



# تحلیل میکرومکانیکی خرابی ماده مرکب زمینه تیتانیومی با الیاف کوتاه تحت اثر بارگذاری محوری مرکب

محمدکاظم حسنزاده اقدم<sup>۱</sup>، محمدجواد محمودی<sup>۲\*</sup>

۱- دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعت آب و برق (شهید عباسپور)، تهران

۲- استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعت آب و برق (شهید عباسپور)، تهران

\* تهران، صندوق پستی ۱۶۷۶۵۱۷۱۹، mjmahmoodi@pwut.ac.ir

**چکیده-** در این مقاله، یک مدل میکرومکانیکی بر مبنای سلول واحد برای پیش‌بینی پاسخ الاستیک-ویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف کوتاه هم‌راستای زمینه تیتانیوم، تحت اثر بارگذاری محوری مرکب با وجود خرابی لایه میانی الیاف/زمینه ارائه می‌شود. همچنین اثرات تنش پسماند حرارتی ناشی از فرایند ساخت ماده مرکب الیاف کوتاه در این تحلیل در نظر گرفته می‌شود. المان حجمی نماینده ماده مرکب الیاف کوتاه شامل  $c \times r \times h$  سلول در ۳ بعد است که در آن یک چهارم الیاف توسط سلول‌های زمینه احاطه می‌شوند. برای بدست آوردن منحنی تنش-کرنش الاستیک-ویسکوپلاستیک رفتار الیاف و زمینه به ترتیب الاستیک و الاستیک-ویسکوپلاستیک فرض می‌شوند. برای تحلیل خرابی لایه میانی، مدل جدایی لایه میانی با نرمی گشایشی استفاده می‌شود. این مدل اجازه پیشرفت جدایی به واسطه رهایش تنش‌های لایه میانی را حین ادامه بارگذاری کلی بر ماده مرکب، می‌دهد. نتایج بارگذاری تک محوری و دو محوری مشخص کرده است که برای حصول پیش‌بینی‌های دقیق‌تر، در مقایسه با نتایج تجربی و مدل‌های دیگر در دسترس، باید هر دو عامل خرابی لایه میانی و اثر تنش پسماند حرارتی در مدل اعمال شود.  
**کلیدواژگان:** میکرومکانیک، ماده مرکب الیاف کوتاه، الاستیک-ویسکوپلاستیک، خرابی لایه میانی، تنش پسماند حرارتی.

## Micromechanical damage analysis of short fiber titanium matrix composites under combined axial loading

M.K. Hassanzadeh Aghdam<sup>1</sup>, M.J. Mahmmodi<sup>2\*</sup>

1- MSc. Graduated, Mech. Eng., Power and Water Univ. of Tech., Tehran, Iran

2- Assis. Prof., Mech. Eng., Power and Water Univ. of Tech., Tehran, Iran

\* P. O. B. 16765-1719 Tehran, Iran. mjmahmoodi@pwut.ac.ir

**Abstract-** In this paper, a unit cell based micromechanical model is presented to predict the elastic-viscoplastic response of aligned short fiber titanium matrix composites subjected to combined axial loading in the presence of fiber/matrix interfacial damage. The effects of manufacturing process thermal Residual Stress (RS) are also included in the analysis. The representative volume element (RVE) of the short fiber composites consists of  $c \times r \times h$  cells in three dimensions in which a quarter of the short fiber is surrounded by matrix sub-cells. In order to obtain elastic-viscoplastic curves, the fiber is assumed to be linear elastic, while the matrix exhibits elastic-viscoplastic behavior. The Evolving Compliance Interface (ECI) model is employed to analysis interface damage. This model allows debonding to progress via unloading of interfacial stresses even as global loading of the composite continues. Results revealed that for more realistic predictions, in comparison with available experimental and the other models results, both interfacial damage and thermal residual stress effects should be considered in the analysis.

**Keywords:** Micromechanics, Short Fiber Composites, Elastic-Viscoplastic Behavior, Interface Damage, Thermal Residual Stress.

## ۱- مقدمه

از جمله مزایای استفاده از مواد مرکب زمینه فلزی، به ویژه مواد مرکب پایه تیتانیومی، قابلیت کارکرد مناسب آنها در دمای بالا است [۱]. اثرات تنش پسماند<sup>۱</sup> و خرابی لایه میانی<sup>۲</sup> نقش بسیار مهمی را در پاسخ غیرالاستیک (پاسخ کششی و خزشی) مواد مرکب زمینه تیتانیومی ایفا می‌کنند. این تنش‌های پسماند طی فرایند سرد شدن از دمای ساخت ماده مرکب تا دمای اتاق، به دلیل اختلاف ضریب انبساطی حرارتی اجزای سازنده تولید می‌شوند. عامل دیگر، در مورد لایه میانی ضعیف بین زمینه و الیاف است.

رفتار کلی مواد مرکب تقویت شده با الیاف زمانی که الیاف پیوسته و بلند هستند، به خوبی قابل پیش‌بینی است. تحقیقات بسیاری که شامل مدل‌های میکرومکانیکی تحلیلی و المان محدود می‌باشد، برای پیش‌بینی رفتار مواد مرکب الیاف بلند انجام گرفته است [۲-۹].

اما در مواد مرکب الیاف کوتاه<sup>۳</sup> مسأله محاسبه رفتار کلی ماده مرکب به دلیل اثرات متعدد محدودیت الیاف، از جمله نسبت منظر<sup>۴</sup> پیچیده‌تر می‌شود. ارسنالت و تایا [۱۰] مدلی را براساس تئوری اشلیبی-موری-تاناکا برای محاسبه تنش پسماند حرارتی در مواد مرکب الیاف کوتاه هم‌راستا با زمینه فلزی پیشنهاد کردند. در این مدل رفتار زمینه ترمو-الاستیک-پلاستیک در نظر گرفته شد. مدل سلول استوانه‌ای بر اساس تئوری پیوستگی برای پیش‌بینی رفتار الاستیک-پلاستیک ماده مرکب تقویت شده با الیاف کوتاه و ذره با زمینه فلزی توسط جی و وانگ [۱۱] پیشنهاد شد. منحنی تنش-کرنش ماده مرکب الیاف کوتاه زمینه فلزی با استفاده از روش المان محدود کوپل شده با قانون ترکیب اصلاح شده در [۱۲] آمده است. اثرات تنش پسماند حرارتی در این تحلیل در نظر گرفته شد. در این تحلیل المان محدود رفتار الیاف و زمینه به ترتیب الاستیک خطی و ترمو-الاستیک-پلاستیک فرض شدند. همچنین الیاف و زمینه به صورت کاملاً متصل<sup>۵</sup> به هم در نظر گرفته شدند. خواص موثر الاستیک-پلاستیک ماده مرکب زمینه فلزی (برن/آلومینیوم) که با الیاف کوتاه هم‌راستا، تقویت

شده با استفاده از مدل میکرومکانیکی و روش المان محدود در [۱۳] آمده است.

از جمله عوامل مهم در پیش‌بینی رفتار مواد، انتخاب مدل مناسب برپا شبیه‌سازی پاسخ مواد است. بسیاری از سازه‌ها اغلب در معرض بارگذاری مکانیکی و در دماهای بالا برای مدت طولانی قرار دارند. تحت چنین بارگذاری و شرایط محیطی، مواد تغییر شکل‌های وابسته به زمان و غیرالاستیک را تجربه می‌کنند. از مدل ویسکوپلاستیک پرزینا [۱۴] برای پیش‌بینی پاسخ فلزات در محدوده گسترده‌ای از تغییرات نرخ کرنش و دما استفاده می‌شود. همچنین نشان داده شده است که این مدل برای شبیه‌سازی پاسخ غیرالاستیک و وابسته به زمان مواد پلیمری کاربردی باشد. یک مدل ساختاری ویسکوپلاستیک براساس تابع تنش اضافی<sup>۶</sup> توسط زینکوویچ و کورما در [۱۵] ارائه شده است. مدل ویسکوپلاستیک بادنر-پارتم زمانی که تغییر شکل غیرالاستیک عمده (بوئزه هنگامی که اثرات جدایی لایه میانی<sup>۷</sup> در مواد مرکب در نظر گرفته شود) در ماده رخ می‌دهد پیش‌بینی نزدیک‌تری به داده‌های تجربی انجام می‌دهد [۱۷]. ویژگی منحصر به فرد این مدل فقدان معیار تسلیم است که شرایط ویژه بارگذاری یا باربرداری را حذف می‌کند، در نتیجه می‌تواند برای همه مراحل بارگذاری یا باربرداری بطور مستقیم استفاده شود. طبق این مدل تغییر شکل پلاستیک همیشه وجود دارد، اما هنگامی که ماده رفتار الاستیک دارد این مقدار بسیار ناچیز است.

