مجله مهندسی مکانیک مدرس، مهر 1395، دوره 16، شماره 7، ص‌ص 12-22

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

مدل‌سازی کاویتاسیون گسترده بر روی بال با استفاده از مدل غیرخطی جزئی روش المان مرزی

جواد جعفری[1]، محمود پسندیده‌فرد[2*]، مازیار چنگیزیان[3]

1- کارشناسی‌ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد
2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد
3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز
* مشهد، صندوق پستی 1111-91775 ، fard_m@um.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 22 اسفند 1394
پذیرش: 10 خرداد 1395
ارائه در سایت: 23 تیر 1395

کلید واژگان:
کاویتاسیون گسترده
شرط کوتا
روش المان مرزی
بال

چکیده

در این مقاله مدل‌سازی جریان پایای کاویتاسیون گسترده با استفاده از مدل غیرخطی پاره‌ای روش المان مرزی بررسی شده است. شبکه مورد استفاده از نوع ثابت بوده بنابراین قدرت چشمه و دوقطبی روی سطح هر المان و در هر مرحله ثابت می‌باشد. با توجه به استفاده از مدل غیرخطی پاره‌ای یا فرض ارتفاع کم کاویتی تمامی شرایط مرزی بر روی سطح جسم اعمال شده و هیچگونه محاسباتی بر روی سطح کاویتی انجام نمی‌گیرد. در این مدل عدد کاویتاسیون مقداری معلوم بوده و طول کاویتی در هر مرحله محاسبه می‌شود. چنانچه به مرحله ای رسیدیم که مقادیر بدست آمده در دو مرحله‌ی پیاپی تغییر ناچیزی داشته باشد طول نهایی کاویتی بدست آمده و ادامه حل متوقف می‌شود. بر پایه این روش، بطور ویژه دو شرط کوتای مورینو و فشاری تکرار شونده بر روی بال با مقطع ناکا 16006 به طور کامل مورد بررسی قرار گرفته است. شرط کوتای فشاری تکرار شونده در مقایسه با شرط کوتای مورینو دارای هزینه محاسباتی بالاتری بوده اما از طرفی دارای دقت بالاتری جهت برقراری شرط کوتا می‌باشد. نشان داده شده است که در مدل‌سازی جریان کاویتاسیون گسترده مدل کوتای مورینو شرط عدم اختلاف فشار در لبه‌ی فرار را نمی‌تواند برقرار کند و می‌بایست از شرط کوتای تکرار شونده استفاده شود. با توجه به اینکه مدل بسته شدن کاویتی از نوع ساده می‌باشد مقایسه نتایج نشان می‌دهد این روش دارای دقت بسیار خوبی در پیش‌بینی رفتار جریان همراه با کاویتاسیون با توجه به هزینه محاسباتی بسیار کم می‌باشد.

Modelling of Super Cavitation on Wing using Partial nonlinear model of Boundary Element Methods

Javad Jafari[1], Mahmood Pasandide Fard[2*], Maziar Changizian[3]

1,2- Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran
3- Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Shahid Chamran University of Ahvaz, Iran
* P.O.B. 91775-1111, Mashhad, Iran, fard_m@um.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 12 March 2016
Accepted 30 May 2016
Available Online 13 July 2016

Keywords:
Super cavity
Kutta condition
Boundary Element Method (BEM)
Wing

ABSTRACT

In this paper simulation of steady super cavitation phenomenon has been considered by using partial non-linear model of Boundary Element Method(BEM).The grid mesh used is fixed and the strength of dipole and source are constant on each element. With the assumption of a partial non-linear model the cavity condition is applied on the body with the assumption that cavity height is low. Thus there is not any calculation on the cavity surface, but it is restricted to only the panels on the body surface. Cavitation number is known at first and the cavity length is determined in every iteration. When the lengths obtained in two successive iterations are very close to each other it is assumed to be the answer. Based on this method two Kutta conditions including Morino condition and Iterative Pressure Kutta Condition(IPKC) are studied to satisfy the wake surface condition. The application is a wing with NACA16006 section. IPKC condition compared to Morino one needs higher computational costs, but on the other hand leads to more accurate results. It has been shown that simulation of the flows with super cavitation over wing leads to a pressure difference at the trailing edge of each strip if Morino's Kutta condition is used. While if Iterative Pressure Kutta Condition is used the results are satisfactory. Comparison of the results shows that this method leads to very accurate predictions for the behavior of flows with cavitation, while significantly lower computational cost is required if the simple cavity closure condition is used.

1- مقدمه

کاویتاسیون یک پدیده گسترده در مایع می‌باشد که در شرایط سرعت بالای جریان سیال خطر وقوع آن وجود دارد، این پدیده اغلب در دستگاه‌های هیدرولیک مانند توربین، پمپ، پروانه، جت آزاد و بر روی بال رخ می‌دهد. در کاربردهای دریایی، وقوع کاویتاسیون متداول است، به عنوان مثال در شناورهای تندرو به عنوان یکی از مهم‌ترین سیستم‌های دریایی از مهم‌ترین

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:
J. Jafari, M. Pasandide Fard, M. Changizian, Modelling of Super Cavitation on Wing using Partial nonlinear model of Boundary Element Methods, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 7, pp. 12-22, 2016 (in Persian)

روش‌های افزایش سرعت استفاده از هیدروفویل است. شناور هیدروفویلی گونه‌ای از شناورهای تندرو است که علاوه بر قابلیت حرکت با سرعت بالا دارای قدرت مانوردهی بالا، پایداری خوب و عملکرد مناسبی در برابر امواج است. بنابراین تحلیل عملکرد هیدروفویل‌ها اهمیت می‌یابد.

با عبور جریان آب از روی جسم، با توجه به افزایش سرعت جریان در قسمت‌هایی از سطح جسم در اثر شرایطی مانند انحنای جسم فشار آب در بعضی نقاط کاهش یافته و با تبخیر موضعی آب حباب‌های بخار تشکیل می‌شود. در ادامه این شرایط کاویتاسیون رخ می‌دهد که با توجه به زاویه‌ی جریان ورودی شرایط هندسی جسم طول کاویتی می‌تواند افزایش یابد. چنانچه طول کاویتی کمتر از طول جسم باشد کاویتی جزئی و وقتی طول کاویتی از طول جسم بیشتر باشد و به عبارتی کاویتی از انتهای جسم عبور کند و به سمت پایین دست گسترش یابد، کاویتی گسترده نام گذاری می‌شود. تا دهه‌های پیش کاویتاسیون به عنوان یک عامل مخرب و مضر که باید از آن احتراز شود، شناخته می‌شد. اما تاثیرات کاویتاسیون در کاهش نیروی پسا باعث مطرح شدن آن به عنوان وسیله‌ای جهت تسریع در حرکت پرتابه‌های زیر آبی گردید. در مواجه شدن با پدیده کاویتاسیون گسترده این نکته محرز شد که پدیده کاویتاسیون الزاما پدیده مخرب نمی‌باشد و در برخی موارد برخلاف تفکرات قبل موجب افزایش بازدهی و کارایی می‌شود، زیرا پدیده فیزیکی کاویتاسیون گسترده این امکان را فراهم می‌سازد تا یک شناور زیر سطحی در هاله‌ای از یک حباب بزرگ قرار گیرد، به گونه‌ای که به جای تماس با آب که نیروی پسا زیادی را تولید می‌کند، تنها با بخار آب در تماس باشد و بدین گونه اصطکاک به میزان بسیار زیادی کاهش می‌یابد و در نتیجه شناور راحت‌تر و با سرعت بالاتر حرکت می‌کند. بنابراین گذر از کاویتاسیون جزئی به گسترده و فراهم آوردن شرایط مورد نیاز برای این تغییر وضعیت یکی از موضوعاتی می‌باشد که در سال‌های اخیر مورد توجه بسیاری از محققان در شاخه هیدرودینامیک می‌باشد.

