



# Effect of Aspect Ratio of Noncircular Lobed Journal Bearings on the Damping Effectiveness of Lubricant in Case of Rotor Disturbances

## ARTICLE INFO

### Article Type

Original Research

### Authors

Zare Mehrjardi M.<sup>1</sup> PhD,  
Dashti Rahmatabadi A.\*<sup>2</sup> PhD,  
Rasoolizadeh Shooroki A.<sup>2</sup> MSc

### How to cite this article

Zare Mehrjardi M, Dashti Rahmatabadi A, Rasoolizadeh Shooroki A. Effect of Aspect Ratio of Noncircular Lobed Journal Bearings on the Damping Effectiveness of Lubricant in Case of Rotor Disturbances. Modares Mechanical Engineering, 2020;20(5):1347-1360.

## ABSTRACT

The lubricant's ability to maintain the dynamic stability of rotor particularly in special conditions such as operating at critical speeds and instantaneous turbulences in loading or lubricant properties is always one of the most prominent characteristics of the journal bearings. The aspect ratio of length to diameter ratio of bearing is an important factor that in different loading conditions will have an obvious effect on the performance of the trapped lubricant film between the rotor surface and bearings shell. So, in this research, the effects of aspect ratio on the damping of rotor disturbances in the noncircular two, three and four-lobe bearings space with linear and nonlinear dynamic analysis approaches are studied. Initially, the static equilibrium point of the rotor center in bearings space has been obtained using the governing Reynolds equation of micropolar lubrication for different values of aspect ratio. Later, assuming the rotor perturbation as the limit cycle oscillations around the equilibrium point, critical mass and whirl frequency ratio are determined as the linear dynamic stability indexes for recognizing the converging disturbances. In the nonlinear model, the simultaneous solving of the lubrication and the rotor motion equations in successive time steps with the Runge-Kutta method is done to differentiate the converging or diverging rotor perturbations. Results show that decreasing the aspect ratio improves the dynamical stability and the chance of controlling disturbances and returning the rotor center to the static equilibrium position. A comparison of linear and nonlinear dynamic analysis results also indicates more cautious behavior and limited dynamical stability range of the linear model in most of the aspect ratio.

**Keywords** Aspect Ratio; Dynamic Stability; Noncircular Lobed Journal Bearings; Micropolar Lubricant; Linear and Nonlinear Analysis

## CITATION LINKS

[1] The role of oil-film bearings in promoting shaft instability and the remedial effect of damping [2] Periodic, quasi-periodic and chaotic vibrations of a rub impact rotor system supported on oil film bearings [3] Chaos and bifurcation of a flexible rub impact rotor supported by oil film bearings with nonlinear suspension [4] Bifurcation and chaos analysis of a flexible rotor supported by turbulent long journal bearings [5] Theory of micropolar fluids [6] Analysis of finite width journal bearings with micropolar fluids [7] Theoretical analysis of stability characteristic of hydrodynamic journal bearings lubricated with micropolar fluid [8] Static and dynamic of elasto-hydrodynamic elliptical journal bearing with micropolar lubricant [9] Linear analysis for stability threshold for a finite flexibly supported journal bearing lubricated with micropolar fluids [10] Stability analysis of hydrodynamic journal bearing using stiffness coefficients [11] Nonlinear dynamics analysis of tilting pad journal bearing rotor system [12] Approximate analysis of dynamic characteristics of short journal bearings in turbulent micropolar lubrication [13] Linear stability analysis of hydrodynamic journal bearings with a flexible liner and micropolar lubrication [14] A study on the stability performance of noncircular lobed journal bearings with micropolar lubricant [15] Effects of design and lubrication parameters on thermo-hydrodynamic performance of noncircular three lobe journal bearings with micropolar lubricant [16] Tilt angle effects on the performance of micropolar lubricated noncircular journal bearings [17] Experimental evidence of a two-axial groove hydrodynamic journal bearing under severe operation conditions [18] Thermo-hydrodynamic performance of tilted non-circular micropolar lubricated journal bearings [19] Nonlinear transient analysis of hole-entry journal bearing with constant flow of micropolar fluids

<sup>1</sup>Mechanical Engineering Department, Engineering Faculty, Ardakan University, Ardakan, Iran

<sup>2</sup>Mechanical Engineering Faculty, Yazd University, Yazd, Iran

### \*Correspondence

Address: Mechanical Engineering Faculty, Yazd University, Yazd, Iran

Phone: -

Fax: -

dashti@yazd.ac.ir

### Article History

Received: March 27, 2019

Accepted: November 06, 2019

ePublished: May 09, 2020

## تأثیر نسبت منظری یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور لُبدار بر کارآمدی فیلم روانکار در جذب اغتشاشات حرکتی روتور

مهدی زارع مهرجردی PhD

گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اردکان، اردکان، ایران

اصغر دشتی رحمت‌آبادی PhD\*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد، ایران

ابوالفضل رسولی زاده شورکی MSc

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد، ایران

### چکیده

توانایی فیلم روانکار در حفظ پایداری دینامیکی روتور در فضای لقی در شرایط ویژه‌ای نظیر کارکرد در سرعت‌های بحرانی، وقوع اغتشاشات لحظه‌ای در وضعیت بارگذاری یا مشخصه‌های روانکار، همواره یکی از بارزترین خصوصیات مورد انتظار یاتاقان‌های ژورنال تکیه‌گاهی مورد استفاده در ماشین‌آلات دوار محسوب می‌شود. نسبت منظری یا طول به قطر یاتاقان عامل مهمی است که در شرایط متفاوت بارگذاری، تأثیر آشکاری بر کیفیت فیلم سیال محبوس مابین سطح روتور و جدار داخلی پوسته یاتاقان خواهد داشت. به همین علت در پژوهش حاضر تأثیر این عامل بر کیفیت میرایی اغتشاشات حرکتی روتور در فضای یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور دو، سه و چهار لُبد با مدل‌های تحلیلی دینامیکی خطی و غیرخطی مطالعه شده است. در ابتدا موقعیت تعادل پایدار روتور در فضای یاتاقان با بکارگیری معادله رینولدز حاکم بر روانکاری میکروپلار به ازای بار معین خارجی برای مقادیر گوناگون نسبت منظری استخراج شده است. در ادامه با فرض نوسانات سیکل محدود روتور حول نقطه تعادل استاتیکی در مدل خطی، مقادیر جرم بحرانی و فرکانس چرخش گردابی مشخص‌کننده مرز همگرایی اغتشاشات به وضعیت تعادل، تعیین شده‌اند. در مدل غیرخطی با حل همزمان معادله رینولدز حاکم بر روانکاری یاتاقان و معادلات حرکت روتور در گام‌های زمانی متوالی با روش رانگ-کوتا، همگرایی یا واگرایی حرکات روتور ارزیابی شده است. نتایج گویای آن است که با کاهش نسبت منظری، دامنه پایداری دینامیکی نوسانات روتور و شانس کنترل اغتشاشات و بازگشت به موقعیت تعادل پایدار، بهبود می‌یابد. قیاس نتایج دو روش ارزیابی نیز از رفتار محتاطانه‌تر و دامنه پایداری دینامیکی محدودتر مدل خطی در غالب مقادیر نسبت منظری حکایت دارد.

**کلیدواژه‌ها:** نسبت منظری، پایداری دینامیکی، یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور لُبدار، روانکار میکروپلار، تحلیل خطی و غیرخطی

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۱/۷

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۸/۱۵

\*نویسنده مسئول: dashti@yazd.ac.ir

### ۱- مقدمه

پدیده سایس و برخورد محور و پوسته در یاتاقان‌های ژورنال از مهمترین عواملی است که می‌تواند کاهش کارایی و اختلال در وضعیت حرکتی مجموعه تکیه‌گاهی را سبب شود. از این‌رو شناخت تأثیر پارامترهای طراحی و روانکاری بر توان میراکنندگی رفتارهای اغتشاشی روتور در فضای لقی یاتاقان‌ها در پی بروز اختلال، موضوع تحقیق بسیاری از پژوهشگران حوزه روانکاری را از دیرباز به خود اختصاص داده است.

هلمز<sup>[1]</sup> نقش یاتاقان‌های فیلم روغنی در پایداری سیستم‌های دوار را بررسی کرد. نتایج تحقیقات وی امکان برقراری شرایط پایداری در سرعت‌هایی فراتر از سرعت بحرانی عادی را در صورت استفاده از میراکننده‌های نقطه‌ای نشان می‌دهد. در ادامه، فولر و زنگسونگ<sup>[2]</sup> رفتارهای ارتعاشی یک سیستم دوار شامل یاتاقان ژورنال روغنی کوتاه و محور انعطاف‌پذیر را مورد مطالعه قرار دادند. آنها با در نظر گرفتن ویژگی‌های سیستم نظیر سرعت چرخش، میرایی و نابالانسی به‌عنوان عوامل کنترلی، رفتارهای تناوبی،  $KT$  تناوبی، شبه‌تناوبی، نامنظم و چگونگی رخداد آشوب (Chaos) را با رسم مدارهای دینامیکی، دیاگرام دوشاخگی و نگاشت پوانکاره (Poincare) نشان دادند. کای و همکاران<sup>[3, 4]</sup> بررسی وضعیت حرکتی محور درون یاتاقان‌های طویل انعطاف‌پذیر با فرض جریان آشفته روانکار را مورد مطالعه قرار دادند. آنان در بررسی خود با فرض سرعت به عنوان پارامتر اصلی، برای سنجش صحت نتایج از نمودار لیپانوف در نواحی رخداد آشوب بهره گرفتند.

گسترش تئوری سیالات میکروپلار با توسعه نظریه محیط‌های پیوسته با ساختار میکرو همراه بود. محققین در پژوهش‌های خود پارامترهای بسیاری نظیر چگونگی حرکت ریز ساختارها، چرخش ملکول‌ها، برخورد ذرات سیال با یکدیگر و سطح را ارزیابی نمودند. تحقیقات انجام گرفته توسط جفری و ارینگن<sup>[5]</sup> مقدمات به‌کارگیری تئوری سیالات میکروپلار را فراهم کرد. پس از آن، ارینگن<sup>[5]</sup> جریان سیال میکروپلار درون کانال دایره‌ای را بررسی کرد. هانگ و همکاران<sup>[6]</sup> مطالعه رفتار دینامیکی یاتاقان‌های با طول محدود تحت روانکاری میکروپلار با تئوری پایداری خطی انجام دادند. آنها نمودارهایی برای ضرایب سختی و میرایی و نیز پارامترهای پایداری بحرانی یاتاقان‌ها در نسبت‌های طول به قطر ۱، ۳ و ۱۰ تحت روانکاری نیوتنی و میکروپلار ارائه کردند. نتایج تحقیق بیانگر افزایش ضرایب سختی و کاهش ضرایب میرایی با جایگزینی سیال میکروپلار به‌جای نیوتنی است. داس و همکاران<sup>[7]</sup> مشخصه‌های پایداری یاتاقان‌های ژورنال مدور میکروپلار را بررسی کردند. این پژوهش ارزیابی مشخصه‌های دینامیکی یاتاقان در دو حالت تحلیل خطی و غیرخطی را در برداشت. آنها در بررسی خود حل معادله رینولدز را در کنار معادلات حرکت محور، برای تعیین آستانه ناپایداری به‌کار گرفتند. در این تحقیق مشخصه‌های خطی رفتار دینامیکی سیستم نظیر ضرایب سختی و میرایی، جرم بحرانی و سرعت چرخش گردابی مرکز روتور در آستانه ناپایداری براساس فرض پاسخ اغتشاشی نوسانی با سیکل محدود روتور حول نقطه تعادل استاتیکی و مشخصه‌های غیرخطی پایداری توسط تحلیل همزمان معادله رینولدز و معادلات دینامیکی حرکت روتور محاسبه شده‌اند. نیر و همکاران<sup>[8]</sup> تأثیر تغییر شکل محور طولی بر عملکرد یاتاقان‌های بیضوی را بررسی کردند. نتایج آنها از تأثیرگذاری قابل ملاحظه تغییر شکل بر عملکرد دینامیکی حکایت دارد. کومار<sup>[9]</sup> تحلیل خطی آستانه ناپایداری یاتاقان ژورنال انعطاف‌پذیر تحت رژیم روانکاری میکروپلار را ارائه کرد. در این پژوهش برای تعیین