در مواد مرکب، انتقال بار بین الیاف و زمینه به لایه‌های میانی بستگی دارد، از این رو شاید بتوان گفت که مهمترین جزء در یک ماده مرکب لایه‌های میانی باشند که با اندازه سطح تماس و نیروهای چسبندگی در لایه میانی کنترل می‌شوند. مدل‌های مختلفی جهت تحلیل خرابی لایه میانی مواد مرکب ارائه شده است. ابودی مدل لایه میانی انعطاف‌پذیر<sup>۸</sup> جونز و وایتر را در روش سلولی به کار گرفت [۳]. مدل لایه میانی با نرمی ثابت<sup>۹</sup> توسط آرنولد و ویلت در معادلات نرخی روش سلولی بکار گرفته شد [۷]. معادله‌ای ساختاری جهت تحلیل رفتار ماده مرکب زمانی که خرابی در لایه میانی رخ می‌دهد توسط نیدلمن ارائه شده که ابودی و هراکوویچ آن را در روش

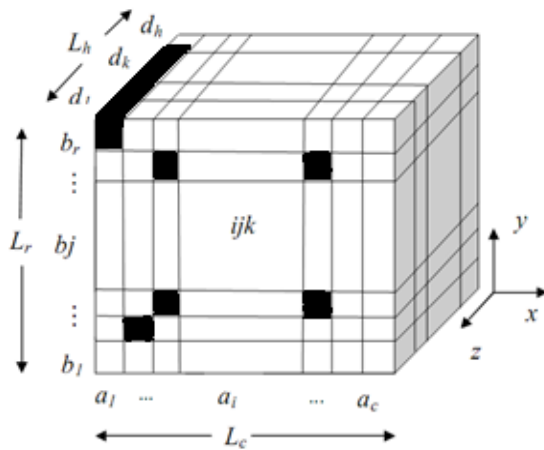
1. Residual Stress
2. Interface Damage
3. Short Fiber Composites
4. Aspect Ratio
5. Bonded

6. Overstress
7. Interfacial Debonding
8. Flexible Interface Model
9. Constant Compliance Interface

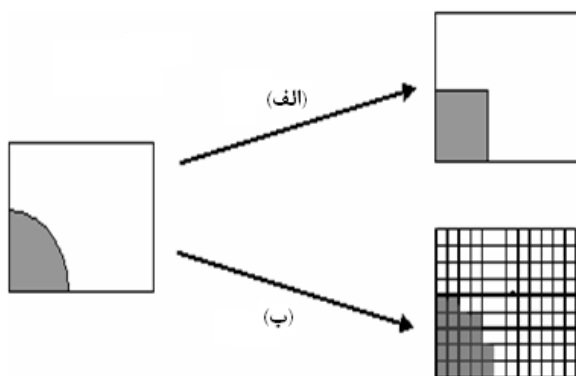
می‌شود و طول هر یک از سلول‌ها در جهت  $x$  با  $a_i$ ، در جهت  $y$  با  $b_j$  و در جهت  $z$  با  $d_k$  مشخص می‌شود.

مدل ارائه شده در این تحقیق برای مدل‌سازی حالت دایره‌ای الیاف، مدل سلول واحد ساده شده گسترش یافته<sup>۳</sup> (ESUC) نام‌گذاری می‌شود، که در شکل ۲ نشان داده شده است.

مطابق شکل ۳ سلولی از المان حجمی نماینده ماده مرکب شامل الیاف در نظر گرفته می‌شود. این سلول دارای ابعاد  $a_i$  و  $b_j$  در سه بعد با سطح مقطع مربعی ( $a_i=b_j$ ) می‌باشد. فرض می‌شود  $s=d_k/a_i$  نسبت منظر را مشخص کند [۱۶]. برای مواد مرکب الیاف بلند، ذره‌ای و الیاف کوتاه نسبت منظر به ترتیب  $s \gg 1$  یا  $s \rightarrow \infty$ ،  $s=1$  و  $s < 1$  در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۱ المان حجمی نماینده ماده مرکب الیاف کوتاه در مدل سلول واحد ساده شده



شکل ۲ مقطع المان حجمی نماینده ماده مرکب الیاف کوتاه در مدل سلول واحد ساده شده گسترش یافته در صفحه  $x-y$

سلولی برای ماده مرکب الیاف بلند بکار بردند [۴]. مدل جدایی لایه میانی با نرمی گشایشی<sup>۱</sup> نیز توسط آرنولد در [۷] ارائه شده است. مدل لایه میانی با نرمی گشایشی بهترین رفتار لایه میانی را در بین مدل‌های موجود نشان می‌دهد، چون در این مدل هم استحکام اتصال محدود در لایه میانی در نظر گرفته می‌شود و هم با رهایش تنش در لایه میانی جدایی تا زمانی که بارگذاری ادامه می‌یابد، افزایش پیدا می‌کند. با توجه به مرور تحقیقات پیشین، استخراج رفتار ویسکوپلاستیک مواد مرکب الیاف کوتاه با در نظر گرفتن خرابی لایه میانی تاکنون مدل نشده است.

در این مقاله، پاسخ الاستیک-ویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم تحت بارگذاری تک محوری و دو محوری با استفاده از بسط مدل سلول واحد ساده شده<sup>۲</sup> پیش‌بینی می‌شود. رفتار غیرخطی ماده به دلیل تغییر شکل پلاستیک و وابسته به زمان زمینه و خرابی در لایه میانی می‌باشد که در مدل در نظر گرفته می‌شوند. همچنین اثرات تنش پسماند حرارتی ناشی از فرایند ساخت ماده مرکب الیاف کوتاه در این تحلیل منظور می‌شود. المان حجمی نماینده ماده مرکب الیاف کوتاه به  $c \times r \times h$  سلول در سه بعد گسترش می‌یابد. همچنین مدل جدایی لایه میانی با نرمی گشایشی برای در نظر گرفتن جدایی لایه میانی به کار برده می‌شود.

## ۲- تحلیل

### ۲-۱- هندسه المان حجمی نماینده

بیشتر مدل‌های تحلیلی و المان محدود آرایش الیاف را منظم فرض می‌کنند. در مدل‌های تحلیلی مانند روشی سلولی و روش سلول واحد ساده شده الیاف را چهار گوش در نظر می‌گیرند. به منظور در نظر گرفتن هندسه واقعی تر مدل‌های تحلیلی، المان حجمی نماینده به  $c \times r \times h$  سلول مستطیلی در سه بعد تقسیم می‌شود که سلول‌های الیاف توسط زمینه احاطه می‌شوند. المان حجمی نماینده ماده مرکب الیاف کوتاه انتخاب شده در شکل ۱ نشان داده شده است که دارای  $c \times r \times h$  المان با طول ضلع  $L_h$  در جهت محور  $z$ ، طول ضلع  $L_c$  در جهت محور  $x$  و طول ضلع  $L_r$  در جهت محور  $y$  می‌باشد. اگر  $i$  متغیر شمارنده در جهت  $x$ ،  $j$  در جهت  $y$  و  $k$  در جهت  $z$  باشد، هر سلول با نام  $ijk$  شناخته

1. Evolving Compliance Interface Model
2. Simplified Unit Cell Model

### 3. Extended Simplified Unit Cell

معادلات ساختاری الاستیک-ویسکوپلاستیک سه بعدی برای سلول  $ijk$  به صورت رابطه (۴) بیان می شود.

$$\dot{\varepsilon}_{\alpha\beta}^{ijk} = \dot{\varepsilon}_{\alpha\beta}^{e,ijk} + \dot{\varepsilon}_{\alpha\beta}^{ie,ijk} + \dot{\varepsilon}_{\alpha\beta}^{th,ijk} \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3 \quad (4)$$

نرخ کرنش الاستیک ( $\dot{\varepsilon}_{\alpha\beta}^{e,ijk}$ ) مطابق قانون هوک به صورت رابطه (۵) با نرخ تنش ( $\dot{\sigma}_{\alpha\beta}^{ijk}$ ) مرتبط می شود.

$$\dot{\varepsilon}_{\alpha\beta}^{e,ijk} = S_e \dot{\sigma}_{\alpha\beta}^{ijk} \quad (5)$$

در این رابطه  $S_e$  ماتریس نرمی حالت الاستیک می باشد. نرخ کرنش حرارتی  $\dot{\varepsilon}_{\alpha\beta}^{th,ijk}$  به صورت رابطه (۶) نوشته می شود.

$$\dot{\varepsilon}_{\alpha\beta}^{th,ijk} = \alpha^{ijk} \dot{T} \quad (6)$$

در این معادله  $\alpha^{ijk}$  ماتریس ضرایب انبساط حرارتی می باشد. رفتار غیرالاستیک زمینه با استفاده از تئوری بادرن-پارتم مدل می شود [۱۷]. برای اجزای الاستوپلاستیک با سخت شوندهگی ایزوتروپیک، نرخ کرنش غیرالاستیک ماده در سلول  $ijk$  به صورت رابطه (۷) بیان می شود.

