



## بررسی تحلیلی رفتار بالستیک ورق‌های نازک کامپوزیتی چندلایه براساس معیارهای سای- هیل و کرنش ماکزیمم

رضامحمدی پور<sup>1</sup>، احسان زمانی<sup>2\*</sup>، محمدحسین پل<sup>3</sup>

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تفرش، تفرش

\* صندوق پستی 115، zamani.ehsan@eng.sku.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 01 اسفند 1395

پذیرش: 28 فروردین 1396

ارائه در سایت: 30 اردیبهشت 1396

کلید واژگان:

رفتار بالستیک

مواد کامپوزیت

سای- هیل

کرنش ماکزیمم

### چکیده

در این مقاله یک مدل تحلیلی دوبعدی برای پیش‌بینی رفتار بالستیک ورق‌های نازک کامپوزیتی چندلایه براساس معیارهای سای- هیل و کرنش ماکزیمم معرفی شده است. در ابتدا با استفاده از تعیین تابع تغییرشکل لحظه‌ای ورق کامپوزیت همراه با انتشار موج عرضی از نقطه برخورد، کرنش‌ها و تنش‌های غیرخطی در ورق محاسبه می‌شود. سپس انرژی جذب‌شده توسط هر یک از مودهای شکست و تغییرشکل الاستیک ورق کامپوزیت از جمله انرژی تغییرشکل الاستیک، انرژی شکست کششی طولی و عرضی، انرژی جنبشی حرکت محلی، انرژی ورقه‌ورقه شدن و ترک‌خوردگی ماتریس محاسبه می‌گردد. برای بررسی شکست لایه‌های مختلف ورق کامپوزیت هنگام نفوذ پرتابه از معیارهای سای- هیل و کرنش ماکزیمم استفاده می‌شود، همچنین اثر نرخ کرنش روی خواص مکانیکی لایه‌های ورق کامپوزیتی به صورت لحظه‌ای هنگام فرآیند نفوذ اعمال شده است. در نهایت نتایج مدل تحلیلی حاضر براساس معیارهای سای- هیل و کرنش ماکزیمم با نتایج تجربی مقایسه شد. نتایج نشان می‌دهد معیار کرنش ماکزیمم تطابق بسیار خوبی نسبت به معیار سای- هیل در محاسبه سرعت حد بالستیک از خود نشان می‌دهد. با توجه به نتایج سهم انرژی شکست در مقایسه با انرژی تغییر شکل الاستیک با افزایش ضخامت بیشتر می‌شود. به ترتیب انرژی جنبشی حرکت محلی ورق، لایه‌لایه شدن و ترک‌خوردگی ماتریس سهم کمتری نسبت به انرژی‌های شکست و انرژی تغییرشکل الاستیک در فرآیند جذب انرژی دارند.

## Analytical study on the ballistic behavior of thin laminated composite plates based on Tsai-Hill and maximum strain criterions

Reza Mohamadipoor<sup>1</sup>, Ehsan Zamani<sup>1\*</sup>, Mohammad Hossein Pol<sup>3</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Shahrekord University, Shahrekord, Iran.

3- Department of Mechanical Engineering, Tafresh University, Tafresh, Iran.

\* P.O.B. 115, Shahrekord, Iran, zamani.ehsan@eng.sku.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 19 February 2017

Accepted 17 April 2017

Available Online 20 May 2017

### Keywords:

Ballistic behavior

Composite material

Tsai-Hill

maximum strain

### ABSTRACT

In this paper, a 2D analytical model is introduced for predicting the ballistic behavior of the thin laminated composite plate based on Tsai-Hill and maximum strain criterions. At first, by using the determination of the moment deformation function along with the expansion of transverse wave from impact point, the nonlinear strains and stresses in the composite plate are calculated. Then, the energy absorbed due to failure modes and deflection of composite plate such as elastic deformation energy, longitudinal and lateral fracture energy, kinetic energy of local movement, delamination and matrix cracking, energy is calculated. For investigation of the various failed layers Tsai-Hill and maximum strain criterions are used. In addition to the effects of strain rate is applied momentarily on the mechanical properties of the composite layers during Penetration process. Finally, the present analytical model based on Tsai-Hill and maximum strain criterions is compared with experimental results. The results show that maximum strain criterion with respect to Tsai-Hill criterion has good agreement with experimental results in the calculation of ballistic limit velocity. According to the obtained results the share of fracture energy compared to the elastic deformation energy by increasing the thickness becomes more and more. Also, the kinetic energy of the local movement, delamination and matrix cracking energy have lower share with respect to fracture and elastic deformation energies in the process of energy absorption.

### 1- مقدمه

مناسب به طور گسترده در بسیاری از کاربردهای مهندسی به‌ویژه سازه‌های وسایل نقلیه نظامی، دریایی و هوا فضا مورد استفاده قرار می‌گیرند. اغلب اوقات سازه‌های نظامی در معرض آسیب‌هایی ناشی از پرتابه با سرعت بالا و

در چند دهه گذشته مواد مرکب به دلیل مزایایی چون استحکام و سختی به وزن بالا، مقاومت خستگی، مقاومت خوردگی و به ویژه خواص ضربه‌ای

### Please cite this article using:

R. Mohamadipoor, E. Zamani, M. H. Pol, Analytical study on the ballistic behavior of thin laminated composite plates based on Tsai-Hill and maximum strain criterions, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 6, pp. 41-50, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

پرداختند. سانچز و همکاران [15] با فرمول‌بندی بدون بعد، یک مدل تحلیلی توسعه دادند تا به مطالعه رفتار بالستیک صفحات کامپوزیت چندلایه ساخته شده از الیاف شیشه بپردازند. آن‌ها تأثیر دو نسبت بدون بعد (نسبت هندسه و تراکم) در سرعت حد بالستیک، زمان تماس و مکانیزم جذب انرژی را مورد بررسی قرار دادند. جودیو و همکاران [16] لیستی از مراجع را برای محققان و مهندسان آینده در زمینه سازه‌های کامپوزیتی تحت ضربه سرعت بالا فراهم کردند.

در این مقاله سعی بر ارائه یک مدل تحلیلی دوبعدی به کمک محاسبه تغییرشکل، کرنش و تنش‌های غیرخطی در ورق‌های نازک کامپوزیتی چندلایه تحت برخورد بالستیک شده است، همچنین دو معیار شکست سای-هیل و کرنش ماکزیمم برای بررسی شکست لایه‌های مختلف هدف در حین فرآیند نفوذ پرتابه مورد استفاده قرار می‌گیرد. در انتها میزان انرژی‌های جذب‌شده و سرعت خروجی پرتابه با نتایج تجربی و تحلیلی سایر محققین مقایسه می‌شود.

## 2- مدل تحلیلی

نظریه‌های مختلفی برای توضیح مقاومت اهداف کامپوزیت در برابر نفوذ پرتابه ارائه شده است. با توجه به پیچیدگی مسئله به طور کلی مدل‌های تحلیلی پیشنهاد شده به کمک برخی از مفروضات و تعاریف اساسی و تقریب‌ها ساده‌سازی شده‌اند.

در تحقیق حاضر در ابتدا کل مدت زمان برخورد به جزءهای زمانی کوچک‌تر تقسیم‌بندی می‌شود و سپس پیش‌فرض‌های اساسی و ساده‌کننده‌ای برای استخراج روابط مدل تحلیلی جهت بررسی تحلیلی مورد استفاده قرار می‌گیرند. این فرضیات عبارتند از:

- پرتابه صلب بوده و در طول ضربه بدون تغییر باقی می‌ماند.
- سرعت پرتابه در هر فاصله زمانی ثابت بوده و سرعت پرتابه در فاصله زمانی اول با سرعت اولیه از پرتابه برابر است.
- انرژی جذب‌شده توسط محدوده شکست پس از شکست ثابت باقی می‌ماند.
- تغییرشکل‌های درون صفحه‌ای<sup>2</sup> در مقایسه با تغییرشکل‌های عرضی یا خیز ورق کامپوزیتی قابل صرف‌نظر است.
- انرژی کرنشی ذخیره‌شده با مجموع انرژی کرنشی خمشی و غشایی برابر که تابعی از تغییرشکل‌های عرضی و کرنش‌های غیرخطی ون کارمن است.
- پرتابه و مخروط تشکیل شده در پشت هدف با سرعت یکسان و برابر سرعت انتهای بازه  $t_m$  در حال حرکت هستند و در پایان هر بازه زمانی سرعت مرحله بعد دست می‌آید.

در این پژوهش در طی فرآیند نفوذ چهار ناحیه برای ورق در نظر گرفته می‌شود شکل 1.