امروزه به دلیل اهمیت این پدیده روش‌های محاسباتی متعددی برای مدل‌سازی آن استفاده می‌شود. بخش عمده‌ای از این روش‌ها بر پایه‌ی فرض جریان پتانسیل بنا شده‌اند. این فرض با توجه به دقت مناسب و سهولت کاربرد در مدل‌سازی جریان دائم و غیردائم کاویتاسیون جزئی و گسترده از محبوبیت بسیاری برخوردار است. به همین خاطر بطور گسترده برای مدل‌سازی جریان‌های کاویتاسیون جزئی و گسترده مورد استفاده محققان قرار گرفته است. به عنوان مثال اهلمن [1] از روش المان‌های مرزی غیرخطی بر مبنای سرعت (با استفاده از توزیع گردابه در مرز جریان) برای حل جریان کاویتاسیون جزئی بر روی هیدروفویل استفاده نمود. وی دو سال بعد، از همان روش برای حل جریان کاویتاسیون گسترده استفاده کرد [2] . وروس [3] از بسط سری لورانت برای بررسی ناحیه کاویتاسیون گسترده استفاده نمود. به دلیل عدم وجود فرضیات ساده کننده، این روش در مقایسه با روش پیشنهادی توسط چو [4] دقت بیشتری داشت. فاین و کیناس [6,5] یک روش المان مرزی غیرخطی کامل[1] بر مبنای پتانسیل برای حل جریان کاویتاسیون جزئی وگسترده بر روی هیدروفویل دو بعدی و سه بعدی ارائه نمودند. آنها با توزیع چشمه و دوقطبی در مرز جریان و استفاده از انتگرال گرین به حل این مساله پرداختند. این روش از حیث همگرایی بر روش بر مبنای سرعت اهلمن (1987) برتری داشت. آنها برای ناحیه انتهایی کاویتی از مدل بازیاب فشار استفاده کردند که از لحاظ شرایط فیزیکی انتهای کاویتی دارای دقت قابل قبولی بود. بر این اساس دانگ و کوپر با استفاده از روش غیر خطی کامل و جت برگشتی[2] در انتها، جریان کاویتاسیون جزئی حول هیدروفویل‌های دو بعدی [7] و سه بعدی [8] را مدل‌سازی کردند. دانگ روش ذکر شده را برای حل جریان غیر دائم کاویتاسیون جزئی بر روی پروانه کشتی نیز گسترش داد [9]. در روش غیر خطی کامل، المان از بالای سطح هیدروفویل قرار می‌گیرد، از این رو حدس اولیه در این حالت یک حجم فرضی بوده که در فرآیند تکرار اصلاح می‌شود. به عبارت دیگر المان‌ها بر خلاف روش کیناس که از ابتدا روی بال می‌باشند، بر سطحی مجزا از هیدروفویل گسترده می‌شوند. با وجود کارایی روش ذکر شده در پیش بینی رفتار کاویتاسیون جزئی و گسترده، نیاز به جابجایی سطح فرضی و نیز محاسبه‌ی مجدد ضرایب تاثیر، هزینه محاسباتی بسیار بالایی را به این روش تحمیل می‌کند [9]. واز و همکاران، روش‌های مطرح در زمینه‌ی مدل‌سازی کاویتاسیون جزئی دو بعدی به همراه مزایا و معایب هریک را دسته بندی و معرفی کردند [10]. ایشان برای مدل‌سازی، حالت‌های مختلفی را مد نظر قرار دادند. این حالت‌ها شامل بر مدل غیرخطی کامل و غیر خطی پاره ای[3] می‌باشند. در مدل غیر خطی کامل المان‌های کاویتی از ابتدا بر روی سطح فرضی کاویتی قرار می‌گیرند که این سطح فرضی در فرآیند تکرار تغییر کرده تا به مقدار نهایی همگرا شود. در مدل غیر خطی پاره‌ای المان‌ها از ابتدا بر سطح تصویر شده کاویتی روی هیدروفویل قرار می‌گیرند که طول این تصویر با توجه به تغییر طول کاویتی در هر مرحله حل تغییر می‌کند. ایشان برای مدل غیر خطی پاره‌ای، دو حالت تغییر شبکه در هر مرحله تکرار و نیز عدم تغییر شبکه در فرآیند تکرار را بررسی کردند و برای مدل‌سازی بخش انتهای کاویتی، از دو روش جت بازگشتی و مدل تحلیلی- تجربی بازیافت فشار[4] استفاده نمودند. ایشان با در نظر گرفتن کلیه شرایط از لحاظ دقت، سهولت، استفاده و نیز کارایی، مدل غیر خطی پاره‌ای را به عنوان روش برتر معرفی کردند علاوه بر این اذعان کردند که با افزایش تعداد المان‌ها، روش غیرخطی پاره‌ای نتایج مطلوب‌تری را ارائه می‌کند. از این رو با توجه به پیچیدگی‌های کمتر روش غیر خطی پاره‌ای با شبکه‌ی ثابت نسبت به دیگر روش‌ها، از این روش برای مدل‌سازی جریان سه بعدی دائم کاویتاسیون جزئی و گسترده استفاده کرد [11]. کریشناسوامی [12]به بررسی کاویتاسیون حول هیدروفویل دو بعدی با استفاده از روش المان مرزی پرداخت. وی برای مدل کردن انتهای کاویتی از مدل جت بازگشتی استفاده کرد. چنگیزیان [13] در پایان‌نامه دکتری خود، جریان دائم و غیردائم همراه با کاویتاسیون جزئی را با استفاده از مدل غیرخطی جزئی المان مرزی مورد بررسی قرار داد. علی‌رغم اینکه تمرکز اصلی کارشان در جریان غیردائم بود، با همکاری بهبهانی‌نژاد توانستند یه مدل رتبه کاسته کارا جهت پیش‌بینی رفتار جریان غیردائم ارائه کنند [14]. چنگیزیان و بهبهانی‌نژاد همچنین روند تکراری روش المان مرزی را نیز ارتقا دادند و یک مدل غیر تکراری را برای حل جریان همراه با کاویتاسیون جزئی ارائه کردند [15]. در زمینه کارهای آزمایشگاهی نیز کارهای ارزشمندی انجام گرفته است که از جمله آن می‌توان به نتایج ارائه شده توسط آکون [16] اشاره نمود.

با توجه به اینکه مدل‌سازی جریان همراه با کاویتاسیون گسترده بر روی هیدروفویل سه بعدی و بررسی فرضیات مورد استفاده در این جریان با استفاده از مدل غیرخطی پاره‌ای در روش المان مرزی تا قبل از انجام این پژوهش بطور کامل مورد بررسی قرار نگرفته بود بنابراین بررسی نکات ذکر

[1] Fully non-linear

[2] Re-entrant jet
[3] Partialy non-linear
[4] Pressure recovery

شده را می‌توان انگیزه‌ی انجام مدل‌سازی حاضر عنوان کرد. در این راستا ابتدا معادلات حاکم و شرایط مرزی مسأله تشریح شده و سپس با ارائه انواع شرط کوتای مورد استفاده در مدل غیرخطی پاره‌ای در نهایت نتایج این مدل‌سازی ارائه شده است.

2- معادلات حاکم و شرایط مرزی

جریان عبوری از جسم غیر لزج، تراکم ناپذیر و غیرچرخشی فرض شده است. با تکیه بر فرض غیر چرخشی بودن جریان، سرعت اغتشاشی می‌تواند بصورت گرادیان پتانسیل اغتشاشی $\emptyset(x,t)$ ، نوشته شود. در جریان غیرقابل تراکم، معادله پیوستگی $\nabla \cdot v(x,t) = 0$ منجر به معادله لاپلاس می‌شود:

$$\nabla^2 \emptyset(x,t) = 0 \tag{1}$$

در هرنقطه از ناحیه محاسباتی Ω سرعت کل جریان V برابر با مجموع سرعت غیر اغتشاشی (سرعت جریان ورودی) V_{in} و سرعت اغتشاشی v بوده و بر طبق رابطه (2) محاسبه می‌شود:

$$V(x,t) = V_{\text{in}} + \nabla\emptyset(x,t) \tag{2}$$

معادله ممنتوم ناویر- استوکس در جریان غیرلزج، تراکم ناپذیر و غیر چرخشی به معادله برنولی تبدیل می‌شود. فرم ناپایای معادله برنولی مطابق با رابطه (3) می‌باشد.

$$\frac{\partial \emptyset}{\partial t} + \frac{P}{\rho} + \frac{|V|^2}{2} + gz = \frac{P_\infty}{\rho} + \frac{|V_0|^2}{2} \tag{3}$$

در رابطه فوق P فشار محلی، ρ چگالی و P_∞ فشار جریان در دور دست می‌باشد. چنانچه دو پارامتر بی‌بعد ضریب فشار و عدد کاویتاسیون بصورت زیر تعریف گردد:

$$C_P = \frac{P - P_\infty}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2} \tag{4}$$

$$\sigma = \frac{P_\infty - P_v}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2} \tag{5}$$

رابطه (3) به شکل رابطه (6) بازنویسی می‌شود:

$$\frac{2}{V_\infty^2}\frac{\partial \emptyset}{\partial t} + \frac{|V|^2 - |V_0|^2}{V_\infty^2} + \frac{2gz}{V_\infty^2} = -C_P \tag{6}$$

رابطه (1) یک معادله مقدار مرزی بوده و برای حل نیاز به تعریف شرایط مرزی بر روی کلیه مرزها است. مطابق با شکل 1 مرزهای مسئله را بصورت سطح خیس شده جسم S_{B} که بخشی از سطح جسم بوده و در تماس با مایع می‌باشد، سطح S_{CW} که بخشی از دنباله که تصویر کاویتی بر روی دنباله را پوشش می‌دهد و قسمتی از ناحیه دنباله که تحت تاثیر کاویتی نمی‌باشد و به عبارتی سطح خیس ناحیه دنباله می‌باشد، S_{W} و مرز بینهایت S_∞ نام گذاری کرد. همانطور که پیش از این نیز گفته شد، در مدل غیر خطی پاره‌ای روش المان مرزی شرط مرزی مربوط به کاویتی بر خلاف مدل غیرخطی کامل که بر روی سطح کاویتی S_{C} اعمال می‌شد، در سطحی از جسم که تصویر کاویتی

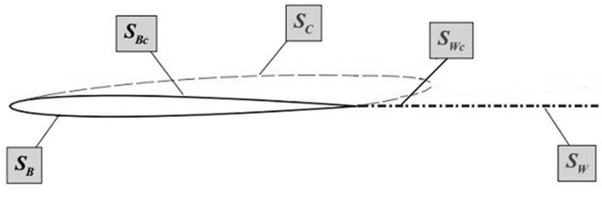


Fig. 1 Boundary of the flow domain and reference surface. 2D view

شکل 1 مرزهای ناحیه محاسباتی جریان در دید دو بعدی

بر روی سطح جسم را در بر می‌گیرد یعنی سطح S_{BC} اعمال می‌شود.در مرز بینهایت فرض بر این است که اغتشاشات ناشی از بال و کاویتی تقریبا صفر می‌شود و می‌بایست رابطه (7) روی مرز اعمال شود.

$$\lim_{x\to\infty} \nabla\emptyset = 0 \tag{7}$$

x فاصله هر نقطه از میدان جریان تا مرکز مختصات محلی چسبیده به سطح می‌باشد. شرط مرزی برروی سطح خیس شده‌ی جسم S_{B}، عدم نفوذ جریان به داخل جسم می‌باشد. جهت برقراری این شرط، مولفه‌ی عمودی سرعت بر روی سطح جسم صفر فرض می‌شود.

$$\frac{\partial \emptyset}{\partial n} = V_0 \cdot n \tag{8}$$

n بردار عمود بر سطح خیس (به سمت داخل جسم) می‌باشد.

همان گونه که پیش‌تر نیز اشاره شد، سطح کاویتی از ابتدا معلوم نیست. از این رو برای تعیین آن نیاز به استفاده از دو شرط مرزی دینامیک و سینماتیک می‌باشد. براساس شرط مرزی دینامیک فشار درکلیه نقاط کاویتی ثابت و برابر با فشار بخار است. با فرض ثابت بودن فشار در کاویتی می‌توان نشان داد که رابطه (3) معادل با تعریف مقدار پتانسیل اغتشاشی کاویتی بوده و مطابق با رابطه (9) بدست می‌آید [13].

$$\emptyset = \emptyset_0 + \int_{s_0}^{s_1} \left[V_{S_2}\cos\theta + \sin\theta\sqrt{V_\infty^{\ 2}\sigma + |V_{\text{in}}|^2 - V_{s_2}^2 - V_{s_3}^2} - V_0 \cdot t_1 \right] ds_1 \tag{9}$$

V_{S_2} بردار سرعت در راستای دهانه بال، V_{S_3} بردار سرعت در راستای عمود بر سطح جسم، s_1 بردار مماس بر سطح جسم در راستای وتر، t_1 بردار یکه مماس بر سطح جسم در راستای وتر، $\emptyset_0$ پتانسیل اغتشاشی در نقطه جدایش کاویتی $(s = 0)$ بوده که بصورت برون‌یابی از مقادیر پتانسیل سه المان قبل از جدایش کاویتی محاسبه شده و σ عدد کاویتاسیون بوده که با استفاده از رابطه (6) محاسبه می‌شود. شرط مرزی سینماتیک بیان می‌دارد که سطح کاویتی باید تقریبا بصورت یک سطح جامد باشد و یا به عیارتی نرخ جرمی عبوری از این سطح تقریبا صفر باشد $(\dot{m} = 0)$. بر این اساس این شرط را می‌توان با توجه به ضخامت کاویتی (η) مطابق با رابطه (10) ارائه کرد [10].