$$\dot{\varepsilon}_{\alpha\beta}^{ie,ijk} = \Lambda^{ijk} \sum_{\alpha\beta}^{ijk} \quad (7)$$

در این رابطه  $\sum_{\alpha\beta}^{ijk}$  تنش انحرافی می باشد. تابع جریان ( $\Lambda^{ijk}$ ) بصورت زیر تعریف می شود:

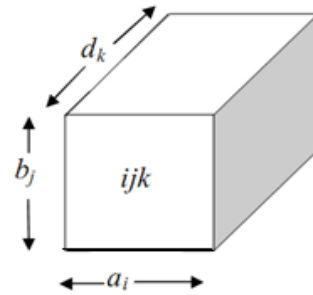
$$\Lambda^{ijk} = \frac{D_0^{ijk}}{\sqrt{J_2^{ijk}}} \exp \left[ -\frac{n^{ijk} + 1}{2n^{ijk}} \left[ \frac{Z^{ijk} 2}{3J_2^{ijk}} \right]^{n^{ijk}} \right] \quad (8)$$

که  $J_2^{ijk} = \sum_{\alpha\beta}^{ijk} \sum_{\alpha\beta}^{ijk} / 2$  نامتغیر دوم تنش انحرافی می باشد. در رابطه (۸) متغیر حالت بوده که می تواند بعنوان پارامتر وابسته به تاریخچه بارگذاری در نظر گرفته شود که حالت سخت شده ماده را نسبت به جریان پلاستیک نشان می دهد. در مورد سخت-شوندهگی ایزوتروپیک  $Z^{ijk}$  به صورت زیر بیان می شود:

$$Z^{ijk} = Z_1^{ijk} + (Z_0^{ijk} - Z_1^{ijk}) \exp \left( -\frac{m^{ijk} W_p^{ijk}}{Z_0^{ijk}} \right) \quad (9)$$

$W_p^{ijk}$  کار پلاستیک می باشد ( $\dot{W}_p^{ijk} = 2\Lambda^{ijk} J_2^{ijk}$ ). در معادلات (۸) و (۹)،  $Z_0, Z_1, m, n$  و  $D_0$  پنج پارامتر ماده هستند که رفتار ماده را در محدوده غیرالاستیک مشخص می کنند. بنابراین معادلات الاستیک-ویسکوپلاستیک سه بعدی برای سلول  $ijk$  را می توان به صورت رابطه (۱۰) نوشت.

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_x^{ijk} &= \frac{1}{E^{ijk}} \dot{\sigma}_x^{ijk} - \frac{\nu^{ijk}}{E^{ijk}} (\dot{\sigma}_y^{ijk} + \dot{\sigma}_z^{ijk}) + \Lambda^{ijk} \sum_x^{ijk} + \alpha^{ijk} \dot{T} \\ \dot{\varepsilon}_y^{ijk} &= -\frac{\nu^{ijk}}{E^{ijk}} \dot{\sigma}_x^{ijk} + \frac{1}{E^{ijk}} \dot{\sigma}_y^{ijk} - \frac{\nu^{ijk}}{E^{ijk}} \dot{\sigma}_z^{ijk} + \Lambda^{ijk} \sum_y^{ijk} + \alpha^{ijk} \dot{T} \\ \dot{\varepsilon}_z^{ijk} &= -\frac{\nu^{ijk}}{E^{ijk}} (\dot{\sigma}_x^{ijk} + \dot{\sigma}_y^{ijk}) + \frac{1}{E^{ijk}} \dot{\sigma}_z^{ijk} + \Lambda^{ijk} \sum_z^{ijk} + \alpha^{ijk} \dot{T} \end{aligned} \quad (10)$$



شکل ۳ سلول  $ijk$  شامل الیاف

## ۲-۲- معادلات حاکم

برای استخراج معادلات حاکم، مشابه دیگر مدل های سلول واحد [۲-۷]، همه مؤلفه های جابجایی در داخل سلول های المان نماینده به صورت خطی تغییر کرده، بنابراین مقادیر تنش و کرنش هر سلول ثابت فرض می شود. همچنین تنش های نرمال بر المان نماینده هیچ گونه تنش برشی داخل سلول ها ایجاد نمی کنند و به عکس. در این تحقیق معادلات حاکم برای بارگذاری عمودی مورد مطالعه قرار می گیرد و به صورت نرخی نوشته می شوند.

با فرض  $\sigma^{ijk}$  به عنوان مؤلفه های تنش میکرو در سلول  $ijk$  و  $S_l$  به عنوان تنش ماکرو اعمالی در جهت  $l$ ، که می تواند  $x, y$  و  $z$  باشد، معادلات تعادل برابر خواهند بود با:

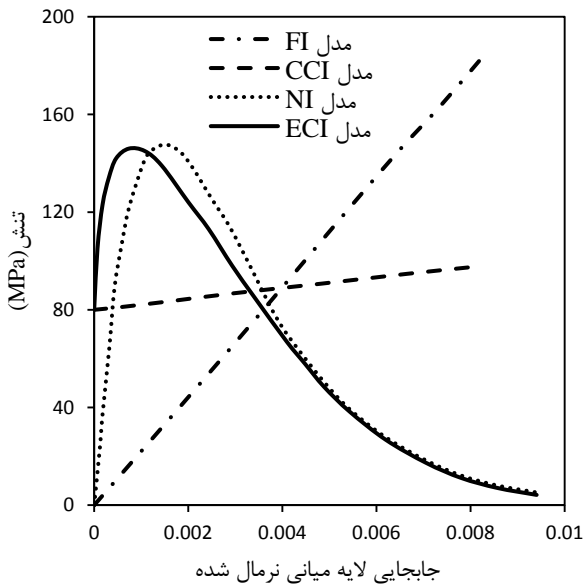
$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^h \sum_{j=1}^r d_k b_j \dot{\sigma}_x^{1jk} &= \dot{S}_x L_r L_h \\ \sum_{k=1}^h \sum_{i=1}^c d_k a_i \dot{\sigma}_y^{i1k} &= \dot{S}_y L_c L_h \\ \sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^c b_j a_i \dot{\sigma}_z^{ij1} &= \dot{S}_z L_r L_c \end{aligned} \quad (1)$$

رابطه زیر از تعادل تنش ها در سطوح مشترک هر دو سلول مجاور بدست می آید:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_x^{1jk} &= \dot{\sigma}_x^{ijk} \quad (i > 1) \\ \dot{\sigma}_y^{i1k} &= \dot{\sigma}_y^{ijk} \quad (j > 1) \\ \dot{\sigma}_z^{ij1} &= \dot{\sigma}_z^{ijk} \quad (k > 1) \end{aligned} \quad (2)$$

با فرض اتصال کامل در لایه میانی، از سازگاری جابجایی درون المان حجمی نماینده می توان نوشت:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^c a_i \dot{\varepsilon}_x^{i11} &= \sum_{i=1}^c a_i \dot{\varepsilon}_x^{ijk} = L_c \dot{\varepsilon}_x \quad j \times k \neq 1 \\ \sum_{j=1}^r b_j \dot{\varepsilon}_y^{1j1} &= \sum_{j=1}^r b_j \dot{\varepsilon}_y^{ijk} = L_r \dot{\varepsilon}_y \quad i \times k \neq 1 \\ \sum_{k=1}^h d_k \dot{\varepsilon}_z^{11k} &= \sum_{k=1}^h d_k \dot{\varepsilon}_z^{ijk} = L_h \dot{\varepsilon}_z \quad i \times j \neq 1 \end{aligned} \quad (3)$$



شکل ۴ مقایسه رفتار ساختاری لایه میانی با مدل‌های لایه میانی انعطاف‌پذیر، نرمی ثابت، نیدلمن و نرمی گشایشی [۷]

بنابراین به منظور در نظر گرفتن خرابی لایه میانی، جدایی لایه میانی با مدل نرمی گشایشی پیش‌بینی می‌شود. این مدل اجازه یک گسستگی در مؤلفه‌های جابجایی مماسی و عمودی لایه میانی  $I$  را می‌دهد که متناسب با مؤلفه تنش در همان لایه میانی می‌باشد. به علاوه، این مدل اجازه رشد جدایی را با تخلیه تنش‌های لایه میانی می‌دهد. مدل لایه میانی با نرمی گشایشی در معادلات نرخی مدل سلول واحد ساده شده گسترش یافته بکار گرفته می‌شود. بنابراین، فرم نرخی معادلات گسستگی جابجایی لایه میانی استفاده می‌شود. همچنین این مدل یک استحکام اتصال محدود ( $\sigma_{DB}$ ) را در لایه میانی طبق رابطه (۳)، در نظر می‌گیرد.