- محدوده شکست<sup>3</sup> که دقیقاً در زیر پرتابه و به اندازه قطر پرتابه است و نیروی مقاوم در برابر نفوذ پرتابه را ایجاد می‌کند. شکست تمامی لایه‌های ورق کامپوزیت به منزله نفوذ کامل پرتابه در هدف است.
- به جز محدوده شکست، سایر بخش‌های ورق کامپوزیت با توجه به گسترش موج عرضی به دو بخش محدوده الاستیک<sup>4</sup> و محدوده تغییر شکل نیافته<sup>5</sup> تقسیم‌بندی می‌شود. فاصله بین محدوده شکست تا شعاع گسترش موج عرضی محدوده الاستیک نام‌گذاری می‌شود و مقداری از انرژی پرتابه را در

سلاح‌های گرم کوچک است؛ بنابراین بخش قابل توجهی از تحقیقات تجربی و نظری بر پاسخ ضربه بالستیک ورق‌های کامپوزیتی چند لایه جهت تعیین مکانیزم‌های خرابی و جذب انرژی متمرکز شده است [1]. در این میان می‌توان به مدل‌های تحلیلی مینس [2]، موریه [3]، نایک [4] و پل [5] برای مواد مرکب بافته‌شده دو بعدی اشاره کرد.

در مدل مینس [2] سه مکانیزم اصلی جذب انرژی تحت عناوین نفوذ موضعی، ورقه‌ورقه شدن و اصطکاک بین پرتابه و هدف در نظر گرفته می‌شود و از انرژی تغییر مکان کلی هدف صرف نظر کرده است. در مدل موریه [3] ناحیه شکست به دو بخش الیاف اولیه و الیاف ثانویه تقسیم‌بندی شده و سه مکانیزم جذب انرژی تحت عناوین شکست الیاف اولیه، تغییرشکل الیاف ثانویه و انتقال انرژی جنبشی به صفحه هدف در نظر گرفته شده است. در مدل‌سازی فرآیند نفوذ پرتابه‌ها در اهداف ساخته شده از ورق‌های نازک، نایک و پل [5,4]، مکانیزم‌های جذب انرژی مختلفی مانند شکست کششی الیاف، تغییر شکل الیاف ثانویه، انرژی جنبشی مخروط تشکیل شده در پشت صفحه هدف، ورقه‌ورقه شدن ماده مرکب و ترک خوردن ماتریس در طی فرآیند نفوذ را در نظر گرفتند. کانتول و مورتون نشان دادند که انرژی جذب‌شده توسط شکست کششی الیاف اولیه در مواد مرکب ساخته‌شده با الیاف شیشه و کربن مقدار کمتری نسبت به انرژی جذب‌شده توسط الیاف ثانویه دارد [6]. مهربانی یگانه و همکاران [7] تأثیر هندسه نفوذکننده بر فرآیند نفوذ شبه استاتیکی در کامپوزیت لایه‌ای شیشه/ اپوکسی با الیاف بافته شده، میزان جذب انرژی، نیروی تماسی، مکانیزم‌های گسیختگی و نیروی اصطکاک را برای نفوذکننده‌های مختلف به شکل تجربی مورد بررسی و مقایسه قرار دادند. چپردار و واحدی [8] نفوذ پرتابه‌های مخروطی در اهداف فلز- کامپوزیت با هدف به‌دست‌آوردن یک مدل تحلیلی مناسب برای سرعت‌های بالاتر از سرعت حد بالستیک را بررسی کردند. شیئر و همکاران [9] اثر امواج خمشی ناشی از ضربه سرعت بالا بر سازه‌های کامپوزیتی هواپیما را به صورت عددی و تجربی بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند امواج خمشی تولید شده منجر به آسیب‌های شدید در هر لایه و بین لایه‌های مجاور در ساختار سازه می‌شود. یزدانی‌نژاد و همکاران [10] به بررسی استراتژی‌های مختلف مدل‌سازی برای شناسایی رویکرد مناسب جهت مدل‌سازی پاسخ ضربه سرعت پایین پانل‌های کامپوزیتی چند لایه پرداختند. صبوری و همکاران [11] به بررسی تجربی نفوذ پرتابه‌های سر تخت در اهداف آلومینیوم- کامپوزیت پرداختند. آن‌ها به کمک نرم‌افزار ال.اس.داین<sup>1</sup>، ورقه‌ورقه شدن و شکست لایه‌های مختلف کامپوزیتی هدف را به خوبی مدل‌سازی کردند. نایک و همکاران [12,4] با در نظر گرفتن مؤلفه‌های جذب انرژی ارائه شده توسط محققین دیگر بر پایه تقسیم مدت زمان نفوذ به مؤلفه‌های کوچک و محاسبه انرژی جذب‌شده توسط هر یک از این مکانیزم‌ها در طول مدت هر یک از این جزءهای زمانی، مدل تئوری خود را معرفی کردند. پل و لیاقت [13,5] با اصلاح روابط این تئوری، فرآیند نفوذ پرتابه‌های سر تخت در اهداف مواد مرکب و مواد مرکب‌های تقویت شده با نانو ذرات رس را با دقت بالاتری تخمین زدند. آن‌ها با تصحیح روابط نشان دادند که مقدار جذب انرژی الیاف اولیه از انرژی مخروط شکل گرفته در پشت صفحه هدف بسیار بیشتر است و همچنین تغییرات سرعت تمام نقاط مختلف سطح مقطع مخروط شکل گرفته با سرعت لحظه‌ای پرتابه یکسان نیست. بالاگاسن و همکاران [14] هم با برابر قرار دادن عرض الیاف با قطر پرتابه در روابط مدل نیک و همکاران به محاسبه سرعت حد بالستیک

<sup>2</sup> In-Plane Deformation

<sup>3</sup> Fracture region

<sup>4</sup> Elastic region

<sup>5</sup> Undeformed region

<sup>1</sup> Ls-dyna

$$C_t = \sqrt{\frac{(1 + \varepsilon_p)\sigma_p}{\rho}} - \int_0^{\varepsilon_p} \sqrt{\frac{1}{\rho} \left( \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right)} d\varepsilon \quad (4)$$

در فاصله زمانی  $i$ -ام، فاصله طی شده توسط موج عرضی و موج طولی به ترتیب برابر رابطه (5) است [5].

$$rt_i = \frac{d}{2} + \sum_{n=1}^{n=i} c_{tn} \Delta t$$

$$rl_i = \frac{d}{2} + \sum_{n=1}^{n=i} c_{ln} \Delta t \quad (5)$$

هنگامی که کرنش در هر لایه به ماکزیمم مقدار خود یعنی کرنش شکست می‌رسد آن لایه حذف می‌شود و پرتابه با لایه بعدی برخورد می‌کند تا به لایه آخر می‌رسد. با توجه به تغییرات کرنش در لایه‌های مختلف و استفاده از روابط (5-3) سرعت و شعاع موج‌های الاستیک طولی و عرضی در هر لایه متفاوت است.

### 3-2- تعیین خیز، کرنش‌ها و تنش‌های غیرخطی

برای محاسبه خیز، کرنش‌ها و تنش‌های غیرخطی در محدوده الاستیک از تغییر شکل یک ورق کامپوزیتی متقارن کاملاً گیردار تحت بار متمرکز در حالت استاتیکی استفاده می‌شود (شکل 3). در این مقاله از تغییر شکل‌های درون صفحه‌ای در مقایسه با تغییر شکل‌های عرضی صرف نظر می‌شود، ولی مقدار  $(\partial w / \partial x)^2$  قابل نظر کردن نیست، چون چرخش در نظریه تغییر فرم‌های بزرگ زیاد است. از آنجایی که تغییر شکل‌های بزرگی تحت برخورد بالستیک انتظار است؛ بنابراین تابع تغییر شکل موضعی رابطه (6) که شرایط مرزی هندسی شامل تغییر شکل و شیب صفر را در مرز گسترش موج طولی الاستیک ارضاء می‌کند، در نظر گرفته می‌شود.

$$w_i(x, y) = \begin{cases} \Delta Z_i & x \leq \frac{d}{2}, y \leq \frac{d}{2} \\ \frac{4Z_i}{(2rt_i - d)^2} (x - rt_i)^2 (y - rt_i)^2 & \begin{cases} \frac{d}{2} \leq x \leq rt_i \\ \frac{d}{2} \leq y \leq rt_i \end{cases} \end{cases} \quad (6)$$

که  $\Delta Z_i$  تغییر مکان مرکز ورق در پایان بازه زمانی  $i$ -ام است.

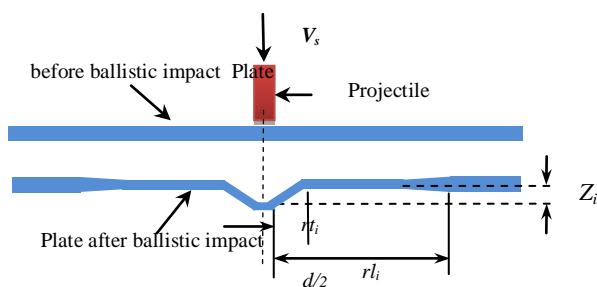


Fig. 2 Configuration of a plate before and after ballistic impact

شکل 2 پیکربندی یک ورق قبل و بعد از ضربه عرضی

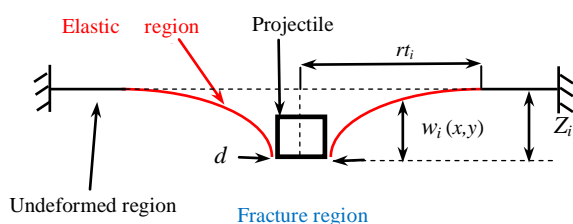


Fig.3 Schematic local deformation plate under ballistic impact

شکل 3 شماتیک تغییر شکل موضعی ورق تحت برخورد بالستیک

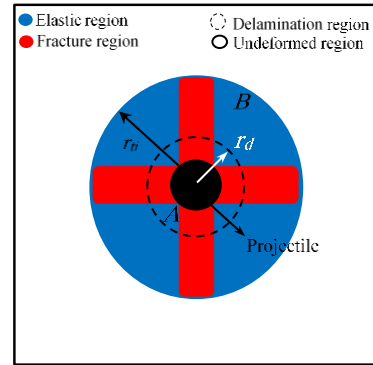


Fig. 1 The introduction of different parts of plate during the ballistic impact

شکل 1 معرفی قسمت‌های مختلف ورق در حین فرآیند برخورد بالستیک

طی تغییر شکل الاستیک جذب می‌کنند.