مدل خطی است. همچنین نتایج تجربی اثر بار عمودی اعمالی به یاتاقان در سرعت‌های متفاوت دوران روتور در فضای لقی یاتاقان‌های ژورنال مدور با دو شیار محوری بر موقعیت تعادلی محور، ضرایب دینامیکی و تغییر شکل‌های پوسته یاتاقان توسط چاترتون و همکاران<sup>[17]</sup> مورد بررسی قرار گرفت. وابستگی زیاد ضرایب سختی و میرایی به جهت اعمال بار و چرخش روتور، افزایش دمای فیلم سیال با افزایش بار و تشدید تغییر شکل پوسته یاتاقان با افزایش بار اعمالی از جمله نتایج این پژوهش هستند. اثر زاویه انحراف بر عملکرد ترموهیدرو دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال دو و سه لب با سیال میکروپلار توسط میبیدی و همکاران<sup>[18]</sup> صورت گرفت. نتایج این پژوهش از کاهش بار قابل حمل یاتاقان‌های لب‌دار با بهبود خاصیت میکروپلاریته روانکار حکایت دارد. همچنین تعیین زاویه انحراف بهینه جهت دستیابی به عملکرد مطلوب یاتاقان‌های مورد بررسی از نظر میزان بار و توزیع دمای روانکار از دیگر نتایج این تحقیق است. بررسی عملکرد پایداری یاتاقان ژورنال مدور حفره‌دار (Hole-entry) توسط بادهیجا و ورما<sup>[19]</sup> صورت گرفت. آنها با روش المان محدود به بررسی اثر پارامترهای روانکار میکروپلار بر پایداری دینامیکی یاتاقان پرداختند. نتایج گویا است که با تغییر روانکار از نیوتونی به میکروپلار، پایداری دینامیکی یاتاقان افزایش خواهد یافت.

بررسی پژوهش‌های پیشین در حوزه تریبولوژی از محدودبودن مراجع پیرامون تحلیل پایداری دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال هیدرو دینامیکی غیرمدور لب‌دار با روانکار میکروپلار حکایت دارد. از این میان نیز در کمتر موردی تأثیرات نسبت منظری یا نسبت طول به قطر بر عملکرد اغتشاشی روتور در فضای یاتاقان غیرمدور به وضوح ارزیابی شده است. لذا با توجه به اینکه نسبت طول به قطر عامل موثری بر کیفیت عملکرد فیلم سیال محبوس در فضای یاتاقان در شرایط متنوع بارگذاری است، در پژوهش حاضر تأثیر این عامل بر توان میراکنندگی اغتشاشات حرکتی روتور توسط تکیه‌گاه‌های یاتاقانی دو، سه و چهار لب با مدل‌های تحلیلی دینامیکی خطی و غیرخطی مورد مطالعه قرار گرفته است.

## ۲- معادلات حاکم

پارامترهای عملکرد حالت پایدار و دینامیکی سیستم تکیه‌گاهی شامل یاتاقان ژورنال و روتور با تعیین توزیع فشار فیلم سیال روانکار در شرایط مختلف طراحی، بارگذاری و روانکاری توسط معادله رینولدز و معادلات دینامیکی حرکت روتور در فضای لقی قابل محاسبه و ارزیابی هستند.

### ۲-۱- مشخصه‌های عملکرد استاتیکی

تحلیل عملکرد استاتیکی یاتاقان از آن جهت حایز اهمیت است که پارامترهای خروجی آن نظیر قابلیت حمل بار، توزیع فشار پایای فیلم روانکار و موقعیت تعادل استاتیکی مرکز روتور علاوه بر نمایش رفتار پایای مجموعه، در تعیین مشخصه‌های پایداری دینامیکی سیستم نیز نقش دارند. با توجه به اینکه یاتاقان‌های

ویژگی‌های عملکرد دینامیکی خطی یاتاقان از روش اغتشاش مرتبه اول برای نسبت خروج از مرکزی استفاده شده و معادلات حاصل نیز با روش تفاضل محدود تحلیل شده‌اند.

روند رو به رشد استفاده از یاتاقان‌های ژورنال به‌ویژه در سیستم‌های دوار و نقش به‌سزای آنها در انتقال بارهای سنگین، اهمیت بررسی عوامل موثر بر پایداری دینامیکی آنها و علل ایجاد ارتعاشات جانبی تحت عنوان حرکات گردابی روغن و یا نوسانات سنکرون (Synchronous Oscillations) را در سال‌های اخیر دو چندان ساخته است. در این راستا نوتار و هاگود<sup>[10]</sup> تحلیل پایداری یاتاقان‌های ژورنال تحت روانکاری میکروپلار را انجام دادند. این پژوهشگران روش جدیدی را برای تعیین نوسانات سنکرون مطرح نمودند. در این پژوهش سرعت‌های متفاوت محور و بارهای اعمالی به آن مورد تحلیل قرار گرفته‌اند. مطالعه بیینگ و همکاران<sup>[11]</sup> از جمله پژوهش‌های صورت گرفته در زمینه تحلیل دینامیکی غیرخطی یاتاقان‌های ژورنال روغنی است. آنها اثر ممان اینرسی لب‌های لولایی یک یاتاقان غیرمدور بر رفتار دینامیکی را بررسی کردند. نتایج آنها در مقایسه با پژوهش‌های مشابه بدون لحاظ ممان اینرسی، بیانگر پیچیده‌تر شدن رفتار در حوالی فرکانس‌های طبیعی و تقدم نتایج دیاگرام دوشاخه‌گی در رسیدن به پاسخ‌های متنوع دینامیکی در سرعت‌های بالاتر روتور است.

در ادامه، تحلیل تقریبی مشخصه‌های دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال کوتاه با رژیم جریان مغشوش روانکار میکروپلار توسط رانا و همکاران<sup>[12]</sup> ارایه گردید. نتایج، پایداری بهتر یاتاقان‌های مورد بررسی به‌ویژه در مقادیر بالاتر خروج از مرکزی، سرعت و عدد رینولدز را نشان می‌دهد. تحلیل پایداری دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال هیدرو دینامیکی با محور انعطاف‌پذیر تحت روانکاری میکروپلار با مدل خطی توسط بنسال و همکاران<sup>[13]</sup> انجام شد. نتایج این تحقیق از تضعیف پایداری یاتاقان با افزایش میزان تغییر شکل پوسته برای نسبت‌های مختلف خروج از مرکزی حکایت دارد. مطالعه‌ای بر عملکرد پایدار هم‌دمای یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور لب‌دار تحت روانکاری با سیال میکروپلار توسط مهرجردی و همکاران<sup>[14]</sup> صورت گرفت. بر پایه نتایج در یاتاقان‌های غیرمدور، افزایش پرلود سبب کاهش جرم بحرانی و افزایش فرکانس گردابی و در مجموع تضعیف پایداری دینامیکی یاتاقان می‌گردد. سپس، عملکرد هیدرو دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور سه لب با روانکار میکروپلار و لحاظ اثر افزایش دما بر عملکرد مجموعه توسط شورکی و همکاران<sup>[15]</sup> مورد تحلیل قرار گرفت. مقایسه عملکرد یاتاقان‌های سه لب با اثرات دمایی، از تضعیف فشار روانکار و کاهش بار قابل حمل با افزایش دما، به‌ویژه در سرعت‌های بالای روتور حکایت دارد. در همان سال اثر زاویه انحراف لب‌ها بر پایداری دینامیکی یاتاقان‌های غیرمدور دو، سه و چهار لب با روانکار میکروپلار توسط میبیدی و همکاران<sup>[16]</sup> بررسی گردید. نتایج این پژوهش نشان دهنده تأثیر قابل توجه زاویه انحراف لب‌ها بر پایداری دینامیکی یاتاقان‌های غیرمدور با

آورد. پس از یافتن توزیع فشار، پارامترهای عملکرد استاتیکی یاتاقان قابل تعیین هستند [14].

**الف) بار قابل حمل توسط یاتاقان**

$$\begin{bmatrix} F_{X0} \\ F_{Y0} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^N \begin{bmatrix} F_{X0}^i \\ F_{Y0}^i \end{bmatrix} = \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^N \int_{-1}^{+1} \int_{\theta_1^i}^{\theta_2^i} p_{oi} \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} d\theta dz$$

کمیت‌های  $F_{X0}$  و  $F_{Y0}$  به مولفه‌های بی‌بعد بار قابل حمل یاتاقان در راستای محورهای مختصات اشاره دارند. برآیند کلی بار یاتاقان عبارت است از:

$$W_0 = \frac{2C_m^2}{\mu \omega R^3 L} \bar{W}_0 = \sqrt{F_{X0}^2 + F_{Y0}^2} \quad (5)$$

**ب) زاویه وضعی**

میزان زاویه وضعی با توجه به موقعیت تعادل استاتیکی روتور برای تحقق بار برآیند عمودی، از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

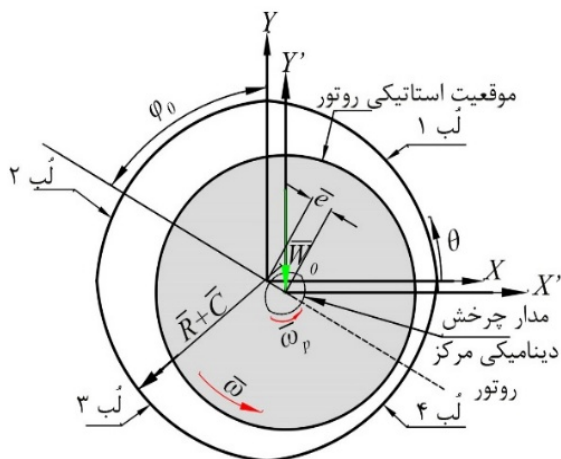
$$\theta_0 = \text{Arc tan}(-X_{J0}/Y_{J0}) \quad (6)$$

**۲-۲- تحلیل پایداری دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور**

تحلیل دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال برای تعیین وضعیت محور در صورت بروز هر گونه اغتشاش حرکتی، مساله‌ای پر اهمیت است. در صورت ناتوانی یاتاقان در کاهش دامنه اغتشاش ایجاد شده، امکان سایش سطوح محور و پوسته و مختل شدن فعالیت سیستم دوار دور از انتظار نیست. تحلیل دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال به کمک دو مدل خطی و غیرخطی انجام می‌شود که در ادامه جزئیات آنها اشاره شده‌است.

