



## بررسی تحلیلی و عددی صفحات کامپوزیتی تحت بارگذاری ضربه‌ای سرعت پایین با پرتابه‌های متفاوت

سجاد صیפורی<sup>1\*</sup>، مرضیه حسینی<sup>2</sup>

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه ولی عصر(عج)، رفسنجان  
2- کارشناس ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه ولی عصر(عج)، رفسنجان  
\* رفسنجان، صندوق پستی 518، sajjad.seifoori@vru.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 08 آبان 1396  
پذیرش: 11 دی 1396  
ارائه در سایت: 03 بهمن 1396

کلید واژگان:

ورق کامپوزیتی  
برخورد جرم کوچک  
شبیه‌سازی عددی  
مدلسازی تحلیلی  
شکل ضربه‌زننده

### چکیده

در پژوهش حاضر اثر شکل پرتابه بر روی پاسخ صفحات کامپوزیتی ارتوتروپیک به روش تحلیلی و عددی برای دو حالت بدون لایه‌لایه‌شدگی و با لایه‌لایه‌شدگی مورد بررسی قرار گرفته است. در روش تحلیلی از مدل جرم و فنر استفاده شده و روش جدیدی برای بررسی برخورد دو پرتابه تخت و مخروطی ارائه شده است. در روش عددی برخورد انواع پرتابه‌ها به ورق با استفاده از بسته اجزا محدود انسیس و ال اس داین شبیه‌سازی شده است. کامپوزیت مورد استفاده از جنس کربن/اپوکسی است و ضخامت صفحه در اندازه‌های 2، 4، 6 میلی‌متر بررسی شده است. جرم ضربه‌زننده 3 گرم و سرعت برخورد برای هر ضخامت ورق متفاوت می‌باشد. برای بررسی اثر شکل پرتابه سه نوع ضربه‌زننده کروی، مخروطی و استوانه ای سر تخت مدلسازی شده است. زمان برخورد، بیشینه و تاریخچه جابه‌جایی مرکز ورق و نیروی تماس برای سه ضربه‌زننده مختلف بدست آمده و با یکدیگر مقایسه شده اند. نتایج عددی و تحلیلی بدست آمده در این پژوهش با یکدیگر مقایسه شده است و نتایج دارای تطابق و همگرایی خوبی هستند. طبق نتایج بدست آمده در همه پرتابه‌ها، بیشینه جابه‌جایی در مرکز ورق در هنگامی که لایه‌لایه‌شدگی اتفاق می‌افتد، بیشتر از زمانی است که آسیبی رخ نمی‌دهد. همچنین طبق نتایج بدست‌آمده بیشینه جابه‌جایی در مرکز ورق برای هر دو حالت با و بدون لایه‌لایه‌شدگی برای پرتابه تخت در مقایسه با دیگر پرتابه‌ها کمتر است و بلمکس بیشینه نیروی تماس برای هر دو حالت با و بدون لایه‌لایه‌شدگی برای پرتابه تخت بیشتر است.

## Analytical and Numerical study of composite plates under impact loading at low velocity with different strikers

Sajjad Seifoori\*, Marzieh Hosseini

Department of Mechanical Engineering, Vali-e-Asr University of Rafsanjan, Iran  
\* P.O.B. 518 rafsanjan, Iran, sajjad.seifoori@vru.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 29 January 2017  
Accepted 01 March 2017  
Available Online 23 January 2018

#### Keywords:

Composite laminate  
Small mass impact  
Numerical simulation  
Analytical modeling  
Striker shape

### ABSTRACT

In this research the influence of the striker shape on orthotropic composite plates for states, no damage (delamination) and damaged (delamination) are studied. In the analytical method, the spring mass system is used and new analytical model for flat and conical strikers are investigated. In the numerical method, the impact of different strikers on the composite laminate is simulated by using of finite element package (Ansys/Ls Dyna). These studies have been done on plates made of carbon and epoxy and the sheet thickness has been investigated in the size of 2, 4 and 6 mm. The striker mass is 3 g and its velocity for each thickness is different. To investigate the effects of the striker shape, three nose shapes spherical, conical and cylindrical with flat nose are modeled. The impacting time, the displacement time history and the maximum central deflection, and the contact force for all strikers are obtained and compared with each other. The results of analytical model are good agreement with numerical simulation. According to the results, when the delamination occurs, the maximum central deflection is more than once that damage dose not occurs. According to the results, the maximum central deflection of the flat striker on for both cases, with and without delamination, is less than the other strikers, conversely, the maximum contact force is more than the other strikers.

### 1- مقدمه

خوب، البته در مقابل مزایای ذکر شده، این مواد در مقایسه با فلزات معایبی نیز دارند یکی از مهمترین معایب این مواد، ضعف در برابر ضربه می‌باشد که باعث آسیب داخلی در آن‌ها می‌شود و مقاومت ساختار را به طور قابل توجه کاهش می‌دهد. علاوه بر این عیب چقرمگی شکست پایین، تردی و

استفاده روز افزون از مواد کامپوزیتی، نشانگر مزیت‌های بسیار زیاد این مواد می‌باشد. برخی از مزایای این مواد عبارتند از نسبت استحکام و سفتی ویژه بالا، چگالی پایین، مقاومت در مقابل خوردگی و سایش و قابلیت طراحی

### Please cite this article using:

S. Seifoori, M. Hosseini, Analytical and Numerical study of composite plates under impact loading at low velocity with different strikers, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 02, pp. 53-60, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

یک ورق کامپوزیت با تکیه‌گاه تمام‌گیردار را بررسی کردند. آنها به این نتیجه رسیدند که سرعت ضربه زنده نسبت به جرم آن در نیروی تماسی، کاهش خیز ورق و زمان اعمال ضربه موثرتر است. آن‌ها همچنین نشان دادند که در ضربه‌زنده جرم کوچک، با تغییر زوایای چیدمان الیاف، تغییر چندانی در نیروی تماسی و خیز ایجاد نمی‌گردد، در حالی که برای ضربه زنده جرم بزرگ، اختلاف در مقدار خیز قابل ملاحظه است. زهانگ<sup>5</sup> [9] یک مدل المان محدود موثر برای پیش‌بینی آسیب برخورد سرعت پایین در کامپوزیت‌های چندلایه با استفاده از مدل بارگذاری شبه‌استاتیک با تماس پیوسته ارائه داد و تاثیر تنش فشاری در سرتاسر ضخامت ورق روی میزان لایه لایه شدگی را به‌وسیله‌ی ارائه نیروی اصطکاک تماسی در جهت نیروی برشی محاسبه کرد. او شروع و انتشار آسیب در یک ورق کامپوزیت با لایه‌چینی  $[90_3/0_3]_s$  را شبیه‌سازی کرد و نتایج عددی بدست آمده در ترم‌های موقعیت، شکل و اندازه آسیب تطابق خوبی با مشاهدات تجربی داشت. تحلیل تنش سرتاسر ضخامت ورق نشان داد که با انتشار بیشتر لایه لایه شدگی در بین سطوح، یک مقاومت به وسیله نیروی اصطکاک ناشی از تنش فشاری بالا، در سرتاسر ضخامت ایجاد می‌شود. زوگار و همکاران<sup>6</sup> [10] ورق کامپوزیت شیشه/پلیمر تک‌جهته تحت برخورد با انرژی پایین را بررسی کردند. آن‌ها یکسری تست‌های برخورد با انرژی پایین روی صفحات کامپوزیت انجام دادند و نیروی برخورد، خمش، اتلاف انرژی و میزان آسیب وارده را تحلیل کردند و نتایج مدل المان محدود توسعه داده شده را با مشاهدات تجربی از قبیل آسیب ایجاد شده در لایه‌های داخلی، وسعت ناحیه آسیب دیده و دیگر پاسخ‌های مکانیکی مقایسه کردند و نتایج مدل المان محدود آن‌ها تطابق خوبی با نتایج تجربی داشت. آن‌ها این مطالعه پارامتری را انجام دادند تا تاثیر طراحی پارامترهای مربوط روی پاسخ مکانیکی کامپوزیت لایه‌لایه با این بارگذاری برخورد را مورد توجه قرار دهند. علاوه بر روش اجزای محدود صیفوری<sup>11</sup> [11] برای بررسی اثر ضربه به نانو ساختارها از روش دینامیک ملکولی استفاده کرده است. صیفوری و حاج‌عبداللهی<sup>12</sup> [12] اثر ضربه با مدل جرم و فنر بر روی ورق گرافن را بررسی کردند. قاجار و رصاف<sup>13</sup> [13] اثر شکل ضربه زنده جرم بالا با سرعت پایین را بر روی کامپوزیت شیشه ایوکسی بررسی کردند. اکرامی و همکاران<sup>14</sup> [14] اثر ضربه سقوط آزاد پرتابه با دماغه‌های متفاوت را، بر روی اهداف گلر، به صورت تجربی انجام دادند. آنها نشان دادند بیشترین نیروی تماسی در برخورد با پرتابه‌های تخت بدست می‌آید.

