



## طراحی ربات راه‌رونده هگزاپاد بر مبنای ماکزیمم فضای کاری

حمید رستگار<sup>1</sup>، محمد مهدی عاقلی حاجی آبادی<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

\* تهران، صندوق پستی 14115-143، agheli@modares.ac.ir

## چکیده

ربات‌های هگزاپاد هم می‌توانند به منظور اهداف راه‌روندگی و هم به منظور اهداف مانیپولاسیون مورد استفاده قرار بگیرند. این ربات‌ها هنگام مانیپولاسیون دارای شش درجه آزادی برای صفحه بالایی، صلبیت بالا، ظرفیت تحمل نیروی بالا، سرعت و دقت بالا می‌باشند. از طرفی ربات‌های هگزاپاد هنگامی که در محلی به منظور اهداف مانیپولاسیون به صورت ثابت قرار می‌گیرند مشهور به داشتن فضای کاری محدودی می‌باشند. طراحی ربات هگزاپاد به طوری که منجر به حداکثر شدن فضای کاری شود می‌تواند تا حد زیادی منجر به افزایش بهره‌وری این ربات هنگام مانیپولاسیون شود. از طرفی با توجه به اینکه می‌توان ربات‌های هگزاپاد متقارن شعاعی را مانند یک مکانیزم 2-RPR مدل کرد، لذا از روش‌ها و محاسبات موجود برای این مکانیزم‌ها برای طراحی ربات‌های هگزاپاد متقارن شعاعی استفاده شده است. در این مقاله پس از بررسی کامل بر روی روش‌های موجود برای محاسبه و بهبود فضای کاری مکانیزم‌های 2-RPR، یک الگوریتمی ارائه شده است که باعث حداکثر فضای کاری در دسترس می‌شود. مزیت این روش در این است که هنگام حداکثر کردن حجم فضای کاری نیازی به محاسبه کل حجم فضای کاری نمی‌باشد. همچنین استفاده از این الگوریتم برای طراحی ربات با فضای کاری حداکثر ضروری است. به عبارت دیگر خروجی الگوریتم بهینه‌سازی ارائه شده مجموعه‌ای از پارامترهای مورد نیاز برای طراحی ربات است که حداکثر شدن حجم فضای کاری را تضمین می‌کند.

## اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 04 اردیبهشت 1395

پذیرش: 09 مرداد 1395

ارائه در سایت: 02 مهر 1395

کلید واژگان:

هگزاپاد، فضای کاری

فضای کاری در دسترس

بهینه‌سازی

مانیپولاسیون

## Design of hexapod walking robots based on workspace maximization

Hamid Rastgar, Mohammad Mahdi Agheli Haji Abadi\*

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

\* P.O.B. 14115-143, Tehran, Iran, agheli@modares.ac.ir

## ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 23 April 2016  
Accepted 30 July 2016  
Available Online 23 September 2016

## Keywords:

Hexapod, workspace  
reachable workspace  
optimization  
manipulation

## ABSTRACT

Hexapod walking robots can be employed for both walking and manipulation purposes. When manipulating, they have 6 degrees of freedom for top platform, high rigidity, high load capacity, high speed, and accuracy. On the other hand, it is well known that they have limited workspace when they are fixed in place for manipulation. Designing a hexapod robot resulting in a maximized workspace can greatly affect the efficiency of the robot when manipulating. Since radially symmetric hexapod walking robots can be modeled as three 2-RPR planar parallel mechanisms, we have used the methods and calculations that are used in this kind of mechanism for designing a radially symmetric hexapod walking robot. In this paper, after a thorough review on existing methods for calculating and improving 2-RPR planar parallel mechanism workspace, an algorithm is presented that results in a maximized reachable workspace. The merit of the method is that there is no need to calculate the workspace volume when maximizing it. Also, following this algorithm is necessary for design of the maximized-workspace robot. In other words, the output of the presented optimization algorithm is a set of robot kinematic parameters, which guarantees the maximized volume of the robot's reachable workspace.

## 1- مقدمه

به کلیه نقاط قابل دسترس برای یک نقطه از ربات فضای کاری گفته می‌شود. تعیین فضای کاری مانیپولاترهای رباتیک یک اصل مهم در طراحی سینماتیک<sup>1</sup> ربات می‌باشد که این مهم در مانیپولاترهای موازی از اهمیت بیشتری برخوردار است. ربات هگزاپاد به دلیل داشتن ساختار موازی دارای فضای کاری محدودی است. به طور کلی مانیپولاترهای موازی مشهور به داشتن فضای کاری محدودی در مقایسه با ابعادشان می‌باشند. طراحی ربات

به طوری که پارامترهای تعیین شده از قبیل طول پاها، اندازه صفحه بالایی، و فاصله بین پاها منجر به ماکزیمم شدن فضای کاری شود، می‌تواند تا حد زیادی عملکرد ربات را بهبود بخشد. روش عددی یکی از روش‌های بدست آوردن و بهینه‌سازی فضای کاری می‌باشد، اما در این روش نیاز به محاسبه حجم فضای کاری با استفاده از یک حلقه تکرار می‌باشد که حجم و زمان محاسبات زیادی دارد. فضای کاری مانیپولاترهای موازی صفحه‌ای توسط محققان زیادی مورد مطالعه قرار گرفته است. گاسلین و همکاران در کانادا به بررسی فضای کاری و بهینه‌سازی در مانیپولاترهای موازی صفحه‌ای با سه

<sup>1</sup> Kinematic design

نقاط فضای کاری نمی‌باشد و تنها با محاسبه تعداد کمی نقاط مرزی مشخص فرآیند بهینه‌سازی و بدست‌آوردن پارامترهای طراحی صورت می‌پذیرد.