$$[\dot{u}_n]^I = R_n(t)\dot{\sigma}_n|^I + \dot{R}_n(t)\sigma_n|^I, \quad \sigma_n|^I \geq \sigma_{DB} \quad (13)$$

که نقاط مشتق نسبت به زمان را نشان می‌دهد.  $\sigma_n$  و  $\sigma_t$  مؤلفه‌های تنش مماسی و عمودی در لایه میانی  $I$  می‌باشند. در این مدل پارامتر جدایی  $R(t)$  در واقع نرمی مؤثر لایه میانی را ارائه می‌کند. فرم پارامتر جدایی مماسی و عمودی وابسته به زمان به صورت رابطه (۱۴) بیان می‌شود:

$$R(t) = \Lambda_0 [\exp(\hat{t}/B_0) - 1] \quad \hat{t} \geq 0 \quad (14)$$

که  $B_0$  و  $\Lambda_0$  ثوابت تجربی و  $\hat{t}$  زمانی است که جدایی در لایه میانی شروع می‌شود. بنابراین پارامتر جدایی تا هنگامی که تنش‌های لایه میانی از مقدار تنش جدایی لایه میانی بیشتر

برای خطی‌سازی با استفاده از روش تفاضل محدود پیش‌رو نرخ کرنش، تنش و دما مطابق روابط (۱۱) نوشته می‌شوند:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} &= \frac{\Delta \varepsilon}{\Delta t} = \frac{\varepsilon^{t+\Delta t} - \varepsilon^t}{\Delta t} \\ \dot{\sigma} &= \frac{\Delta \sigma}{\Delta t} = \frac{\sigma^{t+\Delta t} - \sigma^t}{\Delta t} \\ \dot{T} &= \frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{T^{t+\Delta t} - T^t}{\Delta t} \end{aligned} \quad (11)$$

با جایگذاری معادله (۱۰) در معادله (۳) و با استفاده از معادلات (۱) و (۲) و (۱۱) دستگاه زیر با تعداد  $cr+ch+rh$  معادله خطی با همین تعداد مجهول بدست می‌آید.

$$[A]_{m \times m} \{ \sigma^{t+\Delta t} \}_{m \times 1} + [B]_{m \times m} \{ \sigma^t \}_{m \times 1} = \{ F \}_{m \times 1} \quad (12)$$

که در آن:  $(m = rc + rh + ch)$

### ۳- معیار جدایی لایه میانی

در شکل ۴ رفتار لایه میانی برای مدل‌های لایه میانی انعطاف‌پذیر (FI)، نرمی ثابت (CCI)، نیدلمن (NI) و نرمی گشایشی (ECI) نشان داده شده است. در این شکل تنش لایه میانی بر حسب جابجایی لایه میانی برای مدل‌های خرابی فوق رسم شده است. رفتار لایه میانی با مدل لایه میانی انعطاف‌پذیر با شروع بارگذاری به صورت کاملاً انعطاف‌پذیر است. نقص آشکار این مدل فقدان یک استحکام اتصال محدود در لایه میانی و عدم تغییر نرمی مؤثر لایه میانی است. گنجاندن یک استحکام محدود در لایه میانی مهم‌ترین مزیت مدل لایه میانی با نرمی ثابت می‌باشد، اما مانند مدل لایه میانی انعطاف‌پذیر مقدار نرمی مؤثر لایه میانی ثابت است. رفتار ساختاری مدل لایه میانی نیدلمن با دو مدل قبل کاملاً متفاوت است. برخلاف دو مدل قبلی مدل نیدلمن اجازه می‌دهد که جدایش در لایه میانی با رهايش تنش لایه میانی رشد کند. یعنی همچنان که بارگذاری ادامه می‌یابد، تنش در لایه میانی ابتدا افزایش و سپس کاهش یافته اما جابجایی لایه میانی همواره افزایش می‌یابد و این امر مهم‌ترین مزیت این مدل است. فقدان استحکام اتصال محدود در لایه میانی نقص آشکار مدل نیدلمن است. مدل لایه میانی با نرمی گشایشی بهترین رفتار لایه میانی را در بین مدل‌های موجود نشان می‌دهد، چون در این مدل هم استحکام اتصال محدود در لایه میانی در نظر گرفته می‌شود و هم با رهايش تنش در لایه میانی جدایی تا زمانی که بارگذاری ادامه می‌یابد، افزایش پیدا می‌کند.

این نوع ماده مرکب در دمای حدود ۶۵۰ درجه سانتی‌گراد ساخته می‌شود [۷]. فرض می‌شود که الیاف و زمینه در این دما فاقد کرنش باشند و تا دمای محیط (۲۳ درجه سانتی‌گراد) سرد شده که تنش پسماند حرارتی ایجاد می‌شود. در این مطالعه خواص اجزای سازنده مستقل از دما در نظر گرفته می‌شود که تأثیر چندانی بر رفتار ماده مرکب ندارد [۲۰]. در واقع مفهوم تنش پسماند، اختلاف دمای ساخت تا دمای استفاده از ماده مرکب می‌باشد و چون دمای مورد استفاده در این تحقیق دمای ۲۳ درجه سانتی‌گراد فرض شده، از خواص ماده در این دما استفاده شده است. پارامترهای مربوط به این نوع از ماده مرکب سیلیکون کارباید/تیتانیوم عبارتند از:  $(m \cdot MPa^{-1})$   $\Lambda_0 = 5/51 \times 10^{-6}$  و  $B_0 = 4 (s^{-1})$  [۷]. برای این ماده مرکب تنش جدایی در لایه میانی  $\sigma_{DB} = 97 (MPa)$  می‌باشد [۶].

#### ۵- روش تحقیق

با استفاده از مدل سلول واحد ساده شده گسترش یافته، رفتار تنش-کرنش الاستیک-ویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم تحت بارگذاری تک محوری و دو محوری پیش‌بینی می‌شود. المان حجمی نماینده به  $30 \times 30 \times 2$  سلول در سه بعد تقسیم می‌شود،  $h=2$ ،  $r=30$  و  $c=30$ ، که برای تامین نتایج مناسب کافی است. در همه نتایج درصد حجمی الیاف ۳۳٪ بوده و نسبت منظر برای الیاف کوتاه ۲۰ می‌باشد. نرخ کرنش برای کشش طولی  $(s^{-1})$   $1 \times 10^{-4}$  و برای کشش عرضی و بارگذاری دو محوری  $(s^{-1})$   $1/667 \times 10^{-4}$  می‌باشد [۶]. تمامی نمودارهای بدست آمده در این تحقیق تنش مکانیکی بر حسب کرنش مکانیکی را نشان می‌دهند و تا هنگامی که بار مکانیکی بر ماده مرکب وارد نشده است کرنش نیز برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. بنابراین در زمان صفر که تنش خارجی بر المان نماینده ماده مرکب وارد نمی‌شود کرنش متناظر نیز صفر است. نرخ کرنش حرارتی نیز با توجه به اختلاف دما ۶۲۷- درجه سانتی‌گراد، تعداد مراحل حل  $(10^6)$  مرتبه و بازه زمانی در نظر گرفته شده (صفر تا ۱۰ ثانیه) و همچنین مقدار  $\Delta t$   $(10^{-5})$  ثانیه در کد تعیین می‌شود  $(\dot{T} = -6/27 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C/s})$ . این مقدار یک کران بالا را برای اثرات تنش پسماند حرارتی در نظر می‌گیرد.

شود، صفر است (اتصال کامل). در این زمان پارامتر جدایی به صورت نمایی تا یک مقدار بزرگی (جدایی کامل) با زمان رشد می‌کند. به منظور در نظر گرفتن اثرات جدایی لایه میانی  $I$ ، تحت بارهای نرمال، معادله (۳) به صورت رابطه (۱۵) باید برای مدل جدایی لایه میانی با نرمی گشایشی اصلاح شود:

$$\sum_{i=1}^l a_i \dot{\epsilon}_x^{i11} + R_n \dot{\sigma}_x^{i11} + \dot{R}_n \sigma_x^{i11} + \sum_{i=I+1}^c a_i \dot{\epsilon}_x^{i11} = \sum_{i=1}^l a_i \dot{\epsilon}_x^{ijk} + \dot{R}_n \dot{\sigma}_x^{ijk} + \dot{R}_n \sigma_x^{ijk} + \sum_{i=I+1}^c a_i \dot{\epsilon}_x^{ijk} = \dot{\epsilon}_x \quad j \times k \neq 1$$

$$\sum_{j=1}^l b_j \dot{\epsilon}_y^{1j1} + R_n \dot{\sigma}_y^{1j1} + \dot{R}_n \sigma_y^{1j1} + \sum_{j=I+1}^r b_j \dot{\epsilon}_y^{1j1} = \sum_{j=1}^l b_j \dot{\epsilon}_y^{ijk} + \dot{R}_n \dot{\sigma}_y^{ijk} + \dot{R}_n \sigma_y^{ijk} + \sum_{j=I+1}^r b_j \dot{\epsilon}_y^{ijk} = L_r \dot{\epsilon}_y \quad i \times k \neq 1$$

$$\sum_{k=1}^h d_k \dot{\epsilon}_z^{11k} = \sum_{k=1}^h d_k \dot{\epsilon}_z^{ijk} = L_h \dot{\epsilon}_z \quad i \times j \neq 1 \quad (15)$$