تا کنون اکثر کارهایی که در مورد ضربات سرعت پایین انجام شده به وسیله ضربه‌زنده نیم‌کروی بوده است. برای شناخت کامل رفتار کامپوزیت‌ها در برابر بارهای ضربه‌ای، لازم است که پاسخ آن‌ها در مقابل اشکال دیگر ضربه‌زنده‌ها بررسی شود. در پژوهش حاضر اثر شکل ضربه زنده مورد بررسی قرار می‌گیرد. برخورد سه شکل ضربه‌زنده کروی، مخروطی، تخت بررسی می‌شود. اثر شکل ضربه‌زنده بر زمان برخورد، بیشینه‌ی جابه‌جایی مرکز ورق و بیشینه نیروی برخورد و میزان آسیب مورد بررسی قرار می‌گیرد.

## 2- روابط و تئوری مسئله

مقدار جرم ضربه‌زنده نسبت به جرم هدف یکی از پارامترهای مهم در نحوه پاسخ ورق کامپوزیتی به پدیده ضربه است. تست استحکام صفحات کامپوزیت به طور مرسوم با استفاده از نمونه‌های کوچک با پرتابه‌های جرم بزرگ انجام

شکندگی، تعمیر و نگهداری و بازرسی سخت و همچنین حد تحمل خسارت پایین، از دیگر معایب این مواد به حساب می‌آیند. قطعات ماشین آلات صنعتی و سازه‌ها بیشتر اوقات علاوه بر این که تحت بارهای استاتیکی قرار دارند، تحت بارهای دینامیکی مخصوصا ضربه نیز واقع می‌گردند. به عنوان مثال، می‌توان از سقوط وزنه روی تیر یا ورق یا هر عضو سازه‌ای، در حین کار سرویس، تعمیرات و نگهداری، تصادف قطعات با هم، برخورد سنگ‌ریزه‌های کف باند با بدنه سازه‌های هوایی‌ها در حین بلند شدن از باند و یا برخورد ذرات تگرگ به سازه‌های صنعتی نام برد. از طرف دیگر از آنجا که خسارت ناشی از ضربه سرعت پایین در سازه هدف قابل مشاهده نمی‌باشد لذا حتماً می‌بایست قبل از کاربری این مواد، تحلیل پاسخ این سازه‌ها تحت ضربه با سرعت پایین صورت پذیرد. رخداد ضربه شامل حرکت پرتابه، حرکت هدف و نیز تغییر شکل در محل برخورد دو جسم می‌باشد.

شیر و پن<sup>1</sup> [1] ضربه با سرعت پایین را روی صفحات کامپوزیت استفاده از پرتابه‌های نیم‌کروی بررسی کردند. آن‌ها با بررسی سطح شکست نتیجه گرفتند که نمونه‌ها با توجه به الگو و میزان جدایش تحت تأثیر انرژی برخورد قرار می‌گیرند. ابریت<sup>2</sup> [3,2] مطالعات وسیع و گسترده‌ای را روی مدلسازی و پاسخ موارد سازه‌های کامپوزیتی به بارهای ضربه‌ای در اثر تماس خارجی و نیز بررسی آسیب و کاهش استحکام باقیمانده و مدهای شکست انجام داد. اولسون<sup>3</sup> [4] جرم معیار برای پاسخ برخورد موج کنترل‌شده صفحات کامپوزیت را بررسی کرد. وی نشان داد که نوع پاسخ به وسیله نسبت جرم پرتابه به صفحه کنترل شده است، و پاسخ برخورد صفحه‌های ارتوتروپیک از یک معیار برای برخورد جرم کوچک (موج کنترل‌شده) نتیجه می‌شود. معیار منتشرشده برای برخورد جرم بزرگ (شبه‌استاتیک) مطرح شده است. برخوردهای جرم کوچک روی لایه‌لایه‌های کامپوزیت بحرانی‌تر از برخوردهای جرم بزرگ با همان انرژی نشان داده شده است. اولسون [5] همچنین در مقاله‌ای دیگر یک راه حل با سه مورد تغییر شکل فرورفتگی، خمش یا برش برای پیش‌بینی حداکثر بار و شروع لایه‌لایه‌شدگی صفحه‌های کامپوزیتی تحت برخورد جرم کوچک ارائه داد. وی راه‌حل‌ها را برای قانون تماس هر ترم، متناسب برای صفحه‌های یکپارچه و برای قانون تماس خطی، متناسب برای پنل‌های ساندویچی ارائه داد. فرولونی<sup>4</sup> [6] ناپایداری سازه‌های توخالی تقویت‌شده تحت بار هیدرواستاتیک خارجی را برای کاربردهای صنایع فضایی، به روش المان محدود و تجربی مورد مطالعه قرار داد. در این تحقیق سازه‌هایی از جنس الیاف کربن در اندازه‌ها و با آرایش‌های مختلف ساخته شده و مورد آزمایش قرار گرفت. برای به دست آوردن روندی برای طراحی تمام مراحل، آزمایش‌ها به روش المان محدود شبیه‌سازی شد. به این ترتیب تحلیلی برای ناپایداری سازه تحت تأثیر هندسه المان‌ها بر مقاومت کمانشی سازه ارائه شد و سه مدل کمانشی مشخص که بستگی مستقیم به ارتفاع سازه داشت، تشخیص داده شد. نتایج نمونه المان محدود آن‌ها با نتایج تجربی توافق خوبی نشان می‌دهد. اولسون [7] یک مدل تحلیلی برای آغاز و رشد لایه‌لایه‌شدگی و پاسخ در طول برخورد جرم کوچک روی صفحات کامپوزیت ارتوتروپیک ارائه داد. او نتایج را به وسیله یک راه‌حل عددی گام‌به‌گام سریع از یک معادله انتگرالی بدست آورد و اندازه لایه‌لایه‌شدگی، نیرو و تاریخچه تغییر شکل را به وسیله توسعه یک مدل برخورد الاستیک پیش‌بینی کرد. پاک‌نژاد و همکاران [8] اثرات بار ضربه‌ای با جرم کوچک و سرعت پایین روی