## 2- مدل ربات

فضای کاری در مکانیزم‌های صفحه‌ای موازی با توجه به ثابت یا متحرک بودن صفحه بالایی<sup>4</sup> می‌تواند به انواع گوناگونی تقسیم‌بندی شود [14]. در یک دسته‌بندی کلی، فضای کاری می‌تواند به دو گروه مجزا تقسیم‌بندی شود: فضای کاری با صفحه بالایی ثابت و فضای کاری با صفحه بالایی متحرک<sup>5</sup>. فضای کاری با صفحه بالایی ثابت به ناحیه‌ای از فضا اطلاق می‌شود که به وسیله یک نقطه ثابت روی مرکز صفحه بالایی (p) قابل دستیابی است در حالی که جهت صفحه بالایی ثابت است. فضای کاری با صفحه بالایی متحرک به ناحیه‌ای اطلاق می‌شود که توسط نقطه p و با هر جهتی برای صفحه بالایی قابل دستیابی است. یک مکانیزم موازی صفحه‌ای معمول در شکل 1 نشان داده شده است.

این مکانیزم از دو عضو با قابلیت تغییر طول<sup>6</sup> تشکیل شده است که از یک سمت به زمین و از سمت دیگر به صفحه بالایی متصل هستند. در هر نقطه دلخواه، مکانیزم نشان داده شده در شکل 1 توسط مجموعه‌ای از پارامترهای  $(a, b, c, d, \theta_1, \theta_2)$  بیان می‌شود. همانطور که از شکل پیداست، a طول عضو سمت چپ، b اندازه صفحه بالایی، c طول عضو سمت راست، d فاصله‌ای که دو عضو هنگام اتصال به زمین از یکدیگر دارند،  $\theta_1$  زاویه بین d و زمین، و  $\theta_2$  زاویه بین d و عضو a می‌باشد [12]. همانطور که در [13,12] بیان شده است ربات هگزاپاد راه‌رونده متقارن شعاعی متشکل از سه مکانیزم نشان داده شده در شکل 1 می‌باشد که در شکل 2 نشان داده شده است. پس ماکزیمم کردن فضای کاری مکانیزم موازی صفحه‌ای 2-RPR باعث ماکزیمم شدن فضای کاری ربات هگزاپاد راه‌رونده متقارن شعاعی نیز می‌شود.

## 3- فضای کاری ربات

شکل فضای کاری در دسترس یک مکانیزم 2-RPR بستگی به ضریب  $\alpha$  رابطه 1 دارد.

$$\alpha = \frac{2 \times l_{\min}}{d - b} \quad (1)$$

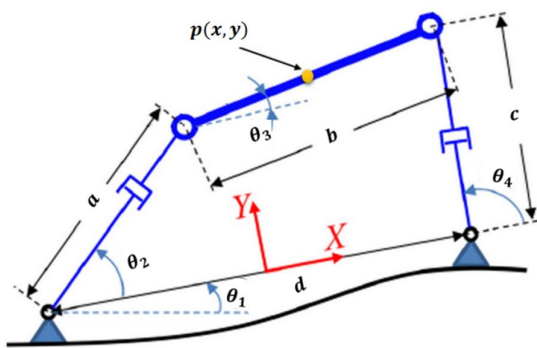


Fig. 1 2-RPR planar parallel mechanism. A radially symmetric hexapod walking robot consists of three such mechanisms.

شکل 1 مکانیزم 2-RPR صفحه‌ای موازی. ربات هگزاپاد راه‌رونده متقارن شعاعی متشکل از سه مکانیزم فوق می‌باشد.

درجه آزادی پرداختند [2,1]، اما الگوریتم ارائه شده توسط آن‌ها بر مبنای راه‌حل عددی بوده و یا از شاخص‌های خاصی برای ارزیابی طراحی مانیپولاتر استفاده کردند. فضای کاری ربات دلتا با سه درجه آزادی نیز توسط تعدادی از محققان مورد بررسی قرار گرفت [3-5]. در مطالعات آن‌ها فضای کاری به صورت اشتراکی از هندسه‌های ابتدایی در نظر گرفته شده است که به پارامترهای طراحی ربات بستگی دارد. همچنین هندسه‌های ابتدایی در نرم‌افزارهای مدل‌سازی سه‌بعدی مورد بررسی قرار گرفته و الگوریتمی برای محاسبه سریعتر فضای کاری ارائه شد. رستگار و همکاران برای بدست‌آوردن فضای کاری از روش مونت کارلو استفاده کردند [6]. روش ذکر شده بر مبنای محاسبات عددی استوار است. آلسیتر و همکاران نیز در آمریکا به محاسبه فضای کاری با استفاده از روش مونت کارلو و همچنین استفاده از ماتریس ژاکوبین و بررسی نقاط تکینگی در فضای کاری پرداختند [7]. گاسلین در سال 1990 الگوریتمی برای تعیین فضای کاری مانیپولاتر موازی با جهت ثابت برای صفحه‌ای بالایی که دارای 6 درجه آزادی می‌باشد، ارائه کرد [8]. این الگوریتم که براساس خواص هندسی فضای کاری می‌باشد، تمایل دارد تا فضای کاری که مانیپولاتر توانایی رسیدن به آن را دارد به صورت گرافیک ساده‌ای بیان کند. دو نوع دیگر از مکانیزم‌های موازی از قبیل 3-PRRR و مانیپولاتر موازی 3 درجه آزادی به ترتیب توسط گالات و همکاران در کانادا [9] و وانگ و همکاران در چین [10] مورد بررسی قرار گرفت، اما روش‌های ارائه شده توسط آن‌ها مختص نوع خاصی از فضای کاری می‌باشد و غیرقابل بسط برای محاسبه کلیه فضاهای کاری است. یانگ و همکاران در سال 2014 در زمینه بهینه‌سازی سینماتیکی مانیپولاترهای موازی با فضای کاری مطلوب به مطالعه پرداختند [11]. شاخص‌های مهم در نظر گرفته شده در فرآیند بهینه‌سازی ارائه شده توسط آن‌ها عملکرد سینماتیکی مناسب و اندازه فیزیکی نسبتاً کوچک می‌باشد که استفاده از الگوریتم را منحصر به داشتن شاخص‌های فوق می‌کند. عاقلی در سال 2014 یک راه‌حل بسته برای بدست‌آوردن فضای کاری یک مکانیزم موازی 2-RPR ارائه کرد [12]. فضای کاری محاسبه شده توسط الگوریتم ارائه شده توسط وی از نوع مکانیزم با صفحه فوقانی ثابت<sup>2</sup> می‌باشد. عاقلی در سال 2014 نیز از همان راه‌حل بسته برای بدست‌آوردن فضای کاری در دسترس<sup>3</sup> یک مکانیزم موازی 2-RPR استفاده کرد [13]. راه‌حل ارائه شده توسط وی دارای این مزیت است که برای محاسبه فضای کاری نیازی به محاسبه تک تک نقاط موجود در فضای کاری نمی‌باشد و تنها با محاسبه نقاط و منحنی‌های مرزی و با انجام محاسباتی کمتر می‌توان فضای کاری را برای مکانیزم مورد نظر محاسبه کرد.