$$\frac{\partial \eta}{\partial s_1}\left(V_{S_1} - V_{S_2}\cos\theta\right) + \frac{\partial \eta}{\partial s_2}\left(V_{S_2} - V_{S_1}\cos\theta\right) = V_{S_3}\sin^2\theta \tag{10}$$

V_{S_1} بردار سرعت در راستای وتر می‌باشد. چنانچه کاویتی از لبه فرار عبور کرده و کاویتی جزئی به کاویتی گسترده تبدیل شود، از سطح دنباله به عنوان سطح کمکی جهت اعمال شرط مرزی سینماتیک و دینامیک استفاده می‌شود. شرط مرزی دینامیک در ناحیه دنباله مطابق با رابطه (11) محاسبه می‌شود [11].

$$\emptyset^{\pm} = \emptyset_{\text{TE}}^{\pm} + \int_{s_{\text{TE}}}^{s_1} \left[\sqrt{V_{\text{ref}}^{\ 2}\sigma + |V_0|^2} - V_0 \cdot t_1 \right] ds_1 \tag{11}$$

$\emptyset_{\text{TE}}^{\pm}$ پتانسیل اغتشاشی در لبه‌ی فرار s_{TE} و بالا نویس + و − نشان دهنده سطح بالا و پایین کاویتی می‌باشند. شرط سینماتیک در سطح S_{CW} برطبق رابطه (12) تعریف می‌شود [10].

$$V_{S_1}\frac{\partial \eta_w}{\partial s_1} = \Delta\left(\frac{\partial \emptyset}{\partial n}\right)_w \tag{12}$$

$\Delta(\partial\emptyset/\partial n)_{\text{w}}$ قدرت چشمه در مرز S_{CW} تعریف می‌شود.

از شرط کوتا به عنوان شرط مرزی سطح دنباله $S_{\text{W}} \cup S_{\text{CW}}$ استفاده می‌شود. در روش غیر خطی پاره‌ای، همانطور که پیش از این نیز گفته شد از دو

نوع شرط کوتای مورینو و فشاری تکرار شونده می‌توان استفاده کرد که در ادامه هرکدام بررسی خواهند شد.

- شرط کوتای مورینو

طبق این شرط قدرت دوگان در تمامی المان‌های هر نوار در ناحیه دنباله دارای مقدار یکسان و برابر با اختلاف قدرت دوگان سطح بالا و پایین المان لبه‌ی فرار همان نوار می‌باشند [17].

$$\Delta\emptyset_j = \emptyset_{N_i j} - \emptyset_{1j} \tag{13}$$

- شرط کوتای فشاری تکرار شونده

استفاده از شرط کوتای مورینو در بعضی موارد مانند مدل‌سازی جریان کاویتاسیون گسترده‌ی پایا و جریان بدون کاویتاسیون و همراه با کاویتاسیون ناپایا تضمین کننده‌ی عدم اختلاف فشار و یا برقراری شرط مرزی دینامیکی درناحیه دنباله و لبه‌ی فرار نمی‌باشد، به همین دلیل جهت اطمینان از برقراری عدم اختلاف فشار در سطح $S_{\mathrm{W}} \cup S_{\mathrm{CW}}$ از شرط کوتای فشاری تکرار شونده استفاده می‌شود [17].

$$\Delta\emptyset_j^{n+1} = \Delta\emptyset_j^{n} - \frac{\Delta C_p^n}{\left(\frac{\partial \Delta C_p}{\partial \Delta\emptyset_j}\right)^n} \tag{14}$$

$$\Delta\emptyset_j^{1} = \emptyset_{N_i j} - \emptyset_{1j} \tag{15}$$

$$\left(\frac{\partial \Delta \mathrm{C}_p}{\partial \Delta\emptyset_j}\right)^n = \frac{\Delta C_p^n - \Delta C_p^{n-1}}{\Delta\emptyset_j^n - \Delta\emptyset_j^{n-1}} \tag{16}$$

که $\Delta \mathrm{C}_p$ و $\Delta\emptyset$ به ترتیب اختلاف ضریب فشار و پتانسیل در لبه فرار در هر نوار المانی می‌باشد.

در هر گام از حل رابطه (14) می‌بایست تا برقراری شرط کوتا در لبه فرار در هر نوار المانی بکارگیری شود. درگام اول از حل مانند شرط کوتای مورینو پتانسیل هر نوار المانی در سطح دنباله را برابر با اختلاف پتانسیل المان بالا و پایین لبه فرار در نوار مورد نظر در نظر می‌گیریم (رابطه 15)، و از گام دوم حل رابطه نیوتون رافسون (رابطه 14) بصورت سعی و خطا محاسبه شده و بصورت معلوم در سمت راست دستگاه معادلات اعمال می‌شود.

همانطور که از رابطه (16) مشاهده می‌شود، این رابطه در تکرار دوم از حل رابطه (14) قابل استفاده نمی‌باشد، بنابراین برای تکرار دوم رابطه (14) مقدار $\Delta\emptyset_j$، از رابطه‌ی عددی زیر محاسبه می‌شود [17].

$$\Delta\emptyset_j^{2} = (1-\beta)\Delta\emptyset_j^{1} \tag{17}$$

که در رابطه .Error! Reference source not found، β یک عدد کوچک می‌باشد و در این مدل‌سازی این پارامتر برابر با 0.01 در نظر گرفته شده است [17].

3- معادلات انتگرالی حاکم بر ناحیه‌های محاسباتی

پتانسیل سرعت $\emptyset$ در هرنقطه x از داخل ناحیه جریان Ω به فرم انتگرال کلاسیک بر مبنای معادله گرین با استفاده از معادلات پتانسیل مبنا بصورت زیر نوشته می‌شود [11]:

$$\in(x)\emptyset(x,t) = \int_{S_{\mathrm{B}}+S_{\mathrm{C}}}\left[\emptyset(\tilde{x},t)\frac{\partial G(x,\tilde{x})}{\partial n_{\tilde{x}}} - G(x,\tilde{x})\frac{\partial\emptyset(\tilde{x},t)}{\partial n_{\tilde{x}}}\right]ds + \int_{S_{\mathrm{W}}}\left[\Delta\emptyset(\tilde{x},t)\frac{\partial G(x,\tilde{x})}{\partial n_{\tilde{x}}} - G(x,\tilde{x})\Delta\left(\frac{\partial\emptyset(\tilde{x},t)}{\partial n_{\tilde{x}}}\right)\right]ds \tag{18}$$

که در این رابطه x یک نقطه از داخل ناحیه جریان Ω، $\tilde{x}$ نقطه‌ای بر روی مرزهای محاسباتی $S = \partial\Omega$، $n_{\tilde{x}}$ جهت بردار عمود بر سطح در نقطه $\tilde{x}$ سمت داخل جسم، $G(x,\tilde{x})$ تابع گرین و $\in$ مقدار ثابتی است که با توجه به موقعیت x بصورت زیر تعیین می‌شود:

$$\in(x) = \begin{cases} 4\pi, & \text{اگر } x \text{ در داخل ناحیه جریان } \Omega \text{ باشد} \\ 2\pi, & \text{اگر } x \text{ بر روی } S_{\mathrm{B}} \text{ و } S_{\mathrm{BC}} \text{ باشد} \\ 2\pi(\emptyset^{+}+\emptyset^{-}) & \text{اگر } x \text{ بر روی } S_{\mathrm{W}} \cup S_{\mathrm{CW}} \text{ باشد} \end{cases} \tag{19}$$

$G(x,\tilde{x})$ نیز برای جریان سه بعدی بصورت رابطه زیر عنوان می‌شود:

$$G(x,\tilde{x}) = \frac{1}{r(x,\tilde{x})} \qquad r(x,\tilde{x}) = |r| = |x-\tilde{x}| \tag{20}$$

با حل رابطه (18) می‌توان مقدار پتانسیل را در هرنقطه دلخواه از میدان محاسباتی ناشی از توزیع چشمه و دوگان بر روی ناحیه‌های محاسباتی $S_{\mathrm{B}} + S_{\mathrm{BC}}$ به ترتیب با قدرت $\partial\emptyset(\tilde{x},t)/\partial n_{\tilde{x}}$ و $\emptyset(\tilde{x},t)$ و همچنین بر روی سطوح $S_{\mathrm{W}} \cup S_{\mathrm{CW}}$ با قدرت $\Delta(\partial\emptyset(\tilde{x},t)/\partial n_{\tilde{x}})$ و $\Delta\emptyset(\tilde{x},t)$ تعیین نمود.

در مدل غیر خطی پاره‌ای از روش المان مرزی رابطه (18) می‌بایست بر روی تمام سطوح مرزی S_{B}، S_{BC}، S_{W} و S_{CW} بکارگیری شود، هرکدام از مرزهای محاسباتی عنوان شده به کمک المان‌های ثابت گسسته‌سازی می‌شوند، در المان‌های ثابت مقادیر $\emptyset(\tilde{x},t)$ و $\partial\emptyset(\tilde{x},t)/\partial n_{\tilde{x}}$ در طول هر یک از المان‌ها ثابت فرض شده‌اند [13] که تحت این شرایط هرکدام از انتگرال‌هایی که بر روی مرزهای محاسباتی تعریف شده، به مجموع انتگرال‌هایی بر روی هرکدام از المان‌ها تبدیل می‌شوند، به عنوان مثال رابطه (18) را می‌توان مطابق با رابطه (21) بیان کرد.

$$\in(x)\emptyset(x,t) = \sum_{j=1}^{N_j}\sum_{i=1}^{N_i}\int_{\Delta S_i}\left[\emptyset(\tilde{x},t)\frac{\partial G(x,\tilde{x})}{\partial n_{\tilde{x}}} - G(x,\tilde{x})\frac{\partial\emptyset(\tilde{x},t)}{\partial n_{\tilde{x}}}\right]ds + \sum_{j=1}^{N_{wj}}\sum_{i=1}^{N_{wi}}\int_{\Delta S_i}\left[\Delta\emptyset(\tilde{x},t)\frac{\partial G(x,\tilde{x})}{\partial n_{\tilde{x}}} - G(x,\tilde{x})\Delta\left(\frac{\partial\emptyset(\tilde{x},t)}{\partial n_{\tilde{x}}}\right)\right]ds \tag{21}$$

مطابق با شکل پارامترهای معادله‌ی انتگرالی (21) بطور خلاصه بصورت زیر تعریف می‌شود:

- N_i : تعداد المان‌های بال در راستای جریان $i = 1,\ldots,N_i$ (از سطح پایین لبه‌ی فرار تا سطح بالای لبه‌ی فرار)
- N_j : تعداد المان‌های بال در راستای دهانه $j = 1,\ldots,N_j$
- N_{wi} : تعداد المان‌های دنباله در راستای جریان $i = 1,\ldots,N_{wi}$
- N_{wj} : تعداد المان‌های دنباله $j = 1,\ldots,N_{wj}$ در راستای دهانه که با پارامتر N_j برابر می‌باشد.
- N_{total} : تعداد کل المان‌های روی بال $N_{\mathrm{total}} = N_i \cdot N_j$

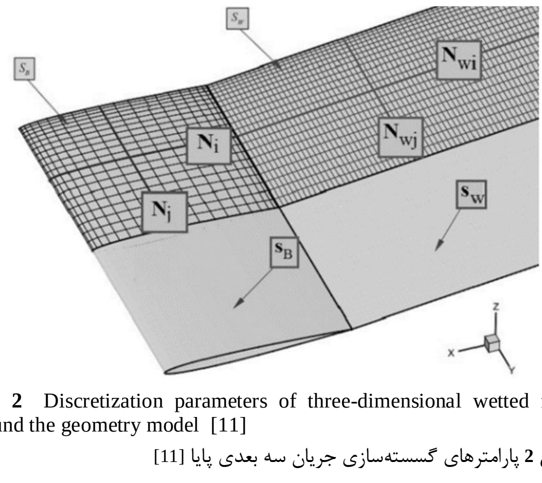


Fig. 2 Discretization parameters of three-dimensional wetted flow around the geometry model [11]

شکل 2 پارامترهای گسسته‌سازی جریان سه بعدی پایا [11]

با توجه به استفاده از المان‌های ثابت، مقدار $\emptyset(\tilde{x},t)$ و $\partial\emptyset(\tilde{x},t)/\partial n_{\tilde{x}}$ در هر المان ثابت هستند و می‌توانند از ترم‌های انتگرالی رابطه (21) بیرون آیند، بنابراین رابطه (21) بصورت رابطه (22) بازنویسی می‌شود.

$$\begin{aligned}\in(x)\emptyset(x,t) &= \sum_{j=1}^{N_j}\sum_{i=1}^{N_i}\left\{\emptyset(\tilde{x},t)\int_{\Delta S_i}\frac{\partial G(x,\tilde{x})}{\partial n_{\tilde{x}}}ds-\frac{\partial\emptyset(\tilde{x},t)}{\partial n_{\tilde{x}}}\int_{\Delta S_i}G(x,\tilde{x})ds\right\}\\ &+\sum_{j=1}^{N_{wj}}\sum_{i=1}^{N_{wi}}\left\{\Delta\emptyset(\tilde{x},t)\int_{\Delta S_i}\frac{\partial G(x,\tilde{x})}{\partial n_{\tilde{x}}}ds-\Delta\left(\frac{\partial\emptyset(\tilde{x},t)}{\partial n_{\tilde{x}}}\right)\int_{\Delta S_i}G(x,\tilde{x})ds\right\}\end{aligned} \tag{22}$$

اگر پتانسیل القا شده در نقطه x به وسیله توزیع دوگان بر روی یک المان با استفاده از رابطه (23)

$$D_{nm}(x)=-\int_{\Delta S}\mu_d\frac{\partial G(x,\tilde{x})}{\partial n_{\tilde{x}}}dS_{\tilde{x}}=-\int_{\Delta S}\mu_d\frac{n_{nm}\cdot r_{nm}}{r^3}dS_{\tilde{x}} \tag{23}$$

و پتانسیل القا شده به وسیله چشمه با استفاده از رابطه (24) محاسبه شود.

$$S_{nm}(x)=-\int_{\Delta S}\sigma_S G(x,\tilde{x})\,dS_{\tilde{x}}=-\int_{\Delta S}\sigma_S\frac{1}{r}dS_{\tilde{x}} \tag{24}$$

که در رابطه‌های (23) و (24)، n بردار عمود بر سطح المان (به سمت داخل جسم) با مختصات $\tilde{x}$ ، r بردار فاصله‌ی بین المان با مختصات $\tilde{x}$ تا نقطه x و r اندازه بردار r می‌باشد. پتانسیل القا شده توسط المان با مختصات $\tilde{x}$ در اثر توزیع یکنواخت چشمه و دوگان بر روی نقطه x توسط رابطه‌های (23) و (24) محاسبه می‌شود از این رو این روابط به ضرایب تاثیر معروف هستند، حال با توجه به تعریف ضرایب تاثیر چشمه و دوگان رابطه (22) بصورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$\begin{aligned}\in(x)\emptyset(x,t)+\sum_{j=1}^{N_j}\sum_{i=1}^{N_i}\left[\emptyset(\tilde{x},t)D_{nij}-\frac{\partial\emptyset(\tilde{x},t)}{\partial n_{\tilde{x}}}S_{nij}\right]\\ +\sum_{j=1}^{N_{wj}}\sum_{i=1}^{N_{wi}}\left[\Delta\emptyset(\tilde{x},t)D_{nij}-\Delta\left(\frac{\partial\emptyset(\tilde{x},t)}{\partial n_{\tilde{x}}}\right)S_{nij}\right]\end{aligned} \tag{25}$$

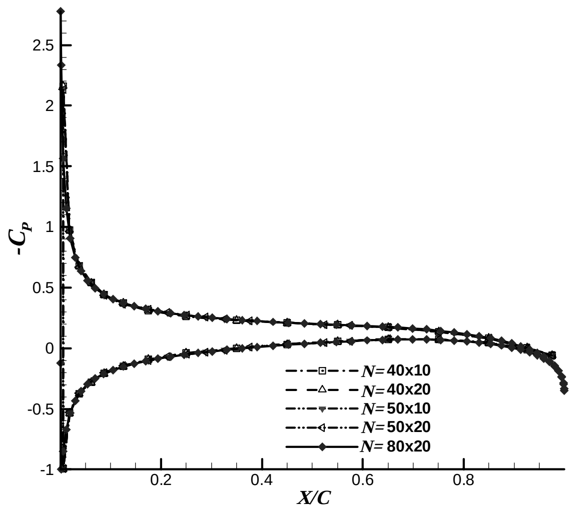
از آنجا که طول کاویتی از ابتدا نامعلوم است، با استفاده از شرط‌های دینامیک و سینماتیک، ارتفاع کاویتی محاسبه شده و با توجه به ارتفاع انتهای کاویتی $\delta(L_C(x),x,\sigma)=\eta(L_C(x),x)$، که L_C و δ به ترتیب برابر با طول کاویتی و ضخامت لبه‌ی فرار کاویتی می‌باشند) در هر مرحله تکرار با استفاده از روش نیوتون رافسون (رابطه 26) طول جدید محاسبه شده و این مراحل تا زمانی ادامه پیدا می‌کند که ضخامت کاویتی در انتها به سمت صفر میل کند [11].

$$L^{n+1}=L^n-\frac{\delta^n}{\left(\frac{\partial\delta}{\partial L}\right)^n} \tag{26}$$

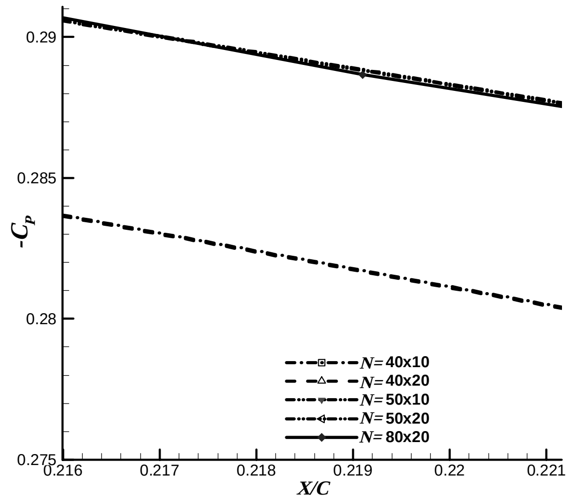
اگر کاویتی جزئی به کاویتی گسترده گسترش یابد، سطح بالا و پایین کاویتی گسترده در ناحیه دنباله باید به یکدیگر برسند، به عبارت دیگر اگر ضخامت لبه فرار کاویتی گسترده صفر نباشد طول کاویتی با استفاده از معادله نیوتون رافسون می‌بایست آنقدر تغییر کند تا شرط دینامیک و سینماتیک در ناحیه کاویتی برقرار شود.

4- بحث و بررسی نتایج

مدل‌سازی ابتدا با فرض عدم وجود کاویتی بر روی بال انجام می‌گیرد و سپس با توجه به توزیع فشار محاسبه شده بر روی سطح بال، بررسی جریان همراه با کاویتاسیون انجام می‌گیرد، به عبارتی دیگر تحلیل جریان همراه با کاویتاسیون بر پایه حل جریان مورد نظر با فرض عدم وجود کاویتاسیون در ابتدا و محاسبه‌ی توزیع فشار بر روی بال انجام می‌گیرد. در هر قسمتی از بال که فشار کمتر از فشار بخار آب و یا به عبارت دیگر $C_p \leq -\sigma$ باشد باید تحلیل جریان کاویتاسیون انجام گیرد. با توجه به استفاده از مدل غیر خطی پاره‌ای روش المان مرزی ضرایب تاثیر تنها یک بار محاسبه شده و ضرایب تاثیر محاسبه شده در مسئله جریان بدون کاویتاسیون در حل جریان همراه با کاویتاسیون استفاده می‌شود. بال مستطیلی مورد نظر در تمامی تحلیل‌ها ناکا 16006 و طول دهانه آن 2 برابر طول وتر می‌باشد. برای مدل‌سازی ابتدا تعداد مناسب المان‌های شبکه بررسی می‌شود. در شکل 3 تغییرات ضریب فشار در مرکز دهانه بال به‌ازای تعداد المان‌های مختلف در زاویه حمله $\alpha = 5^{\circ}$ ترسیم شده است. ملاحظه می‌شود که استفاده از شبکه با المان‌های کمتر از 20×50، خطای محاسباتی بالایی دارد.