- از شعاع گسترش موج عرضی تا انتهای ورق که تکیه‌گاه ورق است، محدوده تغییر شکل نیافته نام‌گذاری می‌شود.

- منطقه لایه‌لایه شدن<sup>1</sup> که در آن آسیب لایه‌لایه‌شدگی رخ داده است.

### 3- فرمولاسیون مدل تحلیلی برخورد بالستیک در ورق نازک کامپوزیت

#### 1-3- مقدمه

در آغاز کل انرژی به شکل انرژی جنبشی پرتابه در نخستین فاصله زمانی ضربه است. پس از آن این انرژی به انرژی جذب‌شده توسط مکانیزم آسیب‌های مختلف و انرژی جنبشی ورق کامپوزیتی در حال حرکت و پرتابه تبدیل می‌شود. انرژی جنبشی پرتابه در ابتدا به صورت رابطه (1) است.

$$E_{KE} = \frac{1}{2} m_p V_s^2 \quad (1)$$

در آن  $V_s$  و  $m_p$  به ترتیب جرم پرتابه و سرعت اولیه است. برای تجزیه و تحلیل رویداد ضربه بالستیک، مدت زمان تماس را می‌توان به تعداد مساوی از فواصل زمانی از طول مدت  $\delta t_i$  تقسیم کرد. کل انرژی جذب‌شده توسط هدف یا انرژی از دست داده شده توسط پرتابه در پایان بازه زمانی  $i$ -ام به صورت رابطه (2) است.

$$E_{Li} = E_{fi} + E_{eli} + E_{di} + E_{Mi} \quad (2)$$

در آن  $E_{fi}$ ،  $E_{eli}$ ،  $E_{di}$  و  $E_{Mi}$  به ترتیب انرژی جذب‌شده توسط محدوده شکست، انرژی جذب‌شده توسط تغییر شکل الاستیک، انرژی ورقه‌ورقه یا لایه‌لایه شدن و انرژی شکست ماتریس در پایان فاصله زمانی  $i$ -ام است.

هنگامی که یک هدف توسط یک پرتابه به صورت عرضی تحت ضربه قرار می‌گیرد، موجی از کرنش‌های طولی و عرضی در هدف منتشر می‌شود. موج‌های طولی با سرعت به صورت رابطه (3) منتشر می‌شوند [4].

$$C_l = \sqrt{\frac{1}{\rho} \left( \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right)}_{\varepsilon=0.. \varepsilon_p} \quad (3)$$

در این جا  $\varepsilon_p$  نشان‌دهنده کرنشی است که در آن منطقه پلاستیک شروع می‌شود. همان‌طور که موج‌های کرنش از یک نقطه بر ورق عبور می‌کنند، مواد ورق به سمت نقطه ضربه براساس شکل 2 جریان می‌یابد. قاعده مخروطی شکل گرفته با سرعت موج عرضی به سمت خارج گسترش می‌یابد. سرعت موج عرضی برابر با رابطه (4) است [17].

<sup>1</sup> Delamination region

اندازه قطر پرتابه در نظر گرفته شده که در هنگام نفوذ پرتابه شکسته می‌شود. برای ماده مرکب بافته شده، فاکتور انتقال موج تنش تابعی از هندسه ماده مرکب بافته شده، خواص مکانیکی و فیزیکی مواد تقویت کننده و ماتریس است. این پارامتر برای هر ماده جداگانه محاسبه می‌شود.

انرژی شکست هر لایه از ورق با ضرب حجم محدوده شکست در سطح زیر منحنی تنش-کرنش ورق تا کرنش شکست به صورت رابطه (15) به‌دست می‌آید.

$$\text{Energy Absorbed} = \int_0^x A dx \int_0^{\varepsilon_{\text{mxi}} b^{x/d}} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon$$

$$A = \frac{h}{N} d \quad (15)$$

$h$  ضخامت کل ورق،  $N$  تعداد لایه‌های ورق کامپوزیتی و  $d$  قطر پرتابه است. از این‌رو کل انرژی تلف شده ناشی از شکست یک لایه برابر رابطه (16) است.

$$E_{fi} = A \int_0^{rt_i} \left( \int_0^{\varepsilon_{\text{mxi}} b^{x/d}} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon \right) dx \quad (16)$$

از آن‌جا که محدوده شکست در نظر گرفته شده  $1/4$  ورق است، بیان فوق ضرب در 4 و همچنین تعداد لایه‌های شکسته شده در هر مرحله زمانی  $N_f$  و به صورت رابطه (17) می‌شود.

$$E_{fi} = 4 \times N_f \times A \int_0^{rt_i} \left( \int_0^{\varepsilon_{\text{mxi}} b^{x/d}} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon \right) dx \quad (17)$$

### 3-5- انرژی جذب شده ناشی از حرکت موضعی ورق

حرکت‌های محلی در سطح پشت هدف در طول رویداد ضربه بالستیک بخشی از انرژی جنبشی پرتابه را جذب می‌کند. در این تحقیق با توجه به میدان جابه‌جایی در نظر گرفته شده در رابطه (6)، میدان سرعت موضعی متغیر در فاصله زمانی  $i$ -ام با گسترش موج عرضی  $rt_i$  از نقطه ضربه به صورت رابطه (18) تعیین می‌شود.

$$v_i(x, y) = \begin{cases} V_i & x \leq \frac{d}{2}, y \leq \frac{d}{2} \\ \frac{4V_i}{(2rt_i - d)^2} (x - rt_i)^2 (y - rt_i)^2 & \left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{2} \leq x \leq rt_i \\ \frac{d}{2} \leq y \leq rt_i \end{array} \right\} \end{cases} \quad (18)$$

$V_i$  سرعت مرکز ورق در پایان بازه زمانی  $i$ -ام است. از این‌رو انرژی جنبشی مخروط شکل گرفته را می‌توان با رابطه (19) در فاصله زمانی  $i$ -ام بیان کرد.

$$E_{\text{Cone}i} = \int_0^{rt_i} \int_0^{rt_i} \rho h v_i^2(x, y) dx dy$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \int_0^{\frac{d}{2}} 2\pi \rho h V_i^2 r dr + 4 \int_{\frac{d}{2}}^{rt_i} \int_{\frac{d}{2}}^{rt_i} \rho h \frac{V_i}{(2rt_i - d)^2} \times (rt_i - x)^2 (rt_i - y)^2 dx dy \right] = MC_i V_i^2 \quad (19)$$

رابطه (20) نیز به صورت زیر است.

$$MC_i = \frac{\pi \rho h d^2}{8} + \frac{\rho h (2rt_i - d)^6}{800 rt_i^4} \quad (20)$$

در این قسمت فرض شده پرتابه و مخروط تشکیل شده با سرعت یکسان و برابر سرعت انتهای بازه  $i$ -ام در حال حرکت است.

### 3-6- انرژی جذب شده به علت ورقه‌ورقه شدن لایه‌ها و شکست ماتریس

معیار شروع لایه‌لایه شدن در اثر ماهیت تنش کششی  $\sigma_z$  و دیگر تنش‌های

به کمک مفروضات اساسی تئوری کلاسیک ورق، کرنش‌های غیر خطی فون کارمن متناظر با نظریه تغییر شکل‌های بزرگ را می‌توان به صورت رابطه (7) بیان کرد [18].

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \varepsilon_{yy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2},$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (7)$$

با جایگزین رابطه (6) در معادلات (7) و قرار دادن  $x=0, y=d/2$  پس از ساده کردن روابط (8) برای تغییرات کرنش در نقطه ضربه به‌دست آمده است.

$$\varepsilon_{\text{mxi}} = \frac{8\Delta Z_i (\Delta Z_i - z)}{(2r_{ti} - d)^2}, \varepsilon_{\text{myi}} = \frac{2\Delta Z_i (\Delta Z_i - z)}{r_{ti}^2},$$

$$\varepsilon_{\text{mxyi}} = -\frac{4\Delta Z_i (\Delta Z_i - 2z)}{r_{ti} (2r_{ti} - d)} \quad (8)$$

ارتباط تنش و کرنش برای مواد کامپوزیت ارتوتروپیک به صورت رابطه (9) بیان می‌شود [18].