<sup>1</sup> Shier and Pan

<sup>2</sup> Abrate

<sup>3</sup> Olsson

<sup>4</sup> Frulloni

<sup>5</sup> Zhang

<sup>6</sup> Zougar

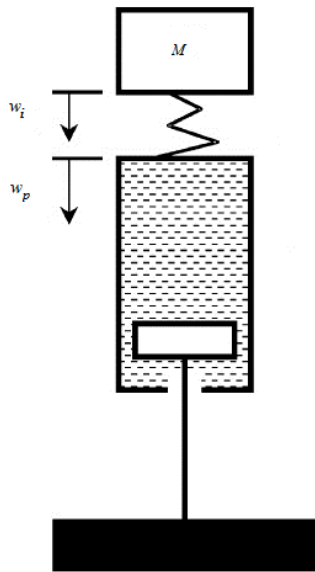


Fig. 2 spring mass model for small mass impact[5]

شکل 2 مدل جرم و فنر برخورد جرم کوچک [5]

در این رابطه  $R$  مقدار شعاع پرتابه کروی است.

$$\frac{1}{Q_H} = \frac{1}{Q_i} + \frac{1}{Q_p} \quad (4)$$

برای مقدار مدول موثر درجهت ضخامت خواهیم داشت:

$$Q_{ip} = \frac{E_z}{(1 - \nu_p^2)} \quad (5)$$

در این مقاله برای اولین بار، برای سختی تماس پرتابه های مخروطی و استوانه ای سرتخت، روابط جدیدی بر طبق قانون هرتز ارائه شده است. برای پرتابه مخروطی مطابق شکل 3 سختی تماس به صورت رابطه (6) پیشنهاد می گردد.

$$k_{\alpha C} = 2Q_H / (\pi(1 - \nu_p^2) \tan(\theta)) \quad (6)$$

در این رابطه  $\nu_p$  ضریب پواسون ورق کامپوزیت و  $\theta$  زاویه بین صفحه و دیواره مخروط است.

برای پرتابه استوانه ای با سر تخت مطابق شکل 4 رابطه (7) پیشنهاد می شود.

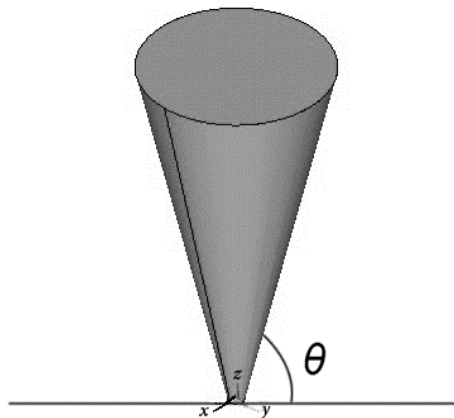


Fig.3 conical striker

شکل 3 پرتابه مخروطی

می شود. این قبیل برخوردها باعث یک پاسخ شبه‌استاتیک می شوند که نیروی تماس و مقدار خیز همانند رابطه ای که تحت یک بار استاتیک متمرکز هستند، همانند شکل 1-a دارند. در این قبیل موارد پاسخ برخورد مستقل از اندازه لایه‌ها و شرایط مرزی است. در پرتابه‌های جرم کوچک، از قبیل ذره-های کف باند فرودگاه یا دانه‌های تگرگ نیروی تماس و مقدار خیز همانند شکل 1-b هستند، که در اصل مستقل از شرایط مرزی است [7].

یک جرم متمرکز شده  $M$  با سرعت  $V_0$  که به یک صفحه ارتروپیک با ضخامت  $h$  و دانسیته  $\rho$  برخورد می کند، که باعث فرورفتگی و نیروی تماسی  $F$  می شود.  $S^*$  و  $D^*$  به ترتیب سختی‌های موثر خمشی و برشی صفحه هستند.

هنگامی که از اثرات برش صرف نظر شود، مدل جرم و فنر پاسخ به صورت شکل 2 می باشد، که جرم پرتابه،  $w_i$  جایه‌جایی پرتابه و  $w_p$  جایه‌جایی ورق است.  $k_\alpha$  مقدار سختی تماس و  $m$  عبارت است از مقدار جرم ورق در واحد مساحت برای هدف، و بنابراین از رابطه  $m = \rho h$  بدست می آید.

بر طبق قانون هرتز و بر اساس کار انجام شده در [15] خواهیم داشت:

$$F = k_\alpha \alpha^q \quad (1)$$

که مقدار  $\alpha$  مقدار تورفتگی از رابطه زیر بدست می آید:

$$\alpha = w_i - w_p \quad (2)$$

$q$  بر طبق قانون تماسی هرتز برای یک پرتابه کروی و یک تورفتگی

دایره‌ای شکل و برای شرایط کاملاً الاستیک 1.5 است. در رابطه (1) مقدار  $k_\alpha$  سختی تماس است که مطابق کار اولسون برای پرتابه‌های کروی مطابق رابطه (3) است [16,5].

$$k_{\alpha S} = 4Q_H \sqrt{R} \quad (3)$$

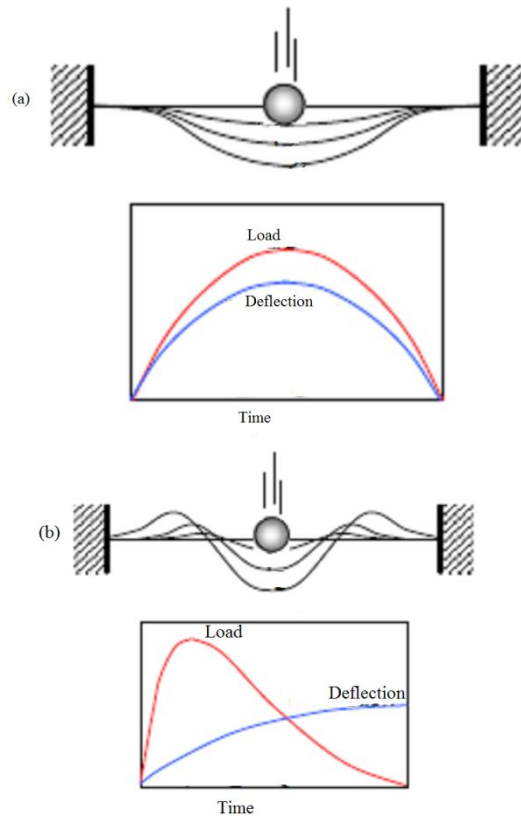


Fig. 1 comparison between (a) large mass and (b) small mass impact response [7]

شکل 1 مقایسه پاسخ ورق به جرم پرتابه (a) جرم بزرگ (b) جرم کوچک [7]

where  $\bar{F} = \bar{\alpha}^q$  ,  $q = 3/2$

$$\bar{w}_p = \int_0^{\bar{t}} \bar{F}(\bar{t}) \lambda_n \frac{2}{\pi} \arctan[(\bar{t} - \bar{t}_0)/\beta_n] d\bar{t} + \int_0^{\bar{t}-\bar{t}_0} \bar{F}(\bar{t}) \lambda_n \frac{2}{\pi} [2\beta_n/(\bar{t} + \bar{t}_0 - \bar{t})] d\bar{t} \quad (13)$$