**الف) تحلیل پایداری دینامیکی با مدل خطی**

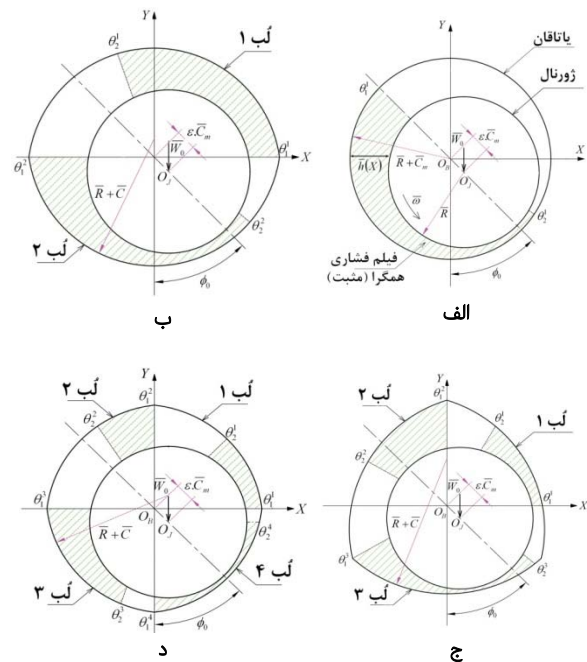
در مدل دینامیکی خطی مسیر جابجایی مرکز روتور حول نقطه تعادل استاتیکی در آستانه ناپایداری همانند شکل ۲ به صورت اغتشاشات نوسانی حلقه بسته با دامنه محدود فرض می‌شود [16].



شکل ۲) مدار جابجایی اغتشاشی مرکز روتور در فضای یاتاقان ژورنال غیرمدور بر پایه مدل دینامیکی خطی

از این رو مولفه‌های جابجایی مرکز محور در جهت محورهای مختصات با فرض هم‌راستایی محور روتور و یاتاقان در قالب رابطه ذیل بیان می‌شوند [7]:

ژورنال غیرمدور لب‌دار در قیاس با انواع مدور همانند شکل ۱، از ترکیب تعدادی یاتاقان ژورنال جزئی یا لب تشکیل می‌شوند، عملکرد کلی آنها با محاسبه برآیند نتایج خروجی هر یک از لب‌ها قابل محاسبه است.



شکل ۱) یاتاقان‌های ژورنال؛ الف: مدور و غیرمدور، ب: دو لب، ج: سه لب، د: چهار لب

معادله رینولدز اصلاحی بی‌بعد حاکم بر روانکاری یاتاقان ژورنال هیدرو دینامیکی با سیال میکروپولار با فرض شرایط هم‌دما، طول محدود یاتاقان و صلیبیت روتور به صورت رابطه (۱) است.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( \psi(N, l_m, h) \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \left( \frac{D}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial z} \left( \psi(N, l_m, h) \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6 \frac{\partial h}{\partial \theta} + 12 \frac{\partial h}{\partial \tau} \quad (1)$$

$$\psi(N, \Lambda, h) = h^3 + 12 \frac{h}{l_m^2} - 6 \frac{Nh^2}{l_m} \coth \left( \frac{Nh l_m}{2} \right) \quad (2)$$

در رابطه (۲) ضخامت فیلم روانکار در هر یک از لب‌ها و کمیت‌های  $N$  و  $l_m$  اشاره به خواص میکروپولاریته روانکار دارند [18]. با صرف‌نظر از اثرات زمانی معادله (۱)، معادله رینولدز کاربردی برای تعیین توزیع فشار استاتیکی در یاتاقان‌های غیرمدور عبارت است از:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( \psi(N, l_m, h_0) \frac{\partial p_0}{\partial \theta} \right) + \left( \frac{D}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial z} \left( \psi(N, l_m, h_0) \frac{\partial p_0}{\partial z} \right) = 6 \frac{\partial h_0}{\partial \theta} \quad (3)$$

با توجه به تقارن توزیع فشار حول صفحه میانی راستای طولی یاتاقان، صفر بودن فشار در دو انتهای یاتاقان به سبب برابری فشار این نقاط با فشار محیط و همچنین به‌کارگیری شرط مرزی رینولدز جهت تعیین فیلم فشاری همگرا در هر یک از لب‌های یاتاقان ژورنال غیرمدور [18]، می‌توان به تحلیل معادله رینولدز در حالت استاتیکی پرداخت و توزیع فشار حالت پایدار روانکار را به‌دست

$$f(\theta) = \begin{cases} \cos \theta & \text{برای } p'_x \\ \sin \theta & \text{برای } p'_y \end{cases} \quad (۱۶)$$

$$\frac{\partial \psi_0}{\partial h_0} = 3h_0^2 + \frac{12}{l_m^2} - \frac{6N}{l_m} \left[ 2h_0 \coth \left( \frac{Nh_0 l_m}{2} \right) + h_0^2 \frac{N l_m}{2} (1 - \coth^2 \left( \frac{Nh_0 l_m}{2} \right)) \right] \quad (۱۷)$$

با حل معادله (۱۷) با شرایط مرزی زیر امکان دستیابی به مولفه‌های اغتشاشی فشار دینامیکی  $(p'_x, p'_y)$  فراهم می‌شود:

$$p'_I(\theta, \pm 1) = 0, \quad I = X, Y \quad (۱۸-الف)$$

$$p'_I(\theta, z) = 0, \quad \text{in } \theta = \theta_1^n \quad (۱۸-ب)$$

$$p'_I(\theta, z) = 0 \quad \text{for } \theta_2^n \leq \theta \leq \theta_e^n \quad (۱۸-ج)$$

$$\frac{\partial p'_I}{\partial z}(\theta, 0) = 0 \quad (۱۸-د)$$

$$p'_I(\theta + 2\pi, z) = p'_I(\theta, z) \quad (۱۸-ه)$$

تعیین مولفه‌های فشار استاتیکی و دینامیکی با استفاده از روش المان محدود، پارامترهای لازم برای تعیین محدوده پایداری یاتاقان را بدست خواهد داد. چگونگی محاسبه شاخص‌های پایداری دینامیکی بر پایه مدل دینامیکی خطی در ادامه آورده می‌شود.

### ۲-۲-۲- پارامترهای مشخصه محدوده پایداری دینامیکی یاتاقان براساس مدل خطی

معادلات جابجایی دینامیکی مرکز روتور سوار بر تکیه‌گاه‌های یاتاقانی به‌زای حرکت چرخشی متناوب حول نقطه تعادل به‌صورت زیر بیان می‌شود.

$$M_J \begin{Bmatrix} \ddot{X}' \\ \ddot{Y}' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{XX} & B_{XY} \\ B_{YX} & B_{YY} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{X}' \\ \dot{Y}' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{XX} & S_{XY} \\ S_{YX} & S_{YY} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X' \\ Y' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (۱۹)$$

در رابطه (۱۹) پارامتر  $M_J = \bar{M}_J (2\bar{C}_m^3 \bar{\omega} / \bar{\mu} \bar{R}^3 \bar{L} W_0)$  جرم بی‌بعد روتور و پارامترهای  $S_{ij}, B_{ij} (i, j = x, y)$  ضرایب سختی و میرایی فیلم روانکار هستند<sup>[16]</sup>. مطابق شکل ۳، اندیس ضرایب سختی و میرایی در مدل خطی به جهت نیرو و مولفه‌های جابجایی و سرعت روتور وابسته هستند.

در صورت جایگذاری مقادیر پارامترهای  $X'$  و  $Y'$  و مشتقات آن طبق معادله (۷-الف و ب) در رابطه (۱۹)، عبارت ذیل حاصل خواهد شد:

$$\begin{bmatrix} -M_J \gamma^2 + S_{XX} + i\gamma B_{XX} & S_{XY} + i\gamma B_{XY} \\ S_{YX} + i\gamma B_{YX} & -M_J \gamma^2 + S_{YY} + i\gamma B_{YY} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X' \\ Y' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (۲۰)$$

وجود جواب غیربدیهی در صورت منفردبودن ماتریس ضرایب امکان‌پذیر است. بنابراین معادله مشخصه سیستم دینامیکی خطی برای جابجایی مرکز روتور در آستانه ناپایداری عبارت است از:

$$(-M_J \gamma^2 + S_{XX} + i\gamma B_{XX})(-M_J \gamma^2 + S_{YY} + i\gamma B_{YY}) - (S_{XY} + i\gamma B_{XY})(S_{YX} + i\gamma B_{YX}) = 0 \quad (۲۱)$$

با جداسازی بخش‌های حقیقی و موهومی دو معادله مجزای زیر به‌دست می‌آیند. با فرض مقدار اولیه برای پارامتر  $\gamma$  و محاسبه ضرایب سختی و میرایی معادل فیلم روانکار متناظر<sup>[16]</sup>,

$$X' = Re(|X'| e^{j\gamma t}) \quad (۷-الف)$$

$$Y' = Re(|Y'| e^{j\gamma t}) \quad (۷-ب)$$

در روابط فوق  $X'$  و  $Y'$  مولفه‌های جابجایی اغتشاشی مرکز روتور در راستای محورهای مختصات کارتزین منطبق بر نقطه تعادل استاتیکی مرکز روتور بوده و پارامترهای  $|X'|$  و  $|Y'|$  به بزرگی آنها اشاره دارند<sup>[16]</sup>. همچنین علامت  $Re$  اشاره به بخش حقیقی کمیت‌ها داشته و پارامتر  $j$  معرف  $\sqrt{-1}$  است. پارامتر  $\gamma = \frac{\bar{\omega} p}{\bar{\omega}}$  بیانگر نسبت سرعت زاویه‌ای حرکت چرخشی اغتشاشی مرکز محور حول نقطه تعادل استاتیکی به سرعت زاویه‌ای چرخش روتور حول محور طولی خود تعریف شده و با عنوان نسبت فرکانس چرخش گردابی خوانده می‌شود. با توجه به فرض انجام شده برای مولفه‌های جابجایی اغتشاشی روتور، ضخامت فیلم روانکار در حالت دینامیکی عبارت است از:

$$h = h_0 - X' \cos(\theta) - Y' \sin(\theta) \quad (۸)$$

پارامتر  $h_0$  به ضخامت فیلم روانکار در شرایط تعادل استاتیکی روتور اشاره دارد. همچنین فشار دینامیکی فیلم روانکار با توجه به خطی‌سازی و صرف‌نظر از ترم‌های اغتشاشی مرتبه بالا، همانند رابطه (۹) به‌صورت تابعی خطی از جابجایی و سرعت اغتشاشی بیان می‌گردد:

$$p_d = p_x X' + p_x \dot{X}' + p_y Y' + p_y \dot{Y}' \quad (۹)$$

با جایگذاری مولفه‌های جابجایی اغتشاشی رابطه (۷-الف و ب) در رابطه فوق، فشار دینامیکی به‌صورت ذیل بازنویسی می‌شود:

$$p_d = \dot{p}_x X' + \dot{p}_y Y' \quad (۱۰)$$

پارامترهای  $\dot{p}_x$  و  $\dot{p}_y$  به مولفه‌های مختلط فشار دینامیکی اشاره دارند که

$$p'_x = p_x + j\gamma p_{\dot{x}} \quad (۱۱-الف)$$

$$p'_y = p_y + j\gamma p_{\dot{y}} \quad (۱۱-ب)$$

فشار فیلم روانکار در شرایط دینامیکی از برابند فشارهای استاتیکی و اغتشاشی تعیین می‌شود:

$$p = p_0 + p_d = p_0 + p'_x X' + p'_y Y' \quad (۱۲)$$

توزیع فشار استاتیکی ( $p_0$ ) را می‌توان از حل معادله (۲) به‌دست آورد. مقادیر مولفه‌های فشار دینامیکی  $(p'_x, p'_y)$  نیز با مشتق‌گیری از معادله رینولدز اصلاحی رابطه (۱) نسبت به مولفه‌های مختصات دینامیکی  $(X', Y')$  به شرح زیر حاصل می‌شود:

$$p'_x = \frac{\partial p}{\partial X'}, \quad p'_y = \frac{\partial p}{\partial Y'}, \quad X' = Y' = 0 \quad (۱۳)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \psi_0(N, l_m, h_0) \frac{\partial p'_I}{\partial \theta} \right) + \\ & \left( \frac{D}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial z} \left( \psi_0(N, l_m, h_0) \frac{\partial p'_I}{\partial z} \right) = \\ & \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \left[ \frac{\partial \psi_0(N, l_m, h_0)}{\partial h_0} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} - 6 \right] f(\theta) \right) + \\ & \left( \frac{D}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \psi_0(N, l_m, h_0)}{\partial h_0} f(\theta) \frac{\partial p_0}{\partial z} \right) - 12j\gamma f(\theta) \end{aligned} \quad (۱۴)$$

