



تحلیل کمانش خطی و غیرخطی پوسته‌های بیضی‌گون دورانی همگن تحت فشار هیدرواستاتیک خارجی: مطالعه پارامتری عددی

فیروز احمدی¹، علیرضا نداد اسکویی^{2*}، حامد حقیری³

1- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه جامع امام حسین (ع)، تهران

2- دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه جامع امام حسین (ع)، تهران

3- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد

* تهران، صندوق پستی 16535-187، anadaf@ihu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 14 شهریور 1395

پذیرش: 16 آبان 1395

ارائه در سایت: 28 آذر 1395

کلید واژگان:

کمانش

پوسته اُبلت

پوسته پرولیت

اجزای محدود

نقص

چکیده

پوسته‌های جدار نازک حاصل از دوران، بویژه پوسته‌های دو انحنایی در شاخه‌های مختلف مهندسی همواره مورد توجه پژوهشگران بوده است. در این تحقیق، تحلیل کمانش خطی و غیرخطی (با در نظر گرفتن هندسه غیرخطی) پیرامون دو نوع هندسه مختلف از پوسته‌های دورانی بیضی‌گون معروف به اُبلت و پرولیت، تحت فشار هیدرواستاتیک خارجی ارائه شده است. پوسته‌ها از ماده همگن فولادی ایجاد شده است. از آباکوس، نرم‌افزار شناخته شده اجزای محدود، برای اجرای شبیه‌سازی مسئله استفاده می‌شود. تحلیل چندین پارامتر مهم و موثر بر ظرفیت بار کمانش بیضی‌گون‌های دوران یافته همچون، نسبت قطر بزرگ به قطر کوچک، میزان درصد پارامتر غیرخطی و اندازه ضخامت پوسته به صورت مفصل مورد بررسی قرار داده می‌شود. نتایج بدست آمده در قالب جداول و نمودارها گویای این مطلب است که تأثیر ابعاد هندسی بیضی‌گون، مقدار درصد پارامتر غیرخطی به‌عنوان نقص اولیه و تغییر ضخامت می‌تواند به‌شدت در ظرفیت بار کمانش مؤثر واقع شود. همچنین، در نهایت، مشاهده می‌شود که اثر کاهش ظرفیت بار کمانش در پوسته بیضی‌گون اُبلت در مقایسه با انواع دیگر پوسته‌ها قابل توجه است. برای اطمینان از صحت نتایج، مقایسه‌ای بین نتایج تحلیلی و شبیه‌سازی اجزای محدود صورت گرفت که تطابق خوبی بین آنها مشاهده می‌شود.

Analysis of Linear and Non-linear Buckling of Homogenous Revolved Ellipsoidal Shells under External Hydrostatic Pressure: A Parametric Numerical study

Firooz Ahmadi¹, Alireza Naddaf Oskouei^{2*}, Hamed Haghiri²

1- Department of Mechanical Engineering, Imam Hussein University, Tehran, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, University of Yazd, Yazd, Iran

* P.O.B. 16535-187, Tehran, Iran, anadaf@ihu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 04 September 2016
Accepted 06 November 2016
Available Online 18 December 2016

Keywords:
Buckling
Oblate shell
Prolate shell
Imperfection
Finite element

ABSTRACT

Thin revolved shells, in particular doubly-curved shells, are of interest in many engineering applications. In this research, linear and nonlinear buckling analyses (with consideration of geometrical non-linearity) are performed on two different types of elliptical shells known as Oblate and Prolate which are under external hydrostatic pressure. These shells are made of homogeneous steel. ABAQUS (a well-known finite element software) is used for performing the simulations. Several important parameters affecting the buckling behaviour of these revolved elliptical shells are investigated in detail. These include the ratio between minor and major radii, the percentage of nonlinear buckling value and the shell thickness magnitude on buckling load capacity. The results show the significant effect of shell geometrical dimensions, the magnitude of nonlinear buckling value as an initial imperfection and the shell thickness variations on the buckling load capacity. Finally, it is also observed that the Oblate shell results in a remarkable reduction in the load capacity compared to the other shell type used in this study. To verify the validity of the results, a comparison is made between the present FEM results and the available theoretical studies and good agreement is obtained.

1- مقدمه

هنگامی که تحت فشار هیدرواستاتیک قرار می‌گیرند، لازم و ضروری است. [1]. طراحی این نوع سازه‌های جدارنازک در برابر پدیده کمانش و حساسیت به نواقص هندسی همواره برای محققین همراه با چالش بوده است. به‌عنوان مثال برای پوسته کروی، نتایج نظری کاهش ظرفیت بار کمانش را نزدیک به

پوسته‌های جدارنازک بخش مهمی از تجهیزات کاربردی در صنایع مختلف از قبیل صنایع شیمیایی، صنایع نفت و گاز و صنایع دریایی است. یکی از نمونه‌های پرکاربرد این موضوع زبردربایی‌ها و مخازن زیر آبی است. به منظور ارزیابی صحیح از توانایی این نوع سازه‌ها، پیش‌بینی مقاومت به کمانش آن‌ها

Please cite this article using:

F. Ahmadi, A. Naddaf Oskouei, H. Haghiri, Analysis of Linear and Non-linear Buckling of Homogenous Revolved Ellipsoidal Shells under External Hydrostatic Pressure: A Parametric Numerical study, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 12, pp. 384-394, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

دوران یافته جدار ضخیم با اهمیت است. به علاوه نتایج نشان داده است که ظرفیت بار کمانش برای پوسته‌هایی که به هندسه کروی نزدیک هستند بالاترین مقدار و در پوسته‌های مکعبی شکل بار بحرانی کمانش شدیداً افت داشته است. آن‌ها ظرفیت بالای بار کمانش در پوسته‌های کروی و بیضی‌گون را به دلیل مقاومت پوسته تحت فشار خارجی و اعمال غشای خالص توجیه کردند و در پوسته‌های مکعبی به دلیل سطوح پیرامونی مسطح و ایجاد خمش، عاملی مؤثر بر کاهش ظرفیت بار کمانش دانستند.

پرابو و همکاران [11] اثر سه الگوی مختلف غیرخطی هندسی، به‌عنوان نقص و انحراف در استوانه‌ای جدارنازک تحت فشار هیدرواستاتیک را با استفاده از کد تجاری انسیس بر مقدار بار بحرانی کمانش تحلیل و تعیین کردند؛ و این نتیجه حاصل شد که با افزایش دامنه انحراف یا نقص، فشار کمانش کاهش می‌یابد. تحلیل تنش و کمانش نوع غیرمعمول از پوسته دوران یافته تحت فشار یکنواخت خارجی توسط جیسون و مگانوکی [12] مورد مطالعه قرار گرفت. آن‌ها آنالیز پیش از کمانش را به صورت تحلیلی انجام و سپس به کمک نرم افزار اجزای محدود انسیس کمانش و پس کمانش را بررسی کردند.

قابل ذکر است، مقاومت کمانشی سازه‌ها به چندین پارامتر مهم مانند تکیه‌گاه‌ها، ماده خطی، کامپوزیت یا ماده با رفتار غیرخطی، بارهای حرارتی، نقص و انحراف در سازه کاملاً وابسته هستند و در افزایش و یا کاهش ظرفیت بار کمانش می‌توانند مؤثر واقع شوند. به دلیل پیچیدگی و سختی ریاضی در ارائه حل‌های نظری در تحلیل مسائل کمانش پیرامون پوسته‌های دوران یافته بیضی‌گون تحقیقات بسیار کمی صورت گرفته است. از طرفی، به دلیل کاربردپذیر بودن این سازه‌ها در صنایع مختلف دریایی و فراساحلی فقدان تحلیل جامع پیرامون این موضوع به شدت احساس می‌شود.

با پیشرفت تکنیک‌های مؤثر اجزای محدود تحلیل این نوع مسائل ممکن و انعطاف‌پذیر شده است. از این‌رو، در تحقیق حاضر تحلیل کمانش خطی و غیرخطی پوسته بیضی‌گون دوران یافته همگن تحت فشار خارجی یکنواخت هیدرواستاتیک به کمک نرم افزار المان محدود آباکوس به صورت پارامتری انجام می‌شود. شرایط مرزی از نوع دوردست و ثابت می‌باشد. به منظور بررسی استقلال نتایج از شبکه‌بندی سازه و همچنین صحت‌سنجی شبیه‌سازی، مقایسه‌ای با روابط تحلیلی موجود انجام می‌شود. مشاهدات نشان می‌دهد که نتایج عددی حاضر به خوبی با نتایج تحلیلی هم‌پوشانی داشته است. هدف از این پژوهش، تحلیل پارامتری عددی از تأثیرات نسبت قطر بزرگ به قطر کوچک، درصد پارامتر غیرخطی به‌عنوان نقص اولیه و تغییر ضخامت بر فشار بحرانی کمانش برای دو نوع بیضی‌گون اُبلیت³ و پرولیت است. با وجود آنکه مجموعه تحقیقات پرشماری بر روی تحلیل کمانش پوسته‌هایی با مقاطع غیردایروی با مدل سازی‌های مختلف آزمایشگاهی، عددی و محاسباتی صورت پذیرفته است اما به جرأت می‌توان گفت پیرامون این نوع هندسه با در نظر گرفتن چندین پارامتر اساسی اثرگذار به منظور بررسی ظرفیت بار کمانش، خود تحقیقی تازه است. این دست‌آورد می‌تواند با کمترین هزینه و دقتی قابل قبول، اطلاعات سودمندی را در اختیار محققین و مهندسان قرار دهد.

2- بیضی‌گون دوران یافته

بیضی‌گون‌ها سطوحی از نوع مرتبه دو هستند. معادله عمومی مرتبه دوم در مختصات کارتزین x, y, z برای بیضی دوران یافته، آنچه هدف این مطالعه

20 درصد از پوسته بدون نقص¹ ذکر می‌کنند [2]. برای رهایی از مسئله حساسیت به نقص در پوسته کروی کامل، پوسته کروی کشیده شده² بسط دادن کره در امتداد یک محور، مطرح می‌شود [3]. به دلیل تغییر قطر پوسته های دورانی بیضی‌گون در امتداد تاریختهای سطح مقطع، تحلیل پایداری این پوسته‌ها پیچیده‌تر است. از این‌رو، در ارتباط با پدیده کمانش این نوع پوسته ها حل‌های تئوری کمتری در دسترس است.