حل چنین معادله ای به صورت مرحله به مرحله توسط تیموشینکو [17] داده شده است:

$$\alpha_0 = 0$$

$$\bar{\alpha}_{N+1} = (N + 1)\Delta\bar{t} - \frac{1}{2}\Delta\bar{t}^2 \sum_{i=0}^N \bar{x}_i^q (2N - 2i + 1) - \frac{2}{\pi} \sum_{i=0}^N \bar{x}_i^q \lambda_n [\Delta\bar{t}(N - i + 1) \arctan\left\{\frac{N - i + 1}{\beta_n} \Delta\bar{t}\right\} + \Delta\bar{t}(N - i) \arctan\left\{\frac{N - i}{\beta_n} \Delta\bar{t}\right\} - \frac{1}{2}\beta_n \ln\left\{\frac{\beta_n^2 + (N - i + 1)^2 \Delta\bar{t}^2}{\beta_n^2 + (N - i)^2 \Delta\bar{t}^2}\right\} - \frac{4}{\pi} \sum_{i=0}^{N_0} \alpha_i^q \lambda_n \beta_n \ln\{(N - i + 1)/(N - i)\}]$$

$$N = \frac{\bar{t}}{\Delta\bar{t}} , \quad N_0 = (\bar{t} - \bar{t}_0)/\Delta\bar{t} = N - k_{th} \bar{\alpha}_N / \Delta\bar{t} \quad (14)$$

لازم به ذکر است برای محاسبه نیروی لازم برای لایه لایه شدگی از رابطه (15) مطابق مرجع [7] استفاده می شود.

$$F_d = 1.213\pi \sqrt{32G_{IIC} D^* / (n + 2)} \quad (15)$$

در این رابطه  $n$  برابر است با تعداد لایه هایی که دچار لایه لایه شدگی می شوند. مقدار ضریب  $G_{IIC}$  در جدول (1) آورده شده است. هنگامیکه اولین لایه لایه شدگی اتفاق می افتد  $n=1$  خواهد شد. برای اینکه در کد نوشته شده لحظه ای که لایه لایه شدگی اتفاق می افتد مشخص شود، در هر گام زمانی نیروی تماسی با رابطه (15) مقایسه شده و هنگامیکه این نیرو بزرگتر و یا مساوی با رابطه (15) شود، این رابطه جانشین نیروی تماس شده و روابط بر اساس رابطه (12) به روز رسانی می شوند. لازم به ذکر است برای پرتابه های مخروطی و تخت همانند روابط (6) و (7) سختی و بنابراین نیروی تماسی، تماما بر اساس کار این مقاله بدست می آیند.

### 3- شبیه سازی عددی

مدل پرتابه و هدف، شامل یک ضربه‌زننده فولادی به جرم 3 گرم بر روی صفحه مستطیلی با ابعاد 152 در 102 میلی‌متر مربع با ضخامت‌های 2، 4، 6 میلی‌متر ساخته شده از کامپوزیت کربن/ اپوکسی با چیدمان لایه‌ای  $[0^\circ/90^\circ/\pm 45^\circ]_{6S}$  است. خواص صفحه ارتوتروپیک که در نرم افزار استفاده شده، در جدول 1 آمده است. تکیه‌گاه‌های صفحه به صورت گیردار می‌باشد. ضربه‌زننده کروی دارای شعاع 6 میلی‌متر، ضربه‌زننده تخت (استوانه‌ای) دارای شعاع قاعده 6 میلی‌متر و ارتفاع 24 میلی‌متر، و ضربه‌زننده مخروطی داری شعاع قاعده 6 میلی‌متر و ارتفاع 24 میلی‌متر و زاویه  $\theta = 77^\circ$  است و جرم ضربه‌زننده‌ها یکسان می‌باشد. برای حالت بدون آسیب ورق کامپوزیت به صورت یک لایه مدل‌سازی شده است، اما برای شبیه‌سازی برخورد با ایجاد آسیب و لایه‌لایه‌شدن صفحات کامپوزیت به صورت چندلایه با خواص مشابه مدل‌سازی شده‌اند، با توجه به اینکه با تغییر زاویه الیاف در هر لایه خواص تغییر می‌کند اما در اینجا مطابق با شبیه‌سازی مرجع اولسون چون خواص تمام لایه‌ها یکجا از تست کشش بدست آمده است، خواص لایه‌ها را یکسان در نظر گرفته‌ایم و ضخامت هر لایه 0.25 میلی‌متر در نظر گرفته شده است. صفحه با ضخامت 2 میلی‌متر با 8 لایه، ضخامت 4 میلی‌متر با 16 لایه و صفحه با ضخامت 6 میلی‌متر با 24 لایه مدل‌سازی شده

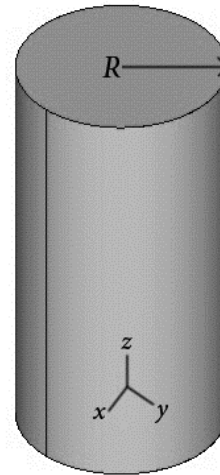


Fig.4 cylindrical striker

شکل 4 پرتابه استوانه ای

$$k_{\alpha F} = 2RQ_H \quad (7)$$

در این رابطه  $R$  شعاع قاعده پرتابه استوانه ای سرتخت است. حال برای هر پرتابه، سختی تماس مربوطه برای بدست آوردن معادله دیفرانسیل تورفتگی،  $\alpha$ ، که در [5] داده شده است، جایگزین می شود. برای رابطه بین شتاب پرتابه و نیروی برخورد، همچنین برای مقدار سرعت ورق هدف مطابق شکل 2 خواهیم داشت:

$$\dot{w}_i = -F/M \quad (8-الف)$$

$$w_p = \frac{1}{8F} \sqrt{mD^*} \quad (8-ب)$$

از معادله (1) و (8-ب) یکبار مشتق گرفته و طرفین مساوی قرار داده می شوند:

$$\dot{F} = 8\dot{w}_p \sqrt{mD^*} = k_{\alpha} q \alpha^{q-1} \dot{\alpha} \quad (9)$$

از جایگذاری معادله (2) و (9) در مشتق دوم معادله (1) داریم:

$$\ddot{\alpha} = \dot{w}_i - \dot{w}_p = -\frac{k_{\alpha} q}{8\sqrt{mD^*}} \alpha^{q-1} \dot{\alpha} - \frac{k_{\alpha}}{M} \alpha^q \quad (10)$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\ddot{\alpha} + \frac{qk_{\alpha}}{8\sqrt{mD^*}} \alpha^{q-1} \dot{\alpha} + \frac{k_{\alpha}}{M} \alpha^q = 0, \quad \alpha(0) = 0 , \dot{\alpha}(0) = V_0 \quad (11)$$

با معرفی پارامترهای بی‌بعد زیر میتوانیم معادله (11) را به صورت بی‌بعد (معادله (12)) بنویسیم:

$$\bar{\alpha} = \alpha / (TV_0), \bar{W}_p = W_p 8\sqrt{mD^*} / (MV_0)$$

$$\lambda_n = (n + 1)M / (8T\sqrt{mD^*}), \quad \beta_n = \sqrt{mD^*} / [(n + 1)S^*T]$$