که  $p'_I$ ،  $f(\theta)$ ،  $\partial \psi_0 / \partial h_0$  در رابطه فوق عبارت است از:

$$p'_I = p_I + j\gamma p_{\dot{I}}, \quad I = x, y \quad (۱۵)$$

پارامترهای لازم برای بررسی معادلات ذیل فراهم می‌گردد:

$$M_J \gamma^2 = (S_{XX} B_{YY} + S_{YY} B_{XX} - S_{XY} B_{YX} - S_{YX} B_{XY}) / (B_{XX} + B_{YY}) \quad (۲۲)$$

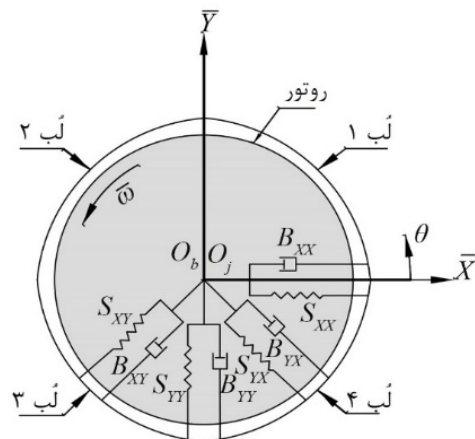
$$\gamma^2 = [(S_{XX} - M_J \gamma^2)(S_{YY} - M_J \gamma^2) - S_{XY} S_{YX}] / (B_{XX} B_{YY} - B_{XY} B_{YX}) \quad (۲۳)$$

معادلات فوق معیاری برای تعیین حاشیه پایداری براساس پارامتر جرم بی‌بعد روتور و نسبت فرکانس چرخش گردابی  $(M_J, \gamma)$  در آستانه ناپایداری به معنای تغییر وضعیت رفتار اغتشاشی مرکز روتور از نوسانات همگرا به نقطه تعادل استاتیکی به نوسانات واگرا شونده هستند. بررسی‌ها از وجود یک مجموعه منحصر به فرد از  $\gamma$  و ضرایب دینامیکی متناظر با قابلیت تحقق همزمان معادلات فوق حکایت دارند.

با مشخص شدن مقدار نهایی  $\gamma$  و اتمام مراحل روش تکرار، حوزه پایداری مجموعه تکیه‌گاهی مورد بررسی براساس مدل دینامیکی خطی را می‌توان با به‌کارگیری معادله (۲۴) تعیین کرد [16].

$$M_C = (S_{XX} B_{YY} + S_{YY} B_{XX} - S_{XY} B_{YX} - S_{YX} B_{XY}) / [(B_{XX} + B_{YY}) \gamma^2] \quad (۲۴)$$

پارامتر  $M_C$  به جرم بحرانی بی‌بعد روتور در آستانه ناپایداری اشاره دارد. با شروع از یک مقدار تخمینی برای  $\gamma$ ، مقادیر پارامتر جرم بحرانی و نسبت فرکانس چرخش گردابی در آستانه ناپایداری دینامیکی سیستم دوار، با روش تکرار قابل دستیابی خواهند بود.



شکل ۳ مدل دینامیکی خطی فیلم سیال روانکار در فضای یاتاقان ژورنال غیرمدور چهار لب

### ب) تحلیل پایداری با مدل دینامیکی غیرخطی

در مدل دینامیکی غیرخطی موقعیت مرکز روتور پس از خروج از تعادل استاتیکی با محاسبه گام به گام نیروی اغتشاشی وابسته به زمان وارد بر روتور در راستای محورهای مختصات مشخص می‌گردد. اختلاف بین نیروهای دینامیکی و استاتیکی در هر گام زمانی، عامل موثر بر سرعت و شتاب روتور در گام بعدی قلمداد می‌شود. موقعیت تعادلی مرکز روتور در فضای یاتاقان  $(\bar{X}_{J0}, \bar{Y}_{J0})$ ، توزیع فشار استاتیکی فیلم روانکار  $(p_0)$  و نیروهای وارد بر محور در شرایط پایدار اولیه  $(\bar{F}_{X0}, \bar{F}_{Y0})$ ، از حل معادلات (۳) و (۴) قابل تعیین هستند. همچنین محاسبه توزیع فشار

دینامیکی  $(p)$  و نیروهای اغتشاشی متناظر  $(\bar{F}_X, \bar{F}_Y)$  از حل معادلات (۱) و (۴) امکان‌پذیر است. شرایط مرزی در حل معادله وابسته به زمان (۱) برای استخراج فشار دینامیکی عبارت است از:

$$p(\theta_1^n, z, \tau) = 0 \quad (۲۵-الف)$$

$$p(\theta, \pm 1, \tau) = 0 \quad (۲۵-ب)$$

$$p(\theta_2^n, z, \tau) = 0 \quad (۲۵-ج)$$

$$dp(\theta_2^n, z, \tau) / d\theta = dp(\theta, 0, \tau) / dz = 0 \quad (۲۵-د)$$

عبارات فوق به ترتیب به فشار دینامیکی نسبی صفر روی مرزهای دامنه، به‌کارگیری شرط مرزی رینولدز در تعیین محل پدیده کاویتاسیون در هر لب، تقارن فشار نسبت به صفحه میانی طولی و فرض فشار هارمونیک در راستای محیطی اشاره دارند.

### ۲-۲-۲ معادلات دینامیکی حرکت روتور

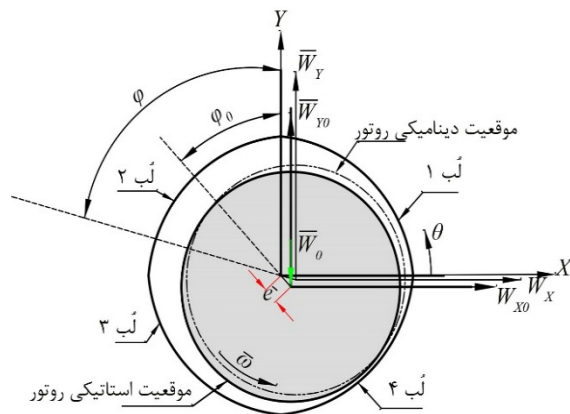
جابجایی اغتشاشی مرکز روتور در حالت دینامیکی سبب اعمال نیروهای جدید از طرف فیلم روانکار به روتور خواهد شد. تغییر مقدار نیروهای فیلم سیال در شرایط دینامیکی، شتاب روتور در راستای محورهای مختصات را سبب می‌شود.

با توجه به شکل ۴ معادلات حرکت روتور عبارت است از:

$$\bar{m}_r \frac{d^2 \bar{X}}{d\bar{t}^2} = (\bar{F}_X - \bar{F}_{X0}) \quad (۲۶-الف)$$

$$\bar{m}_r \frac{d^2 \bar{Y}}{d\bar{t}^2} = (\bar{F}_Y - \bar{F}_{Y0}) \quad (۲۶-ب)$$

در روابط فوق  $(\bar{F}_X, \bar{F}_Y)$  و  $(\bar{F}_{X0}, \bar{F}_{Y0})$  به ترتیب معرف مولفه‌های نیروهای دینامیکی و استاتیکی وارد بر محور هستند.



شکل ۴ موقعیت روتور در شرایط استاتیکی و دینامیکی در فضای لقی یاتاقان ژورنال غیرمدور چهار لب

همچنین  $\bar{m}_r$  جرم روتور و  $(\bar{X}, \bar{Y})$  مولفه‌های جابجایی اغتشاشی مرکز روتور در راستای محورهای مختصات نسبت به موقعیت تعادلی  $(\bar{X}_{J0}, \bar{Y}_{J0})$  بوده و عبارت است از:

$$\bar{X} = \bar{X}_J - \bar{X}_{J0}, \quad \bar{Y} = \bar{Y}_J - \bar{Y}_{J0} \quad (۲۷)$$

با استفاده از پارامترهای بی‌بعد زیر

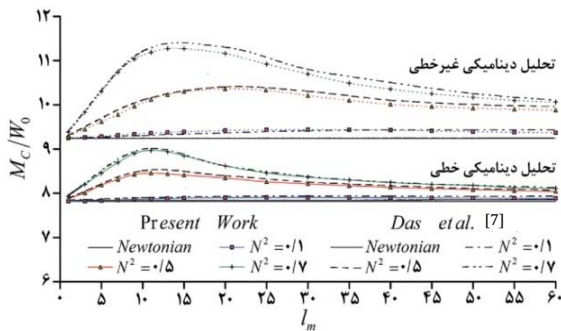
$$\bar{X} = \bar{C}_m X, \quad \bar{Y} = \bar{C}_m Y, \quad M = (\bar{C}_m \bar{\omega}^2 / \bar{W}_0) \bar{m}_r \quad (۲۸)$$

فرم بی‌بعد معادله (۲۶) به صورت زیر به دست می‌آید:

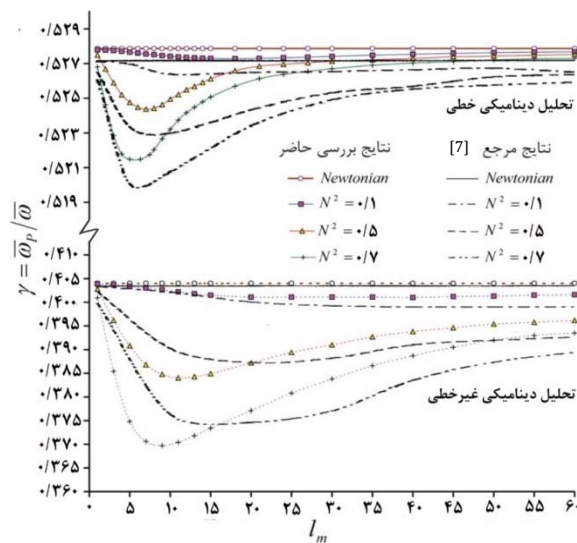
$$A_X = \frac{d^2 X}{d\tau^2} = \frac{F_X - F_{X0}}{M} \quad (۲۹-الف)$$

#### ۴- بحث و بررسی پیرامون نتایج

در ابتدا صحت عملکرد برنامه تدوین شده، با مقایسه نتایج حاصل از شبیه‌سازی حاضر برای تحلیل دینامیکی خطی و غیرخطی یاتاقان‌های ژورنال مدور با روانکار میکروپیلار با داده‌های موجود در مراجع مطابق نمودارهای ۱ و ۲ ارزیابی شده است. نتایج نمودارهای ۱ و ۲ به ترتیب موید افزایش  $M_C$  و کاهش  $\gamma$  در قالب یاتاقان‌های مدور با تشدید خواص میکروپیلار رانکار در قالب افزایش  $N$  و کاهش  $l_m$  هستند. به عبارت دیگر نتایج بهبود دامنه پایداری دینامیکی یاتاقان‌های مدور با ارتقاء خواص میکروپیلار رانکار سیال روانکار برای  $\varepsilon = 0/5$  را نشان می‌دهند.