اگرچه مطالعات زیادی در زمینه محاسبه و بهینه‌سازی مکانیزم‌های موازی صورت گرفته است، اما گزارشی راجع به استفاده تلفیقی از راه‌حل بسته تحلیلی و ریاضیاتی به منظور طراحی براساس فضای کاری در دسترس ماکزیمم و بهینه برای یک مکانیزم 2-RPR و در نهایت یک ربات هگزاپاد متقارن که متشکل از سه مکانیزم 2-RPR می‌باشد، صورت نگرفته است. استفاده از این روش نسبت به روش‌های پیچیده عددی و زمان‌بر باعث کاهش زمان انجام محاسبات و افزایش دقت نتایج حاصله خواهد شد. همچنین مشخصه بارز دیگر این روش این است که طراحی مکانیزم و بدست آوردن پارامترهای طراحی به نحوی صورت می‌گیرد که فضای کاری ماکزیمم حاصل شود. این در حالیست که در طی این فرآیند نیازی به محاسبه تمام

<sup>4</sup> Platform

<sup>5</sup> Orientation workspace

<sup>6</sup> Prismatic links

<sup>1</sup> Monte Carlo method

<sup>2</sup> Constant orientation workspace

<sup>3</sup> Reachable workspace

برای ضریب  $\alpha$  حاصل گردد.

#### 4- طراحی بهینه

برای بهینه‌سازی یعنی استخراج پارامترهای طراحی ربات که منجر به ماکزیمم فضای کاری می‌شود لازم است تا یک الگوریتم مناسب ایجاد شده و تمامی روابط و معادلات مربوط به بهینه‌سازی در داخل آن قرار گیرد و جواب مطلوب را ارائه دهد.

#### 4-1- الگوریتم

الگوریتم ارائه شده در مقاله به ترتیب مراحل زیر ایجاد شده است:

- 1- تعریف پارامترهای سینماتیکی و محدوده‌ی مجاز آنها، منظور از پارامترهای سینماتیکی همان طول‌های  $(a, b, c, d, h_1, h_2)$  می‌باشد که تعیین محدوده‌ی این پارامترها به طور مستقیم بستگی به کاربرد مورد انتظار از مکانیزم دارد.
- 2- استخراج معادلات مختصات نقاط موجود بر روی فضای کاری (این نقاط در شکل 4 با  $p_1, p_2, \dots$  مشخص شده‌اند).
- 3- بدست آوردن فاصله این نقاط از یک مرکز مطلوب تعریف شده. این مرزها با توجه به ابعاد مکانیزم و به گونه‌ای تعریف می‌شوند که بزرگتر از مرز فضای کاری حقیقی مکانیزم باشند تا فرآیند حداکثر کردن سطح فضای کاری به درستی صورت پذیرد. مرزهای ذکر شده در شکل 4 و با حروف  $L$  و  $W$  نشان داده شده است.
- 4- پس از بدست آوردن این فواصل تابع هدف محاسبه می‌شود. تابع هدف مورد نظر از روش حداقل مربعات استخراج می‌شود که در رابطه 21 آورده شده است.
- 5- در مرحله آخر تابع هدف مورد نظر در داخل یک حلقه تکرار قرار داده شده تا نرم‌افزار با در نظر گرفتن کلیه بازه‌های تعریف شده و شروط مورد نیاز برای پارامترها مجموعه‌ای از پارامترهای مورد نیاز