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ 2\varepsilon_{xy} \end{bmatrix} \quad (9)$$

که  $Q_{ij}$  ماتریس سختی نام دارد و به صورت رابطه (10) تعیین می‌شوند.

$$Q_{11} = \frac{E_{11}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}},$$

$$Q_{22} = \frac{E_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, Q_{33} = G_{12} \quad (10)$$

### 3-3- انرژی جذب شده توسط محدوده الاستیک

انرژی کرنش کل ورق مستطیل شکل را می‌توان به صورت رابطه (11) نوشت [18].

$$U_T = \frac{1}{2} \int_{\Omega_0} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (\sigma_{xx}\varepsilon_{xx} + \sigma_{yy}\varepsilon_{yy} + \sigma_{xy}\varepsilon_{xy}) dV \quad (11)$$

با قرار دادن روابط (10-8) در انتگرال رابطه (11)، انرژی کرنشی ذخیره شده توسط ناحیه الاستیک یک ورق نازک کامپوزیتی تحت برخورد بالستیک در محدوده گسترش موج عرضی  $rt_i$  به صورت ساده شده رابطه (12) بیان می‌شود.

$$U_T = E_{\text{el}i} = \frac{2}{45} \frac{(2rt_i - d)^2 \Delta Z_i^2}{r_{ti}^4} \{ 9(D_{11} + D_{22}) + 10(D_{12} + 8D_{66}) \}$$

$$+ \frac{1}{17640} \frac{(2rt_i - d)^6 Z_i^4}{r_{ti}^8} \{ 49(A_{11} + A_{22}) + 90(A_{12} + 2A_{66}) \} \quad (12)$$

$D_{ij}, A_{ij}$  به ترتیب سختی کششی و خمشی است که از روابط (13) به‌دست می‌آید.

$$A_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{ij} dz$$

$$D_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{ij} z dz \quad (13)$$

### 3-4- انرژی جذب شده در محدوده شکست

در هر لایه حداکثر کرنش در نقطه برخورد است و در طول ورق کاهش می‌یابد و این را می‌توان به کمک رابطه نمایی (14) در نظر گرفت [4].

$$\varepsilon_{x,y} = \varepsilon_{\text{mxi}, \text{myi}} b^{x,y/d} \quad (14)$$

$\varepsilon_{x,y}$  کرنش در هدف در جهت  $\alpha, y$  حداکثر کرنش یعنی کرنش در نقطه ضربه در جهت  $x, y$  فاصله از نقطه ضربه،  $b$  عامل انتقال موج تنش و  $d$  قطر پرتابه هستند. کل محدوده شکست در هر لایه به صورت یکپارچه و به

$$E_{KE0} = E_{KEi} + E_{Li} + E_{Conei} \quad (23)$$

پس از قرار دادن روابط (1، 12، 18، 20 و 29) در رابطه (30) و ساده سازی، رابطه (24) برای سرعت انتهایی فاصله زمانی  $i$ -ام به دست می آید.

$$V_i^2 = \frac{m_p V_s^2 - 2E_{Li}}{(2MC_i + m_p)} \quad (24)$$

شتاب پس از به دست آمدن سرعت پرتابه کاهش یافته، پرتابه در بازه زمانی  $i$ -ام به صورت رابطه (25) تعیین می شود:

$$d_{Ci} = \frac{V_{i-1} - V_i}{\Delta t} \quad (25)$$

فاصله طی شده توسط پرتابه و جابه جایی موضعی هدف در بازه زمانی  $i$ -ام برابر رابطه (26) خواهد بود.

$$\delta_{0i} = V_{i-1} \times \Delta t - \frac{1}{2} d_{Ci} \Delta t^2 \quad (26)$$

فاصله طی شده توسط پرتابه،  $Z_i$ ، تا فاصله زمانی  $i$ -ام و جابه جایی موضعی در پشت صفحه هدف به صورت رابطه (27) است.

$$Z_i = \sum_{n=1}^{n=i-1} \delta_{0n-1} \quad (27)$$

نیروی تماس یا مقاوم در برابر حرکت پرتابه می تواند توسط رابطه (28) محاسبه شود.

$$F_i = m_p d_{Ci} \quad (28)$$

#### 4- معیار شکست

تنش های ایجاد شده در هر لایه به عنوان اساس محاسبات کنترل شکست در ورق های کامپوزیت لایه ای محسوب می شود. استحکام هر لایه کامپوزیت به طور مجزا از طریق محاسبه تنش وارد بر آن در راستای محورهای مختصات و با در نظر گرفتن خواص مواد تشکیل دهنده آن به دست می آید. آغاز فرآیند شکست هر لایه کامپوزیت از طریق حداکثر حد تعریف شده توسط معیارهای شکست مختلف تعریف می شود. تشخیص میزان باری که سبب آغاز فرآیند شکست می شود، نقش اساسی در تعیین فرآیند کلی شکست سازه و نیز قابلیت اطمینان آن در طول بهره برداری دارد. در این مقاله دو معیار شکست کرنش ماکزیمم<sup>1</sup> و سای-هیل<sup>2</sup> جهت بررسی رفتار بالستیک هدف کامپوزیت چندلایه مورد استفاده قرار می گیرد [19].

با استفاده از مدل دویعدی معیار سای-هیل تابع I را به کمک رابطه (29) در زمان های مختلف برای هر لایه جداگانه محاسبه کرده و چنانچه مقادیر از یک بیشتر شود آن لایه کاملاً شکسته شده است [19, 22].

$$\left(\frac{\sigma_{xx}}{S_{xT}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{yy}}{S_{yT}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{xy}}{S_{xy}}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_{xx}\sigma_{yy}}{(S_{xT})^2}\right) = I_j(t) \quad (29)$$

که  $j=3,2,1,11,22,33$  به ترتیب نشان دهنده شماره لایه های مختلف است به عبارتی 3 اولین لایه هدف که تحت ضربه بالستیک قرار می گیرد و پس از آن 2 لایه دوم، 1 لایه سوم، 11 لایه چهارم، 22 لایه پنجم و 33 لایه آخر هدف کامپوزیتی چند لایه هستند.  $S_{xT}$ ،  $S_{yT}$  و  $S_{xy}$  به ترتیب استحکام طولی، عرضی و برشی هدف کامپوزیتی هستند.

علاوه بر معیار سای-هیل، با مقایسه مقادیر کرنش های محاسبه شده در رابطه (8) با معیار کرنش ماکزیمم در اطراف نقطه ضربه در هر لایه با گذشت زمان، به بررسی شکست لایه های مختلف هدف کامپوزیتی چند لایه تحت

برشی بین لایه ای است [19]. با توجه به فرض  $\sigma_z = 0$  در تئوری کلاسیک ورق های نازک نمی توان از معیارهای لایه لایه شدن استفاده کرد. پیش از شکسته شدن لایه های هدف کامپوزیتی در طول رویداد ضربه، آسیب ورقه ورقه شدن و ترک خوردگی ماتریس در اطراف نقطه ضربه که در آن کرنش القاء شده بیش از از کرنش آستانه خسارت برای ماده است، مورد نظر قرار می گیرد. مقدار آستانه شروع آسیب در کرنشی کمتر از کرنش نهایی هدف کامپوزیتی است. محققان دیگر به طور تجربی دریافتند که انتشار لایه لایه شدن در همه جهات بر مواد مرکب برابر نیست [20, 4]. در وجه جلوی ورق یک منطقه کوچک از لایه لایه شدن تقریباً دایره در نواحی اطراف منطقه شکست دیده می شود. شکل منطقه لایه لایه شدن در وجه عقب هدف مانند گلبک است. این منطقه از لایه لایه شدن در لایه های پایین به طور کامل دایره ای نیست. شعاع لایه لایه شدن در لایه های پایین بزرگتر از لایه های بالاست، به دلیل این که شعاع لایه لایه شدن در هر یک از لایه های شکست شده ثابت می ماند و مقاومت برشی بین لایه ای دیگر لایه های باقی مانده کاهش می یابد [21, 20, 4]. از این رو ضربه تصحیح (C.C) منطقه لایه لایه شدن نسبت به سطح شکست دایره ای در نظر گرفته می شود؛ بنابراین انرژی لایه لایه شدن و ترک خوردگی ماتریس تا فاصله زمانی  $i$ -ام برابر رابطه (21) است.

$$\begin{aligned} \delta E_{di} &= C \cdot C \pi (r_{di}^2 - r_{di-1}^2) G_{II} \\ \delta E_{MCI} &= C \cdot C \pi (r_{di}^2 - r_{di-1}^2) h_1 V_f E_m \end{aligned} \quad (21)$$

در آن  $r_{di}$  شعاع تا منطقه ای که آسیب در لایه ها در فاصله زمانی  $i$ -ام منتشر شده،  $G_{II}$  نرخ آزادسازی انرژی کرنش در مود دوم است،  $C \cdot C$  ضربه اصلاح منطقه ورقه ورقه شدن نسبت به منطقه دایره ای،  $h_1$  ضخامت هر لایه،  $V_f$  کسر حجمی ماتریس و  $E_m$  انرژی ترک خوردگی ماتریس است؛ بنابراین کل انرژی جذب شده توسط ورقه ورقه شدن و ترک خوردگی ماتریس تا فاصله زمانی  $i$ -ام، با جمع  $\delta E_{di}$  و  $\delta E_{MCI}$  در تمامی فواصل زمانی رابطه (22) به دست می آید.

$$\begin{aligned} E_{di} &= \sum_{n=0}^i \delta E_{dn} \\ E_{MCI} &= \sum_{n=0}^i \delta E_{Mcn} \end{aligned} \quad (22)$$

#### 3-7- تعادل انرژی پرتابه

با دانستن انرژی جنبشی اولیه پرتابه و انرژی جذب شده در طی بازه زمانی می توان سرعت پرتابه برای بازه زمانی بعدی به دست آورد. پارامترهای متفاوتی مانند جابه جایی پرتابه، کرنش، نیروی تماسی و انرژی جذب شده با داشتن سرعت برای بازه های داده شده به وسیله مکانیزم های مختلف به دست می آیند. تعادل انرژی در پایان بازه زمانی  $i$ -ام به صورت رابطه (23) در نظر گرفته می شود.