نمودار ۱) تغییرات پارامتر جرم بحرانی ( $M_C$ ) برحسب طول مشخصه سیال روانکار میکروپیلار ( $l_m$ ) یاتاقان ژورنال مدور،  $\lambda = 1/0$ ،  $\varepsilon = 0/5$



نمودار ۲) تغییرات نسبت فرکانس چرخش گردابی ( $\gamma$ ) مرکز روتور برحسب طول مشخصه سیال روانکار میکروپیلار ( $l_m$ )، یاتاقان ژورنال مدور،  $\lambda = 1/0$ ،  $\varepsilon = 0/5$

بررسی نمودارهای ۱ و ۲، اختلاف اندک بین نتایج حاضر و مراجع را نشان داده و صحت عملکرد کد رایانه‌ای تدوین شده را تایید می‌کند. چگونگی تغییرات فشار پایدار روانکار و بار قابل حمل در ازای تغییر نسبت منظری ( $\lambda = \bar{L}/\bar{D}$ ) برای نسبت خروج از مرکزی معین ( $\varepsilon = 0/5$ ) به ترتیب در نمودارهای ۳ و ۴ آمده است. با توجه به فرض یاتاقان با طول محدود در بررسی حاضر، مقادیر  $\lambda$  در بازه  $[0/5, 2]$  انتخاب شده‌اند.

$$A_Y = \frac{d^2Y}{dt^2} = \frac{F_Y - F_{Y0}}{M} \quad (۲۹-ب)$$

با معرفی متغیرهای ذیل:

$$S_1 = X, \quad S_2 = Y, \quad S_3 = V_X, \quad S_4 = V_Y \quad (۳۰)$$

می‌توان معادلات حرکت را به حوزه فضای حالت منتقل کرد.

$$\frac{dS_1}{dt} = S_3 \quad (۳۱-الف)$$

$$\frac{dS_2}{dt} = S_4 \quad (۳۱-ب)$$

$$\frac{dS_3}{dt} = \frac{F_X - F_{X0}}{M} + \frac{\rho}{M} \cos(\tau) \quad (۳۱-ج)$$

$$\frac{dS_4}{dt} = \frac{F_Y - F_{Y0}}{M} + \frac{\rho}{M} \sin(\tau) \quad (۳۱-د)$$

پارامترهای  $V_X$  و  $V_Y$  در رابطه (۳۰) مولفه‌های سرعت روتور در راستای محورهای مختصات هستند. روابط (۱) و (۳۱) نمایانگر معادلات حاکم بر رفتار یک سیستم دینامیکی غیرخطی به صورت کلی ذیل هستند:

$$\frac{dS_i}{dt} = f_i(p, S_1, S_2, S_3, S_4, \tau), \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (۳۲-الف)$$

$$p_i = g_i(S_1, S_2, S_3, S_4), \quad i = 1, 2, \dots, n_f \quad (۳۲-ب)$$

پارامتر  $n_f$  به تعداد نقاط نمونه منتخب روی دامنه مساله اشاره دارد.

#### ۳- بررسی عددی

در پژوهش حاضر تاثیر نسبت منظری یاتاقان بر کیفیت میرایی اغتشاشات حرکتی روتور با مدل‌های تحلیلی دینامیکی خطی و غیرخطی مطالعه گردیده است. در ابتدا موقعیت تعادل روتور در فضای یاتاقان‌های غیرمدور دو، سه و چهار لب با معادله رینولدز حاکم بر روانکاری میکروپیلار به ازای بار معین خارجی استخراج و با روش المان محدود [14] ارزیابی شده است. در ادامه با فرض نوسانات سیکل محدود روتور حول نقطه تعادل استاتیکی در مدل خطی، مقادیر جرم بحرانی و فرکانس چرخش گردابی مشخص کننده مرز همگرایی اغتشاشات به وضعیت تعادل، تعیین گردیده است.

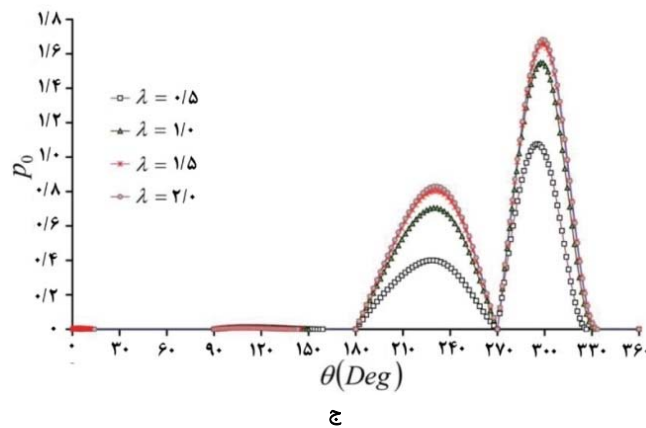
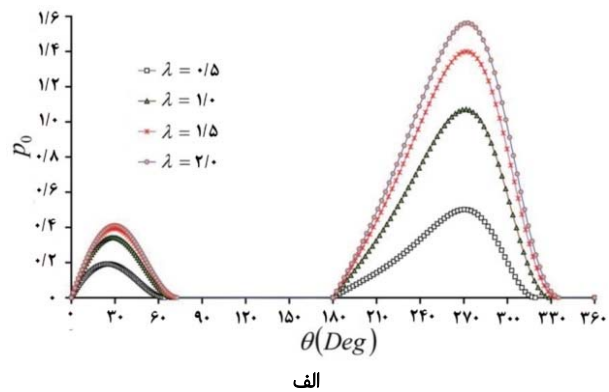
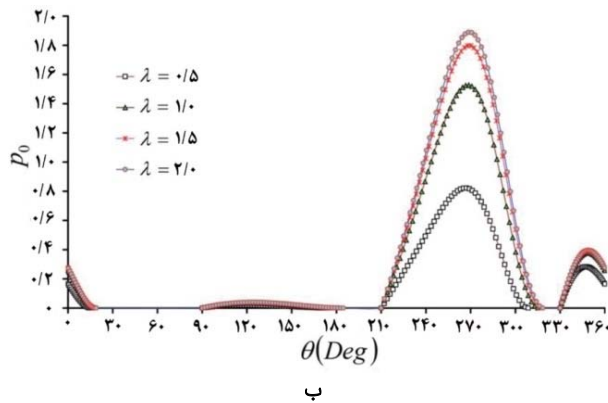
مسیر تحلیل رفتار دینامیکی توسط مدل غیرخطی با تعیین نقطه تعادل استاتیکی آغاز و پارامترهای ورودی حل دینامیکی از تحلیل استاتیکی فراهم می‌شوند. در ابتدا معادله رینولدز حاکم در حالت استاتیکی بررسی شده و پارامترهای  $(X_{J0}, Y_{J0})$  و  $p_0$  برای استفاده در تحلیل دینامیکی استخراج می‌شوند. مقادیر مولفه‌های سرعت اولیه مرکز روتور و نیروهای اغتشاشی در راستای محورهای مختصات  $(V_X, V_Y, DW_X, DW_Y)$  در نخستین گام حل غیرخطی صفر فرض می‌شوند. همچنین اثرات زمانی در انتگرال‌گیری عددی معادله (۳۲) با روش رانگ-کوتای مرتبه چهار لحاظ می‌شوند. با این روش، محاسبه مقادیر مولفه‌های جدید شتاب، سرعت و جابجایی مرکز روتور در هر گام زمانی امکان‌پذیر است. نتایج حاصل از تحلیل معادلات دینامیکی در هر مرحله به عنوان پارامتر ورودی و شرط اولیه گام زمانی بعدی مورد استفاده قرار می‌گیرد. همچنین در هر گام، مکان جدید مرکز روتور برای تعیین ضخامت فیلم روانکار، توزیع فشار و بزرگی نیروهای دینامیکی منتهی به کار گرفته می‌شود.

کوچکتر  $\epsilon$  مطابق نتایج نمودار ۵ امکان پذیر می‌شود. نتایج گویای تحقق قابلیت حمل بار معین برای یاتاقان غیرمدور در مقادیر کوچکتر  $\epsilon$  با کاهش میزان غیرمدوری هستند. همچنین دامنه تغییرات  $\epsilon$  برای تحقق بار مشخص در  $\lambda$  ثابت با تغییرات  $\delta$  با افزایش تعداد لب‌های یاتاقان به وضوح محدودتر می‌گردد. افزایش و کاهش میزان خروج از مرکزی روتور در فضای یاتاقان برای جبران تاثیر تغییرات میزان غیرمدوری و نسبت منطری یاتاقان بر توزیع فشار استاتیکی روانکار در دستیابی به قابلیت حمل بار معین، سایر مشخصه‌های عملکرد مجموعه را تحت تأثیر قرار می‌دهد.

نتایج نمودار ۶ از افزایش زاویه وضعی با افزایش  $\lambda$  در  $\delta$  ثابت حکایت دارند. با توجه به این نمودار در یاتاقان‌های دو، سه و چهار لب، روند تغییرات زاویه وضعی در تمام مقادیر  $\delta$  و  $\lambda$  افزایشی است اما دامنه تغییرات برای انواع سه لب محدودتر از انواع دیگر است. با توجه به هندسه یاتاقان‌های مورد ارزیابی و شرایط مرزی، افزایش  $\epsilon$  و تنگ‌تر شدن عرض فضای لقی در لب متناظر با موقعیت تعادل استاتیکی محور، تقویت فشار ایجاد شده در فیلم روانکار ناحیه مذکور و اُفت فشار سایر لب‌ها را به دنبال دارد.