اولین مطالعه تئوری در خصوص بررسی پوسته‌های غیردایروی توسط مارگوئر [4] انجام شد. کمپنر و چن [5] رفتار کمانشی و پیش کمانشی پوسته‌های استوانه‌ای بیضی‌گون تحت بار فشاری را مورد تحقیق و بررسی قرار دادند. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که مقاطع بیضی‌گون با مقادیر بالای نسبت a/b (a قطر بزرگ و b قطر کوچک بیضی است) حساسیت کمتری به عیوب دارند. کمانش خطی پوسته بیضی‌گون دوکوار تحت فشار هیدرواستاتیک به کمک روش ریلی-ریتز با هدف تأثیر نسبت قطر بزرگ به کوچک به‌عنوان اولین تحقیق برای پیش‌بینی بار کمانش و تعداد امواج پیرامونی توسط های‌من و هالی [1] انجام شد. این نتایج با نتایج آزمایشگاهی برای بعضی از نسبت‌های قطر بزرگ به کوچک تطابق خوبی داشته است.

دانلیسون [6] رفتار کمانش و پس کمانش اولیه پوسته دوران یافته‌ی بیضی‌گون کشیده تحت فشار خارجی را با استفاده از تئوری خطی غشایی بررسی کرد. او تأثیر ابعاد پوسته را مورد مطالعه پارامتری قرار داد. با این تحلیل، رفتار ابتدایی پساکمانش و حساسیت به نقص پوسته بررسی شد. تحلیل تنش، کمانش و ارتعاشات پوسته دورانی به صورت خطی و غیرخطی تحت بار متقارن و نامتقارن به کمک روش‌های انتگرال‌گیری کامپیوتری و تفاضل محدود توسط اندرسون و همکارانش [7] بررسی شد. هدف آن‌ها توسعه نرم‌افزاری برای تحلیل مکانیکی این نمونه پوسته بوده است. مطالعه تئوری پوسته‌های دوران یافته کروی تحت فشار خارجی با استفاده از اصل حداقل انرژی پتانسیل، به صورت غیرخطی با شرایط مرزی انتهایی متفاوت جهت تعیین فشار بحرانی توسط اودین [8] ارائه شد. پدرسن و جانسن رفتار کمانشی پوسته کروی ناقص را تحت شرایط متفاوت بارگذاری بررسی کردند. آن‌ها تحلیل دو شاخگی و رفتار پساکمانش ابتدایی با حساسیت به انحراف بالا را برای پوسته‌های کروی بزرگ با ضخامت متغیر ارائه دادند. هدف، ارائه طراحی بهینه از پوسته‌های کروی جدار نازک بود [2]. تحلیل نظری و آزمایشگاهی کمانش پلاستیک گنبد نیم بیضی‌گون پهن شده در قطبین تحت فشار هیدرواستاتیک با رویکردی کاربردی در مهندسی دریا توسط راس و همکارانش [9] ارائه شد. حل غیرخطی در تحلیل نظری به کمک روش اجزای محدود انجام شد. آن‌ها هر دو غیرخطی هندسی و مادی را در تحلیل در نظر گرفتند. نتایج نظری برای چند مورد از گنبد‌ها با نتایج آزمایشگاهی تطابق خوبی داشته است. البته، در بعضی موارد به دلیل در نظر گرفتن متقارن محوری، درصدی خطا با نتایج آزمایشگاهی وجود داشته است.

اسمیت و بلاشوت [10] تحلیل عددی اجزای محدود و آزمایشگاهی از کلاهک‌های بیضی‌گون دوکوار تحت فشار خارجی، برای چندین هندسه با ضخامت و شرایط مرزی مختلف ارائه دادند. وای، ما و همکاران [3] از روش اجزای محدود برای بررسی پارامتری کمانش خطی حالت‌های مختلف معادله بیضی‌گون تحت فشار خارجی یکنواخت استفاده کردند. آن‌ها پوسته ضخیم و نازک بیضی‌گون را با هدف تعیین جداول مختلف از فشار بحرانی مورد مطالعه قرار دادند. همچنین آنها نشان دادند، تأثیر تغییر شکل برشی در پوسته‌های

¹ Imperfection

² Prolate Ellipsoidal Shell

³ Oblate Ellipsoidal Shell

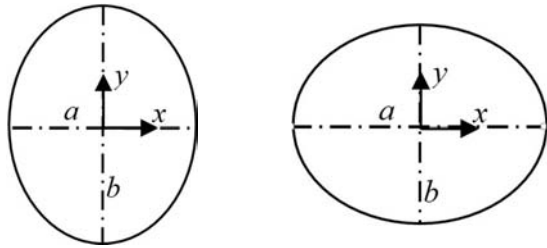


Fig. 1 Geometrical dimensions of Ellipsoid of revolution.

شکل 1 ابعاد هندسی بیضی‌دوران یافته

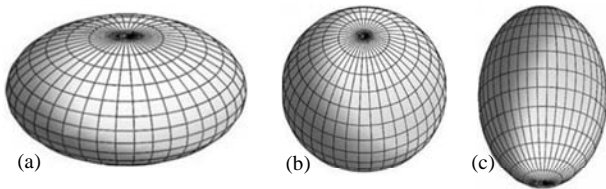


Fig. 2 Ellipsoids of revolution: (a) the oblate ellipsoid of revolution, (b) the sphere, (c) the prolate ellipsoid of revolution [16]

شکل 2 بیضی‌گون دوران یافته: (a) بیضی‌دوران یافته پهن شده در قطبین، (b) کره و (c) بیضی‌دوران یافته کشیده [16]

که S ماتریس سختی تنش است و جانشین ماتریس جرمی M در رابطه (6) می‌شود. این ماتریس برای سازه‌ها از حالت و توزیع تنش استخراج و بدست می‌آید و ارتباط بین تغییرمکان‌های درون صفحه و تغییرمکان‌های عرضی را برقرار می‌کند. به علاوه، برای پوسته‌های جدارنازک که سفتی خمشی آن‌ها در مقایسه با سفتی طولی آن‌ها کمتر است نیز در نظر گرفته می‌شود. ذکر این نکته ضروری است که برای بدست آوردن فرمولاسیون‌های بار کمانش در روابط (3) و (4)، سازه عاری از هرگونه نقص، انحراف اولیه و رفتار غیرخطی ماده در نظر گرفته شده است. لذا هنگامی که ظرفیت بار کمانش با این فرضیات محاسبه می‌شود، نتایج، جواب‌هایی بزرگتر از داده‌های بار کمانش به روش غیرخطی را پیش‌بینی می‌کنند. به این دلیل، روش مقادیر ویژه محافظه‌کارانه‌تر از روش آنالیز غیرخطی است. از این‌رو، برای سازه‌های حساس و واقعی، تکیه و اعتماد به خروجی‌های حاصل از تحلیل خطی پیشنهاد نمی‌شود. "شکل 3" به‌طور شماتیک بار بحرانی کمانش را نشان می‌دهد؛ که به روش غیرخطی و مقادیر ویژه بدست آورده شده است.

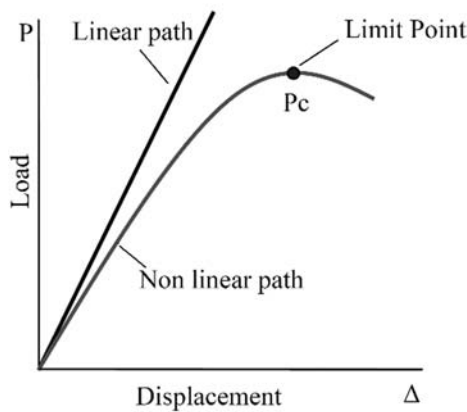


Fig. 3 Buckling Load-Displacement diagram: linear and nonlinear ways [17]

شکل 3 منحنی بار کمانش: به روش غیرخطی و مقادیر ویژه [17]

است، با چرخش معادله بیضی به صورت معادله (1) حول محور z با توجه به "شکل 1" منجر به سطحی به صورت رابطه (2) می‌شود.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (1)$$

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1 \quad (2)$$

که در این روابط $2a$ و $2b$ اقطار بیضی دوران یافته هستند. بر این اساس، اگر $b < a$ ؛ طبق "شکل 2-a" یک بیضی پهن شده در قطبین (بلبیت)، اگر $b = a$ ؛ طبق "شکل 2-b" یک کره و اگر $b > a$ باشد طبق "شکل 2-c" بیضی کشیده (پرولیت) ایجاد می‌شود. کاربردهای گسترده بیضی‌گون‌ها در مراجع [13,10] آورده شده است.

یکی از پدیده‌های بسیار مهم در آسیب و فروپاشی پوسته‌های بیضی، کمانش آن‌هاست. مرجع [6] با استفاده از تئوری خطی غشایی رابطه تحلیلی برای بار بحرانی کمانش پوسته اُلبیت را به صورت رابطه (3) پیشنهاد داده است.

$$p_{cr} = \frac{2Eh^2b^2}{\sqrt{[3(1-v^2)]}a^4} \quad (3)$$

که در این رابطه E مدول یانگ، h ضخامت پوسته و v ضریب پواسون هستند. همچنین توستیک [14] رابطه بار بحرانی کمانش حاصل از تحلیل خطی به کمک تئوری غشایی پوسته‌ها را برای بیضی‌گون پرولیت تحت فشار خارجی به صورت رابطه (4) ارائه داده است.

$$p_{cr} = \frac{2Eh^2}{a^2\sqrt{3(1-v^2)(2\delta^2-1)}} \left\{ 1 + \left(\frac{h}{a}\right)^{1/2} \frac{(\delta^2-1)(\delta^2-1)^{1/2}}{\sqrt{3(1-v^2)(2\delta^2-1)}} + O(h_*) \right\} \quad (4)$$

که در این رابطه a و b اقطار بیضی دوران یافته، $\delta = b/a > 1$ ، h_* جملات مرتبه بالا و n تعداد موج‌های ناشی از کمانش در جهت پیرامونی است که از رابطه (5) محاسبه می‌شود.

$$n = \frac{\sqrt[4]{(2\delta^2-1)}}{\delta} \left(\frac{a}{h}\right)^{1/2} \quad (5)$$

3- مدل سازی کمانش پوسته بیضی‌گون در آباکوس

اساس روش شبیه‌سازی کامپیوتری که در تحلیل مهندسی استفاده می‌شود؛ استفاده از تکنیک عددی روش اجزای محدود است. یکی از نرم‌افزارهای مهندسی مکانیک که به‌طور گسترده برای این چنین تحلیل‌هایی استفاده می‌شود، آباکوس است. در آباکوس تحلیل کمانش به دو صورت حل خطی (با مقدار ویژه) و حل غیرخطی تقسیم می‌شود. این دو روش عمدتاً جواب‌های متفاوتی برای یک سازه ارائه می‌دهند. در روش مقادیر ویژه، اساس کار بر آنالیز الاستیک سازه‌ها است که در مراجع اجزای محدود به تئوری دوشاخگی¹ معروف است. در تحلیل به روش مقادیر ویژه رابطه‌ای به صورت رابطه (6) تعریف می‌شود [15]:

$$[K][\varphi_i] = \lambda[M][\varphi_i] \quad (6)$$

که K ماتریس سختی سازه، M ماتریس جرمی سازه، φ_i بردار ویژه i ام و λ مقدار ویژه i ام هستند.