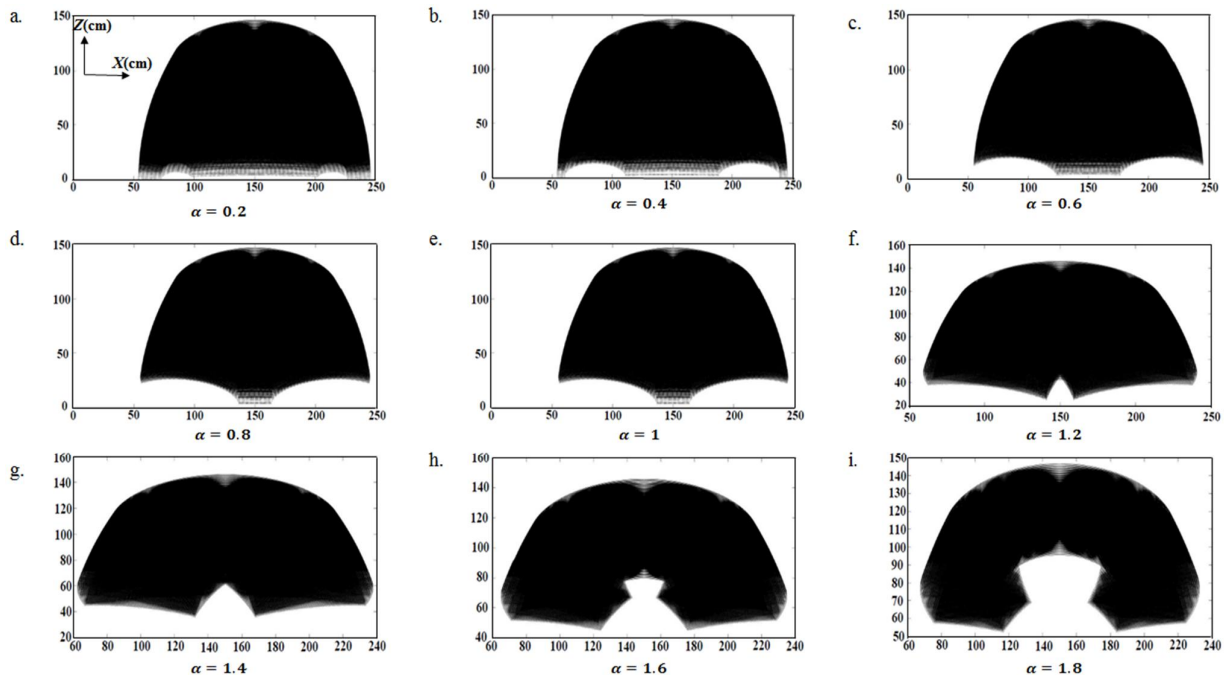


Fig. 3 Different shapes of reachable workspace for 2-RPR planar parallel mechanism

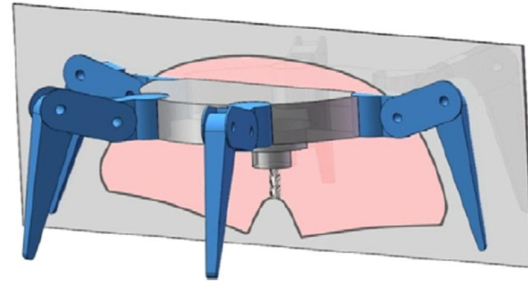


Fig. 2 radially symmetric walking hexapod robot with 2D workspace [13].

شکل 2 ربات هگزپاد راه‌رونده متقارن شعاعی به همراه فضای کاری دو بعدی [13].

در رابطه فوق حداقل طول قابل دسترس و حداکثر طول قابل دسترس برای هر یک از پاهای با قابلیت تغییر طول خطی مکانیزم نشان داده شده در شکل 1 ( $a$  و  $c$ ) می‌باشد. تغییرات شکل فضای کاری در دسترس برای یک مکانیزم موازی 2-RPR بر اساس تغییرات ضریب  $\alpha$  در شکل 3 نشان داده شده است.

همانطور که در شکل 3 مشاهده می‌کنید، به ازاء مقادیر مختلف برای  $\alpha$  ( $\alpha < 1, \alpha = 1, \alpha > 1$ ) فضای کاری در دسترس به سه نوع کلی تقسیم‌بندی می‌شود. انتخاب شکل فضای کاری بستگی به کاربرد مورد انتظار از مکانیزم مورد نظر دارد. در برخی کاربردها ضروری است تا مکانیزم به برخی نقاط روی زمین نیز دسترسی داشته باشد که در اینگونه موارد باید از شکل فضای کاری با ضرایب  $\alpha < 1$  و  $\alpha = 1$  استفاده کرد. اما اگر مکانیزم برای کاربردی استفاده شود که در آن نیازی به دسترسی به نقاط روی زمین نباشد، می‌توان از شکل فضای کاری با ضریب  $\alpha > 1$  استفاده کرد. ذکر این نکته نیز دارای اهمیت است که با توجه به متغیر بودن فاصله  $d$  در ربات‌های هگزپاد کلیه شکل‌های فضای کاری برای ربات قابل دستیابی است. کافی است برای این منظور فاصله بین پاها را تغییر داد تا طبق رابطه 1 مقادیر مختلفی

شکل 3 شکل‌های گوناگون فضای کاری در دسترس برای مکانیزم موازی 2-RPR

برای مقایسه کمی بین الگوریتم ارائه شده در مقاله و الگوریتمی که در [13] ارائه شده است، فواصل افقی بین نقاط مرزی فضای کاری و خط تقارن همانند شکل 6 مورد استفاده قرار گرفت. نتایج مقایسه در جدول 1 ارائه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود الگوریتم ارائه شده در این مقاله الگوریتم ارائه شده در کار قبلی را بهبود بخشیده است.

#### 3-4- پیاده‌سازی الگوریتم و نتایج

پس از صحت‌سنجی الگوریتم و اطمینان از خروجی آن می‌توان از آن برای بهینه‌سازی فضای کاری در دسترس مکانیزم استفاده کرد. برای این منظور پارامترهای مجهول باید به نحوی محاسبه شوند که سطح فضای کاری در دسترس و در نهایت حجم فضای کاری ماکزیمم شود. عبارتی دیگر الگوریتم ارائه شده در بخش 1-4 باید پیاده شود. فضای کاری در دسترس یک مکانیزم موازی 2-RPR که قرار است سطح آن ماکزیمم شود در شکل 7 نشان داده شده است.