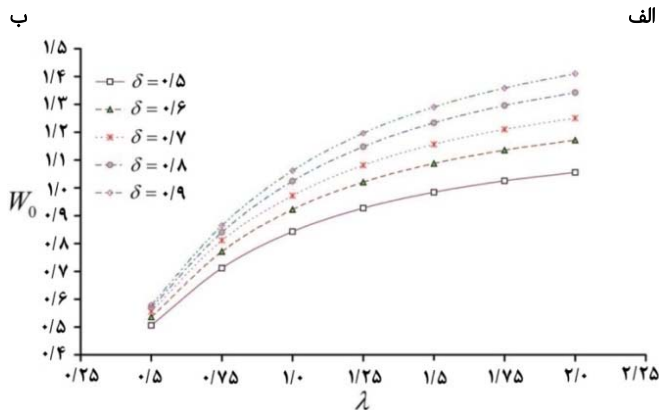
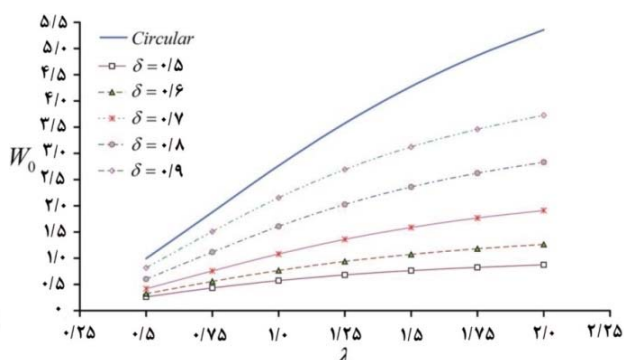
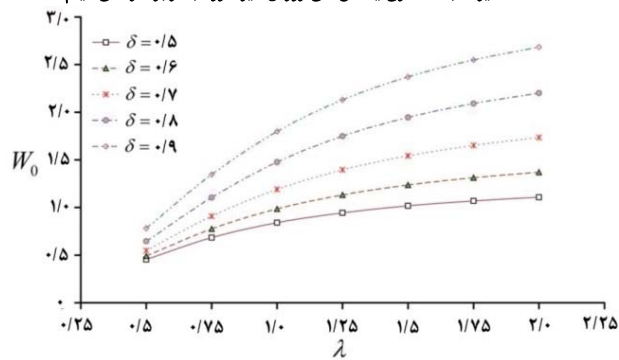
مطابق نمودار ۳ با افزایش  $\lambda$  توزیع فشار فیلم روانکار تقویت می‌شود. این امر در پی افزایش تاثیر مشتقات فشار در راستای طولی یاتاقان در معادله رینولدز حاکم و کاهش نشستی روانکار محقق می‌گردد. با توجه به شکل دامنه افزایش مقادیر فشار ایجاد شده در هر یک از لب‌های یاتاقان به‌ویژه لب شامل نقطه تعادل استاتیکی مرکز روتور با افزایش  $\lambda$  در مقادیر کوچکتر  $\lambda$  به مراتب وسیع‌تر بوده و با افزایش  $\lambda$  محدود خواهد شد. براساس نمودار ۴ با افزایش مقدار  $\lambda$ ، قابلیت حمل بار یاتاقان غیرمدور به تبع تشکیل فیلم فشاری قوی‌تر، تقویت می‌شود. با مقایسه نتایج مربوط به یاتاقان‌های مختلف می‌توان دریافت که تاثیر افزایش  $\lambda$  بر  $W_0$  در پریلودهای بالاتر و در نهایت برای یاتاقان‌های مدور بیش از سایر حالات است. همچنین برای هر یک از انواع یاتاقان‌های غیرمدور به‌ویژه با کاهش تعداد لب‌ها، دامنه اختلاف بار قابل حمل در پریلودهای مختلف با افزایش  $\lambda$  وسیع‌تر می‌شود. در نمودارهای ۵ و ۶ تاثیر  $\lambda$  بر میزان خروج از مرکزی استاتیکی روتور و زاویه وضعی برای شرایط بارگذاری معین ( $W_0 = 1/0$ ) مورد ارزیابی قرار گرفته است.

با توجه به رشد محدوده توزیع فشار فیلم روانکار همزمان با افزایش نسبت منطری، توانمندی حمل بار معین در مقادیر



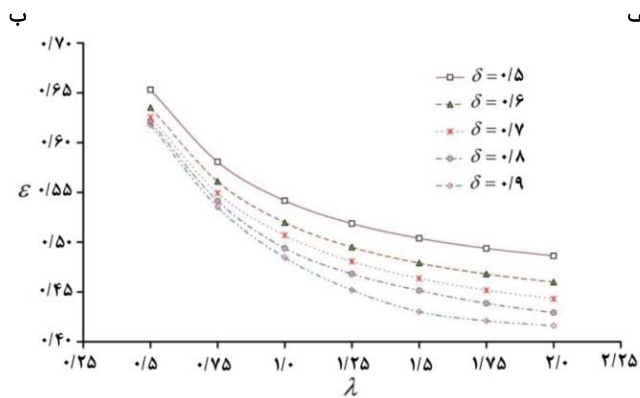
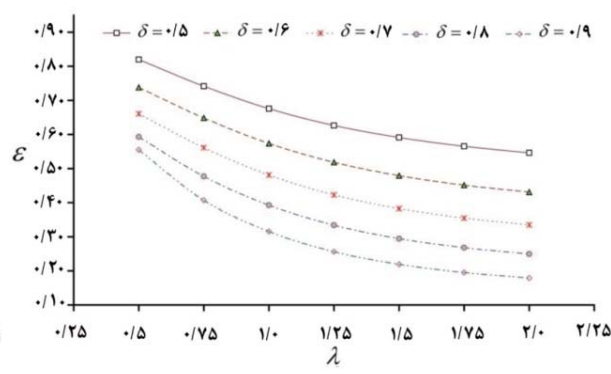
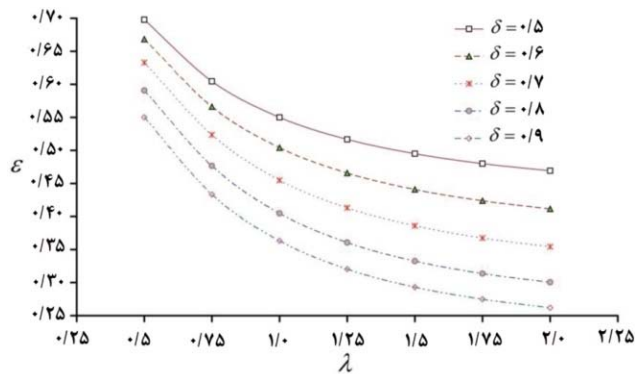
**نمودار ۳** تاثیر تغییرات نسبت منطری ( $\lambda$ ) بر توزیع فشار ایجاد شده در فیلم روانکار ( $p_0$ ) یاتاقان ژورنال غیرمدور؛ الف: دو لب، ب: سه لب، ج: چهار لب  $l_m = 9/0$ ،  $\epsilon = 0/5$ ،  $\delta = 0/6$ ،  $N^2 = 0/5$





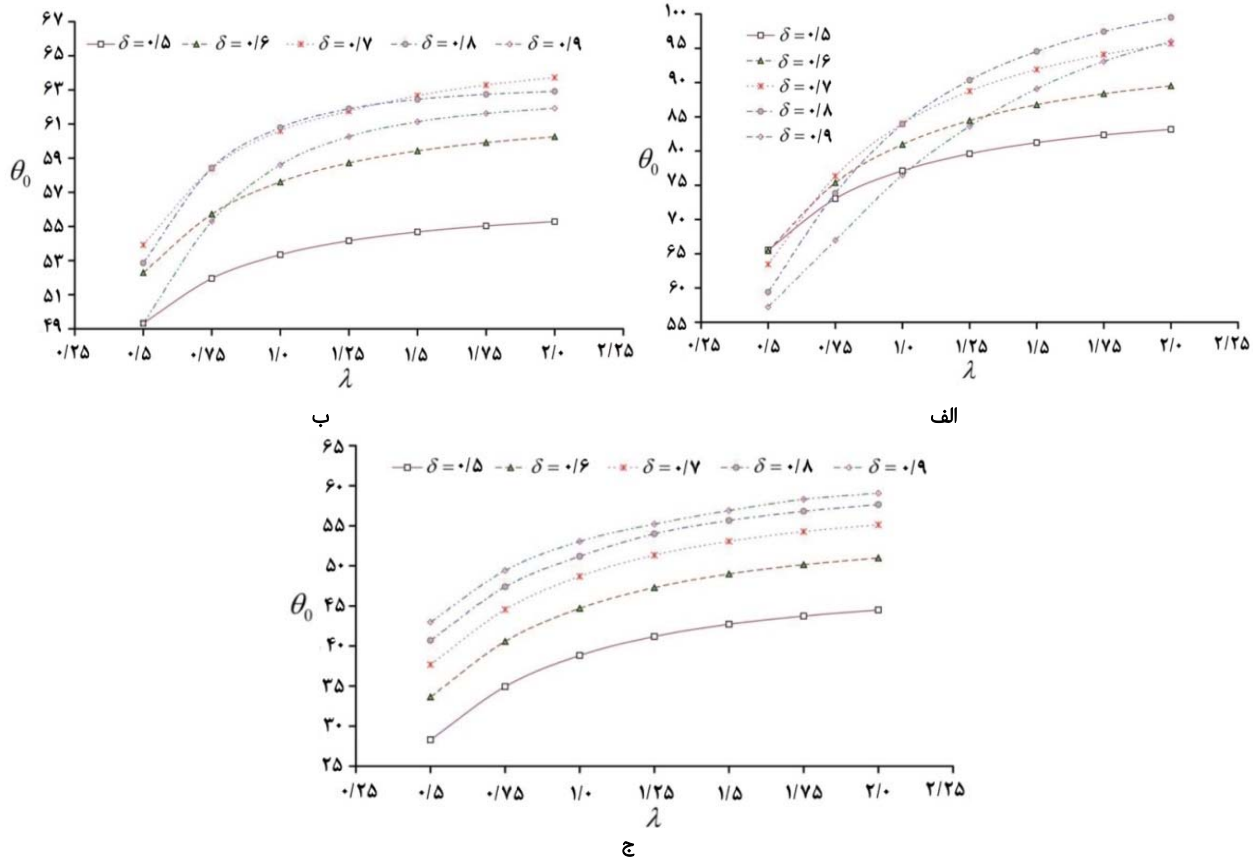
ج

نمودار (۴) تاثیر تغییرات نسبت منظری ( $\lambda$ ) بر قابلیت حمل بار یاتاقان ( $W_0$ ) یاتاقان ژورنال غیرمدور؛ الف: دو لب، ب: سه لب، ج: چهار لب  $l_m = 9/0$ ,  $N^2 = 0/5$ ,  $\varepsilon = 0/5$



ج

نمودار (۵) تاثیر نسبت منظری ( $\lambda$ ) بر نسبت خروج از مرکزی ( $\varepsilon$ ) روتور در شرایط تعادل استاتیکی یاتاقان ژورنال غیرمدور؛ الف: دو لب، ب: سه لب، ج: چهار لب  $W_0 = 1/0$ ,  $N^2 = 0/5$ ,  $l_m = 9/0$



نمودار ۶) تاثیر تغییرات نسبت منظری ( $\lambda$ ) بر زاویه وضعی یاتاقان ( $\theta_0$ ) یاتاقان ژورنال غیرمدور: الف: دو لب، ب: سه لب، ج: چهار لب،  $W_0 = 1/0$ ،  $N^2 = 0/5$ ،  $l_m = 9/0$

دینامیکی را به ویژه در یاتاقان‌های با تعداد بیشتر لب‌ها محدود کند. با توجه به تاثیرگذاری میزان غیرمدوری یاتاقان‌های لب‌دار بر عملکرد دینامیکی آنها، نتایج پریلودهای مختلف در نمودارهای ۷ و ۸ با هم مقایسه شده‌اند.

نتایج نمودار ۷ امکان افزایش  $M_C$  با انتخاب مقادیر  $\lambda$  کوچک‌تر را نشان می‌دهد. به طور کلی نمودار ۷ تضعیف پایداری دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور با افزایش  $\lambda$  را تایید می‌کند. این پدیده از افزایش میزان  $\gamma$  به‌زای افزایش  $\lambda$  در نمودار ۸ که به نوعی بیانگر افزایش سرعت زاویه‌ای نوسانات اغتشاشی مرکز روتور هستند نیز، قابل استنباط است. با فراترفتن  $\lambda$  از مقدار ۱، تغییرات  $M_C$  و  $\gamma$  به‌زای پریلودهای مختلف برای یاتاقان غیرمدور مورد بررسی با توجه به نمودارهای ۷ و ۸ محدود شده و شرایط پایداری روی نمودارها رویت می‌شود.

بررسی نمودارهای فوق بیانگر تشدید اختلاف نتایج تحلیل رفتار دینامیکی یاتاقان‌های غیرمدور دو، سه و چهار لب با مدل‌های خطی و غیرخطی با کاهش  $\lambda$  هستند به نحوی که در مقادیر کوچک  $\lambda$  نظیر ۰/۵ این تفاوت‌ها به وضوح به‌ویژه با کاهش تعداد لب‌ها قابل رویت هستند.