(الف) (a)



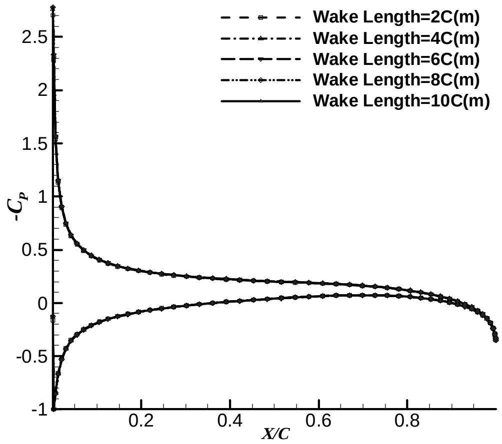
(ب) (b)

Fig. 3 Pressure distribution for mid span section of 3D wing with NACA16006 section at. $\alpha = 5^{\circ}$ for different number of elements a)All over b) Optional point

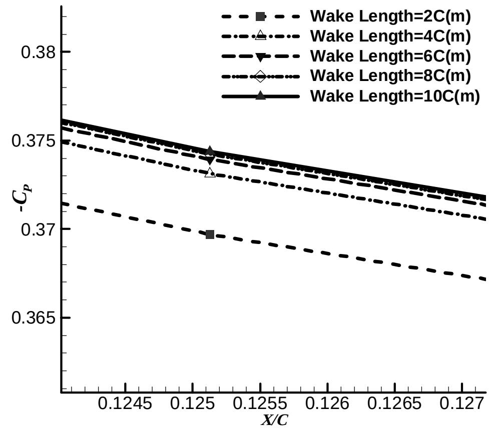
شکل 3 تغییرات ضریب فشار در وسط دهانه بال با مقطع ناکا 16006 به ازای تعداد المان‌های مختلف در حالت $\alpha = 5^{\circ}$ الف) کل قسمت ب) یک نقطه اختیاری

با توجه به اینکه نتایج شبکه $N = 50 \times 10$ و $N = 50 \times 20$ بر طبق شکل 3 برهم منطبق شده‌اند، می‌توان نتیجه گرفت که افزایش المان‌ها در راستای دهانه بال تاثیر چندانی بر نتایج نهایی نمی‌گذارد. از این رو در مدل‌سازی از شبکه $N = 50 \times 20$ استفاده شده است. در این پژوهش طول دنباله ده برابر وتر در نظر گرفته شده است. جهت بررسی این پارامتر، در شکل 4 اثر تغییر این طول بر توزیع ضریب فشار در مقطع میانی بال مورد بررسی قرار گرفته است، ملاحظه می‌شود که استفاده از دنباله با طول 10 برابر وتر از دقت کافی برخوردار بوده و افزایش این طول تاثیر ناچیزی در جواب نهایی دارد. بر این اساس طول دنباله در مدل‌سازی‌های انجام گرفته، 10 برابر طول وتر در نظر گرفته شده است.

در شکل‌های 5 و 6 اعتبار سنجی نتایج بدست آمده در مقایسه با نتایج تجربی فالکو [18] و نتایج عددی انجام شده با استفاده از نرم‌افزار فلوئنت در دو نقطه‌ی مختلف از دهانه بال انجام شده است. همانطور که از شکل 5 و 6 مشاهده می‌شود نتایج مدل‌سازی در حالت بدون کاویتی دارای دقت مناسبی در مقایسه با نتایج تجربی می‌باشد و اختلاف اندکی در مقطع نوک بال در قسمت نزدیک لبه فرار در مقایسه با نتایج تجربی مشاهده می‌شود که در نتایج تجربی در شرایط وقوع کاویتی در این قسمت کاویتاسیون گردابه‌ای رخ



(الف) (a)



(ب) (b)

Fig. 4 Pressure distribution for mid span section. 3D NACA16006 hydrofoil. $\alpha = 5^{\circ}$ for different number of elements a)All over b) Optional point

شکل 4 تغییرات ضریب فشار در وسط دهانه هیدروفویل سه بعدی ناکا 16006 در حالت $\alpha = 5^{\circ}$ الف) کل قسمت ب) یک نقطه اختیاری

می‌دهد. تصویر سه بعدی توزیع ضریب فشار بر روی بال با مقطع NACA16006 در زاویه حمله $\alpha = 5^{\circ}$ در شکل 7 نشان داده شده است.

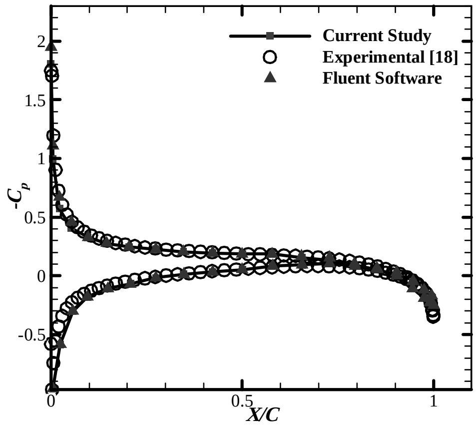


Fig. 5 Pressure distribution for mid span section compared with experimental data [18]. 3D wing with NACA16006 section at $\alpha = 5^{\circ}$

شکل 5 ضریب فشار در وسط دهانه هیدروفویل سه بعدی ناکا 16006 با نتایج آزمایشگاهی [18] در زاویه حمله $\alpha = 5^{\circ}$

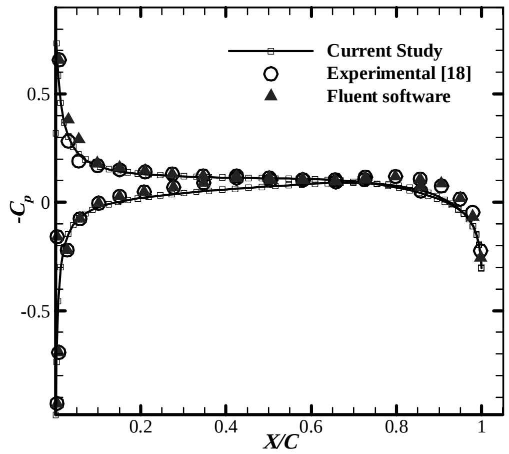


Fig. 6 Pressure distribution for tip span section, compared with experimental data [18]. 3D wing with NACA16006 section at $\alpha = 5^{\circ}$

شکل 6 اعتبارسنجی ضریب فشار در نوک هیدروفویل سه بعدی ناکا 16006 با نتایج آزمایشگاهی [18] در زاویه $\alpha = 5^{\circ}$

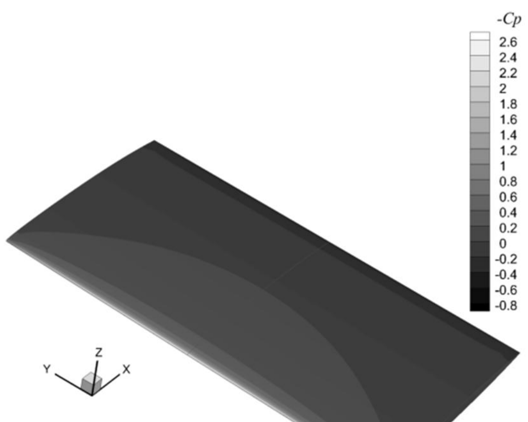
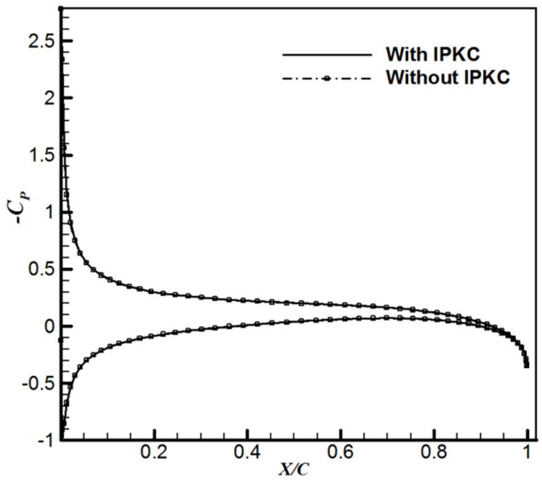


Fig. 7 Pressure distribution. 3D NACA16006 hydrofoil $\alpha = 5^{\circ}$

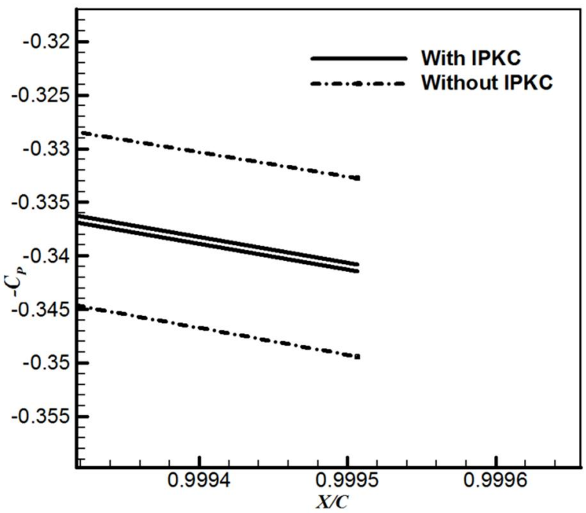
شکل 7 ضریب فشار بر روی بال با مقطع ناکا 16006 در زاویه $\alpha = 5^{\circ}$

در مدل‌سازی جریان بدون کاویتاسیون که تاکنون مورد بررسی قرار گرفت از شرط مرزی کوتای مورینو برای سطح دنباله استفاده شده است. در شکل 8 تفاوت ضریب فشارمحاسبه شده در دو حالت استفاده از شرط کوتای مورینو و فشاری تکرار شونده مشاهده می‌شود.

اما دو شرط مورد نظر می‌بایست از لحاظ دقت و هزینه محاسبات در مقایسه باهم مورد بررسی قرار گیرند. همانطور که در جدول 1 مشاهده می‌شود استفاده از شرط کوتای مورینو اختلاف سه برابری ضریب فشار در مقایسه با شرط فشاری تکرار شونده در لبه فرار را دارا می‌باشد. از طرف دیگر زمان حل با استفاده از شرط فشاری تکرار شونده دو برابر شرط مورینو می‌باشد. با توجه به اینکه زمان حل با استفاده از شرط کوتای فشاری تکرار شونده در مقایسه با شرط مورینو بیشتر می‌باشد، اما از طرف دیگر زمان حل این شرط بسیار کم می‌باشد. به همین منظور استفاده از شرط کوتای فشاری تکرار شونده مناسب‌تر به نظر میرسد.