در مسائل کمانش رابطه (6) به رابطه (7) تغییر می‌کند.

$$\{[K] + \lambda_i[S]\}[\varphi_i] = 0 \quad (7)$$

¹ Bifurcation

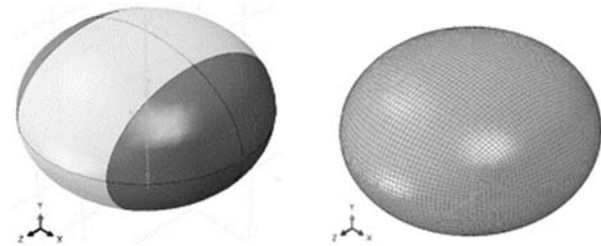


Fig. 4 Apportioning and meshing of Oblate ellipsoidal shell

شکل 4 جزءبندی و شبکه‌بندی پوسته بیضی‌گون اُبلیت

دوردست با محدود کردن کامل جابجایی و دوران معرفی می‌شود (شکل 5). لازم به ذکر است، قید دوردست توانایی اعمال هر دو قید جابجایی و دوران در موقعیت دلخواه از فضا را فراهم می‌کند. در تحلیل محاسباتی کمانش، سازه تحت بار دلخواه (معمولاً بار واحد) بارگذاری می‌شود، سپس تحلیل استاتیکی پیرامون آن صورت می‌گیرد. در گام اول از تحلیل کمانش، معمولاً با اعمال بار واحد به سازه و حل رابطه (7) از طریق محاسبه مقادیر و بردارهای ویژه بار بحرانی کمانش استخراج می‌شود. اندازه بار اعمالی سازه، از حاصل ضرب کوچکترین مقدار ویژه بدست می‌آید که از حل مقادیر ویژه بدست می‌آید. به همین دلیل در تحلیل مسائل کمانش عموماً کوچکترین مقدار ویژه سازه با نام ضریب بار بحرانی نیز معرفی می‌شود.

4- صحت سنجی

در ادامه برای صحت‌سنجی و دریافت نتایج معتبر از تحلیل پوسته بیضی‌گون، مدل‌سازی پوسته کروی به دلیل در دسترس بودن نتایج تحلیلی و هندسه متعارف‌تر به منظور تعیین استقلال جواب از شبکه‌بندی در نظر گرفته شده است. برای مقایسه نتایج موده‌های کمانش حاصل از حل اجزای محدود و تحلیلی از رابطه ارائه شده توسط هیمن و هیلی [1] استفاده می‌شود.

$$P_{cr} = \frac{2E(h/a)^2}{[3(1-\nu^2)]^{1/2}} \quad (7)$$

جنس پوسته کروی از فولاد St-37 با قطر $a=1m$ و $h=0.003m$ در نظر گرفته شده است و دامنه ابعاد شبکه از 0.008 تا 0.01 متر متغیر است. همانطور که از جدول 1 می‌توان مشاهده کرد، با افزایش تعداد شبکه‌ها اختلاف بین نتایج قبل و بعد کم و کمتر می‌شود. بدین معنی که از ابعاد 0.04 تا 0.015 متر با کاهش ابعاد مش اختلاف بین نتایج حاصل از حل اجزای محدود به صورت آرام می‌باشد و از همگرایی خوبی برخوردار است. همچنین پیداست برای اندازه شبکه 0.01 متر اختلاف نتیجه بدست آمده در مقایسه با اندازه شبکه 0.02 و 0.015 افزایش داشته است.

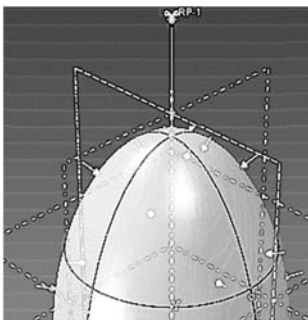


Fig. 5 External hydrostatic pressure and remote displacement condition on Oblate ellipsoidal

شکل 5 بارگذاری خارجی یکنواخت و شرط مرزی کاملاً مقید دوردست بر روی پوسته اُبلیت

به علت اهمیت اختلاف بین ظرفیت بارکمانش حاصل از حل تئوری و آزمایشگاهی (واقعیت) این امر ضروری است تا ظرفیت بار کمانش با در نظر گرفتن نقص اولیه در سازه محاسبه شود. از این جهت برای تحلیل غیرخطی و تعیین مقدار بار کمانش، آباکوس از الگوریتم استاتیک ریکس¹ که براساس روش عددی نیوتن-رافسون برای مسائل استاتیکی عددی ناپایدار نوشته شده است استفاده می‌کند. پایداری حل بالا در حل مسائل پساکمانش از ویژگی‌های آن به‌شمار می‌آید. بدین صورت، با نوشتن کد دستوری "نقص" و اعمال نقص اولیه برحسب درصدی از ضخامت سازه به مقادیر جابجایی حاصل از تحلیل کمانش خطی، اثر غیرخطی هندسی به سازه وارد می‌شود. با پیروی از پیشنهاد کتیر چون سازه در کمترین بار بحرانی تسلیم می‌شود، موده‌های ابتدایی کمانش خطی به صورت نقص در تحلیل غیرخطی هندسی اعمال می‌شوند [18]. بر این اساس، خروجی بار بحرانی مود اول کمانش خطی به‌عنوان بارگذاری اعمالی جدید در تحلیل غیرخطی اعمال می‌شود. در این فرآیند خروجی‌هایی همچون جابجایی‌ها، تنش‌ها و از همه مهم‌تر نمودار LPF^2 نسبت ظرفیت بار به بار اعمالی - که ظرفیت بارکمانشی سازه را مشخص می‌سازد - بدست می‌آید.

به منظور مدل‌سازی سازه‌های مورد تحلیل که از دو نوع پوسته بیضی‌گون پهن شده در قطبین (اُبلیت) و کشیده شده (پرولیت) هستند، "شکل 1"، به صورت پارامتری در نرم‌افزار معرفی می‌شوند. مقدار a و b که هر کدام با توجه به موقعیت گردش محور دوران، قطر بزرگ و کوچک بیضی گون دورانی می‌باشند از 1.5 تا 3 با بازه 0.5 متغیر هستند. ماده مورد استفاده جهت تحلیل همگن پوسته‌های بیضی‌گون از نوع فولاد St-37 با مشخصات مکانیکی، مدول الاستیسیته 210 GPa و ضریب پواسون 0.3 در نظر گرفته شده است. در این مطالعه که هدف تحلیل کمانش پوسته‌های بیضی‌گون همگن و همسانگرد تحت فشار هیدرواستاتیک خارجی است؛ استفاده از المان‌های پوسته‌ای مناسب می‌باشد.

برای این منظور، دو نوع المان S4R/S4R5 و S8R/S8R5 در شبیه‌سازی اجزای محدود این گونه مسائل در آباکوس شهرت دارد و مورد استفاده است. تفاوت دو مدل S4R و S8R در نوع درجه بندی المان‌ها است. در تحلیل حاضر، با توجه به هندسه و اینکه اختلاف بین نتایج حاصل از المان خطی، S4R5 و غیرخطی، S8R5، نسبت به هزینه زمانی ناچیز است از المان S4R5 استفاده می‌شود. می‌توان گفت، گام مهم در مدل‌سازی سازه‌ها در نرم‌افزارهای اجزای محدود تولید شبکه صحیح و دقیق از مدل است. با ترکیب ابزارهای موجود در ماژول شبکه آباکوس می‌توان شبکه‌ای منظم و دقیق برای پوسته‌های مورد بررسی ایجاد کرد. از این‌رو، برای رسیدن به منظم‌ترین نوع شبکه به کمک دستور جزءبندی³ و استفاده از نوع شبکه منظم ساختار یافته⁴ و جاروب⁵ ساختار یک‌دست و منظمی از المان‌های مربعی ایجاد گردیده است. "شکل 4" شبکه‌بندی مدل را نشان می‌دهد.

شرایط مرزی اصلی پوسته بیضی‌گون به دلیل نوع کاربرد آن، شرایط مرزی جابجایی دوردست⁶ است. بنابراین، از ماژول برهم کنش⁷ و از قید کوپلینگ⁸ با معرفی نقطه مرجع و انتخاب یکی از قطبین بیضی‌گون، قید

¹ Static Riks

² Load proportionality factor

³ Partition

⁴ Structured

⁵ Sweep

⁶ Remote displacement condition

⁷ Interaction

⁸ Coupling

سازه اعتماد لازم را بدست آورد، بدیهی است که در دیگر مودها هم صادق است. از جدول 2 مشاهده می‌شود که با افزایش نسبت a/b یا به عبارتی نسبت قطر بزرگ به کوچک مقدار ظرفیت بار کمانش کاهش می‌یابد. از طرفی با مقایسه‌ی حل تحلیلی موجود در مرجع [6] تطابق خوبی با حداکثر خطای کمتر از 5 درصد مشاهده می‌شود. به علاوه نتایج حاصل از تحلیل پوسته بیضی‌گون پرولیت در جدول 3 نشان می‌دهد که افزایش قطر بزرگ به قطر کوچک ($b/a > 1.5$) می‌تواند در کاهش ظرفیت بار کمانش موثر باشد. همچنین قابل ذکر است، نتایج تحلیلی موجود در مرجع [13] به خوبی با نتایج حاصل از حل المان محدود خطی مطابقت دارد. به علاوه با مقایسه ظرفیت بار کمانش دو پوسته از "شکل 7" می‌توان گفت، ظرفیت بار کمانشی پوسته پرولیت نسبت به ابلیت بیشتر و نرخ تغییرات آن با در نظرگرفتن ابعاد هندسی مختلف (3-1.5) به صورت نرم‌تر کاهش یافته است.