در ادامه، عملکرد کلی یاتاقان‌های مورد ارزیابی تحت بارگذاری معین به‌زای تغییرات  $\lambda$  در دیگرام دوشاخگی نمودار ۹ آمده است. نتایج از کاهش پایداری دینامیکی یاتاقان‌های مورد بررسی با افزایش  $\lambda$  حکایت دارند. به‌علاوه یاتاقان‌های دو، سه و چهار لب

در ادامه تاثیر تغییرات  $\lambda$  بر  $M_C$  و  $\gamma$  در یاتاقان‌های غیرمدور بررسی شده است. از جدول ۱ می‌توان دریافت که با افزایش  $\lambda$  یاتاقان‌های دو، سه و چهار لب با روانکار نیوتنی دامنه پایداری دینامیکی آنها تضعیف می‌شود. علت این امر آن است که با افزایش  $\lambda$  برای یاتاقان‌های ژورنال در  $\epsilon$  ثابت، توزیع فشار فیلم سیال روانکار تقویت خواهد شد. لیکن بار قابل حمل یاتاقان روند رو به رشدی خواهد داشت. با توجه به رشد سریع‌تر بار نسبت به جرم بحرانی و تاثیر آن در مقدار نهایی پارامتر  $M_C$ ، جرم بحرانی بی‌بعد مطابق جدول ۱ با افزایش  $\lambda$ ، کاهش می‌یابد. همچنین مقادیر  $\gamma$  با افزایش  $\lambda$  در یاتاقان‌های مورد بررسی در پریلود انتخابی  $\delta = 0/7$  با افزایش روبرو می‌شود.

مقایسه نتایج جدول ۱ از امکان افزایش پایداری دینامیکی تکیه‌گاه با جایگزینی یاتاقان‌های غیرمدور به جای مدور با انتخاب تعداد مناسب لب‌ها متناسب با شرایط طراحی و روانکاری مجموعه حکایت دارد.

نتایج تاثیر  $\lambda$  بر پایداری دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال مدور و غیرمدور در شرایط بارگذاری معین ( $W_0 = 1/0$ ) در جدول ۲ و نمودارهای ۷ و ۸ آمده است. از آنجا که تحقق شرایط بارگذاری ثابت برای یاتاقان‌های ژورنال با افزایش  $\lambda$ ، در مقادیر  $\epsilon$  کوچک‌تری امکان‌پذیر است، لذا افزایش  $\lambda$  سبب ایجاد توزیع فشارهای ضعیف‌تری در فیلم روانکار و به تبع آن تضعیف سختی و میرایی سیستم دینامیکی بوده و مطابق جدول ۲ می‌تواند دامنه پایداری

غیرخطی، همان گونه که در نمودار ۹ مشاهده می‌شود، به‌ازای تمامی مقادیر کوچک‌تر  $\lambda$ ، نوسانات بازگشتی به موقعیت تعادل استاتیکی خواهند داشت.

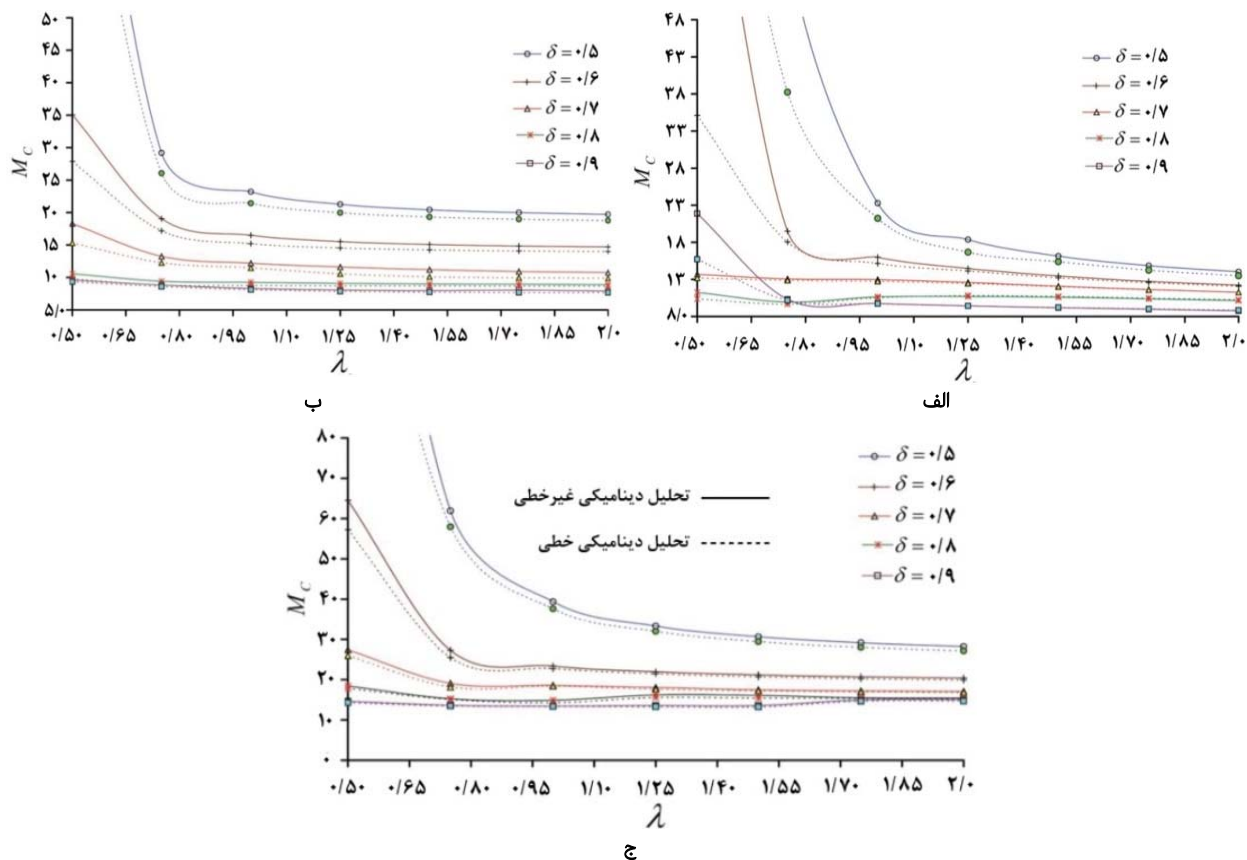
با توجه به قرارگیری موقعیت گذار پاسخ دینامیکی از نوسانات همگرا به واگرا به‌ترتیب در  $\lambda = 0.733$ ،  $\lambda = 0.705$  و  $\lambda = 2.44$  براساس جستجوی رفتار سیکل محدود به کمک روش

**جدول ۱)** تاثیر نسبت منظری ( $\lambda$ ) بر پارامتر جرم بحرانی ( $M_c$ ) و نسبت فرکانس چرخش گردابی ( $\gamma$ ) مرکز روتور با استفاده از مدل تحلیلی دینامیکی خطی یاتاقان‌های ژورنال مدور ( $\delta = 1/0$ ) و غیرمدور ( $\delta = 0/7$ ) دو لب، سه لب و چهار لب با روانکار نیوتنی،  $\varepsilon = 0/0$

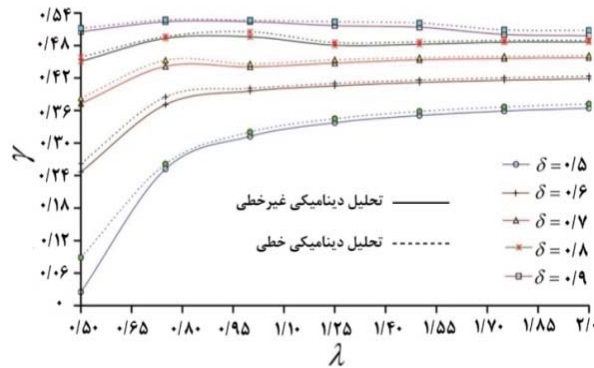
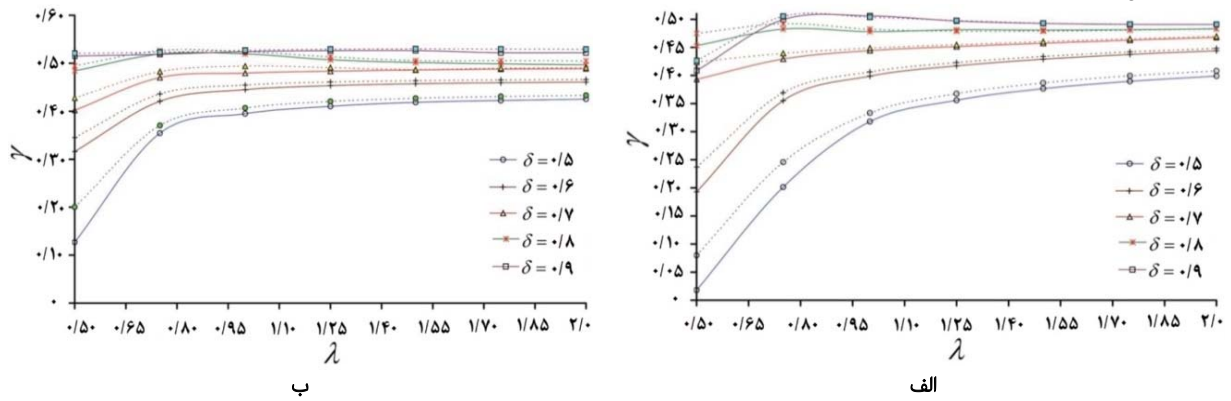
$\lambda$	مدور		دو لب		سه لب		چهار لب	
	$M_c$	$\gamma$	$M_c$	$\gamma$	$M_c$	$\gamma$	$M_c$	$\gamma$
0/70	12/84	0/490	12/94	0/456	11/29	0/496	17/04	0/452
1/0	12/58	0/479	11/46	0/456	10/11	0/499	16/64	0/450
1/25	12/25	0/469	10/35	0/457	9/36	0/503	16/41	0/457
1/0	11/90	0/462	9/50	0/458	8/93	0/505	16/26	0/458

**جدول ۲)** تاثیر نسبت منظری ( $\lambda$ ) بر پارامتر جرم بحرانی ( $M_c$ ) و نسبت فرکانس چرخش گردابی ( $\gamma$ ) مرکز روتور با استفاده از مدل تحلیلی دینامیکی خطی یاتاقان‌های ژورنال مدور ( $\delta = 1/0$ ) و غیرمدور ( $\delta = 0/7$ ) دو لب، سه لب و چهار لب با روانکار نیوتنی،  $W_0 = 1/0$

$\lambda$	مدور		دو لب		سه لب		چهار لب	
	$M_c$	$\gamma$	$M_c$	$\gamma$	$M_c$	$\gamma$	$M_c$	$\gamma$
0/70	12/63	0/496	10/05	0/441	11/08	0/467	23/56	0/394
1/0	11/94	0/494	10/08	0/452	9/77	0/493	18/64	0/437
1/25	11/13	0/493	10/04	0/456	9/26	0/502	16/87	0/450
1/0	10/33	0/492	9/86	0/460	9/01	0/505	15/98	0/464