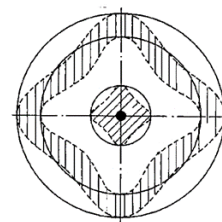


Fig.4 Schematic observed of delaminated region [4]

شکل 4 شماتیک مشاهده شده در ناحیه لایه لایه شدن [4]

<sup>1</sup> Maximum Strain Criterion

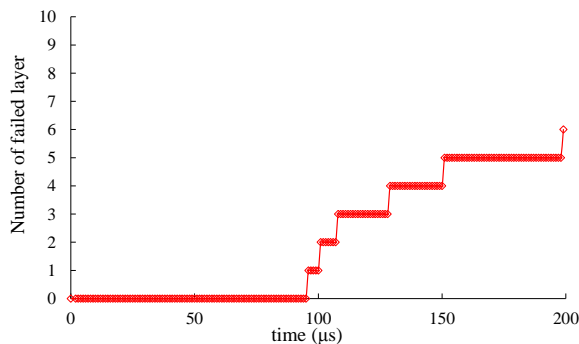
<sup>2</sup> Tsai-Hill Criterion

جدول 1 پارامترهای هندسی و مشخصات مواد مورد نیاز برای پیش بینی رفتار ضربه بالستیک [19,4]

**Table 1** Required input parameters and material properties for the predictions of ballistic impact behavior

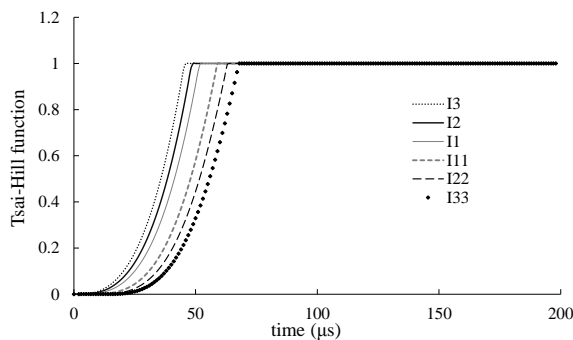
مشخصات	پرتابه	مشخصات
$m_p=2.8$ gr	جرم پرتابه	
$d=5$ mm	قطر پرتابه	
استوانه ای سرتخت	شکل پرتابه	
2D Woven-E-glass/epoxy	مواد	
$V_f=50\%$	درصد حجمی الیاف	
$h=2$ mm	ضخامت	
$N=6$	تعداد لایه ها	
$\rho=1750$ kg/m <sup>3</sup>	چگالی	
$E_{xx}=E_{yy}=40$ GPa	مدول الاستیک طولی	
$G_{xy}=16.67$ GPa	مدول برشی	مشخصات
$\nu_{xy}=0.2$	ضریب پواسن	هدف
$S_{XT}=S_{YT}=850$ MPa	استحکام کششی طولی	
$S_{xy}=100$ MPa	استحکام برشی	
$\Delta t=1$ $\mu$ s	بازه زمانی	
$b=0.7$	ضریب انتقال موج تنش	
$J/m^3$ $G_{II}=1000$	نرخ آزادسازی انرژی کرنش مود دوم	
$E_{II}=0.9$ MJ/m <sup>3</sup>	انرژی ترک خوردگی ماتریس	

بالستیک ورق هدف مورد استفاده توسط گلرت و همکاران در مقاله حاضر همانند نایک و پل، از خواص مکانیکی ارائه شده توسط نایک استفاده شده است.



**Fig. 5** Number of failed layers over time

شکل 5 تعداد لایه های شکسته شده برحسب زمان



**Fig. 6** the value of tsai-hill function criteria of various layers over time

شکل 6 مقادیر تابع معیار سای-هیل لایه های مختلف برحسب زمان

برخورد بالستیک (30) پرداخته می شود [19].

$$\varepsilon_{mx_i, my_i} - \varepsilon_f \begin{cases} < 0 \\ \geq 0 \end{cases} \quad (30)$$

که  $\varepsilon_f$  کرنش شکست در جهت X و Y است.

### 5- فرمولاسیون وابستگی خواص مکانیکی به نرخ کرنش

در اغلب مواد خواص مکانیکی تابع سرعت بارگذاری است. پژوهش های گسترده ای در زمینه وابستگی خواص مکانیکی ورق های کامپوزیتی چندلایه به نرخ کرنش انجام شده است. نتایج محققین نشان می دهد که مواد کامپوزیت در نرخ کرنش های بالا، استحکام و مدول های طولی، عرضی و در جهت ضخامت بیشتری نسبت به بارگذاری استاتیکی دارند [24,23]؛ بنابراین در حالت بارگذاری بالستیک، مواد کامپوزیت سفتی بالاتری به دلیل حساسیت نرخ کرنش تجربه می کنند. در این مقاله اثر نرخ کرنش بر استحکام و مدول ورق چندلایه کامپوزیتی به صورت رابطه (31) بیان می شود [25,1].

$$\{S_{RT}\} = \{S_0\} \left( 1 + C_1 \ln \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right)$$

$$\{E_{RT}\} = \{E_0\} \left( 1 + C_2 \ln \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right) \quad (31)$$

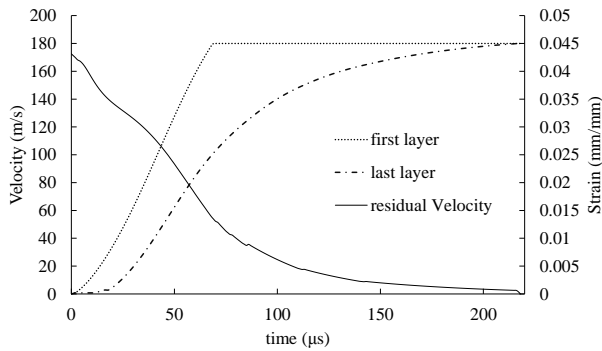
نمونه ها در نرخ کرنش  $\dot{\varepsilon}_0$  آزمایش می شوند و ماتریس استحکام  $\{S_0\}$  و ماتریس مدول های الاستیسیته  $\{E_0\}$  به دست می آیند، سپس در هر نرخ کرنشی  $\{\dot{\varepsilon}\}$  که مورد نظر است ماتریس استحکام  $\{S_{RT}\}$  و مدول های الاستیسیته  $\{E_{RT}\}$  به دست می آیند؛ بنابراین نرخ کرنش  $\{\dot{\varepsilon}\}$  در هر فاصله زمانی در روابط (30)، از رابطه (32) به دست می آید.

$$\dot{\varepsilon}_i = \frac{\Delta \varepsilon_{xi}}{\Delta t} = \frac{\varepsilon_{xi} - \varepsilon_{xi-1}}{\Delta t} \quad (32)$$

### 6- نتایج و بحث

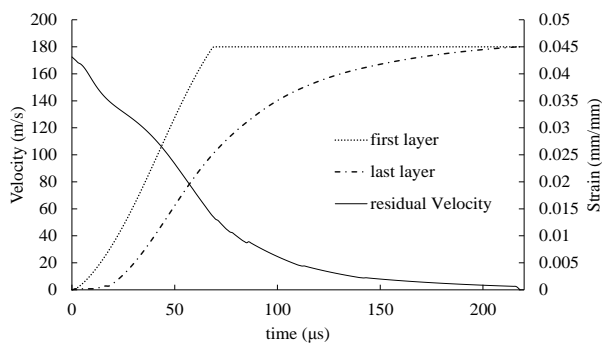
با استفاده از مدل تحلیلی و به کارگیری نرم افزار ریاضیاتی میپل، در ابتدا به بررسی شکست و نفوذ پرتابه در لایه های مختلف ورق نازک کامپوزیتی چندلایه پرداخته می شود، سپس به محاسبه پارامترهای سرعت حد بالستیک، جابه جایی پرتابه، کرنش، تنش و انرژی جذب شده به وسیله مکانیزم های مختلف برای بازه های مختلف پرداخته می شود. برای اعتبارسنجی، مقایسه و همچنین مشخصات پرتابه و هدف از نتایج تجربی نایک و گلرت و همچنین حل تحلیلی نایک و پل در شکل های 6,5 و جداول 1 و 2 استفاده می شود. جدول 1 مشخصات هندسی و خواص مکانیکی مورد نیاز برای پیش بینی رفتار بالستیک به کمک مدل تحلیلی حاضر را نشان می دهد. شکل های 6,5 شکست لایه های مختلف هدف کامپوزیتی نایک برحسب زمان را نشان می دهند. با توجه به شکل های 6,5 شکست لایه ها براساس معیار سای-هیل خیلی زودتر از معیار کرنش بیشینه رخ می دهد. سرعت حد بالستیک براساس معیار کرنش بیشینه 146.5 متر بر ثانیه است و با نتایج تجربی همخوانی خوبی دارد. در حالی که سرعت حد بالستیک براساس معیار سای-هیل در حدود 120 متر بر ثانیه است که با نتایج تجربی اختلاف دارد. در ادامه از معیار کرنش ماکزیمم برای تعیین سایر مشخصات رفتار بالستیک استفاده می شود.