همانطور که در بخش 3 گفته شد، مقدار بار بحرانی کمانش که از حل خطی بدست می‌آید از مقدار واقعی و عملی آن بیشتر است. از این‌رو، ضروریست تا تاثیر عوامل غیرخطی همچون عامل غیرخطی هندسی را در مسئله به حساب آورد.

جدول 2 مقایسه نتایج حل اجزای محدود بار بحرانی کمانش خطی با حل تحلیلی برای بیضی‌گون ابلیت در مود اول با ضخامت 0.003 متر

Table 2 The results compared with FEM and analytical solution for Oblate ellipsoidal shell with $h=3\text{mm}$

مقایسه نتایج %خطا	بیضی‌گون ابلیت			
	$p_{cr}^{FEM}/p_{cr}^{EXT}$	نتایج تحلیلی (Pa)	مقادیر ویژه بحرانی (Pa)	$a/b > 1$
4.2	1.04	4.52e5	4.71e5	1.5
4.9	1.05	1.43e5	1.50e5	2
4.2	1.04	5.87e4	6.12e4	2.5
4.5	1.03	2.83e4	2.91e4	3

جدول 3 مقایسه نتایج حل اجزای محدود بار بحرانی کمانش خطی با حل تحلیلی برای بیضی‌گون پرولیت در مود اول با ضخامت 0.003 متر

Table 3 The results compared with FEM and analytical solution for Prolate ellipsoidal shell with $h=3\text{mm}$

مقایسه نتایج %خطا	بیضی‌گون ابلیت			
	$p_{cr}^{FEM}/p_{cr}^{EXT}$	نتایج تحلیلی (Pa)	مقادیر ویژه بحرانی (Pa)	$b/a > 1$
0.015	0.099	6.82e5	6.81e5	1.5
0.028	0.098	3.50e5	3.49e5	2
0.00	1.00	2.18e5	2.18e5	2.5
0.00	1.00	1.50e5	1.50e5	3

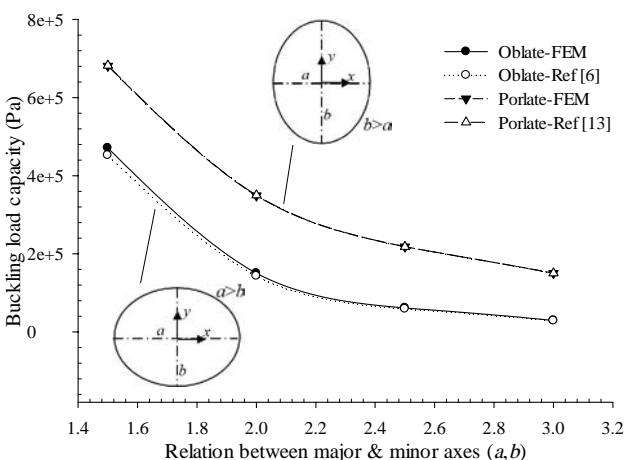


Fig. 7 Effectiveness of geometrical variations for Oblate and Prolate ellipsoids on critical buckling mode

شکل 7 تاثیر تغییرات ابعاد هندسی دو پوسته بیضی‌گون ابلیت و پرولیت بر ظرفیت بار کمانش

"شکل 6" تغییرات بار بحرانی کمانش در مود اول را نسبت به ابعاد شبکه نشان می‌دهد، که نمایش بخش میله‌ای نشان دهنده اختلاف حل تحلیلی با حل اجزای محدود است. از این‌رو، با مقایسه با حل تحلیلی موجود واضح است بیشترین خطا بین حل تحلیلی و اجزای محدود در دو بازه ابعاد شبکه‌ی بیشتر از 0.03 متر و کمتر از 0.02 متر دیده می‌شود. بنابراین، بهترین محدوده انتخابی می‌تواند در بازه 0.03 تا 0.02 متر قرار داشته باشد.

5- نتایج و بحث

5-1- کمانش خطی

با مطمئن شدن از صحت روند مدل‌سازی، اکنون تحلیل پارامتری کمانش خطی و غیرخطی برای دو نوع متفاوت از پوسته‌های دورانی یافته، بیضی‌گون پهن شده در قطبین و بیضی‌گون کشیده، به ترتیب با هدف تحلیل و بررسی ظرفیت بار کمانشی دنبال می‌شود. لازم بذکر است، ابعاد شبکه استفاده شده در تحلیل بیضی‌گون با توجه به نتایج استقلال از شبکه، 0.02 متر در نظر گرفته شده است. فرض می‌شود پوسته تحت فشار یکنواخت واحد قرار گرفته باشد. در این صورت، در گام اول خروجی‌هایی از مقادیر ویژه کمانش یا به عبارتی ظرفیت تحمل بار کمانش سازه استخراج می‌شود. بدین طریق، جدول 2 تغییرات مقادیر ویژه مود اول کمانش را نشان می‌دهد.

به دلیل اهمیت مود اول نسبت به دیگر مودها و استفاده از خروجی مود اول برای تحلیل کمانش غیرخطی، تنها این مود بررسی می‌شود. در تحلیل کمانش پوسته‌ها مرسوم است که این روند دنبال شود و در صورتی که تحلیل

جدول 1 همگرایی نتایج اجزای محدود با تغییرات ابعاد شبکه برای پوسته کروی با ضخامت 0.003 متر

Table 1 Convergence of FEM results with changing mesh size for spheroid shell. with $h=3\text{mm}$

اندازه شبکه (m)	مود اول (Pa)	مود دوم (Pa)	%تغییرات	%خطا حل تحلیلی [1]=2.2878e6
0.08	2.30758e6	2.30948e6	--	0.86
0.05	2.29806e6	2.29910e6	0.41	0.45
0.04	2.29263e6	2.29353e6	0.24	0.21
0.03	2.28947e6	2.29001e6	0.14	0.07
0.02	2.28587e6	2.28604e6	0.16	0.08
0.015	2.28355e6	2.28365e6	0.10	0.19
0.010	2.28284e6	2.28294e6	0.03	0.22

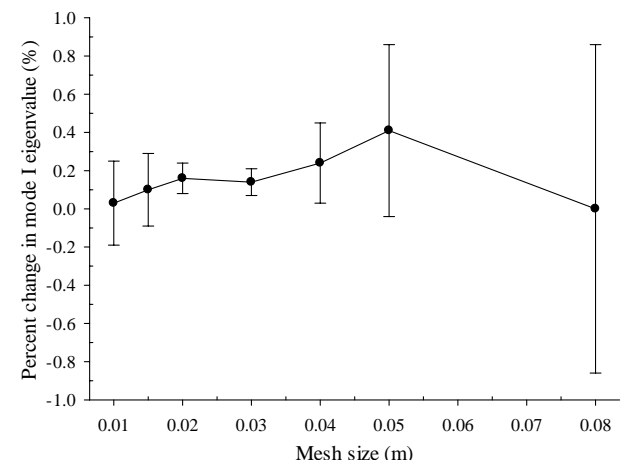


Fig. 6 The percentage of variations mesh dependency between critical buckling mode I and mesh sizes for spheroid shell with $h=3\text{mm}$

شکل 6 درصد تغییرات وابستگی شبکه بین بار بحرانی کمانش مود اول و ابعاد شبکه برای پوسته کروی با ضخامت 3mm

روند افزایشی داشته است.

2-5- کمانش غیر خطی

با توجه به حساسیت بالای پوسته‌ها به نقص، مقدار نقص به صورت درصدی از ضخامت پوسته در نظر گرفته می‌شود. ابتدا برای هر دو نوع پوسته بیضی‌گون اُبلیت و پرولیت مقدار نقص اولیه 10 درصد ضخامت به همه نسبت‌های ابعاد هندسی اعمال می‌شود. در نهایت خروجی‌های مورد نظر استخراج می‌گردد. همچنین به منظور درک بهتر از اثر نقص اولیه، مقادیر 5، 20، 50 و 70 درصد ضخامت به‌عنوان نقص به مود بحرانی کمانش در هر دو نوع پوسته بیضی‌گون با نسبت‌های $a/b=2$ و $b/a=2$ اعمال می‌شود.

لازم بذکر است این مقادیر در محدوده مجاز آیین‌نامه یوروکد¹ جهت تعیین ظرفیت بار کمانشی با وجود نقص اولیه در سازه [19] هستند. بنابراین، با اعمال مود اول کمانش از تحلیل خطی، مقادیر مشخص شده در جداول 2 و 3، به پوسته‌ها می‌توان خروجی‌های حد نهایی² و بار کمانشی را از نمودار LPF، نسبت ظرفیت بار کمانش به بار اعمال شده، در جداول 4 و 5 مشاهده کرد. LPF نتایج تناسب بین بار اعمالی است که در واقع ضریبی از بار اعمالی و جابجایی را نشان می‌دهد. از آنجایی که هر دو بارگذاری و جابجایی نامعلوم یا به نوعی کمیته هستند، طول قوس³، طول مسیر تعادل استاتیکی در فضای بار جابجایی نامیده می‌شود که برای سنجش فرآیند حل استفاده می‌گردد. این روش حل، اجازه مدل‌سازی هر دو سازه پایدار و ناپایدار را می‌دهد. برای اطلاعات بیشتر راجع به روش بهبود یافته ریکس⁴ که آباکوس از الگوریتم طول قوس برای حل مسائل غیرخطی استفاده می‌کند، مطالعه