(الف) (a)



(ب) (b)

Fig. 8 Pressure distribution.at mid-span on 3D wing with NACA16006 section at $\alpha = 5^{\circ}$, with and without IPKC conditions a)All over b)T.E region

شکل 8 مقایسه توزیع ضریب فشار بدست آمده در مرکز دهانه بال با مقطع ناکا 16006 در دوحالت استفاده از شرط کوتای مورینو و شرط کوتای فشاری تکرار شونده ($\alpha = 5^{\circ}$) الف) کل قسمت ب) لبه‌ی فرار

جدول 1 مقایسه دو شرط کوتای مورد استفاده در مدل‌سازی جریان بدون کاویتاسیون در شرایط $\alpha = 5^{\circ}$

Table 1 Comparison of two Kutta conditions for $\alpha = 5^{\circ}$ without cavitation

پارامترهای مورد بررسی	شرط کوتای مورینو	شرط کوتای فشاری تکرار شونده
زمان همگرایی(ثانیه)	25	68
اختلاف ضریب فشار مرکز دهانه بال در لبه حمله	0.017	0.005

در مرحله بعد نتایج مربوط به جریان همراه با کاویتاسیون به‌ترتیب جزئی و گسترده را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

در ابتدا بررسی تعداد المان در راستای وتر و دنباله بر روی سطح بال را مورد بررسی قرار می‌دهیم. همانطور که از شکل 9 مشاهده می‌شود، استفاده از تعداد 100 المان در راستای وتر جهت مدل‌سازی جریان همراه با کاویتاسیون مناسب بوده و با افزایش تعداد المان در این راستا تغییری در نتایج مشاهده نمی‌شود.

با توجه به شکل 10 مشاهده می‌شود که افزایش تعداد المان در راستای دهانه بال اثر ناچیزی بر روی طول کاویتی محاسبه شده دارا می‌باشد. در نتیجه همانند حالت بدون کاویتاسیون با توجه به بررسی که در بخش مورد نظر انجام شد، در این بخش تعداد 20 المان در راستای دهانه بال در نظر گرفته شده است.

تصویر سه بعدی گستردگی کاویتی بر روی بال با مقطع NACA16006 در $\alpha = 4^{\circ}$ و $\sigma = 0.6$ در شکل 11 نشان داده شده است.

در ادامه، جهت اطمینان از نتایج مدل‌سازی انجام گرفته در زمینه‌ی جریان همراه با کاویتاسیون مقایسه با نتایج آزمایشگاهی ارائه می‌شود. به همین منظور با استفاده از نتایج آزمایش انجام گرفته توسط آکون [16] همانطور که در شکل 12 مشاهده می‌شود، تحلیل جریان با زاویه‌ی حمله $\alpha = 6^{\circ}$ و عدد کاویتاسیون $\sigma = 0.628$ انجام گرفته است.

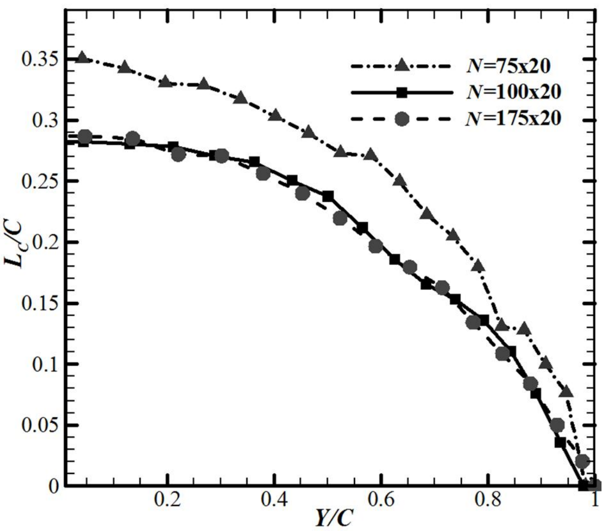


Fig. 9 Cavity lengths along the span for 3D wing with NACA16006 section at $\alpha = 4^{\circ}$, $\sigma = 0.6$ for different chord-wise elements

شکل 9 تغییر طول کاویتی در نیمه دهانه بال با مقطع ناکا 16006 به ازای المان متفاوت در راستای وتر بال($\alpha = 4^{\circ}$ و $\sigma = 0.6$)

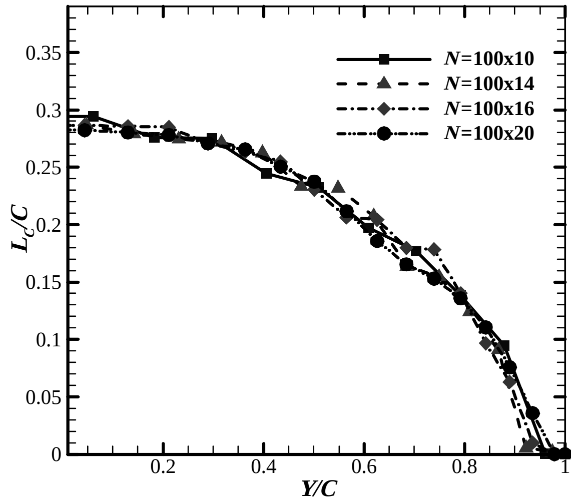


Fig. 10 Cavity length along the span on 3D wing with NACA16006 section at $\alpha = 4^{\circ}, \sigma = 0.6$ for different spanwise elements

شکل 10 تغییر طول کاویتی در نیمه دهانه بال با مقطع ناکا 16006 به ازای المان متفاوت در راستای دهانه بال($\alpha = 4^{\circ}$ و $\sigma = 0.6$)

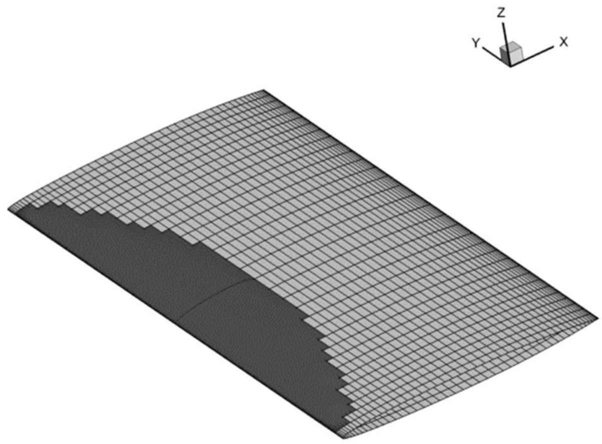


Fig. 11 Cavity length (L_C) on 3D rectangular wing at $\alpha = 4^{\circ}$ and $\sigma = 0.6$

شکل 11 طول کاویتی تشکیل شده بر روی بال مستطیلی ($\alpha = 4^{\circ}$ و $\sigma = 0.6$)

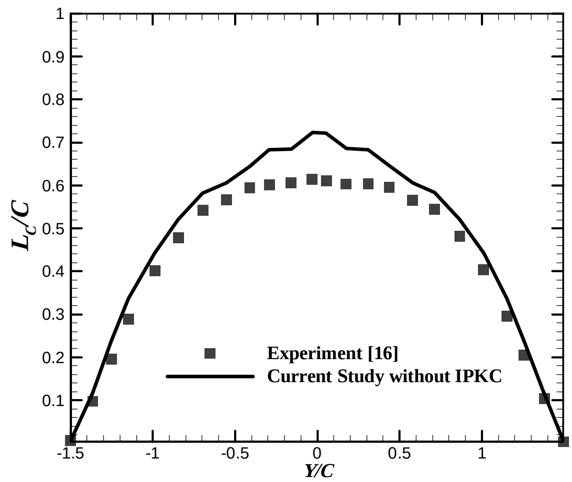


Fig. 12 Cavity lengths along the span for 3D wing with NACA16206 section at $\alpha = 6^{\circ}$ and $\sigma = 0.628$. compared with experiments [16]

شکل 12 اعتبار سنجی طول کاویتی تشکیل شده بر روی هیدروفویل سه بعدی با مقطع ناکا 16206 در $\alpha = 5^{\circ}$ و $\sigma = 0.628$ در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی[16]

تصویر سه بعدی توزیع ضریب فشار بر روی بال در مدل‌سازی فوق در شکل 13 نشان داده شده است.

با توجه به شکل 12 مشاهده می‌شود که مدل‌سازی فوق دارای دقت قابل قبولی می‌باشد و می‌توان به این صورت بیان کرد که روش المان مرزی دقت خوبی در پیش‌بینی جریان همراه با کایتاسیون دارا می‌باشد.

شکل‌های 9 تا 13 در حالت استفاده از شرط کوتای مورینو می‌باشند. در ادامه مقایسه مدل‌سازی جریان همراه با کاویتاسیون در شرایط $\alpha = 4^{\circ}$ و $\sigma = 0.6$ در حالت استفاده از شرط کوتای فشاری تکرار شونده را انجام می-دهیم و نتایج حاصل از آن را با یکدیگر مقایسه می‌کنیم.

در شکل14 تفاوت ضریب فشارمحاسبه شده در دو حالت استفاده از شرط کوتای مورینو و فشاری تکرار شونده مشاهده می‌شود.

با توجه به جدول 2 مشاهده می‌شود که استفاده از شرط کوتای مورینو در مدل‌سازی جریان همراه با کاویتاسیون جزئی مناسب می‌باشد و استفاده از شرط کوتای فشاری تکرار شونده، علی‌رقم اینکه دارای دقت بسیار خوبی از لحاظ ارضای شرط دینامیک در ناحیه دنباله می‌باشد، ولی دارای هزینه محاسباتی بیشتری نسبت به شرط کوتای مورینو می‌باشد به همین خاطر استفاده از این شرط در این جریان‌ها پیشنهاد نمی‌شود.

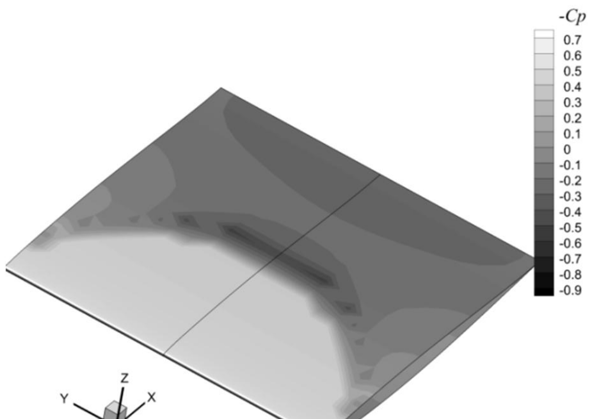
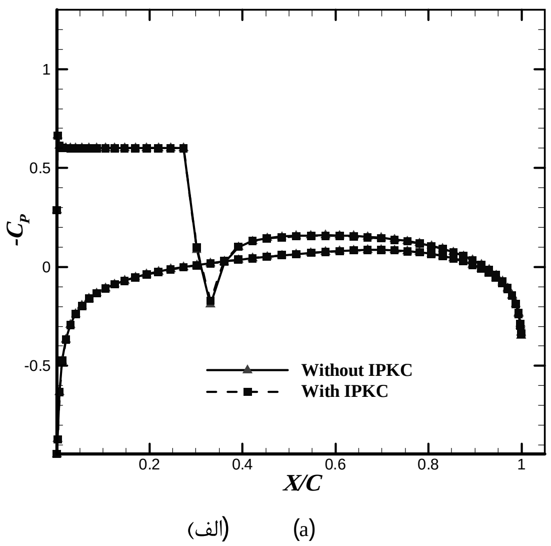
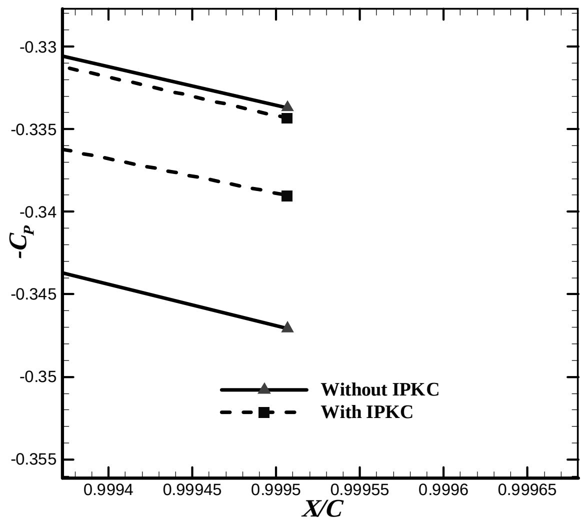


