kang, L. Lang, X. Meng, and J. Xuan, 'Hydrodynamic deep drawing process', *Journal of materials processing technology*, 101 (1-3), pp. 21-24, 2000.
- [8] O.E. Kosing, B.W. Skews, An investigation of high-speed forming of circular plates in a liquid shock tube. *International Journal of Impact Engineering*, 21(9), pp. 801-816, 1998.
- [9] Lange, K. *Handbook of Metal Forming*, Second Printing, McGraw-Hill, New York, 1994.
- [10] GN. Nurick, A new technique measure the deflection-time history of a structure subjected to high strain rates. *International Journal of Impact Engineering*, 3, pp. 17-26, 1985.
- [11] T.J. Cloete, GN. Nurick, RN. Palmer, The deformation and shear failure of peripherally clamped centrally supported blast loaded circular plates, *International Journal of Impact Engineering*, 32, pp. 92-117, 2005.
- [12] GN. Nurick, An empirical solution for predicting maximum central deflections of impulsively loaded plates. In: *Harding J, editor. Mechanical properties of materials at high rates of strain*. Oxford: Inst of Physics, pp. 457-464, 1989.
- [13] N. Jones, *Structural impact*. Cambridge: Cambridge University Press, 1989.
- [14] Y. Chen, J. Zhang, Y. Wang, P. Tang, Non-linear transient analysis of a blast-loaded circular plate resting on nonviscous fluid. *Int. J. Pressure Vessels and Piping*, 82, pp. 729-737, 2005.
- [15] H.M. Wen, TY. Reddy, SR. Reid, Deformation and failure of clamped beams under low speed impact loading, *International Journal of Impact Engineering*, 16(3), pp. 435-454, 1995.

- [18] H.M. Wen, TX. Yu, TY. Reddy, A note on the clamped circular plates under impulsive loading. *Journal of Structural Mechanics*, 23(3), pp. 331-342, 1995.
- [16] H.M. Wen, TX. Yu, TY. Reddy, Failure maps of clamped beams under impulsive loading. *Journal of Structural Mechanics*, 23(4), pp. 353-372, 1995.
- [17] J. Zamani, H. Motamed al shariati, A. K. Ghamsari, A. Sheikhi Kooshyar, Investigation of Strain Rate Loading, *Journal of Energetic Materials*, Vol. 5, No.2, pp. 43-58, 2011.