مرجع [20] مفید است. این پارامتر، LPF، نسبت به تعیین ظرفیت تحملی سازه استفاده می‌شود. اگر این مقدار بزرگتر از "1" باشد، صرفاً این مفهوم را بیان می‌کند که بارگذاری اعمال شده به مدل از حد تحمل سازه کمتر است، از این‌رو مقدار بارگذاری باید بیشتر از بار قبلی اعمال شود. جدول 4 نتایج حل غیرخطی را برای پوسته اُبلیت نشان می‌دهد. همانطور که از مقادیر LPF مشخص است، سازه دچار کمانش شده است و مقدار ظرفیت بار کمانش نزدیک به 40 درصد از ظرفیت بار کمانش حل تحلیلی افت داشته است که این خود اهمیت وجود نقص‌های هندسی و یا هرگونه عامل غیرخطی را در تحلیل مسائل کمانش روشن می‌سازد. در ضمن، "شکل 8" میزان ظرفیت بار (حد تحمل) و سپس ناحیه فروپاشی سازه را نشان می‌دهد. به‌عنوان مثال، برای نسبت $a/b=1.5$ مقدار LPF به صورت خطی تا حد نهایی تحمل سازه پیش رفته و به نقطه دوشاخگی می‌رسد که از آن به بعد رفتار سازه به صورت غیرخطی است و دیگر سازه قابلیت تحمل بار کمانشی را نداشته و دچار فروپاشی می‌شود. همانطور که از "شکل 8" و جدول 4 کاملاً مشخص است، بسته به نوع ابعاد هندسی سازه ظرفیت کمانشی آن افت می‌کند. لازم به ذکر است مقدار حد نهایی کمانش و حد تسلیم سازه دو بحث جدا هستند، یعنی کمانش معمولاً قبل از حد تسلیم سازه رخ می‌دهد. بدین منظور، این امکان وجود دارد که سازه دچار کمانش شده باشد ولی شکست و تخریب رخ ندهد. از طرفی با مشاهده نتایج مربوط به پوسته بیضی‌گون پرولیت در جدول 5 و "شکل 9" می‌توان نتیجه گرفت که تاثیر نقص اولیه 10 درصد بر کاهش ظرفیت بار کمانش در مقایسه با نتایج پوسته اُبلیت تا حدودی کمتر بوده است. بنابراین، پوسته پرولیت می‌تواند در برابر این نقص ظرفیت تحمل کمانشی بالاتری نشان دهد. همچنین از جدول 5 مشاهده می‌شود که با افزایش نسبت ابعاد هندسی b/a ظرفیت بار کمانش نسبت به پوسته اُبلیت

جدول 4 نتایج حل غیرخطی پوسته اُبلیت با نقص اولیه 10% ضخامت پوسته
Table 4 Nonlinear results for Oblate shell with 10% imperfection

بیضی‌گون اُبلیت	حد نهایی (LPF)	ظرفیت کمانش (Pa)	نقص 10% ضخامت	% خطا
$a/b > 1$	0.6090	2.750e5		39.1
	0.5851	8.37Ee4		41.5
	0.5848	3.43Ee4		41.5
	0.5813	1.65Ee4		42.0

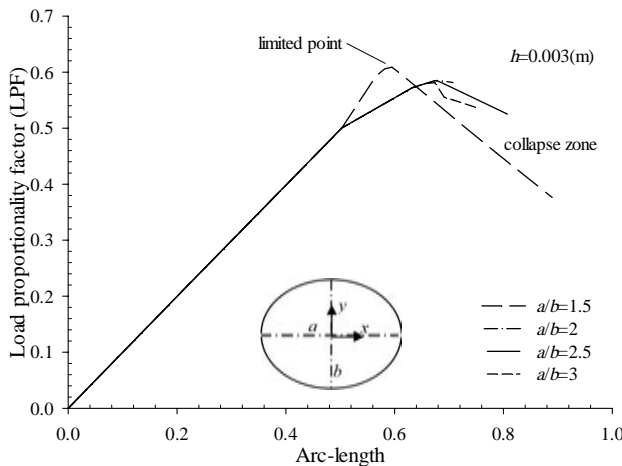


Fig. 8 Non-dimensional buckling load-displacement (LPF) curve for Oblate ellipsoidal shell with 10% imperfection

شکل 8 نمودار بی‌بعد بار کمانش-جابجایی (LPF) برای پوسته بیضی‌گون اُبلیت با نقص اولیه 10%

جدول 5 نتایج حل غیرخطی پوسته پرولیت با نقص اولیه 10% ضخامت پوسته
Table 5 Nonlinear results for Prolate shell with 10% imperfection

بیضی‌گون پرولیت	حد نهایی (LPF)	ظرفیت کمانش (Pa)	نقص 10% ضخامت	% خطا
$b/a > 1$	0.7912	5.39e5		21.00
	0.8655	3.02e5		13.70
	0.8947	1.95e5		10.53
	0.9110	1.37e5		8.90

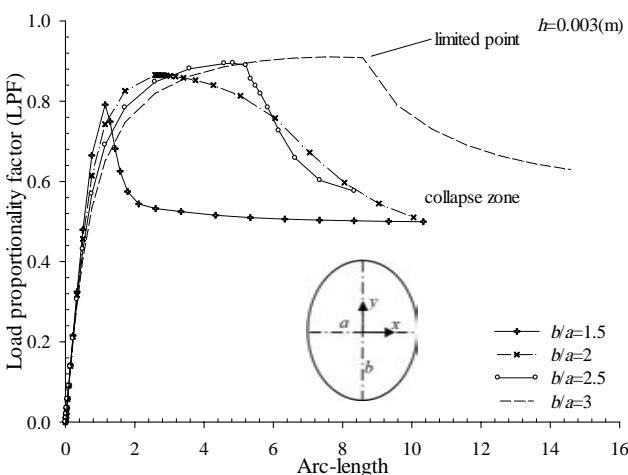


Fig. 9 Non-dimensional buckling load-displacement (LPF) curve for Prolate ellipsoidal shell with 10% imperfection

شکل 9 نمودار بی‌بعد بار کمانش-جابجایی (LPF) برای پوسته بیضی‌گون پرولیت با نقص اولیه 10%

¹ Eurocode
² limited Load
³ Arc-length
⁴ Modified Riks method

لازم به ذکر است که مودهای کماتشی برای پوسته بیضی‌گون پرولیت همگی تغییر شکل یکسانی دارند و تفاوت مشهود آن‌ها در تشکیل تعداد موج‌های کماتشی است. با مشاهده "شکل 12" پیداست که تعداد موج‌های تشکیل شده با افزایش نسبت $b/a > 1$ کاهش یافته است در صورتی که بار کماتش بتدریج کاسته شده است اما بر طبق نتایج جدول 3، افزایش این نسبت رفتار آرام‌تری از موج‌های کماتش نسبت به مقادیر کوچک‌تر b/a به همراه داشته است.

تا کنون با در نظر گرفتن نقص اولیه 10% ضخامت پوسته‌ها، حل غیرخطی کماتش برای نسبت‌های مختلف ابعاد هندسی انجام شد. در ادامه برای درک عمیق‌تر از مفهوم نقص هندسی در سازه‌ها و اثر آن بر روی ظرفیت بار کماتش، نقص به صورت درصد‌های مختلفی از ضخامت برای هر دو پوسته آبیلت و پرولیت و تنها برای نسبت‌های ابعادی $a/b=2$ و $b/a=2$ ارائه می‌شود. قابل ذکر است در استاندارد مدل‌سازی کماتش بر اساس نقص اولیه، نقص اولیه کمتر از 10% لحاظ می‌شود. اما در اینجا، برای شناخت از افزایش درصد نقص هندسی بر ظرفیت بار کماتش، خصوصاً برای پوسته‌های بیضی‌گون مورد مطالعه در این تحقیق، بررسی آن امری ضروری است. نتایج حل غیرخطی از درصد‌های گوناگون نقص اولیه (5، 20، 50 و 70) برای پوسته‌ی بیضی‌گون آبیلت در جدول 6 نشان داده شده است. واضح است که مقدار خطای بوجود آمده از حل خطی اجزای محدود و تحلیلی برای مقدار 5% نقص، 30% است و با افزایش نقص اولیه به مقادیر 20 تا 70 درصد ضخامت پوسته، به بیش از 50 تا 70 درصد افزایش می‌یابد.

به علاوه با افزایش مقدار نقص از 5% تا 70% ظرفیت بار کماتش از 0 تا 58 درصد افت می‌کند. همچنین برای پوسته بیضی‌گون پرولیت از جدول 7 مقدار خطای بدست آمده از حل غیرخطی برای مقادیر مشخص نقص اولیه براساس نتایج موجود در جدول 3، از 7.82 تا 53.4 درصد اختلاف مشاهده می‌شود که این به خوبی محافظه‌کار بودن نتایج حل خطی را بیان می‌کند. از طرفی، نتایج جدول 7 نشان می‌دهد که افزایش نقص ابتدایی از 5% به 20% و نهایتاً 70% ضخامت، ظرفیت بار کماتش پوسته بیضی‌گون پرولیت را به ترتیب از 20 تا 50 درصد کاهش می‌دهد. بنابراین، اثر افزایش ابعاد هندسی باتوجه به نوع هندسه سازه می‌تواند در افت ظرفیت بار کماتش قابل ملاحظه باشد. همچنین با مقایسه نتایج استخراج شده برای دو نوع پوسته بیضی‌گون با نسبت‌های ابعادی ذکر شده در "شکل 13" مشاهده می‌شود که اثر نقص

بدین معنی که حد نهایی کماتش نسبت به پوسته آبیلت بیشتر شده است و با افزایش نسبت هندسی این مقدار به عدد یک نزدیک می‌شود. به علاوه از "شکل 9" واضح است که شیب نمودار LPF تا رسیدن به حد نهایی کماتش و نقطه دوشاخگی کمتر از پوسته آبیلت است. به‌عنوان مثال، این مقدار برای نسبت $b/a=1.5$ به سرعت به سمت ناحیه فروپاشی میل کرده در صورتی که این رفتار برای دیگر ابعاد هندسی با افزایش تدریجی این نسبت ملایم‌تر است. قابل ذکر است تنش‌های غشایی حداکثر در پوسته‌های دوران یافته بسته به نوع محور دوران که تشکیل دهنده پوسته بیضی‌گون کشیده و پهن شده در قطبین هستند در زاویه 90 درجه نسبت به آن اتفاق می‌افتد. مودهای کماتش، تنش‌های اصلی و فون‌میسز که حاصل از حل خطی و غیرخطی کماتش برای پوسته‌های بیضی‌گون آبیلت و پرولیت هستند به‌ترتیب در "شکل‌های 10 و 11" نشان داده شده است.