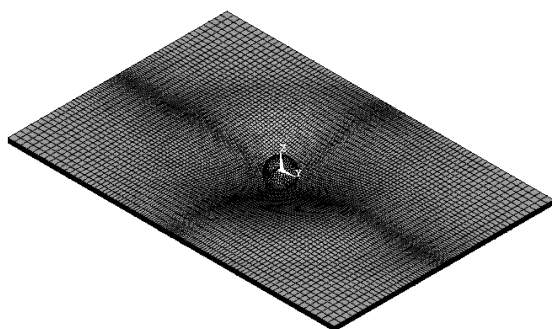
$$\bar{t} = \frac{t}{T}, \quad \bar{t}_0 = \frac{t_0}{T} = K_{th} \bar{\alpha}$$

$$T = [M / (K_{\alpha} \sqrt{V_0})]^{2/5}, \quad k_{th} = RV_0 \sqrt{m/D^*} / 4$$

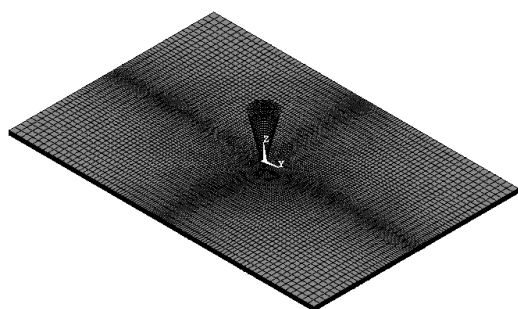
$$\ddot{\bar{\alpha}} + q\lambda \bar{\alpha}^{q-1} \dot{\bar{\alpha}} + \bar{\alpha}^q = 0, \quad \bar{\alpha}(0) = 0, \quad \dot{\bar{\alpha}}(0) = 1 \quad (12)$$

$S^*$  سختی برشی صفحه برابر است با  $S^* = KG_{th}h$  که  $K$  ضریب برشی صفحه برابر  $5/4$  و  $G_{th}$  مدول برشی و  $h$  ضخامت ورق است. معادله (12) به صورت انتگرالی زیر درمی‌آید:

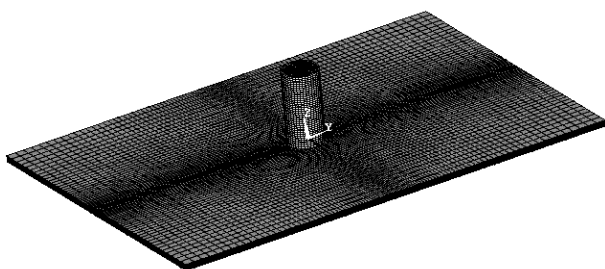
$$\bar{\alpha} = \bar{t} - \int_0^{\bar{t}} \bar{F}(\bar{t}) (\bar{t} - \bar{\tau}) d\bar{\tau} - \bar{w}_p$$



**Fig. 6** Deformation shape of 2mm plate with spherical striker  
 شکل 6 تغییر شکل ورق با ضخامت 2 میلی‌متر و پرتابه کروی



**Fig. 7** Deformation shape of 2mm plate with conical striker  
 شکل 7 تغییر شکل ورق با ضخامت 2 میلی‌متر و پرتابه مخروطی



**Fig. 8** Deformation shape of 2mm plate with cylindrical striker  
 شکل 8 تغییر شکل ورق با ضخامت 2 میلی‌متر و پرتابه استوانه‌ای

#### 4- بررسی نتایج

در مطالعه انجام شده، ابتدا برخورد هر سه نوع ضربه‌زننده با جرم یکسان بر روی ورق کامپوزیت با ضخامت 2 میلی‌متر در سرعت برخورد 29.5m/s برای هر دو حالت بدون لایه‌لایه شدن و با لایه‌لایه شدن به روش تحلیلی بررسی شده است. میزان جابه جایی مرکز ورق و تاریخچه نیروی تماس مطابق شکل های 9 تا 11 پیش‌بینی شده است.

مطابق نمودار شکل های 9 تا 11 در هر سه پرتابه در حالتیکه خسارت (لایه لایه شدگی) اتفاق می افتد، نیروی تماسی افت کرده و جابه جایی بیشتر شده است. علت این پدیده خسارت ورق و در نتیجه کاهش سختی خمشی ورق است. مقدار نیروی تماسی در حالتیکه پرتابه سر تخت است بیشتر بوده و جابه جایی مرکز هدف در این حالت کمتر است. این مورد بخاطر سطح تماس بیشتر در پرتابه سر تخت اتفاق افتاده است.

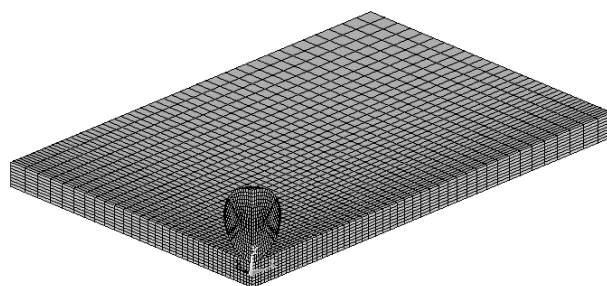
لایه لایه شدگی، برای یک پرتابه مخروطی در شکل 12 نشان داده شده است.

برای مقایسه نتایج دو روش حل تحلیلی و عددی، نمودارهای تحلیلی و

در مدل‌های ساخته شده در این پژوهش هر یک از لایه‌های صفحه کامپوزیتی و همچنین پرتابه به شکل سه بعدی ساخته می‌شوند. با توجه به این که در هر ضخامت، نیروی لازم برای شروع جدایش لایه‌ها مهم است، با افزایش ضخامت هدف، سرعت پرتابه تا آنجا افزایش پیدا کرده تا اولین جدایش مشاهده گردد. بنابراین سرعت برخورد ضربه‌زننده به مرکز صفحه با ضخامت 2 میلی‌متر 29.5m/s، برای ضخامت 4 میلی‌متر 36.5m/s و برای 6 میلی‌متر 51m/s در نظر گرفته شده است. برای بدست آوردن این سرعتها همانند توضیحات ارائه شده در رابطه (15) سرعت شروع لایه لایه شدگی بدست آمده است.