در جدول 2 و 3 نتایج مدل تحلیلی تحقیق حاضر و نتایج تست های تجربی برخورد بالستیک نایک، گلرت [26] و همچنین مدل های تحلیلی نایک، پل برای سه نوع جرم و پرتابه با دو نوع ضخامت متفاوت ارائه شده است. خواص مکانیکی ورق هدف استفاده شده توسط گلرت و همکاران [26] برای مطالعات تجربی در دسترس نیست. از این رو برای تجزیه و تحلیل رفتار



**Fig. 8** Velocity variation along with strain variation of first and last layers over time at 172 m/s

شکل 8 تغییرات سرعت همراه با تغییرات کرنش لایه اول و لایه آخر برحسب زمان در 172 متربرثانیه



**Fig. 9** Velocity variation along with strain variation of first and last layers over time at 204.5 m/s

شکل 9 تغییرات سرعت همراه با تغییرات کرنش لایه اول و لایه آخر برحسب زمان در 204.5 متربرثانیه

این رو پس از مدتی همان طور که پرتابه و موج عرضی پیشرفت می کند ناگهان لایه اول به دلیل رسیدن کرنش لایه اول به کرنش شکست شکسته می شود. این روند ادامه خواهد داشت تا تمام لایه های هدف کامپوزیتی به کرنش شکست رسیده و هدف کامپوزیت چند لایه سوراخ شود. مشاهده می شود در هر سه شکل سرعت نهایی پرتابه با توجه به سرعت اولیه داده شده به پرتابه همراه با شکسته شدن لایه آخر به صفر می رسد. سرعت اولیه داده شده نشان دهنده حد بالستیک هدف کامپوزیتی است. در جدول 4 سهم هر یک از انرژی های جذب شده توسط مدل تحلیلی نایک، پل و مدل تحلیلی حاضر برای سرعت حد بالستیک 146.5 متر بر ثانیه در پایان ضربه بالستیک آورده شده است.

**جدول 4** مقایسه سهم هر یک از انرژی های جذب شده در پایان ضربه بالستیک مدل تحلیلی حاضر و سایر محققین

**Table 4** Compare the share of each energy absorption of present analysis and other researchers at the end of ballistic impact

انرژی جذب شده	مدل تحلیلی حاضر	مدل تحلیلی نایک [4]	مدل تحلیلی پل [5]
انرژی جنبشی حرکت موضعی ورق	0.1 %	0.56 %	0.37 %
انرژی جذب شده در محدوده الاستیک	49.23 %	87.04 %	69.68 %
انرژی جذب شده در محدوده شکست	43.13 %	8.16 %	22 %
انرژی لایه لایه شدن	6.87 %	3.6 %	7.9 %
انرژی شکست ماتریس	0.66 %	0.64 %	0.01 %

**جدول 2** مقایسه نتایج سرعت حد بالستیک حاصل از مدل تحلیلی، نتایج تجربی و

تحلیلی سایر محققین

**Table 2** comparison the ballistic Limit Velocity of analytical model, experimental and analysis of other researchers' results

مشخصات پرتابه	جرم پرتابه	قطر پرتابه	سرعت حد بالستیک m/s	نمایندگی	نمایندگی	نمایندگی	نمایندگی	نمایندگی
				[5]	[4]	[26,4]	حاضر	موجود
جرم پرتابه	2.8 gr			152.5	159	150	146.5	2
قطر پرتابه	5 mm							
جرم پرتابه	3.3 gr			171	191	175	172	4.5
قطر پرتابه	4.76 mm							
جرم پرتابه	3.84 gr			202.5	188	210	204.5	4.5
قطر پرتابه	6.35 mm							

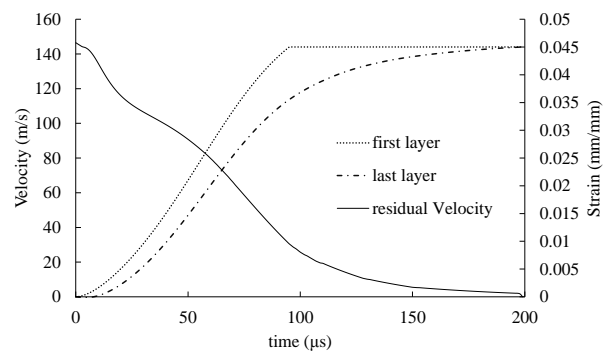
با توجه به نتایج ارائه شده در جدول 2 سرعت حد بالستیک با افزایش ضخامت هدف کامپوزیت افزایش می یابد. مدل تحلیلی دوبعدی حاضر تطابق خوبی با نتایج تجربی دارد و به طور کلی نتایج مدل حاضر نسبت به مدل نایک و پل به ویژه در ضخامت های بالاتر دقت بالاتری دارد. دلیل آن هم در نظر گرفتن کرنش ها و تنش های دوبعدی در مدل کنونی است. از مدل حاضر برای بررسی اهداف ضخیم با دقت بالاتری نسبت به دو مدل دیگر می توان استفاده کرد. شکل های 7-9 نتایج سرعت حد بالستیک به همراه تغییرات کرنش در نقطه ضربه برای لایه اول و آخر هدف برحسب زمان ارائه شده است.

براساس بخش های پیشین تغییرات کرنش ها در هر لایه وابسته به خیز مرکزی ورق و گسترش موج عرضی است. همان طور که زمان پیشرفت می کند، مقدار کرنش در لایه اول افزایش و سرعت پرتابه کاهش می یابد. از

**جدول 3** اختلاف سرعت حد بالستیک مدل حاضر و سایر محققین با نتایج تجربی

**Table 3** comparison the ballistic Limit Velocity of present and other researchers' analytical model with experimental results

مشخصات پرتابه	تحلیل حاضر %	نتایج نایک %	نتایج پل %
حالت اول	2.3	6	1.6
حالت دوم	1.7	9.1	2.3
حالت سوم	2.6	10.5	3.6



**Fig. 7** Velocity variation along with strain variation of first and last layers over time at 146.5 m/s

شکل 7 تغییرات سرعت همراه با تغییرات کرنش لایه اول و لایه آخر برحسب زمان در 146.5 متربرثانیه

در مطالعه کنونی تغییرات انرژی جذب شده الاستیک محدوده الاستیک با وجود افزایش شعاع موج الاستیک عرضی همراه با گذر زمان وابستگی کمتری به گسترش شعاع موج الاستیک عرضی داشته است و بیشتر به تغییر شکل مرکز ورق که به مرور زمان با کاهش انرژی جنبشی پرتابه کاهش می یابد، دارد. انرژی جذب شده محدوده الاستیک در ابتدای برخورد بالستیک که انرژی جنبشی پرتابه و تغییر شکل ورق زیاد هستند، تغییرات بسیاری دارد. در ادامه فرآیند نفوذ عمده انرژی جنبشی پرتابه به ورق منتقل شده و تغییر شکل الاستیک ورق کمتر می شود؛ بنابراین تغییرات انرژی جذب شده محدوده الاستیک هم تقریباً ثابت می شود.

در ابتدا انرژی جنبشی مخروط در حال حرکت صفر است. با گذشت زمان جرم بخش متحرک موضعی افزایش می یابد و سرعت پرتابه کاهش دارد، ولی انرژی جنبشی بخش متحرک محلی افزایش می یابد. با نزدیک شدن به انتهای فرآیند نفوذ کامل به دلیل این که سرعت پرتابه به طور قابل توجهی کاهش یافته، انرژی جنبشی بخش متحرک محلی به شدت کاهش می یابد. مقدار انرژی جنبشی حرکت موضعی ورق کمتر از مدل های تحلیلی نایک و پل است. براساس شکل 3 و فرضیات بیان شده حرکت موضعی ورق و پرتابه با سرعت یکسان و برابر سرعت انتهای بازه  $i$ -ام است. با کاهش شدید سرعت پرتابه موجب کاهش انرژی جنبشی حرکت موضعی ورق می شود. وابستگی کمتر این انرژی با گسترش شعاع موج الاستیک عرضی را نشان می دهد، همچنین مقدار جرم معادل مخروط تشکیل شده در مقایسه با مدل های نایک و پل کمتر است. با توجه به در نظر گرفتن میدان تغییرات سرعت ورق و محاسبه انرژی جنبشی و مقدار جرم معادل بخش متحرک ورق نسبت به مدل های تحلیلی نایک و پل دقیق تر به نظر می رسد [5,4].