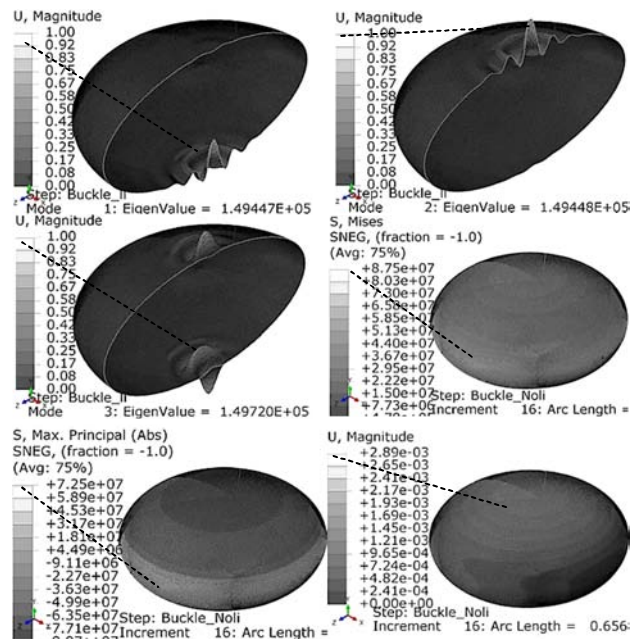


Fig. 10 Buckling modes, von-mises and maximum principle stresses and displacement for Oblate ellipsoidal shell with $a/b=2$ and $h=3$ mm

شکل 10 مودهای کماتشی، تنش‌های فون‌میسز و حداکثر تنش اصلی و جابجایی برای پوسته بیضی‌گون آبیلت با نسبت $a/b=2$ و ضخامت 3 میلی‌متر

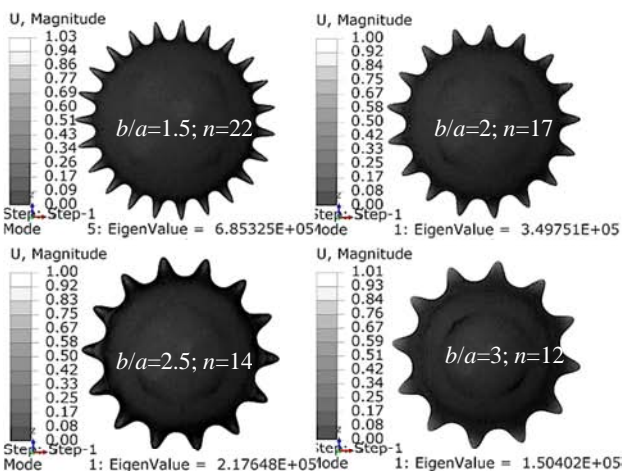


Fig. 12 Number of circumferential waves for Prolate ellipsoidal shell

شکل 12 تعداد موج‌های پیرامونی کماتش مود اول برای پوسته بیضی‌گون پرولیت

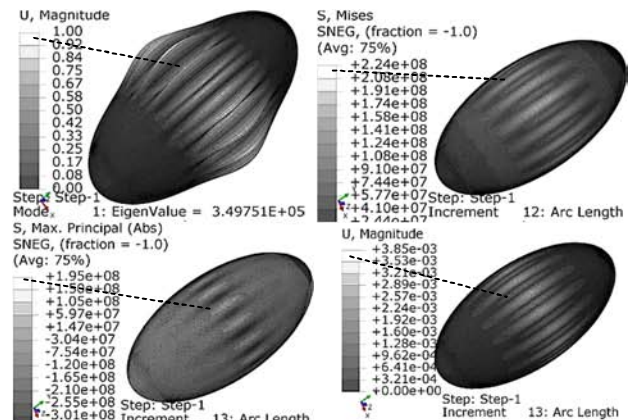


Fig. 11 Buckling modes, von-mises and maximum principle stresses and displacement for Prolate ellipsoidal shell with $b/a=2$ and $h=3$ mm

شکل 11 مودهای کماتشی، تنش‌های فون‌میسز و حداکثر تنش اصلی و جابجایی برای پوسته بیضی‌گون پرولیت با نسبت $b/a=2$ و ضخامت 3 میلی‌متر

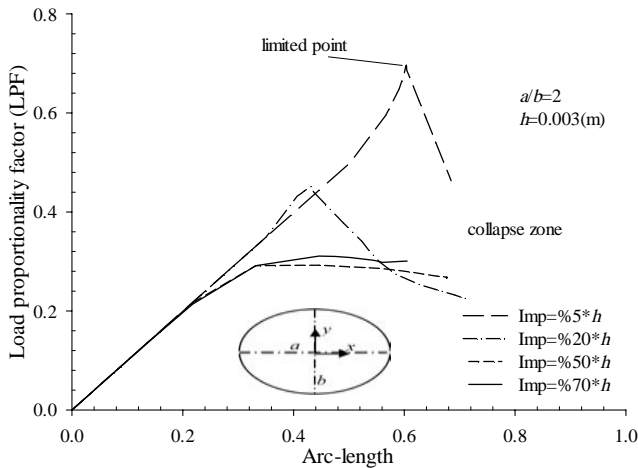


Fig. 14 Showing the effects of imperfection on buckling load capacity in load-displacement (LPF) curve for both Oblate ellipsoidal shell
شکل 14 نمایش تاثیر نقص اولیه بر ظرفیت بار کمانش در نمودار بار-جابجایی (LPF) برای پوسته بیضی‌گون اُبلت

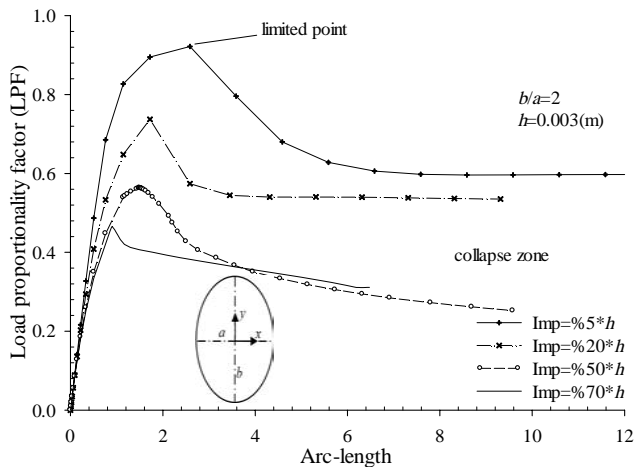


Fig 15 Showing the effects of imperfection on buckling load capacity in load-displacement (LPF) curve for both Prolate ellipsoidal shell
شکل 15 نمایش تاثیر نقص اولیه بر ظرفیت بار کمانش در نمودار بار-جابجایی (LPF) برای پوسته بیضی‌گون پرولیت

نوع نسبت ابعادی هندسی مختلف با ضخامت 6 میلیمتر بررسی می‌شود. فرض در نظر گرفتن پوسته‌های بیضی‌گون اُبلت با نسبت ابعادی $a/b=1.5$ و $a/b=3$ و پرولیت با نسبت $b/a=1.5$ و $b/a=3$ تحت فشار خارجی یکنواخت واحد با ویژگی مکانیکی فولاد St-37. حل کمانش با ضخامت جدید دنبال می‌شود. جداول 8 تا 11 خروجی‌هایی از حل اجزای محدود و تحلیلی و همچنین حل غیرخطی را برای چند مورد از نقص اولیه در قالب ظرفیت بار کمانشی، خطای حاصل از حل غیرخطی و تحلیلی و همچنین میزان اثر نقص بر افت بار کمانش نشان می‌دهد. با مشاهده این نتایج مشهود است که ابتدا افزایش ضخامت به دو برابر مقدار پیشین می‌تواند باعث افزایش بار کمانش شود. از سوی دیگر افزایش حد نهایی کمانش (نقطه دوشاخگی) را تا حدودی در مقایسه با مقدار نقص اولیه مشابه (10%) با ضخامت 3 میلیمتر دربی داشته است. به علاوه، افزایش بعد هندسی می‌تواند در کاهش افت بار کمانش موثر باشد. برای مثال، با افزایش نسبت $a/b=1.5$ به دو برابر برای پوسته اُبلت، کاهش 2% افت بار کمانش آشکار است. ذکر این نکته ضروری است که افزایش ضخامت، اثر ممان خمشی را نسبت به اثر غشایی افزایش می‌دهد که در این شرایط وجود نقص هندسی در سازه خود می‌تواند دلیلی موثر بر

جدول 6 نتایج حل غیرخطی کمانش با نقص اولیه مختلف برای پوسته اُبلت با نسبت ابعاد $a/b=2$ و ضخامت 3mm

Table 6 The results of nonlinear buckling analysis with various initial imperfection for Oblate ellipsoidal shell; $a/b=2, h=3\text{mm}$

% کاهش ظرفیت	حد نهایی کمانش-ضخامت 3 میلیمتر			
	خطا و کاهش ظرفیت بار	ظرفیت کمانش (Pa)	حد نهایی (LPF)	% نقص در ضخامت
0	30.3	99628.1	0.6967	5
35	54.9	64550.2	0.4514	20
58	70.8	41784.6	0.2922	50
58	70.9	41670.2	0.2914	70

جدول 7 نتایج حل غیرخطی کمانش با نقص اولیه مختلف برای پوسته پرولیت با نسبت ابعاد $b/a=2$ و ضخامت 3mm

Table 7 The results of nonlinear buckling analysis with various initial imperfection for Prolate ellipsoidal shell; $b/a=2, h=3\text{mm}$

% کاهش ظرفیت	حد نهایی کمانش-ضخامت 3 میلیمتر			
	خطا و کاهش ظرفیت بار	ظرفیت کمانش (Pa)	حد نهایی (LPF)	% نقص در ضخامت
0	7.82	3.23e5	0.9218	5
20	26.3	2.58e5	0.7372	20
39	43.7	1.97e5	0.5630	50
50	53.4	1.63e5	0.4659	70

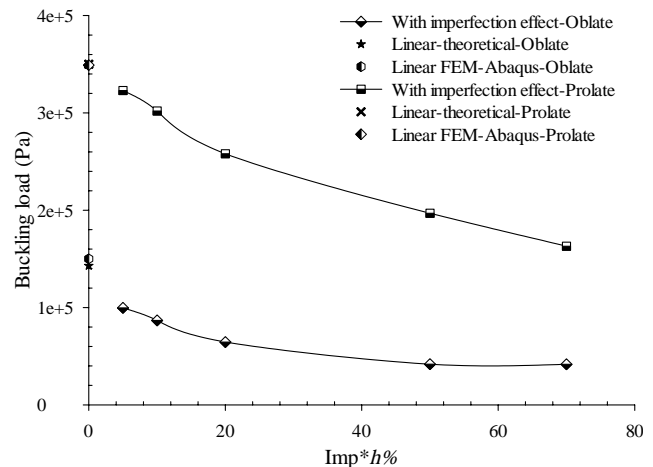


Fig. 13 The effects of imperfection (Imp) on buckling load capacity for both Oblate and Prolate ellipsoidal shells
شکل 13 تاثیر نقص اولیه بر بار کمانش برای دو پوسته بیضی‌گون اُبلت و پرولیت

هندسی برای پوسته اُبلت به‌طور قابل توجهی باعث کاهش ظرفیت بار کمانش شده است.