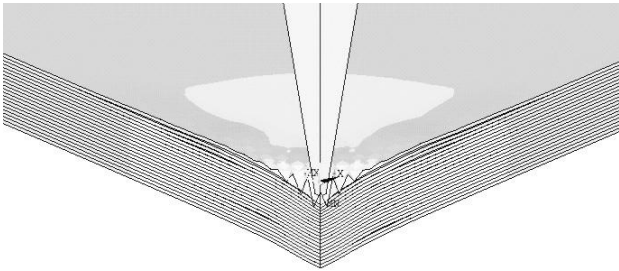
لازم به ذکر است در این تحقیق تحلیل رفتار صفحه کامپوزیتی در برابر ضربه سرعت پایین به روش عددی با استفاده از بسته نرم‌افزاری اجزاءمحدود انسیس ال اس داینما انجام شده است. برای پرتابه فرض می شود، هیچ گونه تغییرشکلی نداد و صلب می‌باشد و مدل ماده صلب برای آن انتخاب شده است. پارامترهای مورد استفاده در این مدل ماده، چگالی، مدول الاستیسیته و ضریب پواسون می‌باشد. از آنجا که کامپوزیت کربن/اپوکسی تا نقطه شکست رفتار خطی دارد، مدل مکانیکی اورتوتروپیک الاستیک برای آن انتخاب شده است. برای حالتی که آسیب و لایه‌لایه‌شدگی ایجاد می‌شود هدف به صورت چندلایه مدل‌سازی شده است، بنابراین لایه‌های مختلف هدف با یکدیگر اتصال یافته‌اند. اگر تنش بین لایه‌های (نرمال یا برشی) میان دو لایه مجاور از استحکام‌های نرمال یا برشی اتصال بیشتر شود، اتصال بین لایه‌های تخریب می‌گردد. برای بیان مفهوم اتصال و تماس میان دو لایه مجاور، از الگوریتم سطح به سطح با قابلیت شکست لایه استفاده می‌شود. هنگام تعریف این نوع تماس، مقادیر استحکام کششی و برشی بین لایه‌های اتصال نیز می‌بایست در نظر گرفته شود. که این مقادیر بر اساس خواص مکانیکی بین لایه ای در نظر گرفته برای هدف کامپوزیت برابر است با  $\sigma_n = 30\text{MPa}$  و  $\tau_{II} = 100\text{MPa}$  و زمان کل برخورد  $t=60\text{e-6s}$  ثانیه در نظر گرفته شده است. در شبیه‌سازی از مدل یک چهارم به علت تقارن موجود، برای استخراج نتایج استفاده شده است. این امر سبب کاهش زمان حل، به حدود یک چهارم زمان متناظر با مدل کامل می‌شود. در شکل 5 توزیع المان‌ها در مدل یک چهارم برای ورق با ضخامت 4 میلی‌متر برای پرتابه کروی نشان داده شده است. برای افزایش دقت جواب‌ها در اطراف ناحیه تماس، از المان‌هایی با ابعاد کوچک تر استفاده شده است. قابل ذکر است که شرط مرزی تقارن هم در لبه‌های مورد نیاز اعمال شده‌است.

در شکل های 6، 7 و 8 تغییر شکل ورق کامپوزیتی با ضخامت 2 میلی‌متر، به ترتیب برای پرتابه کروی، مخروطی و استوانه ای نشان داده شده است.



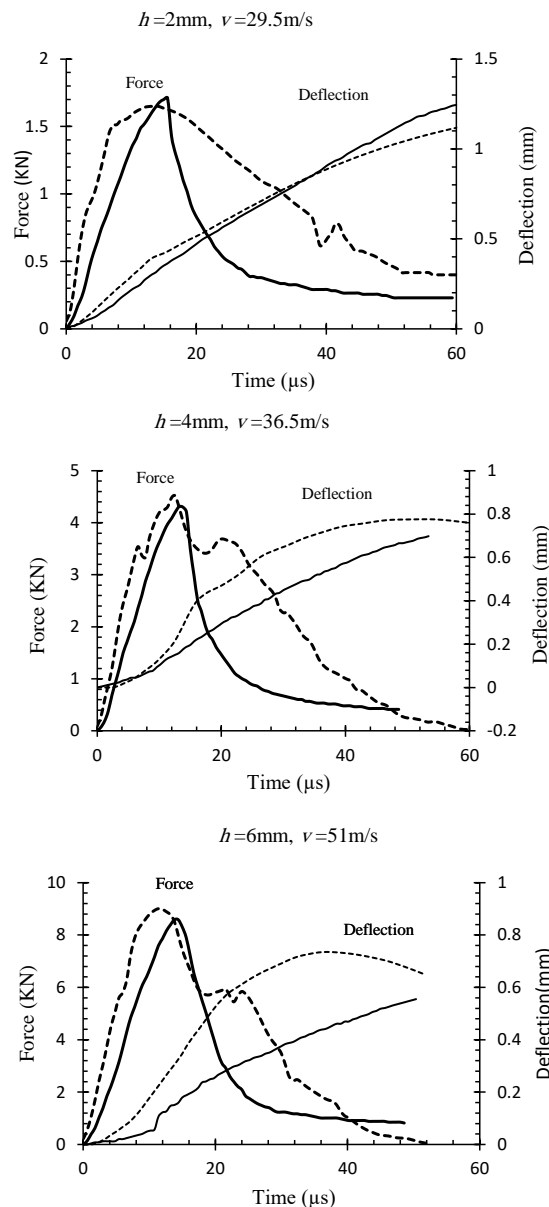
**Fig. 5** Elements for plate with thickness of 4mm  
 شکل 5 المان‌ها برای ورق با ضخامت 4 میلی‌متر

شکل های 13 تا 15 به ترتیب برای پرتابه های کروی، مخروطی و سرتخت استوانه ای آورده شده است.



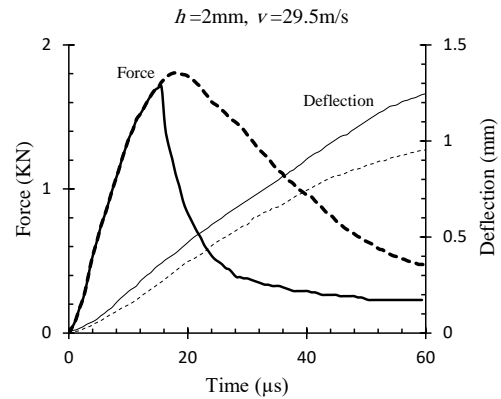
**Fig.12** Delamination in composite plate with thickness 6mm and conical striker

شکل 12 لایه لایه شدگی برای صفحه کامپوزیتی با ضخامت 6mm و پرتابه مخروطی



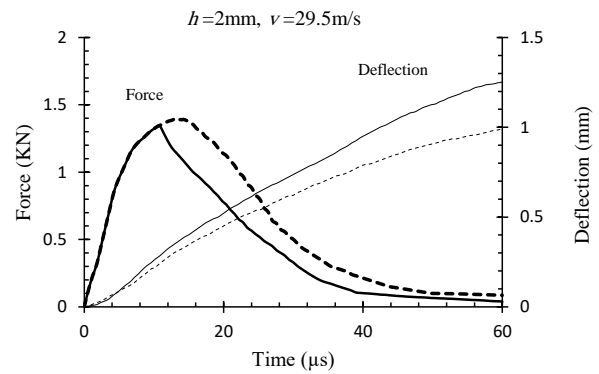
**Fig.13** Time history of contact force and deflection with spherical striker with delamination in different velocity analytical (solid) and numerical (dotted) method

شکل 13 نمودار تاریخچه نیرو تماس و جابه‌جایی مرکز ورق در برخورد با پرتابه کروی با لایه لایه شدگی در سرعت‌های مختلف (خط، روش تحلیلی و خط‌چین روش عددی)



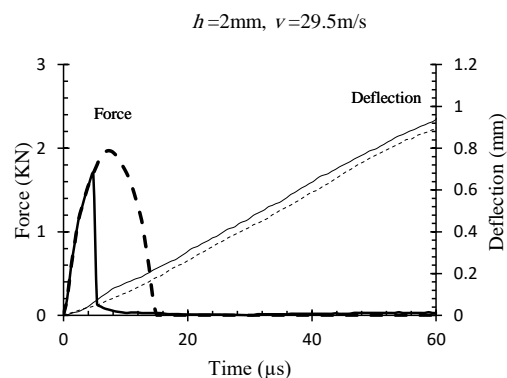
**Fig.9** Time history of contact force and deflection with spherical striker from analytical result(with(solid) and without (dotted) delamination)

شکل 9 نمودار تاریخچه نیرو تماس و جابه‌جایی مرکز ورق با ضخامت 2 میلی‌متر در برخورد با پرتابه کروی، حل تحلیلی (خط، حالت با لایه لایه شدگی و خط‌چین، حالت بدون لایه لایه شدگی)