با توجه به شکل های 11 و 12 نسبت به شکل 10 مقدار انرژی محدوده شکست به دلیل افزایش ضخامت و افزایش مقاومت ورق در برابر شکست بیشتر از انرژی محدوده الاستیک پیش بینی شده است.

مقدار انرژی جذب شده به دلیل ورقه ورقه شدن لایه ها در مدل تحلیلی حاضر مانند نتایج تحلیلی نایک و پل در مقایسه با سایر ترم های انرژی بسیار کمتر است. هر چند مقدار انرژی جذب شده توسط این مکانیزم کم بوده و قابل صرف نظر کردن است، ولی در انتقال تنش و مقدار انرژی جذب شده در لایه های مختلف مؤثر است. شکل 13 گسترش شعاع لایه لایه شدن برحسب زمان را نشان می دهد. در ابتدا شعاع لایه لایه شدن صفر است، سپس با افزایش کرنش لایه ها تا پیش از شکسته شدن و رسیدن سطح کرنش ها به کرنش آستانه تخریب، لایه لایه شدن در لایه های مختلف هدف آغاز می شود و تا افزایش کرنش لایه ها به سطح کرنش ماکزیمم گام به گام افزایش می یابند. در نهایت شعاع لایه لایه شدن و انرژی لایه لایه شدن به دلیل شکسته شدن لایه ها ثابت می شود. با توجه به شکل 13 شعاع نهایی لایه لایه شدن 9.65 میلی متر است و با نتایج تجربی و تحلیلی نایک [4] که به ترتیب 10 و 9.6 میلی متر به دست آمده اختلاف بسیار کمی دارد.

براساس شکل های 10-12 مقدار انرژی جذب شده توسط شکست ماتریس در مقایسه با سایر ترم های انرژی جذب شده حتی انرژی لایه لایه شدن بسیار ناچیز است و می توان از آن صرف نظر کرد.

## 7- نتیجه گیری

در تحقیق حاضر یک مدل تئوری دو بعدی برای پیش بینی میزان جذب انرژی های مختلف یک ورق نازک کامپوزیتی کاملاً گیردار تحت برخورد بالستیک معرفی می شود که با نتایج تجربی تطابق خوبی دارد. نتایج زیر به

با توجه به شکل های 10-12 و جدول 4 مقدار انرژی جذب شده توسط محدوده الاستیک در مقایسه با مدل تحلیلی نایک و پل با در نظر گرفتن انرژی خمشی و غشایی و همچنین اثرات کرنش غیرخطی فن کارمن مقدار کمتری را تخمین می زند. در مدل های نایک و پل از یک تابع تقریبی خطی بین کرنش شکست الیاف و کرنش صفر در مرز گسترش موج عرضی استفاده کرده اند و فقط انرژی غشایی ذخیره شده در الیاف محاسبه می شود، ولی در تحقیق حاضر با توجه به تابع تغییر مکان موضعی مناسب به محاسبه انرژی کرنشی ذخیره شده خمشی و غشایی در هر بازه زمانی پرداخته شده است.

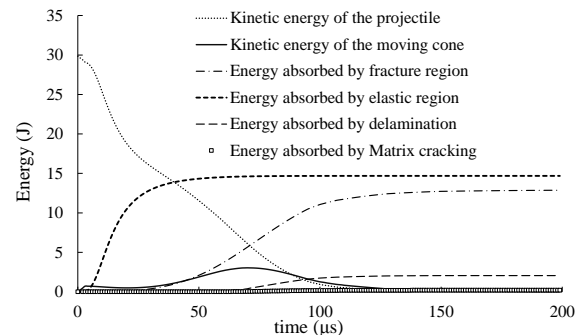


Fig. 10 Energy absorbed by different mechanisms at the speed of 146.5 m/s

شکل 10 انرژی جذب شده توسط مکانیزم های مختلف در سرعت 146.5 متر بر ثانیه

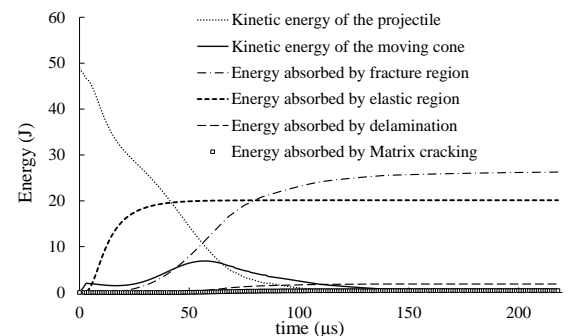


Fig. 11 Energy absorbed by different mechanisms at the speed of 172.5 m/s

شکل 11 انرژی جذب شده توسط مکانیزم های مختلف در سرعت 172.5 متر بر ثانیه

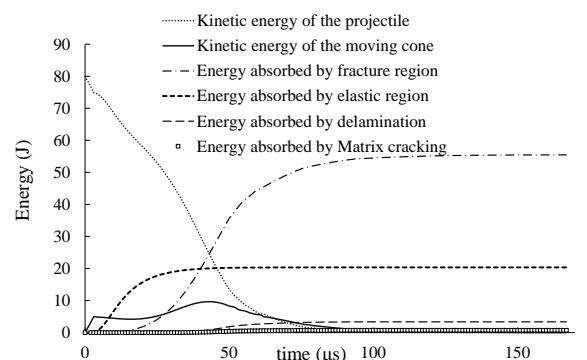


Fig. 12 Energy absorbed by different mechanisms at the speed of 204.5 m/s

شکل 12 انرژی جذب شده توسط مکانیزم های مختلف در سرعت 204.5 متر بر ثانیه



انرژی جنبشی پرتابه در پایان بازه زمانی $i$ -ام (J)	$E_{KEi}$
انرژی تلف‌شده در پایان بازه زمانی $i$ -ام (J)	$E_{Li}$
انرژی جذب‌شده توسط محدوده شکست در پایان بازه زمانی $i$ -ام (J)	$E_{fi}$
انرژی جذب‌شده توسط محدوده الاستیک در پایان بازه زمانی $i$ -ام (J)	$E_{eli}$
انرژی جذب‌شده توسط شکست ماتریس در پایان بازه زمانی $i$ -ام (J)	$E_{Mci}$
نیروی مقاوم در برابر پرتابه در پایان بازه زمانی $i$ -ام (N)	$F_i$
نرخ آزادسازی انرژی کرنش در مود دوم ( $J/m^2$ )	$G_{II}$
ضخامت هدف (m)	$h$
ضخامت هر لایه هدف (m)	$h_1$
ابعاد صفحه هدف (m)	$L$
جرم معادل مخروط تشکیل‌شده در پایان بازه زمانی $i$ -ام (kg)	$MC_i$
تعداد لایه‌های شکسته‌شده	$N_f$
ماتریس سختی	$Q_{ij}$
مختصات شعاعی (m)	$r$
شعاع منطقه ورقه‌ورقه شدن (m)	$r_d$
شعاع موج عرضی در پایان بازه زمانی $i$ -ام (m)	$rt_i$
شعاع موج طولی در پایان بازه زمانی $i$ -ام (m)	$rl_i$
استحکام کششی طولی (Pa)	$S_{xT}$
استحکام کششی عرضی (Pa)	$S_{yT}$
استحکام برشی (Pa)	$S_{xyT}$
کل انرژی کرنشی ذخیره‌شده در یک ورق (J)	$U_T$
میدان سرعت در پایان بازه زمانی $i$ -ام (m/s)	$v_i$
سرعت لحظه‌ای پرتابه در پایان بازه زمانی $i$ -ام (m/s)	$V_i$
سرعت اولیه پرتابه (m/s)	$V_s$
کار انجام‌شده خارجی	$W$
تابع تغییر مکان موضعی عرضی در فاصله زمانی $i$ -ام (m)	$W_i$
مختصات عرضی	$x$
مختصات طولی	$y$
فاصله طی شده توسط پرتابه در پایان بازه زمانی $i$ -ام (m)	$\Delta Z_i$

## علائم یونانی

بازه زمانی (s)	$\Delta t$
تغییر مکان مرکز ورق در پایان بازه زمانی $i$ -ام (m)	$\delta_{0i}$
کرنش	$\epsilon_{x,y}$
کرنش پلاستیک	$\epsilon_p$
کرنش در نقطه ضربه در جهت $x,y$	$\epsilon_{mx_i,my_i}$
چگالی ( $kg/m^3$ )	$\rho$
تنش (Pa)	$\sigma$