از این‌رو، اثر نقص هندسی در پوسته اُبلت پراهمیت است. از سوی دیگر با مشاهده "شکل 13"، روند کاهش ظرفیت بار کمانش برای پوسته پرولیت نسبت به پوسته اُبلت سیر نزولی‌تری دارد. به علاوه، از نمودارهای بار-جابجایی در "شکل‌های 14 و 15" برای دو نوع پوسته بیضی‌گون اُبلت و پرولیت می‌توان به خوبی اثر تغییرات نقص اولیه بر حد نهایی کمانش و حرکت سازه به سمت ناحیه فروپاشی را مشاهده نمود. همانطور که مشخص است با افزایش مقادیر نقص اولیه، اثر آن بر کاهش ظرفیت بار کمانش خصوصاً برای پوسته اُبلت نمایان می‌شود.

به‌عنوان آخرین تحلیل پیرامون پوسته‌های بیضی‌گون همگن، تاثیر ضخامت بر ظرفیت بار کمانش برای هر دو پوسته در نظر گرفته شده است که نتایج آن می‌تواند مقایسه پارامتری مفیدی از تاثیر ضخامت بر بار کمانش را نشان دهد. بنابراین برای دو پوسته بیضی‌گون اُبلت و پرولیت از هر کدام دو

جدول 8 نتایج حل خطی و غیرخطی کمانش با نقص اولیه مختلف برای پوسته اُبلت با نسبت $a/b=1.5$ و ضخامت 6mm

Table 8 The results of linear & nonlinear buckling analysis with various initial imperfection for Oblate ellipsoidal shell; $a/b=1.5, h=6\text{mm}$

کاهش ظرفیت %	خطا %	ظرفیت کمانش (Pa)	حد نهایی (LPF)	% نقص در ضخامت	اُبلت: $a/b=1.5, h=0.006(\text{m})$
0	19.3	1.46e6	0.8089	2	حل اجزای محدود: حل تحلیلی (Pa)
14	31.0	1.25e6	0.6889	5	مقادیر ویژه مود اول (Pa) 1.81e6
26	40.0	1.086e6	0.6000	10	1.9e6

جدول 9 نتایج حل خطی و غیرخطی کمانش با مقادیر مختلف نقص اولیه برای پوسته اُبلت با نسبت $a/b=3$ و ضخامت 6mm

Table 9 The results of linear & nonlinear buckling analysis with various initial imperfection for Oblate ellipsoidal shell; $a/b=3, h=6\text{mm}$

کاهش ظرفیت %	خطا %	ظرفیت کمانش (Pa)	حد نهایی (LPF)	% نقص در ضخامت	اُبلت: $a/b=3, h=0.006(\text{m})$
0	18.74	91823.8	0.8126	2	حل اجزای محدود: حل تحلیلی (Pa)
11	27.96	81405.2	0.7204	5	مقادیر ویژه مود اول (Pa) 1.13e5
24	37.92	70150.4	0.6208	10	1.2e5

جدول 10 نتایج حل خطی و غیرخطی کمانش با مقادیر مختلف نقص اولیه برای پوسته پرولیت با نسبت $b/a=1.5$ و ضخامت 6mm

Table 10 The results of linear & nonlinear buckling analysis with various initial imperfection for Prolate ellipsoidal shell; $b/a=1.5, h=6\text{mm}$

کاهش ظرفیت %	خطا %	ظرفیت کمانش (Pa)	حد نهایی (LPF)	% نقص در ضخامت	پرولیت: $b/a=1.5, h=0.006(\text{m})$
0	8.3	2.54e6	0.9177	2	حل اجزای محدود: حل تحلیلی (Pa)
10	17.7	2.28e6	0.8219	5	مقادیر ویژه مود اول (Pa) 2.77e6
16	23.10	2.13e6	0.7698	10	2.76e6

جدول 11 نتایج حل خطی و غیرخطی کمانش با مقادیر مختلف نقص اولیه برای پوسته پرولیت با نسبت $b/a=3$ و ضخامت 6mm

Table 11 The results of linear & nonlinear buckling analysis with various initial imperfection for Prolate ellipsoidal shell; $b/a=3, h=6\text{mm}$

کاهش ظرفیت %	خطا %	ظرفیت کمانش (Pa)	حد نهایی (LPF)	% نقص در ضخامت	پرولیت: $b/a=3, h=0.006(\text{m})$
0	2.96	6.10e5	0.9710	2	حل اجزای محدود: حل تحلیلی (Pa)
3	5.51	5.94e5	0.9445	5	مقادیر ویژه مود اول (Pa) 6.2861e5
6	9.01	5.72e5	0.9093	10	6.2742e5

واضح است که کاهش ظرفیت بار کمانش با افزایش درصد مقدار نقص برای نسبت‌های بالای هندسی، (a, b)، در مقایسه با نسبت‌های کوچکتر روند کاهشی کمتری را شامل می‌شود و به اصطلاح شیب کاهش ملایم‌تری دارد.

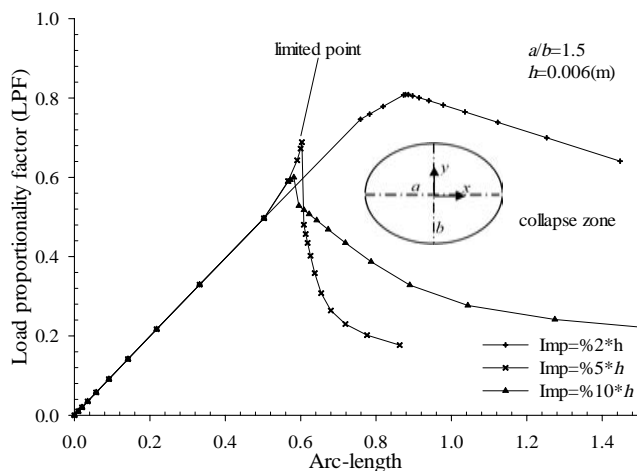


Fig. 16 Non-dimensional buckling load-displacement (LPF) curve with three kind of percentage initial imperfection for Oblate ellipsoidal shell with $a/b=1.5$ and 6mm thickness

شکل 16 نمودار بی‌بعد بار کمانش-جابجایی (LPF) با سه درصد مختلف از نقص اولیه برای پوسته بیضی‌گون پرولیت با نسبت $a/b=1.5$ و ضخامت 6mm

کاهش حد نهایی کمانش شده باشد. این برهان را پوسته بیضی‌گون پرولیت ثابت می‌کند؛ چراکه برای نقص هندسی 10% در مقایسه با نمونه مشابه با ضخامت 3 میلی‌متر از جدول 5، کاهش حد نهایی کمانش با اختلاف جزئی مشاهده می‌شود. اما از طرفی، درصد افت بار کمانشی در مقایسه با پوسته اُبلت کمتر است. بنابراین، بحث و بررسی بر روی کاهش و یا افزایش بار کمانش در پوسته‌های نازک می‌تواند برحسب هندسه سازه مورد نظر به پارامترهای متعددی وابسته باشد و نتایج گوناگونی استخراج گردد. همچنین با مشاهده "شکل‌های 16 تا 19" می‌توان رفتار بار-جابجایی را از نمودارهای LPF دنبال نمود.

از "نمودارهای 18 و 19" پیداست که تغییرات خطی و غیرخطی (پیش از دوشاخگی و پس از آن) مقدار حد نهایی و ناحیه فروپاشی، برای پوسته بیضی‌گون پرولیت آرام‌تر و از شیب کاهش کمتری در مقایسه با پوسته اُبلت، "نمودارهای 16 و 17"، برخوردار است.

به منظور مقایسه دقیق‌تر تغییرات بار کمانش بین دو پوسته بیضی‌گون با ضخامت 6 میلی‌متر، "شکل 20" به خوبی این افت و خیزها را نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود بیشترین ظرفیت بار کمانش برای پوسته‌های بیضی‌گون اُبلت و پرولیت به نسبت ابعاد هندسی $a/b=1.5, b/a=1.5$ و کمترین آن به نسبت $a/b=3, b/a=3$ می‌رسد. از این بین بیشترین مقدار ظرفیت بار کمانش متعلق به پوسته پرولیت با نسبت $b/a=1.5$ است. همچنین

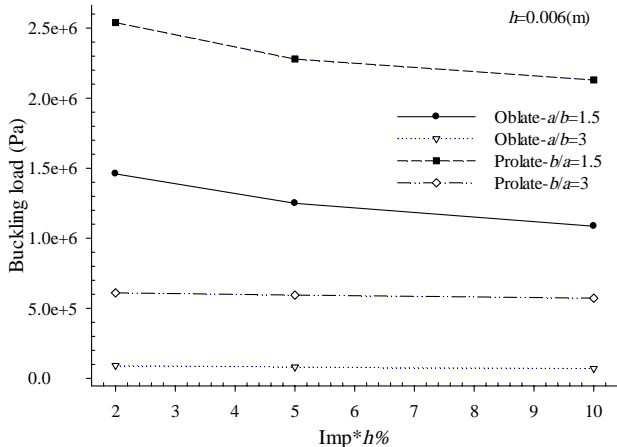


Fig. 20 Variations of buckling load capacity for a range of initial imperfection (Imp) for both Oblate and Prolate shells with $h=6\text{mm}$

شکل 20 تغییرات ظرفیت بار کمانش نسبت به نمونه‌های مختلف از نقص اولیه برای دو پوسته بیضی‌گون اُبلیت و پرولیت با ضخامت 6mm

6- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، مدل‌سازی و شبیه‌سازی مسئله کمانش خطی و غیرخطی برای دو نوع پوسته بیضی‌گون دوران یافته‌ی کشیده شده و پهن شده در قطبین (اُبلیت و پرولیت)، با استفاده از برنامه کاربردی اجزای محدود آباکوس تحلیل و بررسی شد. در ابتدا به دلیل خاص بودن نوع پوسته‌ها و مطالعات اندک پیرامون این موضوع، بررسی دقیق بین نتایج حل خطی از شبیه‌سازی آباکوس و حل تحلیلی موجود به منظور اطمینان از صحت و دقت نتایج انجام شد و با مقایسه با نتایج در دسترس تطابق خوبی مشاهده گردید. سپس برای تحقیق بر ظرفیت بار کمانش با در نظر گرفتن پارامترهای اساسی همچون ابعاد هندسی سازه، نقص اولیه و ضخامت، تاثیر هر کدام به صورت مفصل بیان شد. برآیند حاصل از حل مسائل پوسته‌های بیضی‌گون دوران یافته مورد مطالعه در این تحقیق نشان می‌دهد که ظرفیت بار کمانش با افزایش نسبت قطر بزرگ به قطر کوچک بیضی موله به صورت چشمگیری کاهش می‌یابد. به علاوه، با انجام حل غیرخطی، تاثیر افزایش درصد نقص اولیه در ضخامت پوسته به شدت باعث کاهش ظرفیت بار کمانش می‌شود. از سوی دیگر، پوسته بیضی‌گون پرولیت به دلیل مقدار توانایی بالا در تحمل بار کمانش مناسب‌تر از نوع اُبلیت شناخته شد. این گفته را می‌توان متذکر شد که افزایش ضخامت می‌تواند اثر دخالت ممان خمشی را قابل ملاحظه نماید و در این صورت است که افزایش نسبت ابعاد هندسی به این عامل کاهش ظرفیت بار کمک می‌کند. به هر حال، نتایج حاصل از حل کمانش خطی و غیرخطی برای پوسته بیضی‌گون همگن نشان می‌دهد که تغییرات هندسی قطر بزرگ به قطر کوچک و به نسبت، افزایش و کاهش ضخامت به ترتیب موثرترین پارامترها در کاهش و یا افزایش بار کمانشی هستند. همچنین واضح است هر چقدر سازه به حالت ایده‌آل نزدیک باشد و تا حد امکان از عوامل بوجود آورنده غیرخطی پرهیز شود ظرفیت بار کمانش افت نخواهد کرد. در نهایت، می‌توان پوسته پرولیت را با در نظر گرفتن دیگر پارامترهای اثر گذار به‌عنوان پوسته‌هایی با ظرفیت تحملی بار کمانشی بیشتر پیشنهاد کرد.

7- مراجع

- [1] J. Healey, B. Hyman, Buckling of prolate spheroidal shells under hydrostatic pressure, *AIAA Journal*, Vol. 5, No. 8, pp. 1469-1477, 1967.

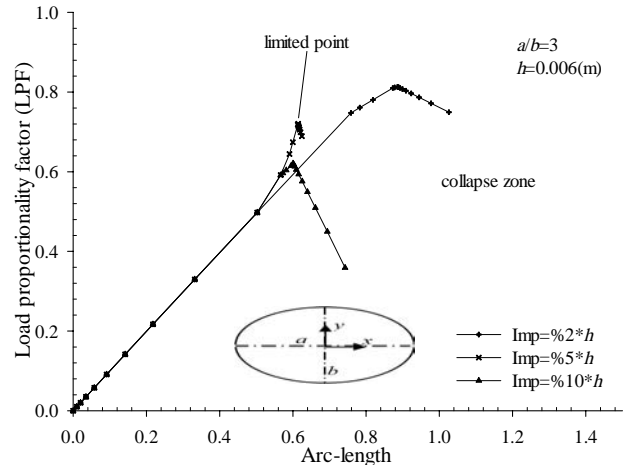


Fig. 17 Non-dimensional buckling load-displacement (LPF) curve with three kind of percentage initial imperfection for Oblate ellipsoidal shell with $a/b=3$ and 6mm thickness

شکل 17 نمودار بی‌بعد بار کمانش-جابجایی (LPF) با سه درصد مختلف از نقص اولیه برای پوسته بیضی‌گون پرولیت با نسبت $a/b=1.5$ و ضخامت 6mm

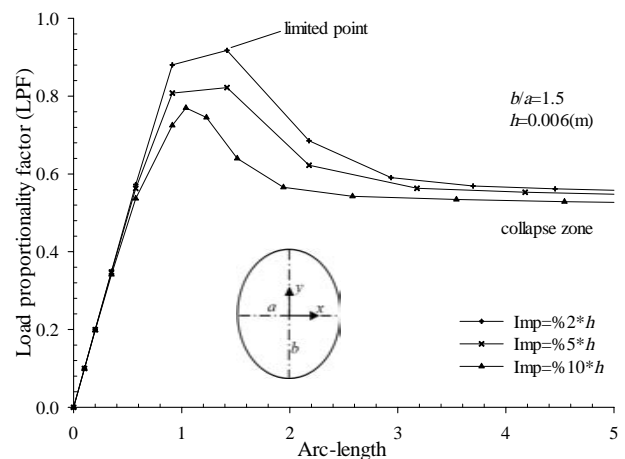


Fig. 18 Non-dimensional buckling load-displacement (LPF) curve with three kind of percentage initial imperfection for Prolate ellipsoidal shell with $b/a=1.5$ and 6mm thickness

شکل 18 نمودار بی‌بعد بار کمانش-جابجایی (LPF) با سه درصد مختلف از نقص اولیه برای پوسته بیضی‌گون اُبلیت با نسبت $b/a=1.5$ و ضخامت 6mm

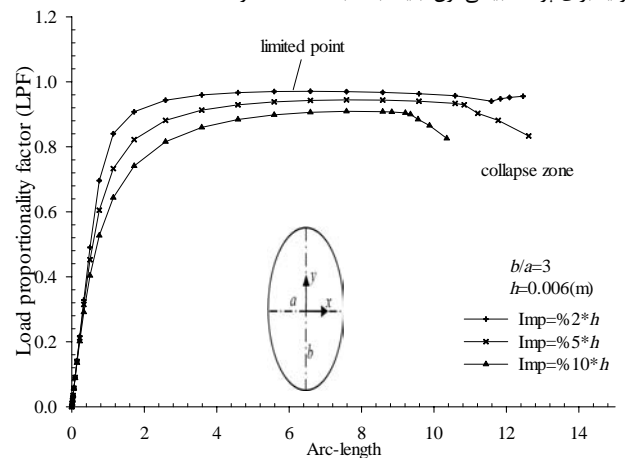


Fig. 19 Non-dimensional buckling load-displacement (LPF) curve with three kind of percentage initial imperfection for Oblate ellipsoidal shell with $b/a=3$ and 6mm thickness

شکل 19 نمودار بی‌بعد بار کمانش-جابجایی (LPF) با سه درصد مختلف از نقص اولیه برای پوسته بیضی‌گون پرولیت با نسبت $b/a=1.5$ و ضخامت 6mm

- [11] B. Prabu, R. Srinivasan, K. Naarayan, Finite element analysis of buckling of thin cylindrical shell subjected to uniform external pressure, *Journal of Solid Mechanics*, Vol. 1, No. 2, pp. 148-158, 2009.
- [12] P. Jasion, K. Magnucki, Elastic buckling of clothoidal-spherical shells under external pressure-theoretical study, *Thin-Walled Structures*, Vol. 86, No. 1, pp. 18-23, 2015.
- [13] S. Krivoschapko, Research on general and axisymmetric ellipsoidal shells used as domes, pressure vessels, and tanks, *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 60, No. 6, pp. 336-355, 2007.
- [14] P. E. Tovstik, *Stability of Thin Shells: Asymptotic Methods*, pp. 320, Moscow: Nauka, 1995. (in Russian)
- [15] D. Bushnell, *Computerized buckling analysis of shells*, pp. 17-29, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1985.
- [16] S. N. Krivoschapko, V. N. Ivanov, *Surfaces of Revolution*, in: *Encyclopedia of Analytical Surfaces*, First Edition., pp. 99-158, Cham: Springer International Publishing, 2015.
- [17] E. M. Sosa, *Computational buckling analysis of cylindrical thin-walled aboveground tanks*, Ph.D. Dissertation Thesis, University of Puerto Rico, Puerto Rico 2005.
- [18] C. Bisagni, Numerical analysis and experimental correlation of composite shell buckling and post-buckling, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 31, No. 8, pp. 655-667, 2000.
- [19] A. Standard, 650, Welded steel tanks for oil storage, *American Petroleum Institute*, Washington, DC, 2001.
- [20] *ABAQUS/CAE User's Guide (Version 6.14)*, Accessed on 18 April 2014; <http://abaqus.software.polimi.it/v6.14/books/usi/default.htm>
- [2] P. T. Pedersen, J. J. Jensen, Buckling behaviour of imperfect spherical shells subjected to different load conditions, *Thin-Walled Structures*, Vol. 23, No. 1, pp. 41-55, 1995.
- [3] Y. Ma, C. Wang, K. Ang, Y. Xiang, Buckling of super ellipsoidal shells under uniform pressure, *The IES Journal Part A: Civil & Structural Engineering*, Vol. 1, No. 3, pp. 218-225, 2008.
- [4] K. Marguerre, *Stability of the cylindrical shell of variable curvature*, National Advisory Committee of Aeronautics (NACA) Technical Memorandum 1302, Washington, 1951.
- [5] J. Kempner, Y.-N. Chen, *Buckling and postbuckling of an axially compressed oval cylindrical shell*, PIBAL report no. 917, DTIC Document, Polytechnic Institute of Brooklyn, Brooklyn, 1966.
- [6] D. A. Danielson, Buckling and initial postbuckling behavior of spheroidal shells under pressure, *AIAA Journal*, Vol. 7, No. 5, pp. 936-944, 1969.
- [7] M. Anderson, R. E. Fulton, W. L. Heard, J. E. Walz, Stress, buckling, and vibration analysis of shells of revolution, *Computers & Structures*, Vol. 1, No. 1, pp. 157-192, 1971.
- [8] M. W. Uddin, Buckling of general spherical shells under external pressure, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 29, No. 7, pp. 469-481, 1987.
- [9] C. Ross, P. Youster, R. Sadler, The buckling of plastic oblate hemi-ellipsoidal dome shells under external hydrostatic pressure, *Ocean Engineering*, Vol. 28, No. 7, pp. 789-803, 2001.
- [10] P. Smith, J. Blachut, Buckling of externally pressurized prolate ellipsoidal domes, *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 130, No. 1, pp. 011210, 2008.