در شکل 7 انتخاب ابعاد  $w$  و  $l$  بر عهده طراح بوده و به کاربرد مورد انتظار از ربات بستگی دارد. در این مقاله مقدار  $130\text{ cm}$  و  $250\text{ cm}$  به ترتیب برای  $w$  و  $l$  انتخاب شده است. نقطه  $p_6$  نیز برای محاسبات در نظر گرفته شده است که با توجه به کمبود جا در شکل  $d_{6x}$  و  $d_{6y}$  رسم نشده‌اند. برای بدست آوردن تابع هدف که در حقیقت تعیین‌کننده‌ی ماکزیمم شونده‌ی سطح فضای کاری می‌باشد، روش‌های گوناگونی از قبیل انتخاب تابع هدف بر مبنای کشیده شدن در راستای  $x$ ، انتخاب تابع هدف بر مبنای کشیده شدن در راستای  $y$ ، انتخاب تابع هدف بر مبنای کشیده شدن در راستای قطر و ... مورد استفاده قرار گرفت و بهترین جواب‌ها در حالتی حاصل گردید که کشیدگی سطح در هر دو راستا به صورت جداگانه برای ایجاد تابع هدف مورد استفاده قرار گیرد. با استفاده از روابط تحلیلی برای نقاط  $p_1, p_2, p_3, p_4, p_7$

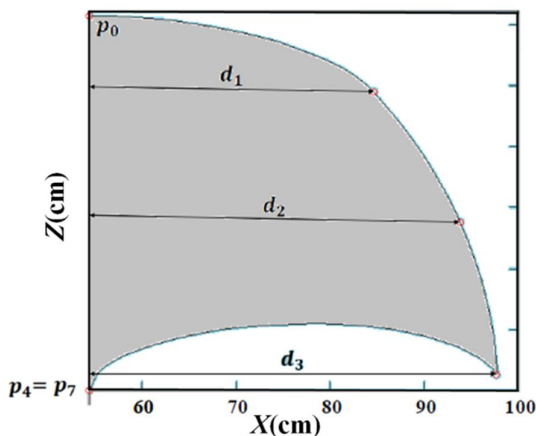


Fig. 6 Points and distances that used for numerical comparison  
شکل 6 نقاط و فواصل استفاده شده برای مقایسه عددی

جدول 1 مقادیر عددی برای دو الگوریتم

Table 1 Numerical data for both algorithms

$p_{4y} = p_{7y}$	$p_{0y}$	$d_3$	$d_2$	$d_1$	
0	61.52	43.3	43.34	30.286	الگوریتم جدید
0	59.65	39.48	40	27.47	الگوریتم قدیم

برای طراحی ربات را طوری انتخاب کند که در آن تابع هدف حداقل مقدار باشد. با توجه به تابع هدف، این حداقل شدن منجر به ماکزیمم فضای کاری می‌شود. لازم به ذکر است که شروط در صورت نیاز تعریف می‌شوند. به عنوان مثال در ابتدا و هنگام حل مثال تعریف شده در [13] که در شکل 4 نشان داده شده است، یکی از شروطی که باید تعریف شود مربوط به شکل فضای کاری است. بدین ترتیب الگوریتم آن مجموعه‌ای از پارامترها را انتخاب می‌کند که هم تابع هدف در آن حداقل مقدار ممکن باشد و هم شروط مورد نظر برقرار باشد.

#### 2-4- صحت‌سنجی الگوریتم

برای بررسی صحت الگوریتم ارائه شده، از مثال حل شده در پژوهش قبلی [13] که هدف آن عریض کردن نوع خاصی از فضای کاری می‌باشد، استفاده شد. برای این منظور و با توجه به اینکه خروجی الگوریتم ارائه شده در این مقاله منجر به ماکزیمم سطح فضای کاری می‌شود می‌بایست الگوریتم ارائه شده در بخش 1-4 جهت تطبیق با مثال ارائه شده در کار قبلی طوری تنظیم شود که عریض‌ترین فضای کاری را به جاری ماکزیمم سطح فضای کاری ارائه دهد. هدف از این کار مقایسه خروجی الگوریتم ارائه شده با نتایج قبلی بود. در نهایت فضای کاری نهایی مانند آنچه در شکل 4 نشان داده شده است، بدست آمد. در این مثال هدف از طراحی بهینه بدست آوردن مجموعه‌ای از پارامترهای سینماتیکی مجهول شامل  $d, b, l_{\min}, l_{\max}$  بود به طوری که با مینیمم کردن فواصل  $l_1, l_2$  و  $l_3$  عریض‌ترین فضای کاری بدست آید. شکل 5 مقایسه خروجی روش قبلی و فعلی را به تصویر کشیده است.

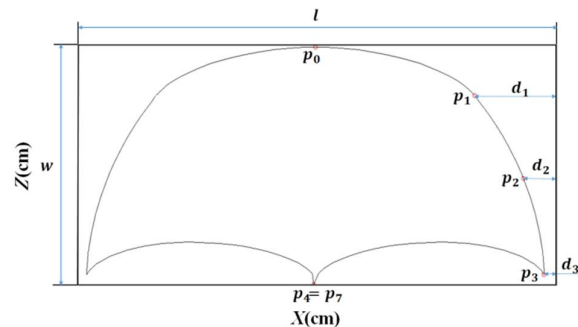


Fig. 4 Workspace of a 2-RPR mechanism constrained within a desired rectangular region