**Fig.10** Time history of contact force and deflection with conical striker from analytical result(with(solid) and without (dotted) delamination)

شکل 10 نمودار تاریخچه نیرو تماس و جابه‌جایی در برخورد با پرتابه مخروطی، حل تحلیلی (خط، حالت با لایه لایه شدگی و خط‌چین، حالت بدون لایه لایه شدگی)



**Fig.11** Time history of contact force and deflection with cylindrical striker from analytical result(with(solid) and without (dotted) delamination)

شکل 11 نمودار تاریخچه نیرو تماس و جابه‌جایی در برخورد با پرتابه استوانه‌ای، حل تحلیلی (خط، حالت با لایه لایه شدگی و خط‌چین، حالت بدون لایه لایه شدگی)

عدد تاریخچه جابه‌جایی مرکز ورق و نیروی تماس برای هر کدام از پرتابه‌ها برای حالتی که لایه‌لایه‌شدگی رخ می‌دهد و برای ضخامت‌های مختلف ورق و سرعت‌ها برخورد مربوط به هر ضخامت به صورت جداگانه در

جدول 1 خواص ماده ورق کامپوزیتی

$E_x=E_y=E_z$	$E_z$	$G_x=G_y$	$\nu_x=\nu_y$	$\nu_{xz}=\nu_{yz}=\nu_{zx}$	$\tau_U$	$G_{IIc}$	$\rho$ چگالی
56 GPa	10 GPa	4.5 GPa	0.25	0.25	100 MPa	600 J/m <sup>2</sup>	1600 kg/m <sup>3</sup>

این وضعیت مطابق نمودارهای شکل 14 و 15 در ضخامت 6 میلی‌متر برای پرتابه های مخروطی و سر تخت نیز مشاهده می شود. علت این پدیده می تواند در نحوه تعریف الگوریتم تماس در شبیه سازی عددی باشد. در این الگوریتم پس از آنکه تنش بین لایه ای به مقدار لازم برای شکست لایه رسید، دیگر تماس بین آن لایه با لایه های مجاور حذف شده و در ضخامت 6

همانگونه که در شکل 13 مشاهده می شود، برای پرتابه کروی نیروی برخورد (تماسی) برای هر سه ضخامت 2,4,6 در شبیه سازی تطابق خوبی با روش تحلیلی دارد. اما با افزایش ضخامت جابه جایی پیش بینی شده به روش عددی گرچه در نقطه پایانی تطابق مناسبی با روش تحلیلی دارد، اما بیشترین جابه جایی در روش عددی بیشتر است.

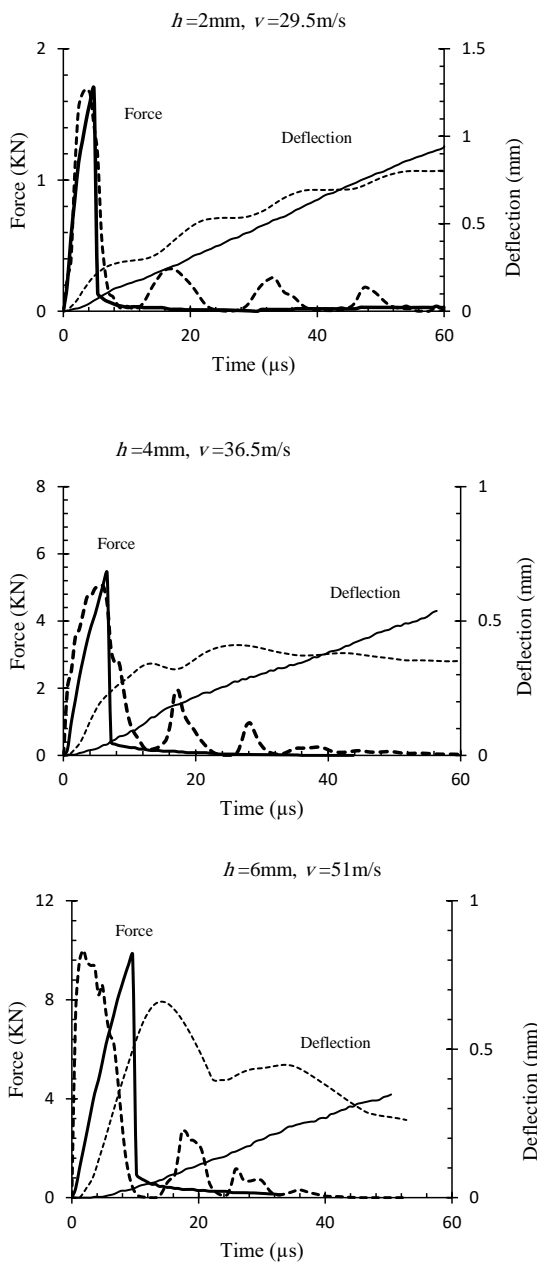


Fig.15 Time history of contact force and deflection with cylindrical striker with delamination in different velocity analytical (solid) and numerical (dotted) method

شکل 15 نمودار تاریخچه نیرو تماس و جابه‌جایی مرکز ورق در برخورد با پرتابه استوانه سر تخت با لایه لایه شدگی (خط، روش تحلیلی و خط چین روش عددی)

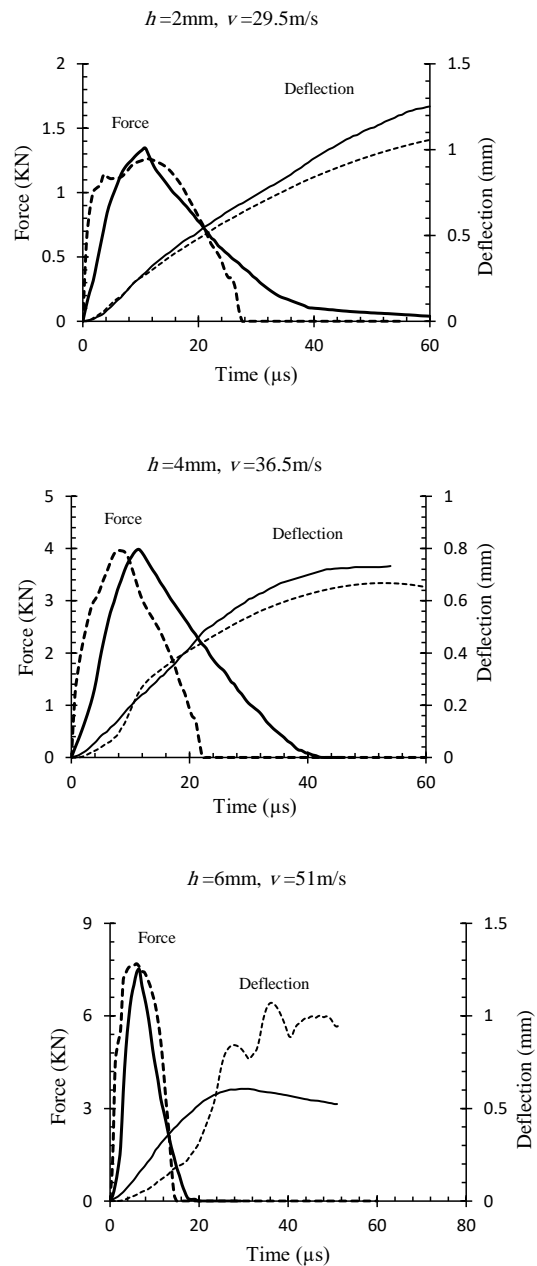


Fig.14 Time history of contact force and deflection with conical striker with delamination in different velocity analytical (solid) and numerical (dotted) method

شکل 14 نمودار تاریخچه نیرو تماس و جابه‌جایی مرکز ورق در برخورد با پرتابه مخروطی با لایه لایه شدگی (خط، روش تحلیلی و خط چین روش عددی)

میلیمتر با 24 لایه این وضعیت نمود بیشتری پیدا می‌کند. بنابراین جابه جایی پیش بینی شده با حل تحلیلی متفاوت می‌شود.