#### ۴- نوع ماده مرکب

ماده مرکب در نظر گرفته شده در این تحقیق سیلیکون کارباید/تیتانیوم (SiC/Ti) - که شامل زمینه تیتانیوم (Timetal 21S) تقویت شده با الیاف سیلیکون کارباید است، می‌باشد. فاز الیاف و زمینه به ترتیب به عنوان یک ماده الاستیک خطی و الاستیک-ویسکوپلاستیک ایزوتروپیک در نظر گرفته می‌شوند. تنش تسلیم زمینه  $(S_{y,p})$  نیز ۱۱۰۰ مگاپاسکال است [۱۸]. خواص ترموالاستیک اجزای ماده مرکب در جدول ۱ [۱۸، ۱۹] و خواص ویسکوپلاستیک زمینه در جدول ۲ آمده است [۱۹]. این خواص در دمای ۲۳ درجه سانتی‌گراد که دمای کارکرد ماده مرکب است، آورده شده‌اند.

جدول ۱ خواص ترموالاستیک اجزای ماده مرکب سیلیکون کارباید/تیتانیوم در دمای ۲۳ درجه سانتی‌گراد [۱۸، ۱۹]

ماده	$E$ (GPa)	$\nu$	$\alpha (10^{-6}/^\circ K)$
تیتانیوم	۱۱۲	۰/۳۴	۶/۳۱
سیلیکون کارباید	۳۹۳	۰/۲۵	۳/۵۶۴

جدول ۲ خواص ویسکوپلاستیک تیتانیوم در دمای ۲۳ درجه سانتی‌گراد [۱۹]

$D_0 (S^{-1})$	$Z_0$ (MPa)	$Z_I$ (MPa)	$m$	$n$
$10^4$	۱۵۵۰	۱۶۰۰	۰/۳۵	۴/۸

## ۶- نتایج و بحث

## ۶-۱- بارگذاری تک محوری

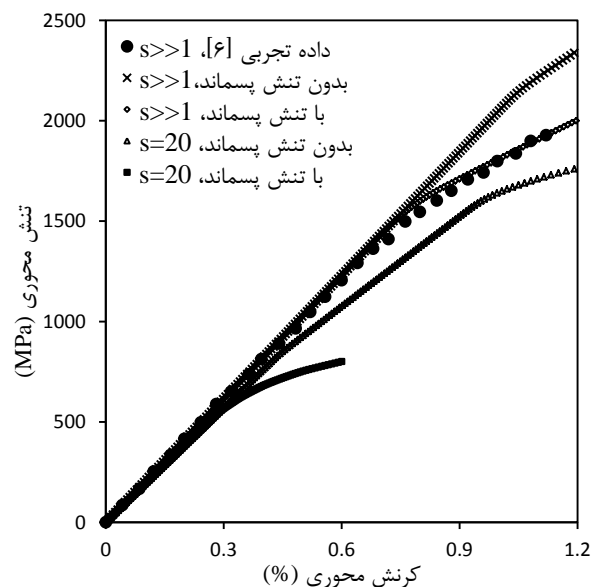
برای اعتبارسنجی مدل سلول واحد ساده شده گسترش یافته، در پیش‌بینی پاسخ تنش- کرنش ماده مرکب سیلیکون کارباید/تیتانیوم، پاسخ کشش طولی ماده مرکب الیاف بلند ( $s \gg 1$ ) سیلیکون کارباید/تیتانیوم که داده‌های تجربی برای آن موجود است، بدست آورده می‌شود. پاسخ تنش-کرنش کشش طولی شبیه‌سازی شده با مدل حاضر و داده‌های تجربی موجود برای ماده مرکب الیاف بلند ( $s \gg 1$ ) در شکل ۵ نشان داده شده است. شکل ۵ شامل منحنی تنش-کرنش کشش طولی ماده مرکب الیاف کوتاه ( $s=20$ ) نیز می‌باشد.

تطابق بسیار خوبی بین نتایج پیش‌بینی شده با مدل ارائه شده زمانی که تنش پسماند حرارتی در نظر گرفته می‌شود و داده‌های تجربی برای ماده مرکب الیاف بلند وجود دارد. همچنین شکل ۵ شامل نتایج بدون در نظر گرفتن تنش پسماند برای مواد مرکب الیاف بلند و کوتاه می‌باشد. حذف تنش پسماند در بارگذاری کششی موجب یک افزایش برآورد برای رفتار استحکامی ماده الیاف بلند می‌شود. به طوریکه بدون در نظر گرفتن تنش پسماند و با اعمال آن تنش تسلیم برای ماده مرکب الیاف بلند به ترتیب حدود ۲۱۰۰ و ۱۵۰۰ مگاپاسکال می‌باشد.

رفتار ماده مرکب الیاف کوتاه شبیه رفتار ماده مرکب الیاف بلند می‌باشد. تنش پسماند اثر زیادی بر تنش تسلیم یا شروع رفتار غیرخطی پاسخ تنش-کرنش طولی پیش‌بینی شده ماده مرکب الیاف کوتاه دارد. در نظر گرفتن تنش پسماند در شبیه‌سازی کشش طولی ماده مرکب الیاف کوتاه، تنش تسلیم را کاهش می‌دهد. به طوری بدون در نظر گرفتن تنش پسماند و با اعمال آن تنش تسلیم برای ماده مرکب الیاف کوتاه به ترتیب حدود ۸۱۰ و ۵۱۰ مگاپاسکال می‌باشد. این نتایج نشان می‌دهد که تنش‌های پسماند حرارتی بسیار مؤثر بوده و برای پیش‌بینی‌های دقیق باید در شبیه‌سازی در نظر گرفته شوند. از مفاهیم بنیادی تعریف المان حجمی نماینده می‌توان فرض تکرار شونده‌گی را در راستای طولی برای المان نماینده ماده مرکب الیاف کوتاه در نظر گرفت. این امر سبب می‌شود که مسأله ۳ بعدی مورد نظر، به یک مسأله کرنش صفحه‌ای تعمیم‌یافته<sup>۱</sup> در صفحه  $x-y$  تبدیل شود. از این موضوع در مقالات متعددی بهره گرفته شده است [۱۶، ۸، ۳]. این موضوع، به همراه این فرض که تنش‌های نرمال بر المان نماینده هیچ‌گونه تنش برشی داخل سلول‌ها ایجاد نمی‌کنند، موجب شده‌اند که جدایی (مماسی) لایه میانی ماده مرکب الیاف کوتاه تحت اثر بارگذاری طولی در مدل، دیده نشود. واضح است که در نسبت منظر الیاف پایین از جمله مواد مرکب ذره‌ای ( $s=1$ ) به دلیل در نظر نگرفتن جدایی تقویت/زمینه، مدل حاضر نتایج غیرواقعی در برخواهد داشت.

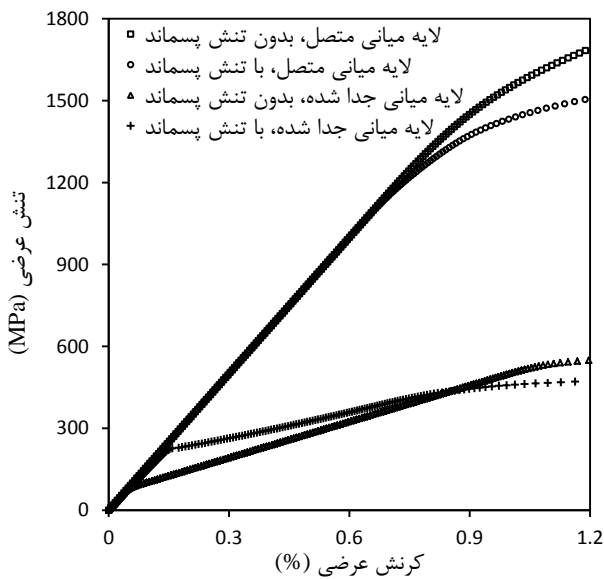
اعتبارسنجی دیگر برای بررسی درستی مدل سلول واحد ارائه شده، پیش‌بینی پاسخ کشش عرضی ماده مرکب الیاف بلند سیلیکون کارباید/تیتانیوم می‌باشد. شکل ۶ رفتار الاستیک-ویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف بلند را تحت بارگذاری عرضی با وجود تنش پسماند حرارتی و خرابی در لایه میانی و بدون آنها، نشان می‌دهد. همچنین این نمودار شامل داده‌های تجربی می‌باشد.