شکل 4 فضای کاری مکانیزم موازی 2-RPR محصور شده در داخل ناحیه مستطیلی مطلوب

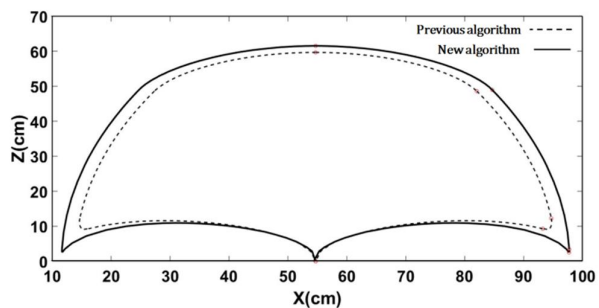


Fig. 5 Comparison between previous and new algorithm

شکل 5 مقایسه بین الگوریتم پیشین و الگوریتم جدید

می‌باشند که در شکل 7 نشان داده شده‌اند. تابع هدف برای بهینه‌سازی فضای کاری در دسترس به صورت زیر محاسبه می‌شود که در نهایت تابع هدف نهایی در رابطه (21) نشان داده شده است.

$$W1 = d_{1x}^2 + d_{2x}^2 + d_{3x}^2 + d_{4x}^2 + d_{5x}^2 + d_{6x}^2 \quad (14)$$

$$W2 = d_{1y}^2 + d_{2y}^2 + d_{3y}^2 + d_{4y}^2 + d_{5y}^2 + d_{6y}^2 \quad (15)$$

$$W = W1 + W2 \quad (16)$$

$$e_1 = \frac{\partial W}{\partial l_{\min}} \quad (17)$$

$$e_2 = \frac{\partial l_{\max}}{\partial W} \quad (18)$$

$$e_3 = \frac{\partial d}{\partial W} \quad (19)$$

$$e_4 = \frac{\partial b}{\partial W} \quad (20)$$

$$e = \sqrt{e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2} \quad (21)$$

همانطور که پیش‌تر اشاره شد با توجه به کاربرد مورد انتظار از مکانیزم یا ربات محدوده‌هایی برای اندازه پارامترها در نظر گرفته شود که این محدوده‌ها در کار ارائه شده در این مقاله برابر هستند با:  $100.0 \text{ cm} < d < 130.0 \text{ cm}$ ,  $60.0 \text{ cm} < l_{\min} < 100.0 \text{ cm}$  و  $0.0 \text{ cm} < h < 56.0 \text{ cm}$  و  $130.0 \text{ cm} < h_1 < 150.0 \text{ cm}$ . سایر محدودیت‌های لازم که براساس محدودیت‌های فوق تعیین می‌شوند در روابط (22) و (23) آورده شده است.

$$l_{\max} = \frac{d - b}{2 \times \cos(\theta_1)} \quad (22)$$

$$\theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{2 \times h}{d - b}\right) \quad \text{که در آن}$$

$$b = d - 2 \times l_{\min} \times \cos(\theta_2) \quad (23)$$

$$\theta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{h_1}{l_{\min}}\right) \quad \text{که در آن}$$

در روابط بالا  $h$  و  $h_1$  حداقل و حداکثر بازه ارتعاشی می‌باشد که ربات باید قادر به رسیدن به آن باشد. خروجی الگوریتم برابر است با  $l_{\min} = 60 \text{ cm}$  با  $d = 104 \text{ cm}$  و  $b = 60.918682 \text{ cm}$ ,  $l_{\max} = 151.53877 \text{ cm}$  استفاده از ابعاد بدست آمده برای پارامترها، فضای کاری در دسترس به صورت نشان داده شده در شکل 8 بدست می‌آید. تغییرات فضای کاری در طی فرآیند بهینه‌سازی در شکل 9 نشان داده شده است که نشان از بیشتر شدن سطح فضای کاری در هر مرحله از فرآیند دارد که در نهایت منجر به حداکثر فضای کاری ممکن می‌شود.

تغییرات مساحت فضای کاری در حین فرآیند بهینه‌سازی در شکل 10 نشان داده شده است که حاکی از افزایش مساحت فضای کاری در دسترس حین فرآیند است.

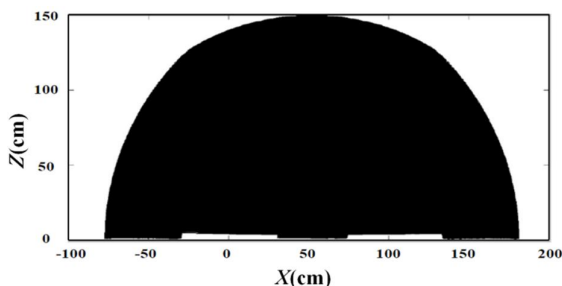


Fig. 8 The maximized RW

شکل 8 فضای کاری حداکثر شده

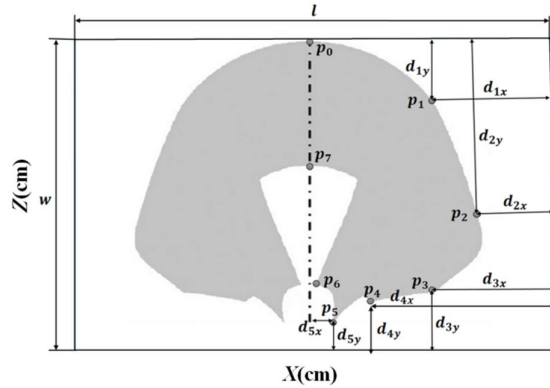


Fig. 7 RW and optimization setup

شکل 7 فضای کاری در دسترس و تنظیمات بهینه‌سازی

روابط  $p_6$  و  $p_5$  تا (13) حاصل می‌شود که در محاسبه تابع هدف مورد استفاده قرار می‌گیرد.