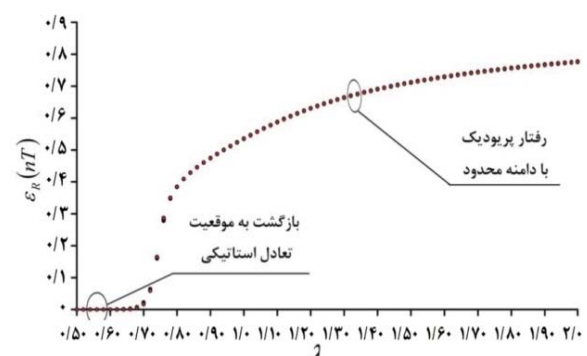
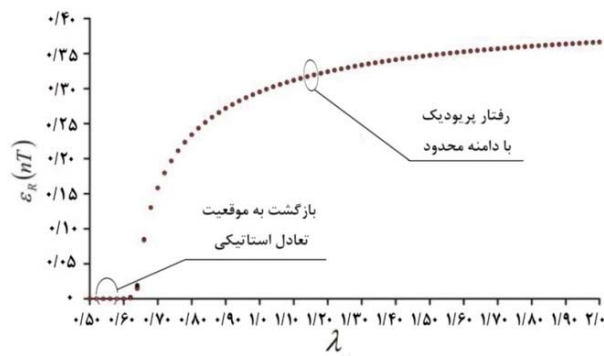


**نمودار ۷)** تاثیر تغییرات نسبت منظری ( $\lambda$ ) بر پارامتر جرم بحرانی ( $M_c$ ) یاتاقان ژورنال غیرمدور: الف دو لب، ب سه لب، ج چهار لب،  $W_0 = 1/0$ ،  $N^2 = 0/5$ ،  $l_m = 9/0$



ج

نمودار ۸) تاثیر تغییرات نسبت منظری ( $\lambda$ ) بر نسبت فرکانس چرخش گردابی ( $\gamma$ ) یاتاقان ژورنال غیرمدور؛ الف: دو لب، ب: سه لب، ج: چهار لب،  $l_m = 9/0$ ،  $N^2 = 0/5$ ،  $W_0 = 1/0$



ب

الف



ج

نمودار ۹) دوشاخگی رفتار روتور در فضای لقی یاتاقان ژورنال؛ الف: دو لب، ب: سه لب، ج: چهار لب، پاسخ نسبت به موقعیت تعادل استاتیکی روتور،  $l_m = 9/0$ ،  $M_j = 2/0$ ،  $W_0 = 1/0$ ،  $\delta = 0/6$ ،  $N^2 = 0/5$

## ۵- نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر تاثیر نسبت منظری ( $\lambda = \bar{L}/\bar{D}$ ) یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور دو، سه و چهار لب با روانکار میکروپیلار بر توانایی میرانندگی اغتشاشات حرکتی روتور با مدل‌های تحلیلی دینامیکی خطی و غیرخطی مطالعه شده است. در ابتدا با حل معادله رینولدز حاکم بر روانکاری مشخصه‌های عملکرد حالت پایدار یاتاقان نظیر توزیع فشار ( $p$ )، قابلیت حمل بار ( $w$ ) و موقعیت تعادل استاتیکی روتور ( $X_{J0}, Y_{J0}$ ) برای استفاده در تحلیل دینامیکی استخراج شده‌اند. سپس با فرض نوسانات سیکل محدود روتور حول نقطه تعادل استاتیکی در مدل خطی، مقادیر جرم بحرانی ( $M_C$ ) و فرکانس چرخش گردابی ( $\gamma$ ) به عنوان شاخص‌های تعادل، تعیین گردیده‌اند. در مدل غیرخطی نیز با حل همزمان معادله رینولدز و معادلات حرکت روتور در گام‌های متوالی به کمک روش رانگ-کوتا، همگرایی یا واگرایی نوسانات روتور ارزیابی و با نتایج مدل خطی قیاس شده‌است. نتایج پژوهش حاضر، گویای آن است که:

۱- با افزایش  $\lambda$  توزیع فشار قوی‌تری درون فیلم روانکار یاتاقان‌های ژورنال تشکیل شده و به همین علت بار قابل حمل در پریلودهای ( $\delta$ ) مختلف افزایش خواهد یافت. به عبارت دیگر در صورت مشخص بودن بار خارجی، کاهش  $\lambda$  با افزایش میزان خروج از مرکزی ( $\varepsilon$ ) روتور به منظور دستیابی به قابلیت حمل بار مورد نظر همراه بوده و می‌تواند تاثیر قابل ملاحظه‌ای بر پایداری دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور لب‌دار داشته باشد.

۲- افزایش  $\lambda$  کاهش دامنه پایداری یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور در قالب کاهش  $M_C$  و افزایش  $\gamma$  را به همراه دارد. دامنه تغییرات  $M_C$  و  $\gamma$  با افزایش  $\lambda$  در پریلودهای پایین ( $\delta = 0/5, 0/6$ ) قابل ملاحظه بوده و با افزایش  $\delta$  از میزان آن کاسته می‌شود.

۳- بررسی نتایج دیاگرام دوشاخگی پاسخ یاتاقان‌های غیرمدور دو، سه و چهار لب تحت بارگذاری معین خارجی ( $W_0 = 1/0$ ) در نسبت منظری‌های مختلف، بروز نوسانات همگرا به موقعیت تعادل استاتیکی در مقادیر کوچک  $\lambda$  و تغییر نوع پاسخ دینامیکی سیستم به رفتارهای پریودیکی با دامنه محدود حول موقعیت تعادل پایدار با افزایش  $\lambda$  را نشان می‌دهد.

**تشکر و قدردانی:** موردی توسط نویسندگان بیان نشد.

**تاییدیه اخلاقی:** موردی توسط نویسندگان بیان نشد.

**تعارض منافع:** موردی توسط نویسندگان بیان نشد.

**سهم نویسندگان:** موردی توسط نویسندگان بیان نشد.

**منابع مالی:** موردی توسط نویسندگان بیان نشد.

## ۶- فهرست علائم

کمیت‌های با بُعد در ادامه با علامت بار نمایش داده شده‌اند.

$\bar{B}_{ij}$  ضرایب میرایی معادل (N.s/m)

$\bar{C}$  لقی شعاعی متغیر (m)

$\bar{C}_m$  لقی کمینه (m)

$\bar{D}$  قطر یاتاقان (m)

$\bar{F}$  نیروی وارد بر روتور (N)

$\bar{h}$  ضخامت فیلم روانکار (m)

$\bar{L}$  طول یاتاقان (m)

$l_m$  طول مشخصه بی‌بعد سیال روانکار میکروپیلار

$M_C$  جرم بحرانی روتور

$N$  عدد کولپینگ روانکار

$O_J$  مرکز روتور

$O_B$  مرکز یاتاقان

$\bar{p}$  فشار سیال (Pa)

$\bar{R}$  شعاع روتور (m)

$\bar{S}_{ij}$  ضرایب سختی (N/m)

$\bar{w}$  بار اعمالی به یاتاقان (N)

$X_J, Y_J$  مختصات مرکز روتور

$\bar{x}, \bar{z}$  راستای دوران و طولی یاتاقان (m)

## علائم یونانی

$\varepsilon$  نسبت خروج از مرکزی

$\bar{\mu}$  لزجت دینامیکی ( $N \cdot s/m^2$ )

$\bar{\omega}$  سرعت زاویه‌ای روتور (rad/s)

$\bar{\omega}_p$  سرعت زاویه‌ای چرخش گردابی مرکز روتور (rad/s)

$\lambda = \bar{L}/\bar{D}$  نسبت طول به قطر

$\tau$  زمان بی‌بعد

$\gamma$  نسبت فرکانس گردابی

$\delta$  پریلود

$\varphi$  زاویه وضعی روتور

$\theta_1^i$  زاویه شروع فیلم فشاری همگرا در لب  $i$ ام

$\theta_2^i$  زاویه رخداد پدیده کاویتاسیون در لب  $i$ ام

## منابع

- Holmes R. The role of oil-film bearings in promoting shaft instability and the remedial effect of damping. *Tribology International*. 1980;13(5):243-248.
- Fulel C, Zhengsong Z. Periodic, quasi-periodic and chaotic vibrations of a rub impact rotor system supported on oil film bearings. *International Journal of Engineering Science*. 1997;33(10-11):963-973.
- Cai W, Chang J, Chao K. Chaos and bifurcation of a flexible rub impact rotor supported by oil film bearings with nonlinear suspension. *Mechanism and Machine Theory*. 2007;42(3):312-333.
- Cai W, Chao K. Bifurcation and chaos analysis of a flexible rotor supported by turbulent long journal bearings. *Chaos, Solitons & Fractals*. 2007;34(4):1160-1179.
- Eringen AC. Theory of micropolar fluids. *Journal of Mechanism and Machine*. 1966;16(1):1-18.
- Huang TW, Weng CI, Chen CK. Analysis of finite width journal bearings with micropolar fluids. *Wear*. 1988;123(1):1-12.
- Das S, Guha SK, Chattopadhyay AK. Theoretical analysis of stability characteristic of hydrodynamic journal bearings lubricated with micropolar fluid. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*,

on the stability performance of noncircular lobed journal bearings with micropolar lubricant. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology. 2016;230(1):14-30.

15- Shooroki AR, Rahmatabadi AD, Mehrjardi MZ, Meybodi RR. Effects of design and lubrication parameters on thermo-hydrodynamic performance of noncircular three lobe journal bearings with micropolar lubricant. Shahrood Journal of Mechanical Engineering. 2017;6(3):79-96. [Persian]

16- Meybodi RR, Mehrjardi MZ, Rahmatabadi AD. Tilt angle effects on the performance of micropolar lubricated noncircular journal bearings. Industrial Lubrication and Tribology. 2017;69(4):536-549.

17- Chatterton S, Dang PV, Pennacchi P, De Luca A, Flumina F. Experimental evidence of a two-axial groove hydrodynamic journal bearing under severe operation conditions. Tribology International. 2017;109:416-427.

18- Meybodi RR, Shooroki RR, Mehrjardi MZ. Thermo-hydrodynamic performance of tilted non-circular micropolar lubricated journal bearings. Industrial Lubrication and Tribology. 2018;70(4):711-723.

19- Budheeja K, Verma S. Nonlinear transient analysis of hole-entry journal bearing with constant flow of micropolar fluids. Proc IMechE Part C: J Mechanical Engineering Science. 2019;233(1):350-368.

Part J: Journal of Engineering Tribology. 2004;218(1):45-56.

8- Prabhakaran Nair K, Sukumaran Nair VP, Jayadas NH. Static and dynamic of elasto-hydrodynamic elliptical journal bearing with micropolar lubricant. Tribology International. 2007;40(2):297-305.

9- Kumar M. Linear analysis for stability threshold for a finite flexibly supported journal bearing lubricated with micropolar fluids [Dissertation]. Indian: Indian Institute of Technology Kharagpur; 2010.

10- Navthar RR, Halegowda NV. Stability analysis of hydrodynamic journal bearing using stiffness coefficients. International Journal of Engineering Science and Technology. 2010;2(2):87-93.

11- Ying J, Jiao Y, Chen Z. Nonlinear dynamics analysis of tilting pad journal bearing rotor system. Shock and Vibration. 2011;18(1-2):45-52.

12- Rana NK, Gautam SS, Samanta S. Approximate analysis of dynamic characteristics of short journal bearings in turbulent micropolar lubrication. Journal of The Institution of Engineers. 2014;95(4):383-388.

13- Bansal P, Chattopadhyay AK, Agrawal VP. Linear stability analysis of hydrodynamic journal bearings with a flexible liner and micropolar lubrication. Tribology Transactions. 2015;58(2):316-326.

14- Mehrjardi MZ, Rahmatabadi AD, Meybodi RR. A study