### 5- نتیجه گیری

در این تحقیق برای نخستین بار به بررسی اثر شکل ضربه‌زننده با جرم یکسان بر ورق کامپوزیتی در ضخامت‌های مختلف و در سرعت‌های برخورد متفاوت پرداخته شده است. طبق مطالعات انجام شده از حل تحلیلی و عددی در این پژوهش نتایج زیر بدست می‌آید:

در همه پرتابه‌ها بیشینه جابه جایی در مرکز ورق با ضخامت یکسان در هنگامی که لایه‌لایه‌شدگی اتفاق می‌افتد، بیشتر از زمانی است که آسیبی رخ نمی‌دهد. هنگامی که لایه‌لایه‌شدگی رخ می‌دهد در نمودار تاریخچه نیروی تماس یک افت ناگهانی اتفاق می‌افتد. همچنین طبق نتایج بدست آمده بیشینه جابه جایی در مرکز ورق با ضخامت یکسان برای هر دو حالت با لایه‌لایه‌شدگی و بدون لایه‌لایه‌شدگی برای پرتابه تخت در مقایسه با دیگر پرتابه‌ها کمتر است و بلعکس بیشینه نیروی تماس برای هر دو حالت با لایه‌لایه‌شدگی و بدون لایه‌لایه‌شدگی برای پرتابه‌های تخت در مقایسه با دیگر پرتابه‌ها بیشتر است. که این نشان دهنده تاثیرشکل پرتابه‌ها و سطح تماس کمتر این پرتابه‌ها می‌باشد. در این میان ضخامت ورق نیز اهمیت زیادی دارد. بیشینه جابه‌جایی مرکز ورق در هر سه ضربه‌زننده و برای هر دو حالت با لایه‌لایه‌شدگی و بدون لایه‌لایه‌شدگی با افزایش ضخامت ورق کاهش می‌یابد. چنان که در بخش نتایج مشاهده شد، هر چه ضخامت ورق کمتر باشد میزان خیز در اثر برخورد بیشتر است. اختلاف بیشینه تغییرشکل مرکز ورق در بین ورق‌ها با ضخامت 2 میلی‌متر در پرتابه‌های متفاوت نسبت به سایر ضخامت‌ها، بیشتر می‌باشد و این اختلاف با افزایش ضخامت کاهش می‌یابد. ضخامت ورق تاثیر بیشتری نسبت به افزایش سرعت ضربه‌زننده در میزان خیز دارد. بیشینه نیروی تماس در هر سه ضربه‌زننده و برای هر دو حالت با لایه‌لایه‌شدگی و بدون لایه‌لایه‌شدگی با افزایش سرعت برخورد افزایش می‌یابد.

### 6- فهرست علائم

$D^*$	سختی خمشی ورق
$E_z$	مدول الاستیسته ورق
$G_{rz}$	مدول برشی ورق
$h$	ضخامت ورق
$K_\alpha$	سختی تماس ورق
$Q_H$	عامل موثر سختی
$Q_i$	عامل موثر سختی پرتابه
$Q_p$	عامل موثر سختی ورق
$S^*$	سختی برشی ورق

### علائم یونانی

$\alpha$	تورفتگی ورق
$\beta_n$	نسبت پویایی در برش
$\lambda_n$	نسبت پویایی در خمش
$\nu_z$	ضریب پواسون
<b>زیر نویس‌ها</b>	
$i$	پرتابه
$p$	ورق
$n$	تعداد لایه‌لایه‌شدگی

### 7- مراجع

- [1] T. W. Shyr, Y. H. Pan, Impact resistance and damage characteristics of composite laminates, *Composite Structure*, Vol. 62, No. 2, pp. 193-203, 2003.
- [2] S. Abrate, Modeling of impacts on composite structures, *Composite Structures*, Vol. 51, No. 2, pp. 129-138, 2001.
- [3] S. Abrate, Impact on laminated composites: Recent advance, *Applied Mechanics Review*, Vol. 47, No. 11, pp. 517-544, 1994.
- [4] R. Olsson, Mass criterion for wave controlled impact response of composite plates, *Composites Part A*, Vol. 31, No. 8, pp. 879-887, 2000.
- [5] R. Olsson, Closed form prediction of peak load and delamination onset under small mass impact, *Composite Structures*, Vol. 59, No. 3, pp. 341-349, 2003.
- [6] E. Frulloni, J. M. Kenny, P. Conti, L. Torre, Experimental study and finite element analysis of the elastic instability of composite lattice structures for aeronautic applications, *Composite Structure*, Vol. 78, No. 4, pp. 519-528, 2007.
- [7] R. Olsson, Analytical model for delamination growth during small mass impact on plates, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 47, No. 21, pp. 2884-2892, 2010.
- [8] R. Paknejada, F. Ashenai Ghasemi, K. Malekzadeh Fard, Response of fullyclamped composite laminated plate subjected to low velocity impact using Galerkin method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 1, pp. 45-50, 2014. (In Persian)
- [9] J. Zhang, X. Zhang, Simulating low-velocity impact induced delamination in composites by a quasi-static load model with surface-based cohesive contact, *Composite Structures*, Vol. 125, No. 1, pp. 51-57, 2015.
- [10] K. Zouggar, F. B. Boukhoulda, B. Haddag, M. Nouan, Numerical and experimental investigations of S-Glass/Polyester composite laminate plate under low energy impact, *Composites, Part B: Engineering*, Vol. 89, No. 7, pp. 169-186, 2016.
- [11] S. Seifoori, Molecular dynamics analysis on impact behavior of carbon nanotubes, *Applied Surface Science*, Vol. 326, No. 1, pp. 12-18, 2015.
- [12] S. Seifoori, H. Hajabdolahi, Impact behavior of single-layered graphene sheets based on analytical model and molecular dynamics simulation, *Applied Surface Science*, Vol. 351, No. 7, pp. 565-572, 2015.
- [13] R. Ghajar, A. Rassaf, Effect of impactor shape and temperature on the behavior of E-glass/epoxy composite laminates, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 10, pp.1-8, 2014. (In Persian)
- [14] M. Ekrami, H. Ahmadi, M. Bayat, H. Sabouri, Experimental study of projectiles with flat, conical and hemispherical nose shapes on low velocity impact on GLARE 3, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 7, pp. 109-118, 2017. (In Persian)
- [15] H. Suemasu, O. Majima, Multiple delaminations and their severity in circular axisymmetric plates subjected to transverse loading, *Journal of Composite Materials*, Vol. 30, No. 4, pp. 441-453, 1996.
- [16] R. Olsson, M. V. Donadon, B. G. Falzon, Delamination threshold load for dynamic impact on plates, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, No. 10, pp. 3124-3141, 2006.
- [17] S. P. Timoshenko, *Journal of Applied Mathematics and Physics*, Vol. 62, No. 1, pp. 198-209, 1913.