$$d_{1x} = \left(\frac{d + 250}{2}\right) - \left(l_{\max} + \frac{b}{2}\right) \times \left(\frac{(l_{\max} + b)^2 + d^2 - l_{\max}^2}{2 \times (l_{\max} + b) \times d}\right) \quad (2)$$

$$d_{1y} = 130 - \left(l_{\max} + \frac{b}{2}\right) \times \sin\left(\cos^{-1}\left(\frac{(l_{\max} + b)^2 + d^2 - l_{\max}^2}{2 \times (l_{\max} + b) \times d}\right)\right) \quad (3)$$

$$d_{2x} = \left(\frac{d + 250}{2}\right) - \left(l_{\max} + \frac{b}{2}\right) \times \left(\frac{(l_{\max} + b)^2 + d^2 - l_{\min}^2}{2 \times (l_{\max} + b) \times d}\right) \quad (4)$$

$$d_{2y} = 130 - \left(l_{\max} + \frac{b}{2}\right) \times \sin\left(\cos^{-1}\left(\frac{(l_{\max} + b)^2 + d^2 - l_{\min}^2}{2 \times (l_{\max} + b) \times d}\right)\right) \quad (5)$$

$$d_{3x} = \left(\frac{d + 250}{2}\right) - (l_{\max} + \frac{(d - l_{\max})^2 + b^2 - l_{\min}^2}{4 \times (d - l_{\max})}) \quad (6)$$

$$d_{3y} = \left(\frac{b}{2}\right) \times \sin\left(\cos^{-1}\left(\frac{(d - l_{\max})^2 + b^2 - l_{\min}^2}{2 \times (d - l_{\max}) \times b}\right)\right) \quad (7)$$

$$d_{4x} = \left(\frac{d + 250}{2}\right) - (l_{\min} + \frac{(d - l_{\min})^2 + b^2 - l_{\min}^2}{4 \times (d - l_{\min})}) \quad (8)$$

$$d_{4y} = \left(\frac{b}{2}\right) \times \sin\left(\cos^{-1}\left(\frac{(d - l_{\min})^2 + b^2 - l_{\min}^2}{2 \times (d - l_{\min}) \times b}\right)\right) \quad (9)$$

$$d_{5x} = l_{\max} - \frac{d}{2} + \left(\frac{(d - l_{\max})^2 + b^2 - l_{\max}^2}{4 \times (d - l_{\max})}\right) \quad (10)$$

$$d_{5y} = \left(\frac{b}{2}\right) \times \sin\left(\cos^{-1}\left(\frac{(d - l_{\max})^2 + b^2 - l_{\max}^2}{2 \times (d - l_{\max}) \times b}\right)\right) \quad (11)$$

$$d_{6x} = l_{\min} - \frac{d}{2} + \left(\frac{(d - l_{\min})^2 + b^2 - l_{\max}^2}{4 \times (d - l_{\min})}\right) \quad (12)$$

$$d_{6y} = \left(\frac{b}{2}\right) \times \sin\left(\cos^{-1}\left(\frac{(d - l_{\min})^2 + b^2 - l_{\max}^2}{2 \times (d - l_{\min}) \times b}\right)\right) \quad (13)$$

$d_{ix}$  و  $d_{iy}$  که در روابط (2) تا (13) محاسبه شده‌اند در حقیقت فواصل افقی نقاط موجود معلوم در روی فضای کاری از مرز مطلوب تعریف شده

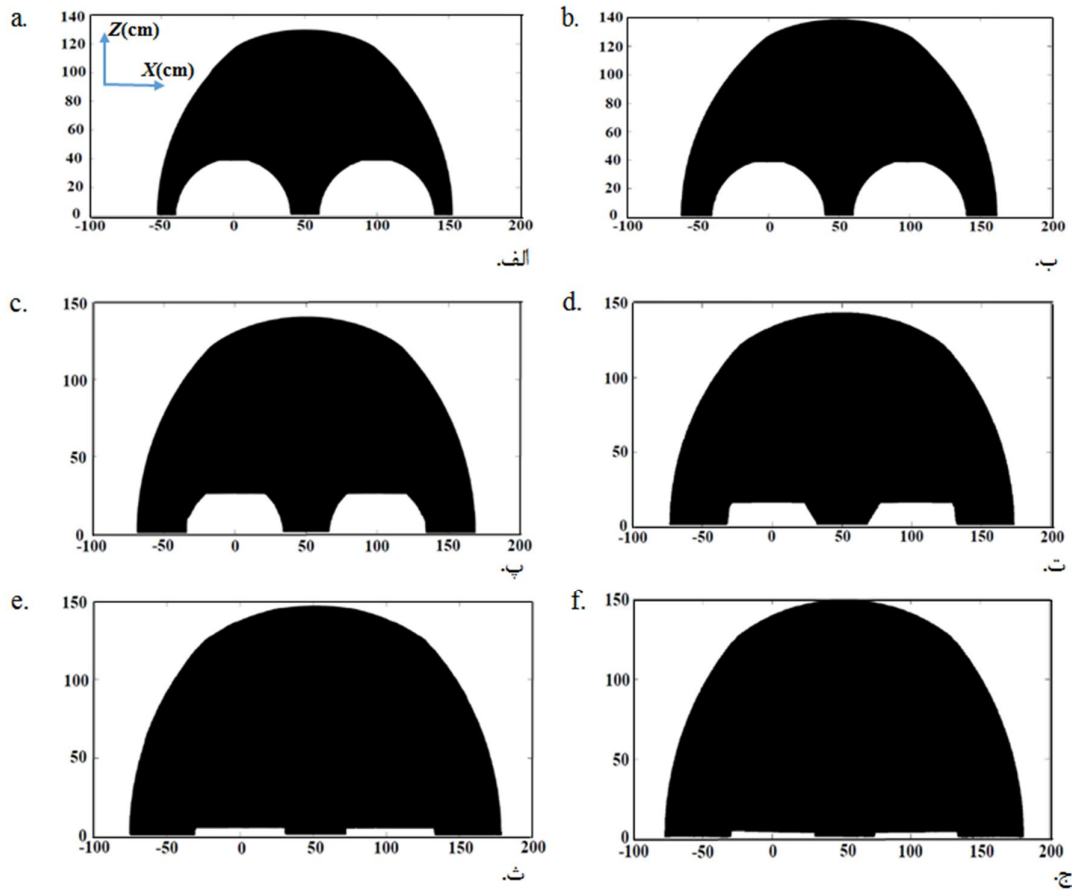


Fig. 9 Changes in the workspace during optimization

a) Workspace before optimization process b-e) Workspace during optimization process f) Workspace after optimization process