Fig. 13 Pressure distribution over the 3D wing with NACA16206 section at $\alpha = 6^{\circ}, \sigma = 0.628$

شکل 13 توزیع ضریب فشار بر روی هیدروفویل سه بعدی ناکا 16206($\alpha = 6^{\circ}$ و $\sigma = 0.628$)



(الف) (a)



(ب) (b)

Fig. 14 Pressure distribution.at mid-span on rectangular wing at $\alpha = 4^{\circ}$, $\sigma = 0.6$ with and without using IPKC a)All over b)T.E region

شکل 14 مقایسه توزیع ضریب فشار بدست آمده در مرکز دهانه بال در دو حالت استفاده از شرط کوتای مورینو و شرط کوتای فشاری تکرار شونده ($\alpha = 4^{\circ}$ و $\sigma = 0.6$) الف) کل قسمت ب) لبه‌ی فرار

جدول 2 مقایسه دوشرط کوتای مورد استفاده در مدل‌سازی جریان همراه با کاویتاسیون جزئی در شرایط $\alpha = 4^{\circ}$ و $\sigma = 0.6$

Table 2 Comparison of two Kutta conditions in modeling of partial cavitation at $\alpha = 4^{\circ}$ و $\sigma = 0.6$

پارامترهای مورد بررسی	شرط کوتای مورینو	شرط کوتای فشاری تکرار شونده
زمان همگرایی(ثانیه)	658	1066
تعداد تکرار جهت همگرایی کامل	18	4
اختلاف ضریب فشار مرکز دهانه بال در لبه حمله (شکل b)	0.01	0.005

طول کاویتی محاسبه شده در دو حالت استفاده از شرط کوتای مورینو و فشاری تکرار شونده در مقایسه با نتایج دانگ [9] در شکل 15 ارائه شده است. دانگ از مدل غیرخطی کامل روش المان مرزی به همراه جت بازگشتی در انتهای کاویتی در شبیه‌سازی خود استفاده کرد. همانطور که در شکل 15 مشاهده می‌شود نتایج تقریبا بر هم منطبق هستند و اختلاف موجود در طول کاویتی به دلیل مدل بسته شدن کاویتی همراه با جت بازگشتی در شبیه-سازی دانگ می‌باشد. زیرا همانطور که واز [11] نشان داد، مدل غیرخطی کامل همراه با جت بازگشتی در مقایسه با مدل غیرخطی پاره‌ای طول کاویتی را کمتر پیش بینی می‌کند.

جهت بررسی دو شرط کوتای مورینو و فشاری تکرار شونده در جریان همراه با کاویتاسیون گسترده، جریان با شرایط $\alpha = 8^{\circ}$ و $\sigma = 0.5$ را در نظر می‌گیریم. در این حالت کاویتی گسترده تشکیل شده بر روی بال در مقایسه با مدل‌سازی انجام گرفته توسط واز [11] بصورت شکل 16 می‌باشد.

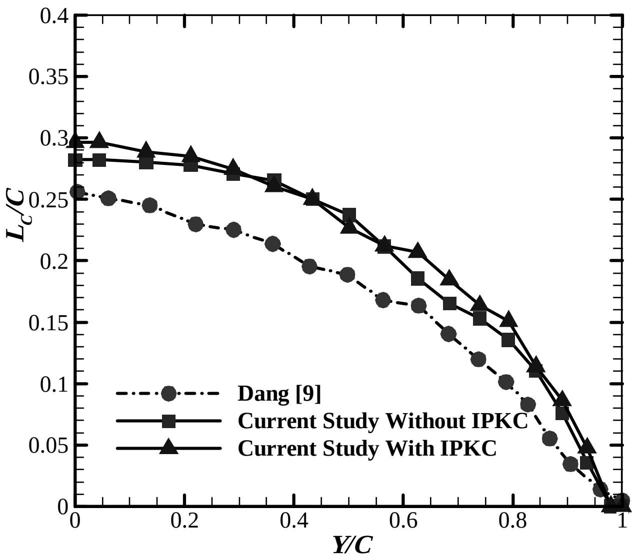


Fig. 15 Cavity length (L_C) on half of the rectangular wing at $\alpha = 4^{\circ}$ and $\sigma = 0.6$ for with and without IPKC.

شکل 15 طول کاویتی محاسبه شده بر روی بال مستطیلی در دوحالت استفاده از شرط کوتای مورینو و فشاری تکرار شونده ($\alpha = 4^{\circ}$ و $\sigma = 0.6$)

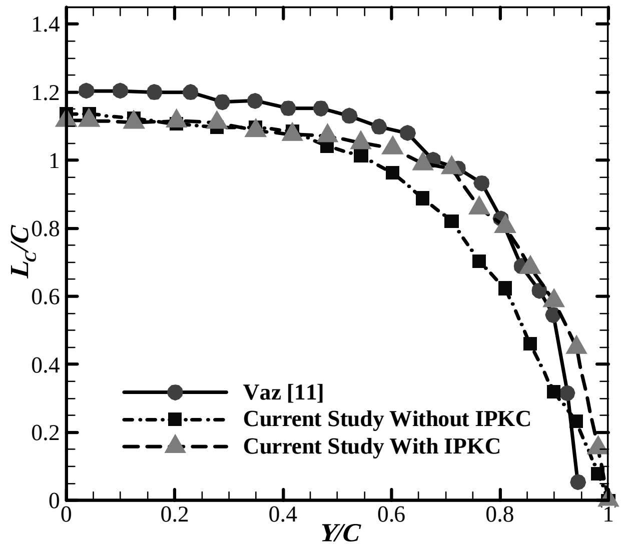


Fig. 16 Super cavity length (L_C) on half of rectangular wing.at $\alpha = 8^{\circ}$ and $\sigma = 0.5$ for with and without using IPKC

شکل 16 طول کاویتی گسترده محاسبه شده بر روی بال مستطیلی در دوحالت استفاده از شرط کوتای مورینو و فشاری تکرار شونده ($\alpha = 8^{\circ}$ و $\sigma = 0.5$)

همانطور که از شکل 16 مشاهده می‌شود این مدل‌سازی دارای دقت بسیار خوبی در مقایسه با نتایج ارائه شده توسط واز می‌باشد که در شکل 17 تصویر سه بعدی کاویتی گسترده شده بر روی بال در حالت استفاده از شرط کوتای فشاری تکرار شونده ارائه شده است.

اگر ضریب فشار محاسبه شده در مرکز دهانه بال در دو حالت استفاده از شرط کوتای مورینو و شرط کوتای فشاری تکرار شونده را ترسیم کنیم، همانطور که از شکل 18 مشاهده می‌شود شرط مرزی دینامیک و به عبارتی عدم اختلاف فشار در ناحیه دنباله در حالت استفاده از شرط کوتای مورینو برقرار نمی‌شود.

بنابراین با توجه شکل 18 می‌بایست از شرط کوتای فشاری تکراری جهت مدل‌سازی کاویتی گسترده با استفاده از مدل غیرخطی پاره‌ای روش المان مرزی استفاده کنیم.

مقایسه دو شرط کوتای موردنظر در شرایط $\sigma = 0.5$ و $\alpha = 8^{\circ}$ بصورت جدول می‌باشد، در این حالت مقدار اختلاف قابل قبول سطح بالا و پایین کاویتی در انتهای آن، $\varepsilon \leq 0.005$ در نظر گرفته شده است. به عبارتی دیگر در جریان همراه با کاویتاسیون گسترده همگرایی زمانی حاصل می‌شود که فاصله سطح بالا و پایین کاویتی در لبه فرار آن به کمتر از مقدار خطای در نظر گرفته شده برسد.

این محاسبات توسط یک کامپیوتر هفت هسته‌ای با قدرت پردازش 2100 مگاهرتز و حافظه 6 گیگابایت انجام شده‌اند. همانطور که از جدول مشاهده می‌شود در حالت وقوع کاویتاسیون گسترده می‌بایست از شرط کوتای فشاری تکراری در سطح دنباله جهت برقراری شرط عدم اختلاف فشار (شرط دینامیک) استفاده شود. که در این حالت هزینه‌ی محاسبات جهت همگرایی بالا بوده اما با توجه به برقراری شرایط مناسب‌تر در سطح دنباله تعداد تکرار جهت همگرایی کمتر می‌باشد.