برخلاف بارگذاری طولی، رفتار ماده مرکب الیاف بلند در بارگذاری عرضی به شدت تحت تأثیر دو عامل تنش پسماند حرارتی و لایه میانی ضعیف است (شکل ۶). مقایسه با داده‌های تجربی نشان می‌دهد که به منظور حصول نتایج درست برای ماده مرکب الیاف بلند باید هر دو عامل در نظر گرفته شوند.

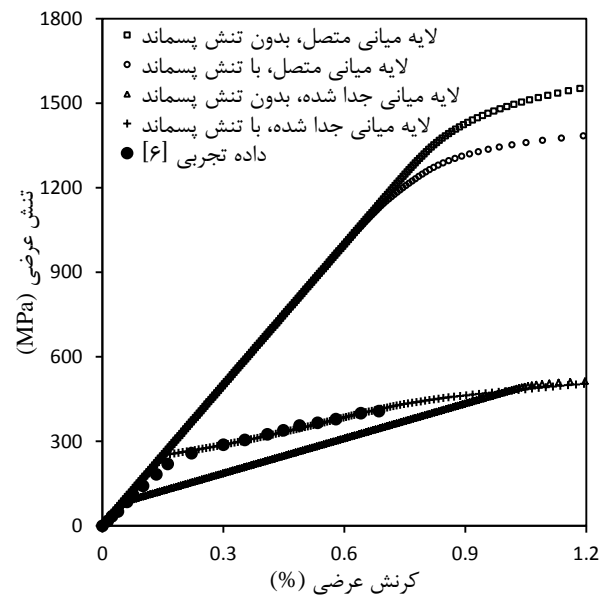


شکل ۵ منحنی تنش-کرنش الاستیک-ویسکوپلاستیک ماده مرکب سیلیکون کارباید/تیتانیوم در بارگذاری طولی

<sup>1</sup> Generalized plane strain



شکل ۷ منحنی تنش-کرنش ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم تحت بارگذاری عرضی



شکل ۶ منحنی تنش-کرنش ماده مرکب الیاف بلند سیلیکون کارباید/تیتانیوم تحت بارگذاری عرضی

در شکل ۸ تأثیر تعداد سلول‌های المان حجمی نماینده ماده مرکب بر پاسخ تنش-کرنش طولی و عرضی ماده مرکب الیاف کوتاه نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می‌شود، نتایج برای بارگذاری طولی و عرضی با مدل سلول واحد ساده شده گسترش یافته  $۳۰ \times ۳۰ \times ۲$  و  $۵۰ \times ۵۰ \times ۲$  بسیار به هم نزدیک می‌باشد. از طرف دیگر زمان لازم جهت استخراج پاسخ تنش-کرنش با آرایش  $۵۰ \times ۵۰ \times ۲$ ، با مشخصات پردازش  $CPU=۲/۶۶(GHz)$  و  $RAM=۳(GB)$ ،  $۸۶۴۰۰۰$  ثانیه و با مدل  $۳۰ \times ۳۰ \times ۲$ ،  $۱۷۲۸۰۰$  ثانیه می‌باشد. منحنی تنش کرنش الاستیک-ویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف کوتاه با مدل سلول واحد گسترش یافته  $۱۰ \times ۱۰ \times ۲$  در بارگذاری طولی تفاوت چندانی با دو مدل قبل ندارد. اما پاسخ تنش-کرنش عرضی کاملاً متفاوت با دو مدل قبل می‌باشد. با توجه به نمودار فوق، پاسخ تنش-کرنش عرضی الاستیک-ویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف کوتاه با مدل سلول واحد گسترش یافته  $۱۰ \times ۱۰ \times ۲$  رفتار خزشی لایه میانی را به خوبی نشان نمی‌دهد. زمان لازم برای حصول منحنی‌های تنش-کرنش با مدل  $۱۰ \times ۱۰ \times ۲$  حدود  $۲۳۰۰۰$  ثانیه می‌باشد. با توجه به هزینه محاسباتی مورد بحث قبل آرایش  $۳۰ \times ۳۰ \times ۲$  برای استخراج نتایج مناسب است.

در شکل ۹ اثر نرخ دما بر منحنی تنش-کرنش الاستیک-ویسکوپلاستیک ماده مرکب مورد نظر، تحت بارگذاری عرضی با در نظر گرفتن جدایی لایه میانی نشان داده شده است. در

همچنین شکل ۶ نشان می‌دهد که با فرض اتصال کامل لایه میانی، با وجود تنش پسماند تنش تسلیم حدود  $۱۲۰۰$  مگاپاسکال و بدون آن حدود  $۱۴۰۰$  مگاپاسکال می‌باشد، که در هر دو مورد موجب یک افزایش پیش‌بینی برای استحکام ماده مرکب الیاف بلند می‌شود.

شکل ۷ رفتار الاستیک-ویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف کوتاه را تحت بارگذاری عرضی با وجود تنش پسماند و خرابی در لایه میانی و بدون آنها را نشان می‌دهد. همان‌گونه که در شکل ۷ نشان داده شده، رفتار ماده مرکب الیاف کوتاه در بارگذاری عرضی به شدت تحت تأثیر دو عامل تنش پسماند حرارتی و لایه میانی ضعیف است. هنگامی که تنش پسماند در نظر گرفته نمی‌شود، مقدار تنش که در آن جدایی رخ می‌دهد بسیار پایین‌تر نسبت به زمانی است که تنش پسماند در نظر گرفته می‌شود. به طوری که تنش جدایی بدون در نظر گرفتن تنش پسماند و با اعمال آن به ترتیب حدود  $۸۳$  و  $۲۲۰$  مگاپاسکال می‌باشد. بنابراین اعمال تنش پسماند، به دلیل اختلاف ضریب انبساط حرارتی اجزای سازنده که توسط آن لایه میانی فشرده می‌شود، جدایی در لایه میانی را به تأخیر می‌اندازد.

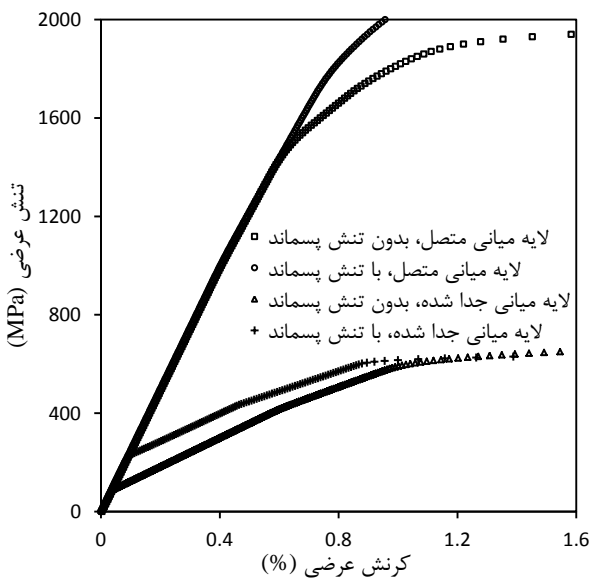
یک تحلیل حساسیت به تعداد مش مدل با توجه به شکل ۸ انجام شده است.



با توجه به امکانات محاسباتی در دسترس مقدار نرخ تغییرات دما  $0.0627 \text{ } ^\circ\text{C/s}$  - یک کران بالا را برای اثرات تنش پسماند حرارتی در نظر می‌گیرد.