شکل 9 تغییرات شکل فضای کاری در طول فرآیند بهینه‌سازی

(الف) فضای کاری قبل از فرآیند بهینه‌سازی (ب-ث) فضای کاری حین فرآیند بهینه‌سازی (ج) فضای کاری پس از بهینه‌سازی

حداکثر شدن سطح و در نهایت حجم فضای کاری ربات هگزپاد راه‌رونده متقارن شعاعی نیز می‌شود.

## 6- مراجع

- [1] C. M. Gosselin, M. Jean, Determination of the workspace of planar parallel manipulators with joint limits, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 17, No. 3, pp. 129-138, 1996.
- [2] C. Gosselin, J. Angeles, The optimum kinematic design of a planar three-degree-of-freedom parallel manipulator, *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 110, No. 1, pp. 35-41, 1988.
- [3] R. Clavel, Delta, a fast robot with parallel geometry, *Proceedings of International Symposium on Industrial Robots*, pp. 91-100, 1988.
- [4] F. Sternheim, Tridimensional computer simulation of a parallel robot. Results for the "DELTA 4" machine, *18<sup>th</sup> International Symposium on Industrial Robots*, pp. 333-340, 1988.
- [5] A. Gharahsofloo, A. Rahmani Hanzaki, An efficient algorithm for workspace generation of delta robot, *International Journal of Robotics*, Vol. 4, No. 2, pp. 48-53, 2015.
- [6] J. Rastegar, D. Perel, Generation of manipulator workspace boundary geometry using the Monte Carlo method and interactive computer graphics, *Journal of mechanical design*, Vol. 112, No. 3, pp. 452-454, 1990.
- [7] D. Alciatore, C. Ng, Determining manipulator workspace boundaries using the Monte Carlo method and least squares segmentation, *ASME Robotics: Kinematics, Dynamics and Controls*, Vol. 72, pp. 141-146, 1994.
- [8] C. Gosselin, Determination of the workspace of 6-DOF parallel manipulators, *Journal of mechanical design*, Vol. 112, No. 3, pp. 331-336, 1990.
- [9] A. Gallant, R. Boudreau, M. Gallant, Dexterous workspace of a 3-PRRR kinematically redundant planar parallel manipulator, *Transactions of the Canadian society for mechanical engineering*, Vol. 33, No. 4, pp. 645-654, 2009.

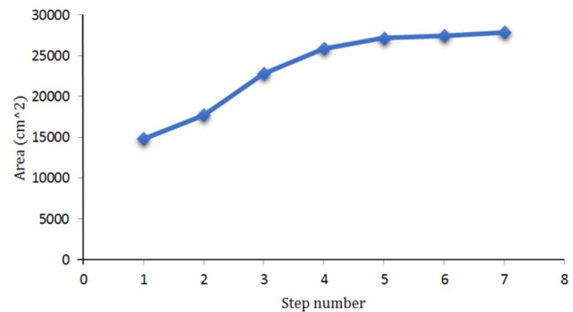


Fig. 10 Changes in workspace area during optimization process

شکل 10 تغییرات مساحت فضای کاری در حین فرآیند بهینه‌سازی

## 5- نتیجه‌گیری

در این مقاله از یک راه‌حل تلفیقی تحلیلی عددی برای بهینه‌سازی سطح فضای کاری در دسترس یک مکانیزم موازی 2-RPR استفاده شد. الگوریتم ارائه شده اندازه عضوها را به نحوی محاسبه می‌کند که حداکثر مساحت برای فضای کاری در دسترس مکانیزم حاصل شود. از آنجایی که ربات هگزپاد راه‌رونده متقارن شعاعی از سه مکانیزم موازی 2-RPR تشکیل شده است، پس با ماکزیمم کردن سطح فضای کاری مکانیزم 2-RPR در حقیقت باعث

- workspace and workspace-based design of radially symmetric hexapod robots, *Journal of Mechanisms and Robotics*, Vol. 6, No. 3, pp. 031007, 2014.
- [13] M. Agheli, S. S. Nestinger, Comprehensive closed-form solution for the reachable workspace of 2-RPR planar parallel mechanisms, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 74, pp. 102-116, 2014.
- [14] J.-P. Merlet, C. M. Gosselin, N. Mouly, Workspaces of planar parallel manipulators, *Springer Vienna*, ROMANSY 11, pp. 37-44, 1997.
- [10] J. Wang, J. Wu, T. Li, X. Liu, Workspace and singularity analysis of a 3-DOF planar parallel manipulator with actuation redundancy, *Robotica*, Vol. 27, No. 01, pp. 51-57, 2009.
- [11] Z. G. Yang, M. L. Shao, D. I. Shin, Kinematic optimization of parallel manipulators with a desired workspace, *Applied Mechanics & Materials*, Vol. 752-753, pp. 973-979, 2015.
- [12] M. Agheli, S. S. Nestinger, Closed-form solution for constant-orientation