5- نتیجه گیری

در این مقاله جریان همراه با کاویتاسیون گسترده بر روی بال با مقطع ناکا 16006 مورد بررسی قرار گرفت و نشان داده شد که روش المان مرزی یک روش با دقت مناسب و دارای هزینه محاسباتی کم در مدل‌سازی جریان همراه با کاویتاسیون می‌باشد. همچنین بطور ویژه دو شرط مرزی مورد استفاده در سطح دنباله در مدل‌سازی با استفاده از روش المان مرزی به طور کامل مورد ارزیابی قرار گرفت و نشان داده شد که در مدل‌سازی جریان بدون کاویتاسیون با توجه به زمان محاسباتی بسیار کم هر دو روش و از طرفی دقت بالاتر شرط مرزی تکراری، این شرط مرزی مناسب‌تر می‌باشد و در مدل‌سازی جریان همراه با کاویتاسیون جزئی با توجه به اینکه کاویتی از لبه فرار جسم عبور نکرده و سطح دنباله تحت تاثیر کاویتی نمی‌باشد، فرض برابر بودن پتانسیل در یک نوار المانی با پتانسیل لبه فرار و به عبارتی دیگر استفاده از شرط کوتای مورینو شرط فیزیکی عدم اختلاف فشار در سطح دنباله را با تقریب مناسبی برقرار می‌کند و استفاده از شرط کوتای فشاری تکراری تنها باعث افزایش تقریبا دو برابری هزینه محاسبات می‌شود. اما در حالت وقوع کاویتاسیون گسترده چون بخشی از سطح دنباله تحت تاثیر کاویتی عبور کرده از لبه فرار جسم قرار می‌گیرد و در این بخش پتانسیل تغییر می‌کند، بنابراین فرضیه برابر بودن پتانسیل در سطح دنباله با اختلاف پتانسیل سطح

جدول 3 مقایسه دو شرط کوتای مورد استفاده در مدل‌سازی جریان همراه با کاویتاسیون گسترده در شرایط $\alpha = 8^{\circ}$ و $\sigma = 0.5$

Table 3 Comparison of Kutta conditions in current study. $\alpha = 8^{\circ}$ و $\sigma = 0.5$

پارامترهای مورد بررسی	شرط کوتای مورینو	شرط کوتای فشاری تکرار شونده
زمان همگرایی(ثانیه)	975	1625
تعداد تکرار جهت همگرایی کامل	15	10
اختلاف ضریب فشار مرکز دهانه بال در لبه حمله	0.205	0.007

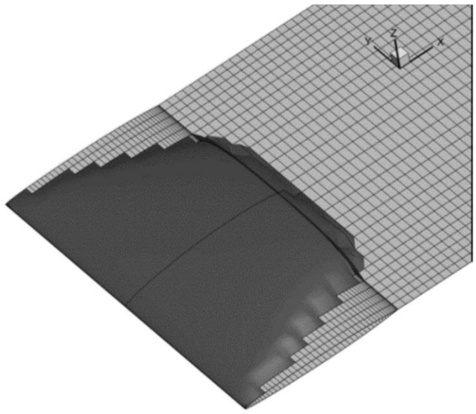
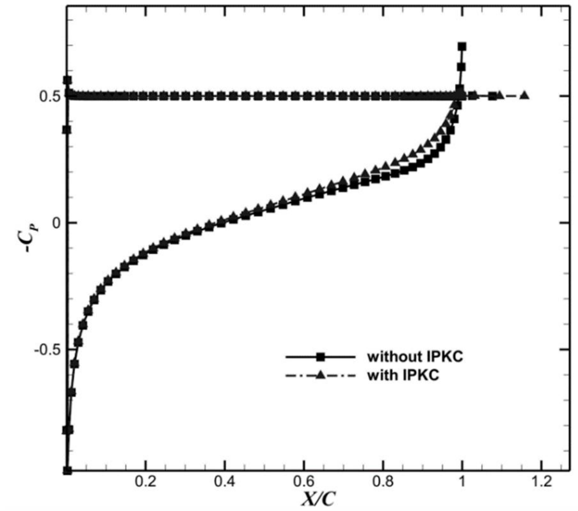
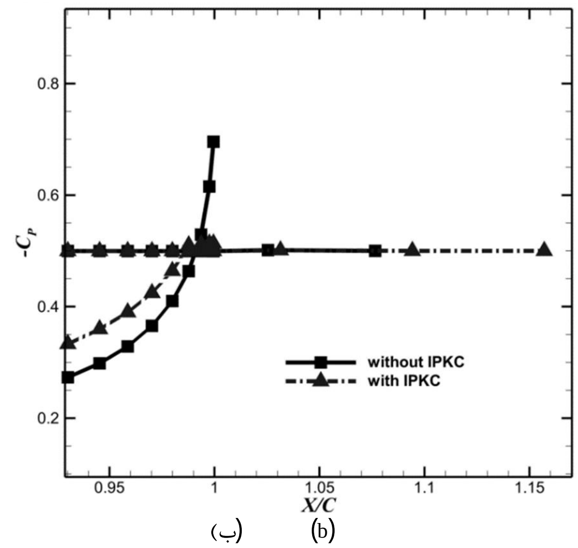


Fig. 17 Super cavity length (L_C) on the rectangular wing at $\alpha = 8^{\circ}$ and $\sigma = 0.5$ for with and without IPKC.

شکل 17 طول کاویتی گسترده محاسبه شده بر روی بال مستطیلی در دوحالت استفاده از شرط کوتای مورینو و فشاری تکرار شونده ($\alpha = 8^{\circ}$ و $\sigma = 0.5$)



(الف) (a)



(ب) (b)

Fig. 18 Pressure distribution.at mid-span of rectangular wing at $\alpha = 8^{\circ}$, $\sigma = 0.5$ for with and without IPKC. a)All over b)T.E region

شکل 18 مقایسه توزیع ضریب فشار بدست آمده در مرکز دهانه بال در دوحالت استفاده از شرط کوتای مورینو و شرط کوتای فشاری تکرار شونده ($\alpha = 8^{\circ}$ و $\sigma = 0.5$) الف) کل قسمت ب) لبه‌ی فرار

بالا و پایین لبه فرار در هر نوار المانی با استفاده از شرط کوتای مورینو در این حالت دارای خطای بالایی بوده و استفاده از این شرط مناسب نمی‌باشد و باید از شرط کوتای فشاری تکراری استفاده شود. از طرفی این مورد را باید در نظر داشت که هزینه محاسباتی شرط کوتای تکرار شونده با توجه به روند سعی و خطایی که با استفاده از معادله نیوتون رافسون انجام می‌گیرد بیشتر از شرط کوتای مورینو می‌باشد.

6- فهرست علائم

C_P	ضریب فشار
G	ضریب تاثیر ناشی از توزیع چشمه بر روی المان
$\partial G/\partial n_{\bar{x}}$	ضریب تاثیر ناشی از توزیع دوگان بر روی المان
L_C	طول کاویتی(m)
P	فشار(Pa)
S_B	ناحیه محاسباتی خیس از سطح جسم (m)
S_{BC}	ناحیه محاسباتی کاویتی از سطح جسم (m)
$S_W \cup S_{CW}$	ناحیه محاسباتی سطح دنباله (m)
s_1, s_2, s_3	مولفه‌های محور مختصات محلی چسبیده بر سطح (m)
t_1, t_2, t_3	مولفه‌های یکه محور مختصات محلی چسبیده بر سطح
t	زمان (s)
V	بردار سرعت جریان ورودی (ms^{-1})
V_{in}	اندازه بردار سرعت جریان ورودی (ms^{-1})
$V_{S_1}, V_{S_2}, V_{S_3}$	مولفه‌های سرعت محور مختصات محلی (ms^{-1})
Z	ارتفاع از سطح سیال (m)

علایم یونانی

σ	عدد کاویتاسیون
α	زاویه حمله جریان ورودی ($^\circ$)
δ	ضخامت انتهای کاویتی (m)
η	ارتفاع کاویتی در سطح جسم (m)
η_w	ارتفاع کاویتی در سطح دنباله (m)
$\emptyset_0$	مقدار پتانسیل در نقطه شروع کاویتی

بالانویس‌ها

+	مشخصه‌ی سطح بالای کاویتی در سطح دنباله
−	مشخصه‌ی سطح پایین کاویتی در سطح دنباله

زیرنویس‌ها

TE	لبه فرار
i, j, m	شمارنده المان
tot	مجموع

7- تشکر وقدردانی

نویسندگان مقاله از آقایان دکتر نوروزی و مهندس رضا زمندی جهت کمک- هایی که در انجام این مقاله کرده‌اند تشکر و قدردانی می‌کنند.

8- مراجع

[1] J. S. Uhlman, The surface singularity method applied to partially cavitating hydrofoils, *Journal of Ship Research*, Vol. 2, No. 31, pp. 107-124, 1987.
[2] J. S. Uhlman, The surface singularity or boundary integral method applied to supercavitating hydrofoils, *Journal of Ship Research*, Vol. 3, No. 1, pp. 16-20, 1989.
[3] W. S. Vorus, *A theoretical study of the use of supercavitation/ ventilation for underwater body drag reduction*, VAI Technical Report, Vorus & Associates Inc., Gregory, MI., 1991.
[4] Y. Chou, Axisymmetric cavity flows past slender bodies of revolution, *Journal of Hydronautic*, Vol. 8, No. 1, pp. 13-18, 1974.
[5] N. E. Fine, S. A. Kinnas, A boundary element method for the analysis of the flow around 3-D cavitating hydrofoils, *Journal of Ship Research*, Vol. 37, No. 3, pp. 213-224, 1993.
[6] S. A. Kinnas, N. E. Fine, Non-linear analysis of the flow around partially or super-cavitating hydrofoils by a potential based panel method, *Boundary Integral Methods*, Vol. 23, No. 1, pp. 289-300, 1991.
[7] J. Dang, G. Kuiper, Re-entrant jet modeling of partial cavity flow on two dimensional hydrofoils, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 121, No. 4, pp. 773-780, 1999.
[8] G. Kuiper, J. Dang, Re-Entrant Jet Modeling of Partial Cavity Flow on Three Dimensional Hydrofoils, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 121, No. 4, pp. 781-787, 1999.
[9] J. Dang, *Numerical simulation of unsteady partial cavity flows*, PhD Thesis, Delft University of Technology, Delft, 2001.
[10] V. P. Carey, Verification Study for BEM Models in 2D Cavitating Flows, *CMCE 2004 Proceeding*, Lisbon, Portugal, pp. 23-40, 2004.
[11] G. Vaz, *Modelling of sheet cavitation on hydrofoils and marine propellers using boundary element methods*, PhD Thesis, Lisbon University of Technology, Lisbon, 2005.
[12] P. Krishnaswamy, Re-entrant jet modelling for partially cavitating hydrofoil, *proceeding of Cav2001*, California, USA, 2001.
[13] M. Changizian, *Reduced-order modeling of unsteady partial cavity flows over 3D hydrofoil by using boundary element method*, PhD Thesis, Department of Mechanical Engineering, Shahid Chamran University, Ahvaz, 2013. (in Persian فارسی)
[14] M. Behbahani-Nejad, M. Changizian, Reduced-order modeling of three-dimensional unsteady partial cavity flows, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 52, No. 4, pp. 1-15, 2015.
[15] M. Behbahani-Nejad, M. Changizian, A fast non-iterative numerical algorithm to predict unsteady partial cavitation on hydrofoils, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 37, No. 9, pp. 6446–6457, 2013.
[16] Y., Ukon, Cavitation characteristics of a finite swept wing and cavitation noise reduction due to air injection, *Proceedings of the International Symposium on Propeller and Cavitation*, Netherlands, pp.383-390, 1986.
[17] J. Kerwin, S. A. Kinnas, J. Lee, W. A Shih, A Surface panel method for the hydrodynamic analysis of ducted propellers, *Journal of Ship Research*, Vol. 95, No. 1, pp. 93-122, 1987.
[18] J. C. Falcao, Two-dimensional modelling of partial cavitation with BEM, *Cav2003 Proceedings*, Osaka, Japan, 2003.