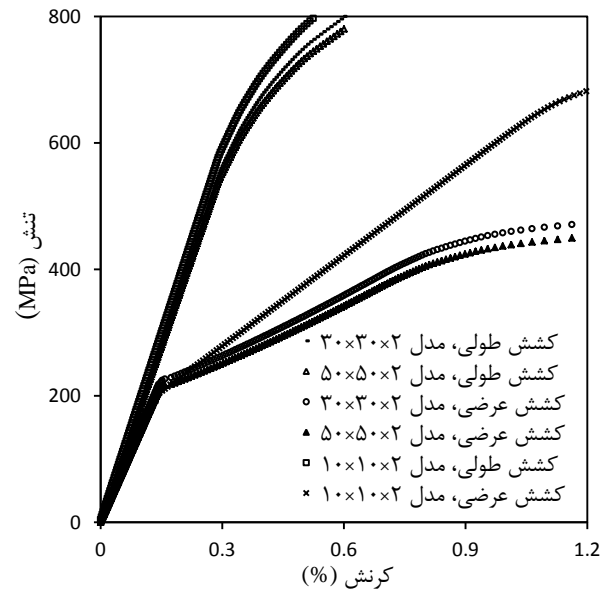
#### ۶-۲- بارگذاری دومحوری

در ادامه، رفتار ماده مرکب الیاف کوتاه تحت بارگذاری دو محوری با استفاده از مدل میکرومکانیکی سلول واحد ساده شده گسترش یافته ارائه می‌شود. شکل ۱۰ رفتار الاستیک-ویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف کوتاه پیش‌بینی شده توسط مدل سلول واحد گسترش یافته برای بارگذاری عرضی/عرضی که در آن  $S_x = S_y$  به طور همزمان بر المان حجمی نماینده وارد می‌شود، را نشان می‌دهد. اثرات تنش پسماند حرارتی و خرابی لایه میانی در این تحلیل در نظر گرفته شده‌اند. با در نظر گرفتن تنش پسماند، مقایسه‌ای بین بارگذاری تک محوری عرضی و دو محوری عرضی/عرضی نشان می‌دهد که جدایی در لایه میانی در بارگذاری تک محوری در  $220$  مگاپاسکال شروع می‌شود، در حالی که برای بارگذاری دو محوری جدایی در  $235$  مگاپاسکال رخ می‌دهد. در اینجا حالت‌های مختلف زوال در بارگذاری عرضی/عرضی ماده مرکب الیاف کوتاه زمینه فلزی بررسی می‌شود. مطالعه‌ای برای بررسی اثرات اتصال لایه میانی و تنش‌های پسماند حرارتی بر شروع زوال و رفتار غیرخطی در فضای تنش عرضی/عرضی انجام گرفته است.

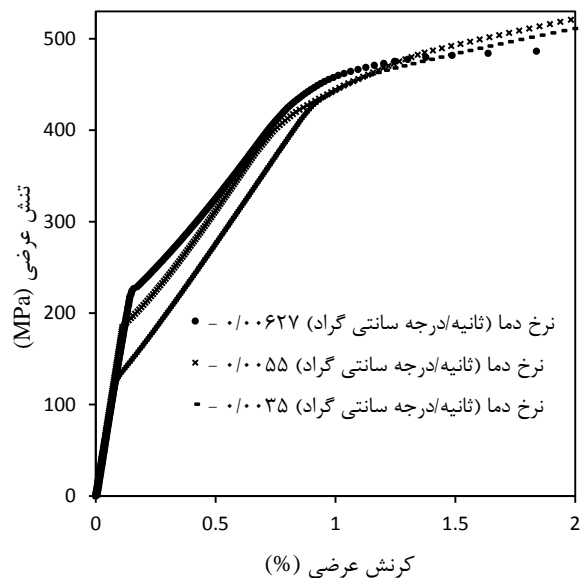


شکل ۱۰ منحنی تنش-کرنش ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم در بارگذاری دومحوری کششی عرضی/عرضی

این شکل نتایج برای سه نرخ تغییرات دماهای  $0.035$ ،  $0.055$  و  $0.0627 \text{ } ^\circ\text{C/s}$  ارائه شده است. همان‌طور که در شکل ۹ مشاهده می‌شود افزایش نرخ تغییر دما موجب تأخیر جدایی در لایه میانی می‌شود. برای نرخ دماهای  $0.035$ ،  $0.055$  و  $0.0627 \text{ } ^\circ\text{C/s}$  جدایی در لایه میانی به ترتیب در تنش حدود  $130$ ،  $185$  و  $220$  مگاپاسکال اتفاق می‌افتد.



شکل ۸ تأثیر تعداد سلول‌های المان حجمی بر پاسخ تنش-کرنش طولی و عرضی ماده مرکب الیاف کوتاه

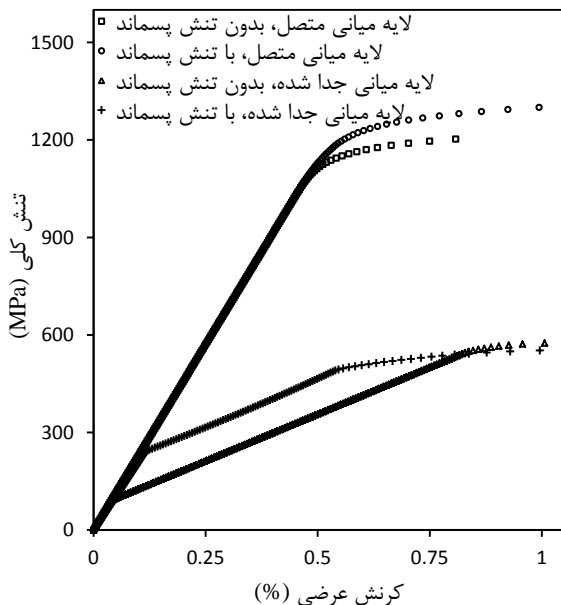


شکل ۹ اثر نرخ دما بر منحنی تنش-کرنش در بارگذاری عرضی

به طوری که با وجود تنش پسماند حرارتی و بدون آن تنش شروع رفتار غیرخطی به ترتیب ۷۱۵ و ۹۵۷ مگاپاسکال می‌باشد.

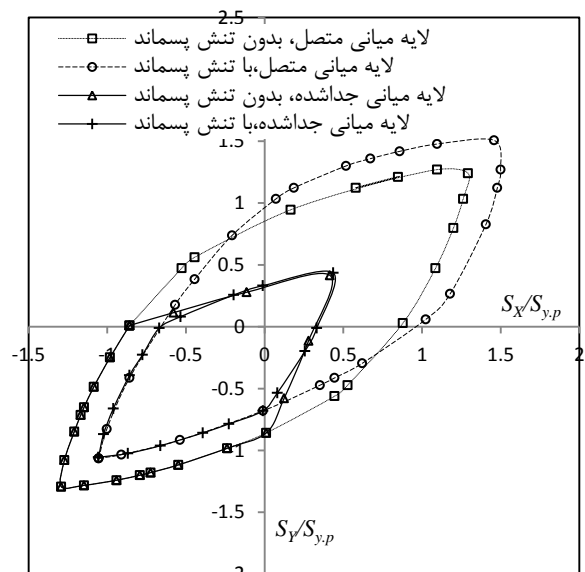
پاسخ الاستیک-ویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم تحت بارگذاری دو محوری طولی/عرضی  $S_x = S_y$  با استفاده از مدل سلول واحد ارائه شده، با وجود تنش پسماند حرارتی و جدایی در لایه میانی استخراج شده است. شکل‌های ۱۲ و ۱۳ منحنی تنش کلی<sup>۱</sup>- کرنش ماده مرکب الیاف کوتاه را به ترتیب در جهات عرضی و طولی نشان می‌دهند. در این نمودارها تنش پسماند و لایه میانی ضعیف در نظر گرفته شده است.

در بارگذاری طولی/عرضی شکل ۱۲، با وجود تنش پسماند مشخص شده که شروع خرابی در تنشی بیشتر از ۲۵۰ مگاپاسکال اتفاق می‌افتد. با توجه به منحنی تنش-کرنش عرضی در بارگذاری طولی/عرضی (شکل ۱۲) بدون در نظر گرفتن خرابی لایه میانی، اعمال تنش پسماند حرارتی موجب افزایش حدود ۹ درصدی تنش تسلیم می‌شود. همان طور که شکل ۱۳ منحنی تنش-کرنش طولی ماده مرکب الیاف کوتاه را در بارگذاری طولی/عرضی نشان می‌دهد، خرابی در لایه میانی تأثیر چندانی بر رفتار این ماده ندارد و تنها اعمال تنش پسماند حرارتی موجب کاهش تنش تسلیم می‌شود.