## 9- مراجع

- [1] L. J. Deka, S. D. Bartus, U. K. Vaidya, Damage evolution and energy absorption of E-glass/polypropylene laminates subjected to ballistic impact, *Material Science*, Vol. 43, pp. 4399-4410, 2008.
- [2] R. A. W. Mines, A. M. Roach, N. Jones, High velocity perforation behavior of polymer composite laminates, *Impact Engineering*, Vol. 22, No. 6, pp. 561-588, 1999.
- [3] S. S. Morye, P. J. Hine, R. A. Duckett, D. J. Carr, I. M. Ward,

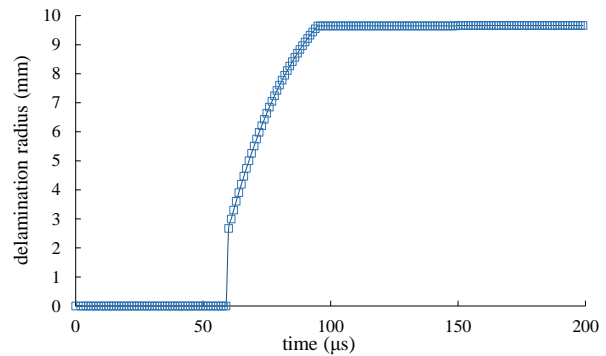


Fig. 13 Expansion of delamination radius over time

شکل 13 گسترش شعاع لایه‌لایه شدن بر حسب زمان

صورت خلاصه از تحقیق حاضر به دست آمده است:

- تغییرات کرنش و تنش دویبعدی به کمک این مدل تحلیلی به خوبی تخمین زده شدند.
- نتایج رفتار بالستیک مواد کامپوزیت براساس معیار کرنش ماکزیمم نسبت به معیار سای-هیل با نتایج تجربی توافق بهتری دارد.
- مقدار انرژی جذب‌شده توسط محدوده الاستیک در مقایسه با مدل تحلیلی نایک و پل مقدار کمتری دارد.
- مقدار انرژی جنبشی بخش متحرک موضعی کمتر از مدل‌های تحلیلی نایک و پل است، همچنین مقدار جرم معادل مخروط تشکیل شده در مقایسه با مدل‌های نایک و پل بسیار کمتر است.
- مقدار انرژی جذب‌شده توسط محدوده شکست در ضخامت 2 میلی‌متر کمتر از انرژی محدوده الاستیک است، اما با افزایش ضخامت انرژی شکست افزایش پیدا می‌کند.
- مقدار انرژی جذب‌شده به دلیل ورقه‌ورقه شدن لایه‌ها در مدل تحلیلی حاضر مانند نتایج تحلیلی نایک و پل در مقایسه با سایر ترم‌های انرژی بسیار کمتر است.
- مقدار انرژی جذب‌شده توسط شکست ماتریس در مقایسه با سایر ترم‌های انرژی جذب‌شده حتی انرژی لایه‌لایه شدن بسیار ناچیز است و می‌توان از آن صرف نظر کرد.

## 8- فهرست علائم

A	سطح مقطع شکست ( $m^2$ )
$A_{ij}$	ماتریس سختی غشایی
$b$	ضریب انتقال موج تنش
$C.C$	ضریب اصلاح منطقه ورقه‌ورقه شدن
$C_l$	سرعت موج طولی (m/s)
$C_t$	سرعت موج عرضی (m/s)
$d$	قطر پرتابه (m)
$d_{ci}$	شتاب پرتابه در پایان بازه زمانی $i$ -ام ( $m/s^2$ )
$D_{ij}$	ماتریس سختی خمشی
$E$	مدل الاستیسیته (Pa)
$E_{Conei}$	انرژی جنبشی مخروط شکل‌گرفته در پایان بازه زمانی $i$ -ام (J)
$E_{di}$	انرژی ورقه‌ورقه شدن در پایان بازه زمانی $i$ -ام (J)
$E_{KE0}$	انرژی جنبشی اولیه پرتابه (J)

- [14] G. Balaganesan, R. Velmurugan, M. Srinivasan, N. K. Gupta, K. Kanny, Energy absorption and ballistic limit of nanocomposite laminates subjected to impact loading, *Impact Engineering*, Vol. 74, pp. 57-66, 2014.
- [15] S. K. García-Castillo, S. Sánchez-Sáez, E. Barbero, Nondimensional analysis of ballistic impact on thin woven laminate plates, *Impact Engineering*, Vol. 8, No. 1, pp. 8-15, 2012.
- [16] E. A. Duodu, J. Gu, W. Ding, S. Tang, Performance of composite structures subjected to high velocity impact—review, *Researches in Engineering (A)*, Vol. 16, No. 4, 2016.
- [17] J. C. Smith, F. L. McCrackin, H. F. Scniefer, Stress-strain relationships in yarns subjected to rapid impact loading, Part V, Wave propagation in long textile yarns impacted transversely, *the National Bureau of Standards*, Vol. 60, No. 5, pp. 517-534, 1958.
- [18] J. N. Reddy, *Mechanics of laminated composite plates and shells Theory and Analysis*, pp. 567-574, London: CRC, 1945.
- [19] S. Abrate, *Impact Engineering of Composite Structures*, pp. 37-41 Springer Wien: NewYork, 2011.
- [20] N. K. Naik, P. Shrirao, Composite structures under ballistic impact, *Composite Structures*, Vol. 66, No. 1-4, pp. 579-590, 2004.
- [21] M. H. Pol, Gh. H. Liaght, E. Zamani, A. Ordys, Investigation of the ballistic impact behavior of 2D woven glass/epoxy/nanoclay nanocomposites, *Composite Material*, Vol. 49, No. 12, pp. 1449-1460, 2015.
- [22] N. K. Naik, Y. C. Sekher, S. Meduri, Damage in woven-fabric composites subjected to low-velocity impact, *Composites Science and Technology*, Vol. 60, No. 5, pp. 731-744, 2000.
- [23] M. M. Shokrieh, M. J. Omid, Investigating the transverse behavior of Glass-Epoxy composites under intermediate strain rates, *Composite Structures*, Vol. 93, No. 2, pp. 690-696, 2011.
- [24] N. Naik, P. Yernamma, N. Thoram, R. Gadipatri, V. Kavala, High strain rate tensile behavior of woven fabric E-glass/epoxy composite, *Polymer Testing*, Vol. 29, No. 1, pp. 14-22, 2010.
- [25] F. Y. Chian, A ballistic material model for continuous-fiber reinforced composites, *Impact Engineering*, Vol. 46, pp. 11-22, 2012.
- [26] E. P. Gellert, S. J. Cimpoeru, R. L. Woodward, A study of the effect of target thickness on the ballistic perforation of glass-fibre-reinforced plastic composites, *Impact Engineering*, Vol. 24, No. 5, pp. 445-456, 2000.
- Modelling of the energy absorption by polymer composites upon ballistic impact, *Composites Science and Technology*, Vol. 60, No. 14, pp. 2631-2642, 2000.
- [4] N. K. Naik, P. Shrirao, B. C. K. Reddy, Ballistic impact behavior of woven fabric composites: Formulation, *Impact Engineering*, Vol. 32, No. 9, pp. 1521-1552, 2006.
- [5] M. H. Pol, Gh. H. Liaght, Analytical modeling of perforation of projectiles into glass/epoxy composites, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 12, No. 2, , pp. 11-19, 2012. (in Persian فارسی)
- [6] W. J. Cantwel, J. Morton, Impact perforation of carbon fibre reinforced, *Composites Science and Technology*, Vol. 38, No. 2, pp. 119-141, 1990.
- [7] E. Mehrabani Yeganeh, Gh. H. Liaghat, M. H. Pol, Experimental investigation of quasi-static perforation on laminated glass epoxy composites by indenters with different geometries, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 1, pp. 185-193, 2015. (in Persian فارسی)
- [8] M. B. Chaparda, Kh. Vahedi, Analytical and numerical investigation penetration of conical projectile into Fml targets, *Tabriz Mechanical Engineering*, Vol. 45, No. 4, pp. 23-31, 2016. (in Persian فارسی)
- [9] D. Schueler, N. Toso-Pentecôte, H. Voggenreiter, Simulation of high velocity impact on composite structures-model implementation and validation, *Applied Composite Materials*, Vol. 23, No. 4, pp. 857-878, 2016.
- [10] H. Y. Nezhad, F. Merwick, R. M. Frizzell, C. T. McCarthy, Numerical analysis of low-velocity rigid-body impact response of composite panels, *Crashworthiness*, Vol. 20, No. 1, pp. 27-43, 2015.
- [11] H. Sabouri, H. Ahmadi, G. H. Liaghat, Ballistic impact perforation into glare targets: experiment, numerical modelling and investigation of aluminium stacking sequence, *Vehicle Structures & Systems*, Vol. 3, No. 3, pp. 178-183, 2011.
- [12] N. K. Naik, P. Shrirao, B. C. K. Reddy, Ballistic impact behavior of woven fabric composites: Parametric studies, *Materials Science and Engineering A*, Vol. 412, No. 1-2 pp. 104-116, 2005.
- [13] M. H. Pol, G. H. Liaghat, E. Zamani, Effect of nanoclay particles on ballistic behavior of composites- Theoretical and experimental investigation, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 6, pp. 30-42, 2013. (in Persian فارسی)