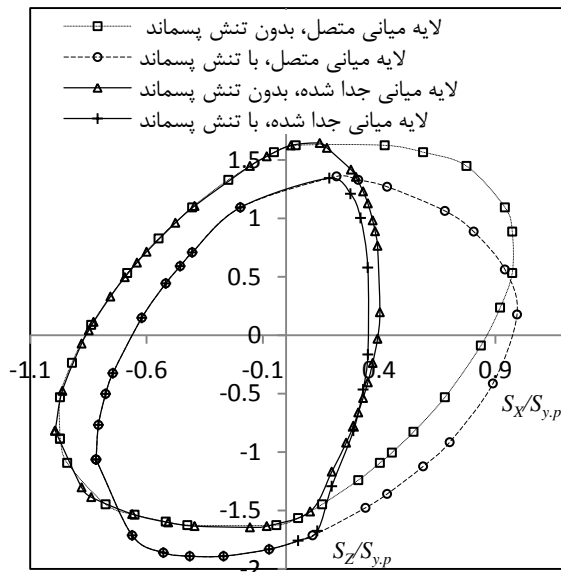
شکل ۱۲ منحنی تنش-کرنش عرضی ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم در بارگذاری کششی طولی/عرضی

شروع زوال که سبب رفتار غیرخطی ماده مرکب می‌شود، با جدایی در لایه میانی یا تسلیم زمینه تعریف می‌شود. شروع تسلیم در جایی اتفاق می‌افتد که بارگذاری بر ماده مرکب تا آنجا افزایش یابد که تنش معادل فن-مایرز وارده درون اولین سلول زمینه به استحکام تسلیم برسد. نتایج در شکل ۱۱ نشان داده شده‌اند. همان‌گونه که شکل ۱۱ نشان می‌دهد، اندازه سطح خرابی بسیار متأثر از دو عامل جدایی لایه میانی و تنش پسماند می‌باشد. به علاوه، وجود تنش پسماند حرارتی موجب شروع خرابی را در صفحه عرضی به سمت تنش‌های مثبت حرکت می‌دهد. با توجه به کمتر بودن ضریب انبساط حرارتی الیاف (سیلیکون کارباید) نسبت به ضریب انبساط حرارتی زمینه (تیتانیوم)، تنش پسماند حرارتی در فاز الیاف و زمینه به ترتیب فشاری و کششی می‌باشد. همچنین، رفتار کششی ماده مرکب الیاف کوتاه با لایه میانی جدا شده بسیار ضعیف‌تر و نرم‌تر از لایه میانی متصل برای کشش دو محوری می‌باشد. به طوری که با وجود تنش پسماند حرارتی، تنش تسلیم با در نظر گرفتن خرابی لایه میانی ۴۱۵ مگاپاسکال و بدون خرابی در لایه میانی ۹۹۵ مگاپاسکال می‌باشد. نتایج نشان می‌دهد که در بارگذاری فشاری دو محوری، رفتار ماده با لایه میانی جدا شده و جدا نشده یکی بوده و فقط تنش پسماند حرارتی بر ماده مرکب مؤثر می‌باشد.

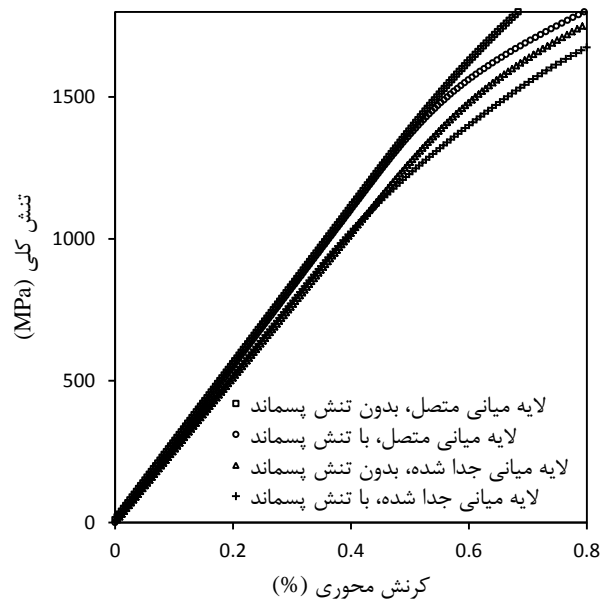


شکل ۱۱ شروع خرابی در ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم در بارگذاری عرضی/عرضی

## 1. Overall Stress



شکل ۱۴ شروع خرابی در ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم در بارگذاری طولی/عرضی



شکل ۱۳ منحنی تنش-کرنش طولی ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم در بارگذاری کششی طولی/عرضی

مقدار بهینه تعداد سلول‌های المان حجمی نماینده ماده مرکب الیاف کوتاه با توجه به هزینه‌های محاسباتی استخراج شد. شروع و گسترش زوال ناشی از جدایی در لایه میانی و پلاستیک شدن زمینه با توجه به شرایط بارگذاری گزارش شدند. اثرات شروع خرابی لایه میانی و تسلیم زمینه در حالت تنش دو محوری عرضی/عرضی و طولی/عرضی نیز متفاوت شدند. تنشی که در آن جدایی در لایه میانی رخ می‌دهد، در بارگذاری عرضی تک محوره کمترین مقدار را به خود اختصاص می‌دهد. در بارگذاری کششی و فشاری مود غالب خرابی به ترتیب مربوط به جدایی در لایه میانی و تسلیم زمینه می‌باشد.

## ۸- مراجع

- [1] Clyne T.W., Withers P.J., *An Introduction to Metal Matrix Composites*, University Press, Cambridge, 1993, pp. 416-427.
- [2] Aboudi J., "A Continuum Theory for Fiber-Reinforced Elastic-viscoplastic Composites", *International Journal of Engineering Science*, Vol. 20, 1982, pp. 605-621.
- [3] Aboudi J., "Micromechanical Analysis of Composites by the Method of Cell", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 42, 1989, pp. 193-221.
- [4] Aboudi J., Herakovich, C.T., "An Interfacial Damage Model for Titanium Matrix Composites", *Damage and Interfacial Debonding in Composites*, 1996, pp. 149-165.

## ۷- نتیجه‌گیری

برای مطالعه اثرات خرابی لایه میانی بر پاسخ الاستیک-ویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم تحت بارگذاری تک محوری و دو محوری، یک مدل میکرومکانیکی تحلیلی سه‌بعدی ارائه شد. تنش پسماند حرارتی ناشی از فرایند ساخت ماده مرکب الیاف کوتاه در بارگذاری طولی موجب کاهش تنش تسلیم و در بارگذاری عرضی با وجود خرابی در لایه میانی موجب تاخیر جدایی در لایه میانی شد.

- [13] Yang Sh., Qin H., "Fiber Interactions and Effective Elasto-plastic Properties of Short-fiber Composites", *Composite structures*, Vol. 54, 2001, pp. 523-528.
- [14] Kim J.S., Muliana A.H., "A combined Viscoelastic-Viscoplastic Behavior of Particle Reinforced Composites", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 47, 2010, pp. 580-594.
- [15] Zienkiewicz, O.C., Corneau, I.C., "Viscoplasticity-plasticity and creep in elastic solids: a unified numerical solution approach", *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, Vol. 8, 1974, pp.821-845.
- [16] Aboudi J., "The Effective Moduli of Short-fiber Composites", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 19, 1983, pp. 693-707.
- [17] Bodner S.R., Partom Y., "Constitutive Equations for Elastic-Viscoplastic Strain Hardening Materials", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 42, 1975, pp. 385-389.
- [18] Kroupa J.L., "The Nonisothermal Viscoplastic Behavior of a Titanium-matrix Composite", *Composites Engineering*, Vol. 4, 1994, pp. 965-977.
- [19] Kroupa J.L., "Implementation of a Nonisothermal Unified Inelastic-Strain Theory Into ADINA6.0 for a Titanium Alloy-User Guide", *Wright Laboratory Report WL-TR-93-4005*. University of Dayton, Dayton, Ohio, 1993.
- [20] Mahmoodi M.J., Aghdam M.M., Shakeri M., "The Effects of Interfacial Debonding on the Elastoplastic Response of Unidirectional Silicon Carbide-Titanium Composites", *Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 223, 2010, pp. 259-269.
- [5] Lissenden C.J., Arnold S.M., Iyer S.K., "Flow/damage Surfaces for Fiber-Reinforced Metals Having Different Periodic Microstructures", *International Journal of Plasticity*, Vol. 16, 2000, pp. 1049-1074.
- [6] Goldberg R.K., Arnold S.M., "A Study of Influencing Factors on the Tensile Response of a Titanium Matrix Composite with Weak Interfacial Bonding", *NASA/TM-2000-209798*.
- [7] Bednarczyk B.A., Arnold S.M., "Transverse Tensile and Creep Modeling of Continuously Reinforced Titanium Composites with Local Debonding", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 39, 2002, pp. 1987-2017.
- [8] Aghdam M.M., Smith D.J., Pavier M.J., "Finite Element Micromechanical Modelling of Yield and Collapse Behaviour of Metal Matrix Composites", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 48, 2000, pp. 499-528.
- [9] Mahmoodi M.J., Aghdam M.M., "Damage Analysis of Fiber Reinforced Ti-alloy Subjected to Multi-Axial Loading-A Micromechanical Approach", *Materials Science and Engineering A*, Vol. 528, 2011, pp. 7983-7990.
- [10] Arsenault R.J., Taya M., "Thermal Residual Stress in Metal Matrix Composite", *Acta Metallurgica*, Vol. 35, 1987, pp. 651-659.
- [11] Ji B., Wang T., "Plastic Constitutive Behavior of Short-fiber/particle Reinforced Composites", *International Journal of Plasticity*, Vol. 19, 2003, pp. 565-581.
- [12] Ding X.D., Jiang Z.H., Lian J.S., Sun J., "Dependence of Initial Stress-strain Behavior on Matrix Plastic Inhomogeneity in Short Fiber-Reinforced Metal Matrix Composite", *Materials Science and Engineering*, Vol. 369, 2004, pp. 93-100.